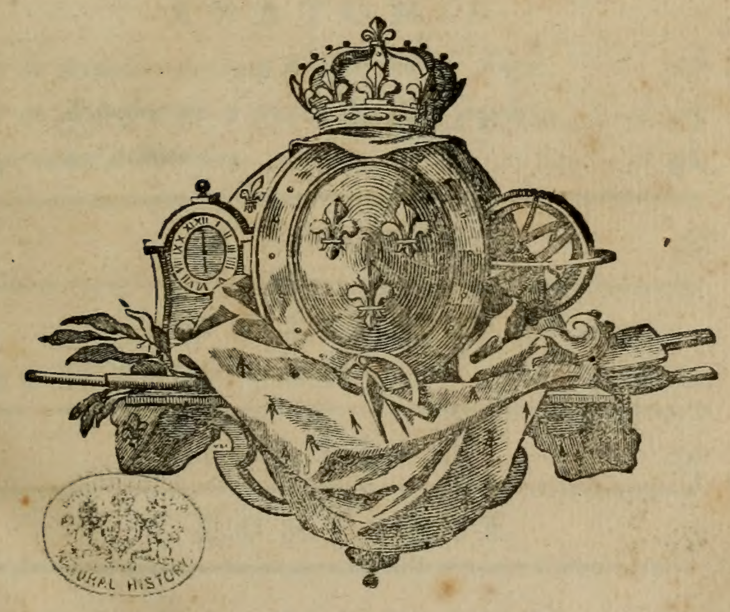
HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXV.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Phyſique, pour la même Année,

Tirés des Regiſtres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXVIII.

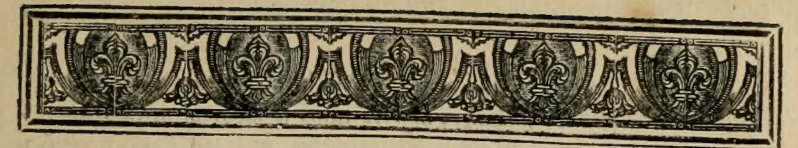


TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

ANATOMIE.

BOTANIQUE.

ASTRONOMIE.

HYDROGRAPHIE. 91

DIOPTRIQUE.

MÉCANIQUE.



TABLE
POUR LES MÉMOIRES.

FAUTES À CORRIGER

dans les Mémoires de 1762.

Page 100, ligne 30, Le cosinus de cette inclinaison, &c. *lisez,* La différence des mouvemens horaires du Soleil & de Vénus sur l'Écliptique étant divisée par le cosinus de cette inclinaison apparente, donne le, &c.

Dans les Mémoires de 1763.

Page 268, ligne 8, Je me trouve donc obligé de reprendre ce que j'ai dit de ces veines dans mon second Mémoire sur la circulation du sang dans le foie du fœtus humain; *lisez,* Je me trouve donc obligé de renvoyer pour ce que j'ai à dire de ces veines, à mon second Mémoire sur la circulation du sang dans le foie du fœtus humain.

Ibid. ligne 26, Dont j'ai parlé dans mon second Mémoire, *lisez,* Dont je parlerai dans mon second Mémoire.

HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES.
Année M. DCCLXV.



PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LA CAUSE GÉNÉRALE du Froid en hiver & du Chaud en été.



L'HISTOIRE de l'Académie offre plusieurs exemples de queſtions très-importantes & très-difficiles qui avoient été abſolument négligées, parce qu'une fauſſe apparence de ſimplicité ſous laquelle elles étoient comme enveloppées avoit empêché de les regarder comme des queſtions. V. les Mém. p. 143.

De ce nombre est certainement la cause du froid en hiver & du chaud en été: phénomène qui a dû être observé depuis le commencement du monde & qu'on a toujours constamment rapporté à l'action plus ou moins grande, plus ou moins directe & plus ou moins continue des rayons du Soleil. On ne s'étoit pas même avisé de soupçonner qu'il pût y avoir une autre cause qui concourût avec celle qu'on avoit adoptée, & qui y jouât, pour ainsi dire, le principal rôle.

M. de Mairan osa le premier, en 1719, révoquer en doute que la différence de quantité & d'action des rayons du Soleil fût l'unique cause de la variété des saisons ou, pour parler plus précisément, du chaud & du froid; & il donna ses premières idées sur ce sujet dans un Mémoire qu'il lut alors à l'Académie, & qu'elle a publié dans son volume de 1719 [a]. Ce Mémoire fut suivi, en 1721 [b], d'un autre dans lequel M. de Mairan recherchoit combien les rayons du Soleil s'affoiblissoient en traversant l'atmosphère à différentes hauteurs, & où il démontroit que, toutes choses d'ailleurs égales, une couche de vapeurs de densité uniforme causoit aux rayons une réfraction d'autant plus grande qu'elle étoit moins épaisse.

[a] *Voy. l'Hist. de 1719, p. 3, & Mém. p. 104.*

[b] *V. l'Hist. de 1721, p. 16, & Mém. p. 8.*

Ces deux Mémoires, & sur-tout le premier, étoient destinés à faire voir 1.° qu'il existoit dans le globe terrestre un fonds, un principe de chaleur absolument indépendant de l'action des rayons du Soleil, sans l'existence duquel les rapports de chaud & de froid indiqués par le thermomètre deviendroient absolument inexplicables & contradictoires avec tout ce qu'on a d'expériences sur ce sujet.

Nous ne rapporterons pas ici, même en abrégé, les preuves que M. de Mairan y donnoit de cette étonnante proposition. Le Lecteur peut aisément les voir dans les endroits déjà cités, & nous allons avoir occasion de les reprendre presque toutes en parlant du Mémoire qui fait le sujet de cet article: en effet, de nouvelles lumières & des expériences multipliées pendant plus de quarante années, ont engagé M. de Mairan à traiter de nouveau cette matière, en introduisant dans ce

nouvel ouvrage les nouvelles preuves & les corrections que ses réflexions & ses observations lui ont suggérées. Essayons d'en donner une idée.

La question dont il s'agit dans ce Mémoire, se réduit donc à examiner si la variation du chaud de l'été au froid de l'hiver est exactement proportionnelle à celle de l'action du Soleil dans ces deux saisons, auquel cas elle pourroit très-légitimement être attribuée à cette seule cause, & si elle ne l'est pas, à déterminer quelle part elle y a, pour obtenir la valeur & l'intensité de la cause qui concourt avec elle à les produire.

C'est en effet la route qu'a suivie M. de Mairan. Les observations de cinquante-six ans, qu'il rapporte dans son Mémoire, donnent la quantité ou plutôt le rapport absolu du chaud de l'été au froid de l'hiver, 1026 à 994 degrés du thermomètre de M. de Reaumur; rapport affecté de toutes les causes qui peuvent concourir à cet effet; & la théorie peut, au moyen du calcul, déterminer avec certitude le rapport de l'action du Soleil en été à celle qu'il exerce en hiver. D'où il suit que la comparaison de ces deux rapports doit donner exactement l'intensité de la cause qui concourt avec l'action du Soleil à produire la variation des saisons: c'est sous ce point de vue qu'on doit regarder tout l'ouvrage de M. de Mairan.

Il est nécessaire, avant que d'aller plus loin, de présenter au Lecteur l'explication de quelques termes qu'emploie M. de Mairan pour éviter des répétitions ennuyeuses. Il nomme, par exemple, *été* & *hiver solaires* ceux qui seroient produits uniquement par l'action du Soleil aux deux solstices, sans l'intervention d'aucune autre cause; & les degrés d'intensité de chaud & de froid résultant du calcul des sinus de la hauteur solaire & des autres causes qui en dépendent, *degrés* ou *parties trigonométriques;* sous le nom d'*été* & d'*hiver réels*, il comprend les intensités de froid & de chaud observées à chaque solstice; & comme ces intensités ne sont comparées qu'à l'aide du thermomètre, il nomme les degrés ou parties de cette mesure *degrés* ou *parties thermométriques.*

Indépendamment des étés & des hivers ſolaires & réels, M. de Mairan imagine encore un autre été & un autre hiver, qu'il nomme *rationnels;* ce ſont ceux qu'on éprouveroit ſous chaque latitude, par l'action du feu central, combinée ſeule avec celle des rayons ſolaires & abſtraction faite des cauſes locales & accidentelles; enfin il nomme *feu central* ce principe quelconque de chaleur qui paroît agir comme partant du centre de la Terre, & qui concourt, avec l'action du Soleil, à la production du degré de chaleur de l'été & à l'adouciſſement du degré de froid de l'hiver.

Ces trois eſpèces d'été & d'hiver entraînent la diviſion de l'ouvrage de M. de Mairan en trois parties.

La première a pour objet la détermination de l'été & de l'hiver ſolaires, la ſeconde s'occupe des étés & des hivers réels, & la troiſième eſt employée à l'examen des étés & des hivers rationnels & du feu central.

Quoique l'action des rayons du Soleil ſoit par elle-même une quantité ſimple & unique, cependant les différentes manières dont elle agit la multiplient, pour ainſi dire, & obligent de la conſidérer ſous quatre rapports différens, qui forment quatre élémens ou facteurs néceſſaires pour déterminer le rapport de l'été à l'hiver ſolaires d'un climat déterminé.

Le premier de ces élémens eſt le rapport des ſinus des hauteurs ſolaires à l'un & à l'autre ſolſtice; ce rapport donne effectivement, comme M. de Mairan le démontre, la proportion de la quantité des rayons du Soleil qu'un eſpace donné de terrein reçoit en été & en hiver; juſque-là tout le monde eſt d'accord, mais l'action de ces rayons eſt-elle proportionnelle aux ſinus, ou ſuit-elle la raiſon de leurs quarrés? c'eſt ſur ce point que les Philoſophes ceſſent de s'accorder; M. Halley a ſuivi la première opinion & M. Fatio de Duillier la ſeconde; la raiſon de ce dernier eſt que les rayons ſolaires agiſſant ſur un plan, non-ſeulement en raiſon de leur quantité proportionnelle aux ſinus d'incidence, mais encore en raiſon du choc qu'ils exercent ſur ce plan proportionnel aux mêmes ſinus, il en réſulte que leur action totale eſt en raiſon des quarrés de

ces ſinus. Ce raiſonnement, ſi ſpécieux en apparence qu'il avoit ſéduit M. de Mairan même dans ſes premières recherches, ſeroit effectivement ſans replique ſi la ſurface du terrein étoit un plan mathématique, mais il s'en faut bien que la ſurface du terrein le plus uni approche de cette ſuppoſition; elle eſt par rapport à la lumière, un corps preſqu'infiniment raboteux & qu'elle rencontre ſous toutes ſortes d'angles. L'inclinaiſon des rayons ne leur fait donc preſque rien perdre de leur choc, & la diminution de force que M. Fatio prétend en déduire, ne doit pas avoir lieu; on objecteroit en vain que ce n'eſt pas la ſurface d'un miroir qui réfléchit les rayons, mais celle d'une eſpèce d'atmoſphère dont elle eſt revêtue, & que le terrein pourroit bien en avoir une de cette eſpèce; cette atmoſphère ne paroît pas être plus épaiſſe ſur un corps plus gros que ſur un plus petit, & quoique ſuffiſante pour remplir les très-petites inégalités de la ſurface du miroir, elle ne peut certainement l'être pour effacer & pour combler, pour ainſi dire, celles du terrein, qui, dans ce cas devroit auſſi renvoyer, au moins imparfaitement, les images du Soleil, de la Lune, &c. ce qui n'a jamais été obſervé.

On pourroit encore dire que les rayons du Soleil échauffent le terrein, non-ſeulement à raiſon de leur quantité proportionnelle aux ſinus des hauteurs, mais encore à raiſon de la profondeur à laquelle ils pénètrent le terrein, qui eſt encore proportionnelle aux mêmes ſinus, d'où réſulte néceſſairement pour l'intenſité de la chaleur, non la proportion des ſimples ſinus de hauteur, mais celle de leurs quarrés; mais il eſt viſible que ce raiſonnement, qui ſeroit vrai ſi le terrein étoit un plan mathématique & également pénétrable par-tout, porte abſolument à faux en le regardant ainſi qu'il eſt réellement, comme rempli d'inégalités qui reçoivent les rayons ſous toutes ſortes de directions & comme compoſé de parties très-différemment pénétrables à la lumière; d'où il ſuit que tout compenſé, tout l'avantage du ſolſtice d'été ſur celui de l'hiver, ſe réduit à la ſeule quantité des rayons ſolaires, toujours dans la raiſon ſimple des ſinus de la hauteur du Soleil.

Mais eſt-il bien conſtant que la force du Soleil pour échauffer un climat, ſoit proportionnelle à la quantité de ſes rayons qui tombent ſur un même eſpace; & la communication, la complication qui réſulte de leur nombre n'augmente-t-elle pas leur effet? l'expérience ſeule pouvoit répondre à cette queſtion, & M. de Mairan s'eſt preſſé de la conſulter: il fit placer à l'ombre cinq ou ſix thermomètres de la conſtruction de M. de Reaumur, & ayant fait tomber ſur leurs boules l'image du Soleil, réfléchie d'abord par un ſeul miroir, enſuite par deux & enfin par trois, il obſerva que dans toutes les expériences & dans tous les thermomètres, l'aſcenſion de la liqueur fut toujours exactement proportionnelle à la quantité de lumière qu'il faiſoit tomber ſur la boule; la chaleur peut donc être regardée comme exactement proportionnelle aux quantités de rayons qui tombent ſur un eſpace donné.

Les rayons du Soleil ne peuvent parvenir à la Terre ſans avoir traverſé ſon atmoſphère.

Le ſecond élément qui doit entrer dans le calcul de l'été & de l'hiver ſolaires doit donc être leur affoibliſſement ou plutôt ce qui leur reſte de force après ce trajet. Si l'atmoſphère étoit conſidérée comme une ſubſtance homogène & terminée en deſſus par une ſurface plane, rien ne ſeroit plus facile que de déterminer la longueur du trajet des rayons pour chaque hauteur, & par conſéquent leur affoibliſſement toujours proportionnel à cette longueur, & M. de Mairan démontre que dans ce cas, l'affoibliſſement des rayons ſeroit en raiſon inverſe des ſécantes de complément des hauteurs; mais cette ſuppoſition eſt trop éloignée du vrai pour qu'on puiſſe s'y arrêter.

En conſervant à l'atmoſphère la propriété ſeule d'être homogène & la terminant par une ſurface ſphérique concentrique à la Terre, le problème n'en devient que plus difficile; & il ſe peut également réſoudre. M. de Mairan rapporte la ſolution qu'en avoit donnée M. Fatio; mais cette ſuppoſition n'eſt pas plus légitime que la première. L'atmoſphère eſt compoſée d'une infinité de couches de denſités différentes, & nous n'avons aucun moyen de connoître l'angle ſous lequel

chacune de ces couches est rencontrée par les rayons de lumière; condition cependant essentielle à la solution.

L'expérience étant donc le seul moyen auquel on puisse avoir recours en pareille circonstance, M. de Mairan a cru devoir adopter celles que M. Bouguer avoit faites sur cette matière, & qu'on trouve dans son Ouvrage sur la gradation de la lumière; il ajoute même à la fin de cet article une Table qui en est comme le résultat, dans laquelle la force totale d'un rayon étant supposée 10000, on trouve, pour chaque hauteur donnée, celle qui lui reste après avoir traversé l'atmosphère.

Le troisième élément qui doit entrer dans le calcul des étés & des hivers solaires, est la distance du Soleil : on sait assez que cette distance est plus grande d'environ $\frac{1}{36}$ lorsque le Soleil paroît au signe du Cancer, que lorsque nous le voyons au signe du Capricorne. Cet élément est, comme on voit, le même pour toutes les latitudes, avec cette différence qu'il diminue un peu la chaleur de l'été & augmente un peu celle de l'hiver dans tout l'hémisphère boréal de notre globe, tandis qu'il opère un effet absolument contraire dans l'hémisphère austral; l'été de ce dernier se rencontrant précisément pendant notre hiver, & son hiver pendant notre été. Il faut seulement remarquer que la force ou l'intensité de la lumière suivant, non la simple raison inverse des distances, mais celle de leurs quarrés, ce sont aussi, non les distances mêmes, mais leurs quarrés dont l'expression doit entrer dans le calcul des étés & des hivers solaires.

Non-seulement le Soleil échauffe plus ou moins à raison de sa distance à la Terre, de l'obliquité & de la quantité plus ou moins grande de ses rayons, & de la force plus ou moins grande qu'ils conservent après avoir traversé l'atmosphère; mais il échauffe encore plus ou moins, à raison du temps plus ou moins long qu'il reste sur l'horizon : la longueur des jours, mesurée par les arcs diurnes ou semi-diurnes, doit donc entrer dans le calcul des étés & des hivers solaires, aussi en sont-ils le quatrième & dernier élément. On se tromperoit cependant si l'on se contentoit d'employer dans ce calcul les

arcs ſemi-diurnes, qui repréſentent la moitié du jour naturel; le jour ſolſticial le plus long de tous, n'eſt pas ſeulement animé de ſa propre chaleur, mais de celle des jours qui le précèdent & qui s'eſt comme accumulée, parce que chaque jour en donne alors plus que la nuit n'en peut détruire; d'où naît une eſpèce de ſérie & une eſpèce d'échelle de chaleur croiſſante, à peu-près en même raiſon que celle de l'accélération des graves dans leur chute, ce qui a engagé M. de Mairan à employer, non les arcs ſemi-diurnes mêmes, mais leurs quarrés.

Cet élément exige encore bien d'autres attentions, deſquelles il eſt néceſſaire d'être informé. L'arc ſemi-diurne eſt toujours égal ſous l'Équateur, puiſque les jours y ſont conſtamment de douze heures, & les nuits pareilles toute l'année : ainſi tous les autres élémens étant égaux de part & d'autre de ce cercle, il n'y auroit jamais d'autre différence de chaleur ſolaire ſans la différence des diſtances du Soleil en ♋ & en ♑; mais cette différence rapproche un peu du pôle boréal le parallèle de l'égalité conſtante des hivers & des étés, & le place à $1^{d} 47' 30''$. de latitude boréale, eſpèce de paradoxe aſtronomique.

A meſure qu'on s'éloigne de l'Équateur, l'inégalité des produiſans du calcul pour l'hiver & pour l'été ſolaires va toujours en augmentant, & ſur-tout la grandeur des arcs ſemi-diurnes; mais lorſqu'on eſt une fois arrivé au Cercle polaire ou, à cauſe de l'effet des réfractions, un peu au-delà, le rapport du jour ſolſticial d'été au jour ſolſticial d'hiver devient infini, puiſque le Soleil ne ſe couchant point en été & ne ſe levant pas en hiver, l'un des deux eſt infini à l'égard de l'autre : au-delà de ce parallèle, la longueur des jours d'été ſans nuit augmente encore, de même que celle des nuits d'hiver ſans jour; mais il n'exiſte plus d'arc ſemi-diurne qui puiſſe ſervir à meſurer l'énergie de la chaleur, M. de Mairan y ſupplée d'une façon bien ingénieuſe.

Pour exprimer cette ſérie croiſſante des grands arcs ſemi-diurnes & ſemi-nocturnes des zones glaciales ou polaires, il ſuppoſe le mouvement diurne du Soleil ralenti ſur l'horizon en été ou ſous l'horizon en hiver de toute la quantité de ces

longs jours ſans nuit & de ces longues nuits ſans jours; par ce moyen ſi ſimple, les jours & les nuits pôlaires qui ſembloient ſe ſouſtraire à la règle & au calcul, y entrent tout naturellement, & pour lors rien n'embarraſſant plus, M. de Mairan détermine, 1.° la latitude auquel le rapport des jours ſolſticiaux commence à devenir infini, & que la réfraction porte au 67.ᵉ deg. 4 min. 2.° La quantité des étés ſolaires de cette zone qui ſe trouvent par la continuité de la préſence du Soleil, beaucoup plus grands que ceux de la zone torride; 3.° enfin les étés & les hivers ſolaires à toutes les latitudes, avec une différence dont il donne une Table très-complète; le lecteur ne ſera peut-être pas fâché de trouver ici que ſous le parallèle de Paris, au 48ᵉ deg. 50 min. 10 ſec. de latitude boréale, l'été ſolaire eſt à l'hiver comme $16 \frac{82}{100}$ eſt à 1.

Tel devroit donc être le rapport entre l'été & l'hiver, ſi la chaleur n'étoit produite que par l'action du Soleil, & s'il ſe trouve différent, on ſera forcé d'admettre un principe de chaleur étranger au Soleil, qui ſe combinant avec ſes effets, puiſſe donner à l'été & à l'hiver, le rapport qu'on aura obſervé.

Il eſt aiſé de voir que ce rapport entre l'été & l'hiver réel de chaque climat, ne peut, comme le précédent, ſe déduire de raiſonnemens mathématiques, & qu'il ne peut être donné que par des obſervations faites à l'aide du thermomètre.

Il eſt encore aiſé de voir que ces obſervations veulent être faites dans chaque endroit ou avec le même thermomètre ou avec des thermomètres comparables, c'eſt-à-dire qui, à la même chaleur, donnent tous le même degré, & que cette condition de la comparabilité des thermomètres, devient abſolument néceſſaire pour la comparaiſon de l'été & de l'hiver des différens climats; heureuſement M. de Mairan s'eſt trouvé à portée de l'un & de l'autre, le thermomètre de l'Obſervatoire, établi par feu M. de la Hire, ſubſiſte encore & fournit des obſervations continuées depuis plus de quatre-vingt-dix ans dans le même endroit, & de plus on a parfaitement comparé ſa marche

avec celle des thermomètres de la conſtruction de feu M. de Reaumur, qui ſont, comme on ſait, comparables, & deſquels on s'eſt ſervi pour faire des expériences & des obſervations dans preſque tous les climats, ou pour réduire celles qui avoient été faites avec des thermomètres autrement gradués, & qu'on a toujours pu leur comparer.

C'eſt donc avec grande raiſon que M. de Mairan commence ſa ſeconde partie par un examen des différentes eſpèces de thermomètres, néceſſaire à les réduire à parler, pour ainſi dire, une même langue, & parce que les nombres qui expriment les rapports des étés aux hivers réels de chaque climat, ont été déterminés à l'aide du thermomètre, il les nomme *parties* ou *degrés thermométriques*, par oppoſition à ceux qui expriment les rapports des étés & des hivers ſolaires qui ont été déduits uniquement du calcul, & qu'il nomme *parties* ou *degrés trigonométriques*. Une queſtion ſingulière par laquelle M. de Mairan termine cette recherche, eſt celle du plus grand froid poſſible ou du o abſolu de chaleur, degré qui vraiſemblablement n'exiſte pas dans la Nature, mais le lecteur ne ſera peut-être pas fâché de voir, par le raiſonnement de M. de Mairan, qu'à meſure que la liqueur du thermomètre ſe condenſe, elle acquiert une plus grande difficulté à ſe condenſer; la fameuſe expérience de Péterſbourg, dans laquelle on a fait geler le mercure, a porté le froid artificiel à 592 degrés en partant du froid naturel de 31 degrés qui règnoit alors à Péterſbourg, que ſeroit-ce ſi on avoit fait cette expérience en Sibérie où le froid naturel eſt ſouvent de 53 degrés; ſi la diminution de la liqueur étoit toujours proportionnelle à l'augmentation du froid, le froid artificiel auroit dû être marqué par une deſcenſion de la liqueur de 1012 degrés, tandis qu'il n'y a dans le thermomètre que 1000 parties de liqueur, elle auroit donc dû être plus qu'anéantie; d'où il faut conclure, avec M. de Mairan, que le o abſolu du froid, eſt une chimère qui n'exiſte nulle part dans la Nature, & qu'il peut être regardé comme le point de jonction d'une aſymptote avec ſa courbe, dont on s'approche toujours ſans jamais y arriver.

Par une longue ſuite d'obſervations du thermomètre, faites à Paris, on trouve, en prenant un milieu entre toutes, l'été réel de 1026 parties, & l'hiver réel de 994 du thermomètre de M. de Reaumur; d'où ſuit cet étonnant paradoxe, que le chaud de l'été eſt à celui qui reſte encore dans l'air par le plus grand froid, dans la raiſon de 31 à 32; concluſion inconteſtable, mais que l'effet du grand chaud & du grand froid ſur nos ſens, ſembleroit déſavouer, ſi on ne ſavoit combien peu nous pouvons compter ſur leur rapport.

La propriété qu'ont les thermomètres de M. de Reaumur, d'être comparables, a permis de faire des obſervations ſuivies dans preſque toutes les parties de notre globe, tant au nord qu'au ſud de la Ligne, au moins M. de Mairan en a-t-il ramaſſé de preſque tous les endroits où ont été les Européens depuis plus de trente ans; on juge bien que toutes celles qui ont été faites à une même latitude, ne s'accordent pas parfaitement; une infinité de cauſes locales, telles que des bois, des eaux, la hauteur du ſol, la nature du terrein, &c. peuvent troubler cette uniformité; mais en prenant un milieu, comme on fait toujours en pareille occaſion, M. de Mairan arrive à cette étonnante concluſion, que la plus grande chaleur de l'été eſt la même dans tous les climats depuis l'Équateur juſqu'aux Cercles pôlaires, tandis que les hivers y ſont prodigieuſement différens.

Nous diſons depuis l'Équateur juſqu'aux Cercles pôlaires, parce que le peu de navigations faites dans les mers glaciales, n'a pas permis d'avoir aſſez d'obſervations du thermomètre pour s'aſſurer ſi l'été eſt encore dans ces parages le même que par-tout ailleurs; ſi cependant on veut, au défaut de preuves directes, ſe contenter de probabilités très-fortes, on ſera certainement très-porté à le croire; 1.° il eſt prouvé par les Journaux des navigateurs qui ont été dans les mers du Nord, à la recherche du paſſage aux Indes orientales, qu'en s'élevant à une certaine hauteur très-voiſine du Pôle & navigant à l'oueſt, ils avoient trouvé une mer ouverte & ſans glaces, & une température à peu-près ſemblable à celle qu'on éprouve

à Amſterdam. Que deviennent donc ces glaces éternelles de Pline? & pour dire quelque choſe de plus poſitif, celles qu'ont rencontrées à l'eſt les navigateurs qui ont voulu paſſer de ce côté? pour peu qu'on y faſſe attention, cette difficulté diſparoîtra bientôt; la mer ne gèle que peu ou point par elle-même, ſa ſalure l'en défend, les glaces qu'on y rencontre ſont formées de l'eau douce des rivières qui s'y jettent: or du côté de l'eſt ſont des fleuves immenſes qui traverſent les vaſtes cantons de la Samogitie & de la Sibérie; il n'eſt donc pas étonnant qu'on y trouve une grande abondance de glaces, au lieu que du côté de l'oueſt le terrein n'eſt qu'une chaîne de montagnes très-voiſines de la mer, qui ne peuvent fournir par conſéquent que des rivières très-courtes & très-foibles, & par conſéquent peu ou point de glaces au nord du nouveau Groënland; les glaces ne ſont donc que comme accidentelles dans la mer glaciale ſeptentrionale, & il y a grande apparence que ſon été rentre dans la loi commune & ſe trouve au pair de celui de Hollande, & peut-être même plus chaud, l'été ſolaire qui fait partie du réel, devant, à raiſon de la continuité des jours, y être conſidérablement plus fort.

On a fort peu de relations de voyages faits à la partie voiſine du pôle auſtral: cependant le fameux Capitaine Gonneville fit, en 1504 & 1505, un voyage dans cette partie du monde; il y paſſa ſix mois, & il en ramena un Auſtralien, fils de Roi & nommé Eſſoméric, qui fut baptiſé & marié en France, & dont le fils publia une relation de ce voyage. Il y eſt dit que les habitans y étoient très-légèrement habillés; que le pays étoit fertile, & les habitans très-ſociables & très-raiſonnables: rien de tout cela n'indique les froids exceſſifs qu'on attribue à cette zone, & ſi le plus grand éloignement du Soleil pendant leur hiver, doit rendre le froid plus vif qu'il n'eſt à pareille latitude dans la partie ſeptentrional du globe, on peut ſuppoſer ſans témérité que cette différence eſt bien petite, & que l'été doit ne pas s'écarter de la règle générale des 1026 degrés du thermomètre.

Comme il ſe trouve par-tout une infinité de cauſes locales

& accidentelles, qui peuvent faire varier l'intenſité du chaud & du froid à la même latitude; M. de Mairan, pour rappeler le tout au calcul, a très-ſagement pris pour chaque latitude un terme moyen qu'il nomme *été* & *hiver rationnels*; & c'eſt en déduiſant de ces étés & hivers rationnels l'action du Soleil ou plutôt ſes effets, qu'il nomme *étés* & *hivers ſolaires*, qu'on verra ce qu'opère à chaque latitude le feu central ou la chaleur propre & inhérente à la Terre.

Il eſt évident que pour pouvoir comparer enſemble les étés & les hivers ſolaires, uniquement exprimés en parties trigonométriques, avec les étés & les hivers réels ou rationnels exprimés en parties du thermomètre, il faut les réduire à une meſure commune; c'eſt à quoi s'applique d'abord M. de Mairan, &, par un calcul fort ſimple, il détermine que le degré du thermomètre de M. de Reaumur répond à 416 $\frac{1}{32}$ parties trigonométriques, dont 15233 expriment la différence de l'été ſolaire à l'hiver ſolaire de Paris. A l'aide de cette évaluation, il parvient à une formule qui exprime, pour toute latitude donnée, la valeur de l'émanation centrale qui fait le fonds de chaleur conſtant du climat & auquel s'ajoute la chaleur du Soleil en été & en hiver; & cette formule l'a mis en état de former une Table qui préſente aux yeux tout le tableau de cette eſpèce de ſyſtème.

La ſeule inſpection de ce tableau, démontre évidemment l'exiſtence d'un feu central: en effet, comment expliquer ſans cela la proportion de l'été réel à l'hiver réel, dont la différence n'eſt que de 32 ſur 1026 ou $\frac{1}{32}$ du total, tandis que la proportion de l'été à l'hiver ſolaire eſt à très-peu près comme 17 à 1; il faut abſolument qu'il y ait un fonds de chaleur conſtant dans la Terre qui faſſe diſparoître cette énorme différence, & il eſt au moins très-probable que cette ſource de chaleur eſt placée au centre de la Terre: il ſeroit inutile de dire que ce fonds de chaleur eſt le fruit de l'action du Soleil accumulée, car en ce cas, elle iroit toujours en croiſſant, ce que l'on n'obſerve point; & nous allons bientôt voir un grand nombre d'autres raiſons qui concourent à

le faire regarder comme un feu placé au centre du globe & dont les émanations se font jour à travers la croûte plus ou moins épaisse & plus ou moins dense qui le recouvre.

Sans ce feu central & ses émanations, la Terre entière ne seroit qu'une masse de glace inanimée & stérile, car alors il n'auroit plus d'autre chaleur que celle que lui communique le Soleil : or en supposant les deux tiers du globe éclairés par le Soleil, ce qui est bien au-delà de la réalité, & l'intensité de sa chaleur égale à celle de l'été solaire sous l'Équateur, il n'en résultera jamais qu'une température égale à celle que marqueroient 20 degrés du thermomètre; or il faut 1000 de ces degrés pour empêcher l'eau de geler, il est donc évident que sans le feu central le globe seroit perpétuellement gelé & dans une inaction totale; les fermentations souterraines ne formeroient qu'une ressource insuffisante, & cette objection tombera d'elle-même dès qu'on se rappellera que la fermentation ne peut avoir lieu sans un degré de chaleur & de fluidité convenables, & où seroient cette chaleur & cette fluidité dans les parties d'une masse absolument gelée?

Sans ce feu central, on ne pourroit absolument rendre une raison satisfaisante de l'égalité des étés que nous avons fait voir régner par toute la Terre ; mais en adoptant la belle théorie de M.rs Newton, Hughens & Léibnitz sur la formation de la Terre, jointe à l'existence d'un feu central, l'explication de ce phénomène surprenant, devient toute naturelle. Si la Terre a été, comme le supposent ces habiles Physiciens, une masse fluide ou même une pâte molle assujettie à un mouvement de rotation & qui se soit durcie par l'action des rayons du Soleil auxquels elle étoit exposée, elle l'aura été d'autant plus profondément qu'elle y étoit plus exposée : or il est certain que la zone torride étoit dans ce cas, & que par conséquent la croûte terrestre a dû y être plus épaisse & moins perméable aux émanations centrales; par la même raison, son épaisseur sera toujours proportionnelle à la force des étés solaires, & comme cette épaisseur est l'obstacle qui s'oppose aux émanations du feu central, elles seront d'autant

moindres que l'été ſolaire eſt plus chaud, & tout rentrera dans une parfaite égalité.

Cette égalité peut cependant être troublée; des aſſemblages de montagnes, un pays naturellement élevé, augmentent l'épaiſſeur de la croûte & s'oppoſent davantage aux émanations centrales; des bancs de roche très-étendus enfermés ſous le terrein, peuvent encore produire le même effet; & l'une ou l'autre de ces cauſes, peut-être toutes les deux enſemble, produiſent vraiſemblablement les froids exceſſifs de la Sibérie & de quelques autres endroits, tandis que ſous le même parallèle on jouit d'une température beaucoup plus douce. Nous avons au reſte déjà traité cette même matière, en 1749 *, d'après M. de Mairan lui-même, & pour éviter des redites inutiles, nous prions le Lecteur d'y vouloir bien recourir; il y trouvera un grand nombre de preuves en faveur de cette même opinion.

* *Voy. l'Hiſt. de 1749, p. 59.*

Les mers, dont la profondeur rend le fond plus voiſin des émanations centrales, doivent en recevoir un degré de chaleur ſenſible; auſſi, ſelon les obſervations de feu M. le Comte de Marſigli, leur température eſt-elle conſtamment, hiver & été, de $10^{d}\frac{1}{2}$ du thermomètre de M. de Reaumur, à peu-près au même degré que les caves de l'Obſervatoire: il peut cependant arriver que le plus ou moins de profondeur & des circonſtances purement accidentelles dérangent cette uniformité.

L'atmoſphère n'eſt pas plus exempte que la mer de l'action des émanations centrales; elles la pénètrent 1.° en raiſon des diſtances à la Terre ou de quelqu'une de leurs fonctions; 2.° en raiſon de la rareté des différentes couches d'air, étant bien conſtant que les corps ne reçoivent & ne retiennent de chaleur qu'à raiſon de leur denſité. Or comme l'atmoſphère eſt conſidérablement moins denſe dans les couches ſupérieures que dans les inférieures, il en réſulte que l'action des émanations centrales, très-ſenſible au voiſinage de la Terre, devient comme nulle dans les couches très-élevées: & de-là les grêles qui ſe forment dans cette partie haute, & les glaces qui enveloppent la cime des hautes montagnes, même au milieu de la zone torride.

Cette même diminution de chaleur dans les couches de

l'atmoſphère, ſert encore à rendre raiſon d'un phénomène d'une autre eſpèce; le célèbre M. Mariotte avoit donné une règle pour déterminer la hauteur des montagnes par le moyen du baromètre; cette règle eſt fondée ſur ce qu'à des hauteurs égales du mercure dans le baromètre, il doit répondre des couches d'air d'autant plus épaiſſes que l'air en cet endroit ſera moins peſant: or il le ſera d'autant moins que la couche d'air ſera priſe dans un lieu plus élevé, puiſqu'elle ſera là dégagée de tout le poids de l'air qui eſt au-deſſous d'elle; M. Mariotte avoit déterminé cette proportion en calculant les poids dont chaque couche étoit chargée, & en partant des couches voiſines de la Terre deſquelles on connoiſſoit l'épaiſſeur qui répond à une ligne de mercure; mais l'expérience a fait voir que dès que les hauteurs devenoient un peu fortes, la règle étoit en défaut & les donnoit d'un cinquième ou d'un ſixième trop petites, & on s'étoit cru en droit de révoquer en doute le calcul de M. Mariotte, ce n'étoit cependant pas à lui qu'il falloit s'en prendre, mais à l'inégalité d'action des émanations centrales qui échauffent ſenſiblement les couches voiſines de la Terre, tandis qu'elles n'agiſſent que très-peu ſur les autres, & de laquelle M. Mariotte auroit certainement tenu compte dans ſon calcul, s'il l'avoit connue; en rétabliſſant cet élément, la règle ſe trouve quadrer avec l'expérience.

Les ſaiſons & leurs viciſſitudes, les mers, la terre, l'air, en un mot toutes les dépendances de notre globe, paroiſſent donc liées eſſentiellement à cette hypothèſe, mais voici quelque choſe de bien plus fort.

Perſonne n'ignore l'extrême reſſemblance des Planètes à la Terre, elles ſont comme elle des globes ſolides, & capables de réfléchir la lumière; comme elle, elles ont un mouvement de rotation qui leur procure l'alternative des jours & des nuits; comme elle, elles décrivent des orbes elliptiques autour du Soleil; comme elle, elles ont des parties plus ou moins obſcures; comme elle, elles ont un axe & des Pôles plus ou moins inclinés à leur orbite; comme elle, les plus éloignées ont des Lunes ou Satellites pour les éclairer pendant leurs nuits;

nuits; à tant de traits de reſſemblance, il n'eſt pas étonnant qu'un grand nombre de célèbres Phyſiciens aient ajouté celui d'être habitées comme la Terre; mais que deviendroient des habitans (du moins ſemblables à nous) dans Saturne où tout ſeroit abſolument gelé par l'éloignement où il eſt du Soleil, dix fois plus grand que celui de la Terre? que deviendroient-ils dans Mercure, ſi voiſin de cette ame de la Nature où notre eau ne pourroit ſubſiſter un moment ſans ſe réduire en vapeurs? Mais ſi on veut bien ſe rappeler que l'action du Soleil n'équivaut pas ſur notre globe la 29.e partie de l'émanation centrale dans l'été, & la 4 ou 500.e partie dans l'hiver, on verra bientôt que la chaleur du Soleil ne ſeroit ſuffiſante ni dans Saturne, ni dans Mercure; mais en rétabliſſant le feu central dans ces deux Planètes, Mercure, plus durci par l'action du Soleil, ne permettra que des émanations très-foibles, tandis que Saturne, beaucoup moins endurci, en permettra de très-fortes, & tout rentrera dans une égalité d'autant plus parfaite que l'endurciſſement de la croûte extérieure, toujours en raiſon renverſée de la force des émanations, eſt auſſi en raiſon directe de la chaleur du Soleil.

L'extrême diſtance ou la grande proximité du Soleil, ne ſont donc pas des raiſons ſuffiſantes pour regarder les planètes comme inhabitables; cette déciſion ſeroit auſſi peu fondée que celle des anciens, qui ne croyoient pas qu'on pût vivre dans la zone torride ni dans les zones glaciales; mais les Planètes ſont-elles réellement habitées? M. de Mairan, n'a garde de le ſoutenir, il ſe contente de faire voir que d'après ſon ſyſtème, un des mieux liés peut-être de toute la Phyſique céleſte, elles ne ſont pas inhabitables. Plus on eſt éclairé ſur ces matières, moins on eſt preſſé de décider; auſſi M. de Mairan s'eſt-il tenu à l'examen des faits & des circonſtances dont l'accord forme une preuve, preſque démonſtrative, laiſſant au lecteur à en déduire les conſéquences.

SUR LA

DURÉE DE LA SENSATION DE LA VUE.

V. les Mém. p. 439.

LES ſens, & particulièrement celui de la vue, ſont la ſeule voie par laquelle peuvent nous être tranſmiſes les connoiſſances de fait & d'expérience qui ſont la baſe de la Phyſique; mais nous ne devons pas perdre de vue que ces guides ſi néceſſaires, peuvent nous égarer ſi nous ne ſommes pas aſſez inſtruits de la manière dont ils nous tranſmettent l'impreſſion qu'ils ont reçue des objets extérieurs: il eſt donc néceſſaire d'examiner ſoigneuſement cet objet, & il ſe paſſe dans nos ſenſations un effet auquel on n'a pas fait attention juſqu'ici, & que M. le Chevalier d'Arcy a jugé aſſez important pour en faire l'objet de ſes premières recherches ſur cette importante matière.

Cet objet eſt la durée de nos ſenſations ou le temps qu'elles ſubſiſtent après que la cauſe qui les produit a ceſſé d'agir: pour mieux éclaircir ce point, examinons les effets de cette durée par rapport à l'organe de la vue. L'anneau lumineux qu'on voit en tournant rapidement un flambeau, les ſoleils tournans d'artifice, la forme de fuſeau qu'on voit prendre à une corde en vibration, ſont une ſuite de cette durée de notre ſenſation, & n'ont lieu que parce que le corps lumineux ou la corde ſont plus tôt revenus au point d'où ils étoient partis, que la ſenſation excitée dans notre organe n'a été éteinte. Il eſt aiſé de s'apercevoir combien les limites de cette durée ſont importantes à connoître pour y avoir égard toutes les fois qu'il s'agira de mouvemens très-vifs & très-prompts, & dans quelles erreurs on pourroit tomber en négligeant cet élément; les erreurs même pourroient être d'autant plus à craindre, que ſi le plus ou le moins de vivacité de lumière que renvoient les corps rend leur ſenſation plus ou moins durable, il faudra de néceſſité ſe mettre en garde contre le plus ou le moins de ſenſibilité des yeux des Obſervateurs, & en choiſir qui aient la vue bien

égale pour les obſervations correſpondantes qui demanderont un certain degré de préciſion : il étoit donc néceſſaire de s'aſſurer de la durée de la ſenſation de la vue, ou, pour s'expliquer préciſément, de trouver par expérience combien de temps elle ſubſiſte après la ceſſation de la cauſe qui l'a produite.

Pour y parvenir, M. le Chevalier d'Arcy imagina une machine, au moyen de laquelle il pouvoit faire mouvoir circulairement, avec telle vîteſſe qu'il vouloit, un corps lumineux ou fort apparent, & meſurer exactement cette vîteſſe.

La principale partie de cette machine eſt une croix dont chaque branche eſt un canon, dans lequel on peut faire tenir, au moyen d'une vis, des verges d'acier plus ou moins longues & alonger ou raccourcir à volonté, par ce moyen, les bras de la croix; ces bras étoient garnis de volans qui, ſelon leur grandeur, leur inclinaiſon ou leur diſtance au centre, ſervoient à modérer le mouvement, & de griffes deſtinées à retenir les corps qu'on vouloit mettre en expérience, & qui, au moyen d'une vis, pouvoient ſe placer à telle diſtance du centre qu'on jugeoit à propos; l'arbre de cette croix pénétroit dans une cage contenant pluſieurs roues, deſquelles elle recevoit ſon mouvement par le moyen d'un poids, & la dernière de ces roues, qui ne faiſoit qu'un tour tandis que la croix en faiſoit mille, portoit quatre chevilles qui levoient, l'une après l'autre, un marteau frappant ſur un timbre; d'où il ſuit qu'entre chaque coup de marteau, on étoit ſûr que la croix avoit fait deux cents ſoixante-quinze tours.

Il étoit donc facile, au moyen d'une pendule à ſecondes, de meſurer exactement la durée de chaque révolution d'un bras de la croix, & par conſéquent de voir quelle vîteſſe étoit néceſſaire pour qu'un charbon allumé, par exemple, fixé à un des bras de la croix, donnât l'apparence d'un cercle de feu continu.

Ce fut effectivement par cette expérience que commença M. le Chevalier d'Arcy : une perſonne, placée dans une chambre à peu-près à la hauteur de la machine & à une médiocre diſtance, obſervoit, par un trou fait à un volet, les

révolutions d'un charbon ardent attaché à la croix, & une pendule à ſecondes placée près de lui, indiquoit le temps écoulé entre chaque coup du marteau de la machine; voici les réſultats de l'expérience.

La vîteſſe du charbon étant telle qu'il y eût 36 ſecondes entre chaque coup de marteau, c'eſt-à-dire d'environ 8 tierces par révolution, l'anneau de feu paroiſſoit continu & ſans aucune interruption; mais quand on la ralentiſſoit juſqu'à ce qu'il y eût ſeulement 41 ſecondes d'intervalle entre chaque coup de marteau, on voyoit dans l'anneau lumineux des inſtans de diſcontinuité. La même choſe avoit lieu lorſqu'on plaçoit ſur la croix deux charbons à des diſtances inégales, avec cette ſeule différence qu'en diminuant la vîteſſe, la diſcontinuité de l'anneau ſe faiſoit remarquer dans le grand plus tôt que dans le petit; la même apparence ſubſiſtoit encore lorſqu'on regardoit par une fente qui ne permettoit de voir qu'une partie de l'anneau, preuve évidente que ce n'étoit pas un mouvement machinal & involontaire de l'œil qui, en ſuivant le charbon, auroit produit l'apparence de l'anneau, elle avoit encore lieu, ſoit que l'Obſervateur employât au lieu de la vue ſimple, une lunette ou une pinnule; d'où il ſuit qu'il ne pouvoit être attribué qu'à la durée de la ſenſation.

M. le Chevalier d'Arcy s'y prit encore d'une autre manière; il plaça le corps lumineux derrière la machine & fixa ſur une des branches de la croix, un diſque opaque, qui, à chaque révolution, le cachoit en paſſant; la ſenſation de ce corps lumineux parut être ſans interruption dès qu'il ſe trouva entre chaque coup de marteau de la machine, un intervalle de 40 ou 41″, ce qui ſembleroit indiquer que la vîteſſe ne ſeroit pas la même pour produire la ſenſation d'un cercle lumineux, que pour donner la ſenſation continue d'un point lumineux devant lequel paſſe un diſque opaque; peut-être auſſi eſt-il plus difficile de s'aſſurer de la continuité de la ſenſation continue du point lumineux, que de la continuité de l'anneau, ſur-tout cette différence de vîteſſe n'allant pas à un quart de tierce ou à la 240.e partie d'une ſeconde.

Les expériences que nous venons de rapporter, avoient été faites pendant la nuit, M. le Chevalier d'Arcy en fit d'autres pendant le jour; il reprit, par exemple, celle du disque opaque, mais au milieu duquel il avoit ménagé une ouverture par laquelle l'Observateur pouvoit voir un objet éloigné: il est clair que le reste du disque en tournant, devoit cacher l'objet à l'Observateur; cependant quand on lui eut donné une vîtesse suffisante, l'objet parut d'une manière continue comme si rien n'en eût intercepté la vue, avec cette seule différence, qu'il paroissoit un peu moins éclairé.

Il comptoit après avoir déterminé la durée de la sensation de la vue, par les expériences que nous venons de rapporter, examiner, au moyen de corps blancs & de différentes couleurs, éclairés par le Soleil, 1.° si les différentes intensités de la lumière n'occasionneroient pas des variétés sensibles dans la durée des sensations; 2.° si les variétés dans la distance de l'Observateur à l'objet, n'en occasionneroient pas une; 3.° enfin si les rayons du Soleil de différentes couleurs, dont on attribue la diverse réfraction à la différence de vîtesse, ne produiroient pas du plus ou du moins dans la durée des sensations, mais le mauvais temps ne lui a pas permis de remplir exactement toutes ces vues, il résulte seulement des expériences que le temps lui a permis de faire, qu'il faut à peu près la même vîtesse aux corps blancs qu'au charbon de feu, pour leur faire prendre l'apparence d'un anneau; qu'un disque circulaire, moitié jaune & moitié bleu, produit par sa révolution un anneau vert; qu'un autre sur lequel on avoit placé les sept couleurs du spectre solaire, avoit donné, par sa révolution, un anneau d'un blanc uniforme, mais qui n'étoit pas parfait, vraisemblablement parce que la vraie proportion des couleurs n'avoit pas été gardée; & enfin que ces dernières expériences ayant été répétées pendant la nuit à la clarté d'un flambeau, la première a donné un anneau vert, comme dans le jour, & la dernière un blanc gris-de-lin.

Il seroit certainement bien curieux de reconnoître si cette durée de la sensation de la vue, seroit la même dans des

perſonnes différentes; cette idée entroit dans le projet d'expérience de M. le Chevalier d'Arcy, mais il n'a pu encore l'exécuter, & il ne s'eſt même déterminé à publier celles dont nous venons de rendre compte, que dans la vue d'exciter les Phyſiciens à ſuivre cet objet important: il réſulte de celles-ci qu'on peut évaluer à 8 tierces la durée de la ſenſation de la vue; il eſt certain que celle de l'ouïe a auſſi une durée ſenſible, ſans cela l'anche d'un tuyau d'orgue ne feroit entendre que des coups ſéparés de la languette contre le demi-cylindre qui fait le corps de l'anche: cette matière eſt une des plus importantes de la Phyſique, il pourroit en réſulter qu'un grand nombre d'effets qui nous paroiſſent continus, ne le ſont cependant pas. Plus on avance dans l'étude de la Phyſique, plus on découvre de raiſons de ſe défier du rapport de nos ſens, & de chercher à ne pas confondre les vérités de fait avec les illuſions dont elles peuvent être environnées.

OBSERVATIONS

DE PHYSIQUE GÉNÉRALE.

I.

M. FOUGEROUX a fait voir à l'Académie un Égagropile ſingulier, trouvé dans une campagne qui fait partie de la Savoie, proche les montagnes des Alpes; la forme de cet égagropile eſt très-différente de la figure ſphérique qu'affectent ordinairement ces ſortes de productions, celui-ci avoit quinze facettes aplaties & qui formoient des pentagones, la plupart réguliers; le poil ou la bourre qui le formoit étoit très-ſerré, ce qui lui donnoit plus de conſiſtance que ces corps n'en ont ordinairement: on a trouvé en l'ouvrant, à ſon centre, un morceau de bois dur & anguleux, qui, vraiſemblablement lui avoit donné origine, mais la circonſtance dans laquelle il a été trouvé, n'a pas permis de reconnoître l'animal

dans l'estomac duquel il s'étoit formé & moins encore de déterminer la cause des différences qui le distinguent des autres égagropiles.

II.

Le 19 Mai 1765, à 11^h 15$'$ du matin, on ressentit à Toulouse une secousse assez forte, de tremblement de terre; la direction du balancement étoit du nord au sud, & cette secousse qui dura 3 secondes, fut si sensible, qu'un grand nombre de personnes, & sur-tout celles qui étoient aux seconds & troisièmes étages, s'en aperçurent; un homme assis dans un fauteuil & appuyé contre une cloison en plâtre, ressentit une si vive commotion, qu'il laissa tomber un livre qu'il tenoit à la main; tous les meubles éprouvèrent des balancemens très-sensibles & une porcelaine qui étoit sur une cheminée, fut jetée par terre & brisée en mille pièces; les bouteilles & les verres se heurtèrent dans les buffets, & les papiers placés sur des tablettes, furent renversés: trois Chartreux qui étoient alors dans l'appartement des hôtes, ressentirent vivement la secousse & assurèrent qu'ils avoient entendu la charpente craquer & senti les solives s'ébranler sous leurs pieds; le même jour & environ quatre heures après ce phénomène, il y eut un très-grand orage accompagné d'une pluie si considérable qu'il tomba en peu de temps plus de 10 lignes d'eau; le thermomètre étoit monté à 21 degrés au-dessus de la congélation, & le mercure étoit dans le baromètre à 27 pouces 8 lignes; le temps avoit été très-variable & très-pluvieux depuis le commencement du mois de Mai: de pareilles secousses ont été ressenties le même jour & à la même heure à Narbonne & dans la partie du pays de Foix, voisine des Pyrénées. Ce détail est tiré de deux lettres, l'une de M. Marcorelle, & l'autre de M. Darquier, tous deux Correspondans de l'Académie.

III.

Trois des plus riches provinces du royaume de Naples, savoir la *Capitanate*, la *terre de Bari* & celle d'*Otrante*, ont été désolées pendant plusieurs années par des nuées de sauterelles qui dévoroient absolument tous les biens de la terre; ce

fléau a donné lieu à une infinité de recherches pour s'en garantir, quelques-unes ont réussi & les moyens qu'elles ont fournis, tirés d'une dissertation sur ce sujet, envoyée à M. l'abbé Nollet, par M.lle Ardinghelli, & communiquée à l'Académie par M. Fougeroux, lui ont paru mériter d'être donnés au Public ; ces insectes vinrent en bandes considérables dans l'été de 1758 & détruisirent toute la verdure, vignes, blés, oliviers, bois, en un mot toutes les feuilles furent dévorées; elles se retirèrent alors dans les terres non garnies de plantes & à l'abri de l'humidité, pour y déposer leurs œufs, & elles y creusèrent des petites fosses pour s'y loger; les mères y moururent & laissèrent leurs œufs enveloppés dans une espèce de gaine de la forme & de la grosseur du petit doigt, & chaque gaine en contenoit une trentaine; on jugera aisément de l'étrange multiplication de ces insectes, lorsque les œufs vinrent à éclore au printemps : des hôtes si incommodes exigeoient qu'on cherchât les moyens de s'en délivrer; voici ceux qui ont été pratiqués avec succès.

Le premier fut de brûler les œufs & même les jeunes sauterelles, avant qu'elles pussent voler, on alluma pour cet effet des feux de paille dans les endroits qui en étoient infectés; ces feux étoient à peu de distance les uns des autres, & placés de manière que les insectes ne pussent éviter l'un sans tomber dans l'autre, sur-tout étant poursuivis par les habitans qui les chassoient; d'autres les obligeoient à se jeter sur une grande serpillière étendue sur le terrein & les enterroient ensuite dans des creux qu'on recouvroit de terre.

On employa encore une longue pièce de bois portée sur des roulettes & garnie par-derrière de longues branches d'épines, chargées de sacs pleins de terre; lorsque cette machine étoit mise en mouvement avec des bœufs qui la tiroient, les sauterelles qui se trouvoient sur la route étoient infailliblement écrasées par les épines; & on observa, pour rendre cette opération plus utile, de la faire le matin & le soir, temps auquel on trouve communément les sauterelles rassemblées & moins vives que vers le haut du jour.

Mais

Mais le moyen qu'on employa avec le plus grand ſuccès, fut celui de labourer, en Septembre & en Octobre, les terreins qui contenoient des œufs, pour découvrir les gaines où ils étoient contenus & de les ramaſſer alors pour les brûler; ſi quelques-unes échappoient aux recherches, les pluies d'hiver qui les trouvoient découvertes, les faiſoient périr; au mois de Mars on cherchoit avec la pioche les gaines qui avoient échappé, puis on y mettoit les porcs, qui, pour avoir ces gaines dont ils ſont très-friands, retournoient la terre & achevoient de les détruire; ces porcs qu'on élève dans le royaume de Naples, ſont noirs, plus petits que les cochons qu'on élève ordinairement en France, & preſque ſemblables à ceux qu'on nomme ici des *tonquins*.

A tous ces moyens qui ont été mis en uſage dans le royaume de Naples, nous ne pouvons nous diſpenſer de joindre celui que Thomas Gage aſſure avoir vu mettre en pratique dans le territoire de *Mixco*, village de l'audience de Guatimala; il rapporte * qu'une nuée de ces inſectes y étant venu fondre & menaçant le canton d'une déſolation entière, les Magiſtrats firent prendre aux habitans des tambours, des trompettes, des cors, &c. & que ce grand bruit chaſſa les ſauterelles, qu'ils pouſsèrent juſqu'à la mer du Sud où elles trouvèrent leur tombeau.

* *Voyages de Thomas Gage dans la nouvelle Eſpagne, 3.e Partie, chap. XX, p. 183.*

I V.

M. le Préſident Ogier, Ambaſſadeur de France en Danemarck, a mandé à M. du Hamel, que dans une terre appelée *Kokoret*, il s'étoit trouvé un hêtre de 65 pieds de hauteur & de 12 pieds 10 pouces de circonférence, dans le tronc duquel il y avoit à la hauteur de 2 pieds 5 pouces de terre, une pierre de figure oblongue & irrégulière, d'environ 6 pieds de long ſur 5 pieds 2 pouces de large & 3 pieds 6 pouces d'épaiſſeur, tellement engagée par une de ſes extrémités, qu'elle étoit abſolument ſoutenue en l'air; il eſt très-probable que le tronc de cet arbre, lorqſu'il étoit jeune, s'eſt trouvé très-ſerré contre cette pierre, & qu'en prenant de la groſſeur, le bois s'eſt étendu deſſus & deſſous la pierre, qui, par ce moyen, a été aſſez ſerrée par la partie ligneuſe, pour ſe

ſoutenir en l'air lorſque les eaux de la neige & de la pluie ont emporté la terre qui étoit deſſous, ce qui eſt d'autant plus probable que l'arbre étant ſur une petite butte, l'eau en a eu d'autant plus de facilité à enlever la terre, qui d'abord ſoutenoit la pierre.

V.

M. Rigault, Médecin & Phyſicien de la Marine, à Calais, a mandé à M. l'abbé Nollet, que voulant s'aſſurer ſi les lumières ſcintillantes qui paroiſſent de temps en temps dans l'eau de la mer, étoient cauſées par des inſectes lumineux, comme cet Académicien le penſoit ; il avoit mis dans un demi-ſétier d'eau de mer qui contenoit de ces points lumineux, une ſeule goutte d'acide nitreux ; qu'à l'inſtant une quantité prodigieuſe de ces inſectes, parurent très-lumineux & ſe donnant un peu de mouvement, mais que 3 ou 4 ſecondes après ils ceſsèrent de briller & ſe précipitèrent au fond du vaiſſeau, où ils reſtèrent ſans lumière, quelqu'agitation qu'on lui donnât : deux gros du même acide produiſirent le même effet dans une barrique de deux cents quarante pintes, la même choſe arriva en employant l'acide vitriolique aux mêmes doſes, mais l'acide marin ne parut pas agir ſi promptement ; il fallut une livre de vinaigre pour produire le même effet que deux gros d'eſprit de nitre; l'huile de tartre & l'alkali volatil éteignent les inſectes bien plus difficilement que les acides minéraux, mais M. Rigault a tenté inutilement de faire reparoître ceux que les acides avoient détruits, en neutraliſant les acides avec ces alkalis; il n'a pu même les empêcher de périr en opérant cette neutraliſation, avant qu'ils euſſent perdu toute leur lumière. Il réſulte des expériences de M. Rigault, que l'eau de la mer contient réellement des inſectes qui forment les points lumineux qu'on y obſerve, comme l'avoit avancé M. l'abbé Nollet.

VI.

A l'occaſion de la différence entre l'action des acides & celles des alkalis ſur les inſectes lumineux de la mer, M. le Duc de Chaulnes rapporta l'obſervation ſuivante qu'il avoit faite pluſieurs fois; on connoît aſſez les petites anguilles qui

ſe voient avec une forte loupe ou un microſcope dans le vinaigre affoibli, ſi on met dans ce vinaigre quelques gouttes d'eau-forte, elles périſſent très-vîte & on les trouve toutes roulées en ſpirale, mais ſi au lieu de l'acide on y introduit de la ſolution d'alkali, alors elles réſiſtent bien plus long-temps & meurent en s'alongeant : l'acide excite vraiſemblablement dans ces animaux un mouvement violent & convulſif que n'y cauſe pas l'alkali, ce qui confirme parfaitement les obſervations de M. Rigault.

VII.

M. Hériſſant a fait voir à l'Académie, que l'opercule du limaçon de vigne, ou cette pièce qui ferme ſa coquille en hiver, lorſqu'on dit qu'il eſt *vitré*, n'eſt point formé, comme on l'avoit cru juſqu'ici, par une humeur viſqueuſe ou baveuſe, qui s'épaiſſit & ſe durcit à l'air; mais que cette partie eſt formée comme les coquilles, de deux ſubſtances principales dont la première eſt animale & ſingulièrement organiſée, & la ſeconde purement terreuſe. M. Hériſſant ſe réſerve de donner dans ſon ouvrage ſur l'organiſation des coquilles des animaux, un détail très-intéreſſant ſur le mécaniſme admirable par lequel cet opercule prend naiſſance; il a fait voir que ſa ſubſtance animale a appartenu à l'animal même, de l'empattement duquel elle ſe détache ſous la forme d'une membrane fine & déliée, qui acquiert bientôt de la ſolidité par la préſence de la ſubſtance terreuſe qui y abonde tout-à-coup en quantité ſuffiſante pour produire une ſorte d'incruſtation à peu-près ſemblable à celle que M. Hériſſant a découverte dans la formation des coquilles d'œufs.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires,

Les Obſervations ſur le lieu appelé *Solfatara*, près la ville de Naples: Par M. Fougeroux. V. les Mém. page 267.

Les Obſervations ſur une mine de Charbon de terre, qui brûle toujours: Par le même. Page 389.

Et les Obſervations Botanico-météorologiques, faites à Denainvilliers près Pluviers: Par M. du Hamel. Page 576.

ANATOMIE.

SUR LA CIRCULATION DU SANG DANS LE FOIE DU FŒTUS.

V. les Mém. page 35.

* Voy. l'Hist. de 1753, page 117.

NOUS avons rendu compte en 1753 *, du commencement de ce travail de M. Bertin, & nous y avons exposé toute la théorie de la circulation du sang dans le foie, tant du fœtus que de l'adulte, de laquelle il résulte, contre le sentiment de la plus grande partie des Anatomistes, que dans le fœtus, la veine ombilicale fournit au foie la plus grande partie du sang qu'il reçoit; que cette veine se divise ensuite en deux branches, dont l'une se jette dans la veine-cave & l'autre s'unit avec la veine-porte; que le sang de cette veine coule dans le foie de gauche à droite; mais qu'au moment de la naissance, la veine ombilicale cessant sa fonction, le sang de la veine-porte rebrousse, pour ainsi dire, chemin, pour remplir, par la communication établie entre ces deux veines, les rameaux que la veine ombilicale avoit jetés dans le foie, où il va jusqu'à la mort dans une direction absolument contraire à celle qu'il avoit dans le fœtus.

M. Bertin a donné cette année la suite de cet important Ouvrage dans deux Mémoires séparés; le premier contient la description des veines hépatiques, & principalement des rameaux de communication, jusqu'à présent ignorés, qui passent immédiatement de la veine-porte & de la veine ombilicale dans les veines hépatiques, & enfin des conséquences qu'on en peut tirer pour l'intelligence du vrai cours du sang dans le foie du fœtus & dans celui de l'adulte, & des ressources que la Nature s'est ménagées dans cette construction en cas de maladie de ce viscère.

Les veines hépatiques qui forment, au sortir du foie, des

branches de la veine-cave, ont des ramifications très-nombreuſes; ces ramifications prennent naiſſance dans les grains glanduleux du foie, & c'eſt-là vraiſemblablement que ſont leurs anaſtomoſes ou jonctions avec les extrémités des rameaux, fournis par la veine-porte & par la veine ombilicale qui font à l'égard du foie la fonction d'artères.

Des anaſtomoſes ſemblables uniſſent les extrémités des branches capillaires des artères à celles des veines; elles ſont une ſuite néceſſaire de la circulation, & le paſſage des injections des artères dans les veines, en démontre l'exiſtence: mais ces jonctions immédiates ſont très-difficiles à apercevoir, & les plus célèbres Anatomiſtes de l'antiquité n'ont pu avoir cette ſatisfaction. Leuwenhoëck & Malpighi ont été plus heureux: à l'aide des microſcopes, ils en ont aperçu quelques-unes dans le poumon, le méſentère & la queue de quelques animaux; M. Bertin lui-même, après bien des tentatives inutiles, eſt parvenu à apercevoir diſtinctement deux anaſtomoſes, l'une de l'artère bronchique avec une veine œſophagienne & avec une branche veineuſe du tronc intérieur des pulmonaires gauches, & il a vu quatre fois l'artère radiale donner une branche viſible qui s'ouvroit dans une des deux veines ſatellites dont on ſait qu'elle eſt accompagnée.

Puiſque la veine-porte & la veine ombilicale font dans le foie fonction d'artères, ce ſeroit donner une preuve de la circulation que de démontrer qu'elles euſſent des anaſtomoſes viſibles avec les veines hépatiques; les injections qui paſſent aiſément des unes aux autres, ſont une preuve certaine de l'exiſtence de ces anaſtomoſes, mais perſonne juſqu'ici n'avoit pu parvenir à les voir; & ſi Spigel & Bartholin en ont donné des figures, l'énorme grandeur qu'ils donnent à ces communications fait voir évidemment qu'ils ſe ſont trompés en prenant pour ces anaſtomoſes des eſpèces de collemens ou d'unions membraneuſes que les branches capitales des veines hépatiques contractent avec celle de la veine-porte aux endroits où elles ſe croiſent, mais ſans aucune communication des unes aux autres.

Les Anciens avoient trouvé un autre moyen de rendre raiſon

du paſſage du ſang & des injections, du tronc de la veine-porte ou de celui de l'ombilicale dans les veines hépatiques; ils regardoient la ſubſtance parenchymateuſe du foie comme une eſpèce de terrein marécageux, dans lequel les extrémités des rameaux de la veine-porte & de la veine ombilicale répandoient leur ſang, qui étoit enſuite repompé par celles des veines hépatiques, à peu-près comme un arbre pompe avec ſes racines l'eau qui s'eſt imbibée dans le terrein où il eſt planté; idée fauſſe en elle-même, mais qui eſt au moins une preuve ſans replique qu'ils n'avoient pas découvert les anaſtomoſes de ces vaiſſeaux.

On juge bien que M. Bertin n'a pas épargné ſon travail pour découvrir ces anaſtomoſes tant deſirées, & ſi ſes ſoins n'ont pas été couronnés d'un ſuccès complet, il eſt au moins parvenu à découvrir des communications immédiates & très-différentes de celles de Spigel entre la veine-porte & les veines hépatiques; il a trouvé dans le foie humain, par un travail opiniâtre, des canaux aſſez ſouvent tournés en arcade, mais cependant quelquefois droits, qui faiſoient cette communication. Il en a vu quatre ou cinq, & ne doute nullement qu'il n'y en ait un bien plus grand nombre; quelques-uns de ces canaux ſont très-courts; d'autres ont juſqu'à 4 ou 5 lignes de longueur ſur environ une ligne de large; ils ſont très-difficiles à ſuivre & plus encore à diſtinguer d'une infinité de vaiſſeaux des veines-porte & hépatique, qui ſe croiſent & s'entrelaſſent de mille manières ſans ſe joindre en aucune façon.

Il n'eſt pas difficile de reconnoître l'uſage de ces communications: dans le fœtus, elles ſervent au même uſage que le canal veineux d'*Arantius* *, & l'aident dans ſa fonction de transporter immédiatement le ſang de la veine-porte & de l'ombilicale dans la veine hépatique, mais elles ont bien un autre uſage dans l'adulte; elles ſont des routes que la ſageſſe du Créateur a ménagées pour ſuppléer aux véritables anaſtomoſes lorſque celles-ci ſont rendues inutiles par les engorgemens des grains glanduleux où elles ſe font, & qui n'arrivent que trop ſouvent: ſans ce ſecours, non-ſeulement la filtration de

* *Voy. l'Hiſt. de 1753, page 120.*

la bile, mais encore la circulation du ſang, ceſſeroit totalement dans le foie, & la mort en ſeroit une ſuite infaillible.

Mais pourquoi ces engorgemens ſont-ils beaucoup plus fréquens dans le foie que dans aucune autre partie du corps animal? M. Bertin en trouve la raiſon dans la difficulté du paſſage du ſang à travers le foie qui produit la lenteur de la circulation, & par conſéquent l'épaiſſiſſement du ſang dans ce viſcère: cet épaiſſiſſement eſt une ſuite naturelle de la diminution du mouvement, & cette diminution étoit néceſſaire pour donner lieu à la ſéparation qui ſe fait de la bile contenue dans le ſang, dans les follicules glanduleux du foie. Il eſt donc très-avantageux que lorſque ces follicules ſont engorgées, il n'y ait que la ſéparation de la bile de ſupprimée, & que la circulation ſubſiſte; la première produit, à la vérité, une maladie dangereuſe, mais à laquelle on peut remédier, & la ſeconde ſeroit ſuivie d'une prompte mort.

La cauſe de cette lenteur de circulation eſt aiſée à découvrir: le ſang des artères déjà animé par l'air qu'il vient de recevoir, eſt encore chaſſé vivement par le battement du cœur & par leur réaction; celui de la veine-porte, au contraire, eſt dépouillé de la plus grande partie de ſon air & ne reçoit preſque aucune impulſion des artères, & ſa lenteur ſeroit bien plus grande, ſi ſon mouvement n'étoit aidé par l'action du diaphragme & des muſcles dans le temps de la reſpiration; M. Boërhave a remarqué que lorſqu'on ouvre le ventre à un chien vivant, les veines méſentériques qu'on aperçoit d'abord très-petites, ſe gonflent prodigieuſement, & la raiſon de cet effet, eſt que ces vaiſſeaux qui forment par leur réunion la veine-porte, n'étant plus aidés par le mouvement excité par la reſpiration, puiſque l'ouverture du ventre a détruit les organes qui le lui communiquoient, la circulation s'eſt ralentie dans le foie, & ces vaiſſeaux ſe ſont trouvés ſurchargés de ſang; tout ceci poſé, il en réſulte par une conſéquence néceſſaire, que la vie ſédentaire & appliquée, dans laquelle la reſpiration eſt comme diminuée & où le corps ne reçoit aucun mouvement, rend les gens de Lettres beaucoup plus ſuſceptibles

des maladies du foie que les autres hommes, & que par conséquent ils doivent rechercher avec ſoin les occaſions de faire de l'exercice; ces vaiſſeaux de communication découverts par M. Bertin, ſont placés près des grains glanduleux, & ils acquièrent par-là une nouvelle utilité : la bile noire & les autres matières qui embarraſſent les véritables anaſtomoſes, peuvent plus aiſément, ſoit par l'effet des remèdes, ſoit d'elles-mêmes, repaſſer par ces conduits & rentrer dans le torrent de la circulation, que s'ils étoient fort éloignés des points d'engorgement; elles peuvent de même repomper la matière purulente des abcès & des ulcères qui ſe forment dans les viſcères du bas-ventre, & c'eſt une reſſource de plus, ménagée par l'Auteur de la Nature dans le cas de ces accidens.

On dira peut-être que le petit nombre & le petit diamètre de ces tuyaux ſeroient une foible reſſource dans le cas où le foie ſeroit obſtrué dans ſa plus grande partie; mais premièrement M. Bertin n'eſt pas aſſuré de leur nombre, & il eſt à préſumer qu'il eſt fort grand ; quant à leur capacité, elle peut admettre dans ſa cavité une quantité de ſang conſidérable, ces vaiſſeaux étant ſujets à extenſion dès que le fluide y abonde: c'eſt ſur ce principe que M. Duverney empêcha qu'on ne coupât le bras à un homme à qui on avoit été obligé de lier l'artère brachiale ; il oſa ſe fier ſur l'agrandiſſement des branches collatérales preſqu'imperceptibles dans l'état naturel, & ſon attente ne fut pas trompée; il ſauva le bras & peut-être la vie au malade. Les reſſources de la Nature ſont en très-grand nombre, c'eſt au travail des Anatomiſtes à nous en mettre, pour ainſi dire, en poſſeſſion.

Juſqu'ici nous n'avons preſque parlé que des différentes parties du foie & de la deſcription qu'en a donnée M. Bertin, il eſt temps de les mettre, pour ainſi dire, en action & d'expliquer la manière dont ſe fait la circulation dans cet organe, ſur-tout pendant le temps que le fœtus eſt enfermé dans le ſein de ſa mère; cette circulation étoit ſi peu connue, qu'on peut regarder cette matière comme abſolument nouvelle, c'eſt l'objet du ſecond Mémoire de M. Bertin.

On

On sera aisément convaincu de cette vérité si on veut bien prendre la peine de lire les Écrits des plus célèbres Anatomistes sur cette matière, comme M.rs Tauvry, Needham, Bianchi, Heister, Morgagni, &c. & sur-tout les passages de M.rs Bianchi & Morgagni, cités par M. Bertin dans la première partie de son Mémoire; on y verra des idées absolument contraires à celles qui suivent nécessairement des recherches de M. Bertin: nous ne faisons qu'indiquer cette discussion polémique, pour nous hâter de passer à la manière dont le sang circule dans le foie du fœtus, qui fait le sujet de la seconde partie du Mémoire de M. Bertin; cette seule exposition suffira pour faire voir combien il diffère en ce point de ceux qui l'ont précédé. V. les Mém. p. 106.

Tout le sang que reçoit le fœtus, vient de la mère; incapable de respirer par sa situation, il étoufferoit bientôt si la mère ne respiroit pour lui & ne lui envoyoit le sang imprégné d'air, & ce sang après avoir circulé dans le corps du fœtus, retourne à la mère pour passer de nouveau par son poumon & y reprendre de l'air, suivons-le dans ce trajet.

Le sang de la mère passe des vaisseaux de la matrice dans ceux du placenta qui lui est adhérent, & de-là enfile la route de la veine ombilicale qui le porte directement au foie du fœtus.

Arrivé à ce viscère, ce sang parcourt rapidement toute la longueur de la veine ombilicale qui se termine en cet endroit par une espèce de tête de laquelle sortent deux tuyaux, l'un est le canal veineux, qui suivant à peu-près la même direction que le tronc de l'ombilicale, va se jeter, après un court trajet, dans la veine-cave à l'insertion d'un des troncs des veines hépatiques, l'autre va joindre la veine-porte en allant de gauche à droite & s'unit absolument avec elle; une partie du sang apporté par l'ombilicale, ensile donc directement la route du cœur du fœtus & fournit au développement de cet organe si nécessaire, & par son moyen à celui de tout le corps; cette quantité de sang est considérable si on la compare avec celle qui passe par les autres branches qui naissent de

cette eſpèce de tête que M. Bertin nomme le *ſinus ombilical.*

Une autre partie de ſang paſſe par un rameau qui part du même ſinus & coulant de gauche à droite, va s'unir après un court trajet à la veine-porte, au ſang de laquelle elle mêle le ſien, & ces deux colonnes de ſang réunies, rempliſſent tous les tuyaux des branches que fournit la veine-porte.

Il réſulte de cette diſpoſition, que dans le fœtus, la veine ombilicale fournit elle ſeule preſque les trois quarts du ſang qui paſſe dans le foie, puiſqu'elle nourrit elle ſeule tous les rameaux qu'elle jette, & qu'elle donne encore une partie conſidérable de ſon ſang pour fournir ceux que produit la veine-porte; il en réſulte encore que la quantité conſidérable de ſang qui paſſe directement par le canal veineux, appartient en entier à la veine ombilicale, ſans que la veine-porte y contribue en rien; l'inſpection ſeule des vaiſſeaux & de leur calibre prouve inconteſtablement cette circulation, puiſqu'en la ſuppoſant, comme on l'avoit fait juſqu'à préſent, en ſens contraire, il faudroit que le cours du ſang de la veine-porte, moindre en quantité & dont la vîteſſe eſt très-petite, puiſqu'il n'eſt fourni que par la veine ſplénique, la méſentérique & l'hémorroïdale interne du fœtus, ſurmontât celui du ſang de l'ombilicale qui vient en bien plus grande quantité & qui eſt animé par l'action de la reſpiration & des vaiſſeaux de la mère; le ſang, tant de la veine-porte que de l'ombilicale, parcourt donc toutes les ramifications qu'elles donnent, juſqu'à celles qui ſe perdent dans les grains glanduleux où ſe fait la ſécrétion de la bile, & après l'y avoir dépoſée, il rentre par les extrémités capillaires des veines hépatiques, d'où il paſſe dans leur tronc & de-là dans la veine-cave; tout le ſang ne ſuit pas cependant cette route juſqu'au bout, une partie paſſe ſans aller juſqu'aux grains glanduleux de la veine-porte & de l'ombilicale dans les veines hépatiques par les tuyaux de communication que M. Bertin a découverts & dont nous avons parlé ci-deſſus.

Il ſeroit ſans doute très-curieux de connoître le rapport des quantités de ſang qui paſſent par la veine ombilicale, la

veine-porte & tous les rameaux qu'elles répandent dans le foie; mais on ne peut se flatter d'un calcul exact sur cette matière, il faudroit que la proportion de ces vaisseaux fût la même dans tous les sujets, & elle ne l'est pas; que les mesures de leurs cavités fussent précises, & il est presqu'impossible de s'en procurer de telles; & enfin que les vîtesses du sang dans leurs cavités fussent exactement connues, & nous ne pouvons nous en assurer que très-imparfaitement.

Au défaut de ce calcul exact qui nous est refusé, nous pouvons obtenir des probabilités assez fortes. En rassemblant, par exemple, les mesures faites du calibre des vaisseaux par différens Anatomistes & par lui-même, M. Bertin est parvenu à en avoir une proportion approchée: en examinant le développement & les ramifications de ces vaisseaux dans le foie, on peut juger, par leur quantité & par l'espace qu'elles occupent, de la quantité de sang fournie par chaque tronc; la proportion du canal veineux avec l'ombilicale, laisse aussi entrevoir quelle partie du sang de cette veine peut passer par ce canal.

Nous supposerons présentement 1.° l'égalité de vîtesse du sang & celle de la résistance qu'il éprouve dans ces différens tuyaux; 2.° qu'il passe quatre fois moins de fluide dans un vaisseau dont la capacité est plus petite du double; 3.° que la tige de la veine ombilicale fournit le quart des vaisseaux veineux qui se distribuent dans le foie; 4.° que la veine-porte en fournit un autre quart; 5.° que le tronc du sinus ombilical fournit la moitié restante des vaisseaux du foie; 6.° enfin que l'aire de la tige de la veine ombilicale est double de l'aire du canal veineux.

Nous devons cependant observer que l'égalité de vîtesse du sang n'est pas exacte; celui de l'ombilicale est poussé & animé par la circulation de la mère, tandis que celui de la veine-porte ne reçoit d'impulsion que du cœur de l'enfant; il se peut de même que le canal veineux, par sa situation & par son peu de longueur, offre moins de résistance au sang que le canal qui va joindre la veine-porte.

Des principes que nous venons d'établir, il suit que tant

que le fœtus eſt dans le ſein de ſa mère, il paſſe beaucoup plus de ſang par le canal qui vient de l'ombilicale à la veine-porte que par la veine-porte même; que le ſang de cette veine, pouſſé par les artères qui l'environnent & l'entourent, va par ſauts comme le ſang artériel; ſtructure bien avantageuſe au développement des organes du fœtus, & cela d'autant plus qu'il n'eſt point de partie dans le corps humain où le ſang ait ſon cours plus libre & plus facile que dans le *placenta;* & qu'enfin il réſulte de toutes ces conſidérations, que la veine ombilicale apporte au foie du fœtus environ les trois quarts du ſang qu'il reçoit, & que ce ſang ſe mêle avec le quart que fournit la veine-porte: mais nous allons voir la ſcène étrangement changée au moment de la naiſſance.

Dès qu'un enfant eſt né, on fait au cordon ombilical une ligature qui intercepte abſolument le cours du ſang dans la veine & dans les artères ombilicales; ſans cette ligature, l'enfant éprouveroit bientôt une hémorragie mortelle; le ſang ceſſe donc abſolument de couler par la veine ombilicale, qui, un moment auparavant, fourniſſoit au foie les trois quarts du ſang qu'il recevoit: ce viſcère ſe trouve donc réduit au quart de ſon ſang, qui lui eſt apporté par la veine-porte.

Non-ſeulement la quantité du ſang ſe trouve ſubitement très-diminuée, mais ſa route eſt changée, du moins en grande partie; le ſang de la veine-porte, qui n'alloit auparavant que de gauche à droite & mêlé avec celui que lui portoit la tige de la veine ombilicale, trouvant cette tige & le ſinus ombilical ou abſolument vide ou au moins ſans réſiſtance, ſe partage & coule de droite à gauche pour s'emparer de ce vaiſſeau & de toutes ſes branches, dans leſquelles il n'avoit jamais paſſé: on juge bien qu'alors la circulation eſt bien foible, & elle ceſſeroit auſſi bientôt ſi la reſpiration de l'enfant, qui commence au moment de ſa naiſſance, ſes éternuemens, & l'irritation que le *meconium,* cette eſpèce de lie noirâtre contenue dans l'inteſtin, cauſe aux nerfs de ces parties, n'obligeoient les muſcles du ventre à donner, en ſe contractant avec force, une nouvelle activité au ſang de la veine-porte; le ſang d'ailleurs ne pouvant

plus s'échapper par les artères ombilicales qui sont fermées, reflue en plus grande quantité dans les vaisseaux du ventre, & de-là dans la veine-porte : c'est ainsi que jusqu'aux cris & aux douleurs de l'enfant, tout est employé à sa conservation.

Que deviennent cependant la partie de la veine & des artères ombilicales qui est au-dessus de la ligature & le canal veineux d'*Arantius!* Il leur arrive précisément ce qui arrive à tout vaisseau où le sang cesse de couler, leur cavité s'oblitère, & ils deviennent de simples ligamens; la veine ombilicale, devenue inutile, se desèche assez promptement depuis l'ombilic jusqu'à son entrée dans le foie, mais la cavité du grand sinus subsiste encore long-temps dans toute son étendue: il diminue cependant petit-à-petit jusqu'au milieu ou à peu-près de son trajet dans le foie; mais ce n'est qu'après plusieurs années qu'il parvient à cet état, & M. Bertin s'en est assuré en disséquant des enfans depuis un an jusqu'à la puberté.

A l'égard du canal veineux, comme sa fonction étoit de porter droit au cœur le sang que sa quantité & l'impulsion qu'il recevoit de la mère, rendoit surabondant & capable d'engorger les vaisseaux du foie dès que cette surabondance & cette vîtesse ont cessé, sa fonction cesse pareillement; l'éperon angulaire qu'il forme par sa jonction avec l'un des troncs des hépatiques à l'endroit de son insertion dans la veine-cave, cet éperon, dis-je, se renverse sur son embouchure & empêche le sang de l'hépatique & de la veine-cave d'y rentrer, & le canal s'oblitère petit-à-petit & devient un simple ligament. Telle est la théorie absolument nouvelle que M. Bertin a donnée de la circulation du sang dans le foie du fœtus : elle peut être la base d'une infinité de conséquences-pratiques dont la Médecine & la Chirurgie seront redevables à M. Bertin; l'Anatomie ne peut guère recevoir d'accroissement qu'elles n'en profitent.

Nota. L'Académie croit devoir avertir le Lecteur, qu'une planche insérée en 1753, *page 366,* à la suite du I.er Mémoire de M. Bertin *sur la circulation du sang dans le foie du fœtus*, est fautive & qu'on doit la supprimer pour mettre en sa place celle qui se trouve, *année 1763, page 298,* à la suite d'un autre

Mémoire du même auteur, *ſur le mouvement alternatif des veines, dépendant de la circulation*, où elle a été placée par inadvertance. On doit auſſi ſupprimer la lettre *f* de cette bonne planche où, par la lecture du Mémoire, on verra l'importance de la lettre *ſ* qui manquoit dans l'autre.

SUR UN ANÉVRISME

QUI A PRODUIT DES EFFETS SINGULIERS.

V. les Mém. p. 480.

SI les faits rares & ſinguliers qu'on obſerve en Anatomie devoient être toujours uniques, leur rareté ne leur devroit attirer qu'une médiocre attention de la part des Phyſiciens; mais comme il n'arrive que trop ſouvent que des cas ſemblables ou preſque ſemblables ſe rencontrent, il eſt de leur devoir de conſigner à la poſtérité, non-ſeulement les faits de cette nature, mais encore leurs cauſes lorſque la diſſection ou l'obſervation ſuivie les ont fait reconnoître ; & c'eſt dans cette vue que M. Petit a communiqué à l'Académie l'obſervation ſuivante.

En 1758, M. Vieillard, Médecin de Paris & très-habile dans ſon art, s'aperçut que M. ſon Frère, Avocat du Roi à Saint-Lô, avoit ſous le côté droit de la mâchoire inférieure une petite tumeur, & il s'en alarma tellement qu'il dit à quelques-uns de ſes amis, qu'il regardoit ſon Frère comme un homme mort : comme cette tumeur ne cauſoit aucune incommodité au malade, celui-ci ſe moqua de la prédiction & ne voulut s'aſtreindre à aucun régime ; cependant deux mois après, voyant que la tumeur augmentoit, il conſentit à y appliquer un bandage pour la contenir; le bandage fut inutile, & pour chercher des moyens plus efficaces, on fit une conſultation à laquelle M. Petit aſſiſta : la tumeur étoit alors groſſe comme un œuf de pigeon, elle avoit une pulſation bien marquée, elle rentroit lorſqu'on la comprimoit & reparoiſſoit bientôt après; à ces ſignes, il ne fut pas difficile de reconnoître un anévriſme vrai, que M. Petit jugea placé à la bifurcation du tronc de

la carotide, & les fréquentes ſaignées, le régime le plus exact, & la tranquillité de l'eſprit & du corps furent recommandés au malade.

Trois mois de ce régime firent diminuer la tumeur de moitié, & le malade quitta Paris pour retourner à Saint-Lô.

M. Vieillard le Médecin, oſa prédire que le reſte de la tumeur anévriſmale acheveroit de diſparoître, que l'artère elle-même s'oblitéreroit, & il ajouta qu'il y avoit, en ce cas, tout à craindre pour la vie de M. ſon frère.

La choſe arriva préciſément comme il l'avoit prédit; le malade ſe croyant guéri, oublia les conſeils des Médecins & abandonna le régime, la tumeur continua de diminuer & enfin s'effaça tout-à-fait, il ne lui reſta d'autre incommodité que celle de prononcer difficilement & en bégayant, d'avoir la bouche habituellement remplie de ſalive & de ne pouvoir tirer la langue hors de la bouche.

Il vécut ſept ans dans cet état & mourut enfin, dans un voyage qu'il fit à Paris, d'une attaque d'apoplexie.

M. Petit ayant ouvert la tête, trouva dans le côté du cerveau oppoſé à la tumeur effacée, une ſéroſité ſanguinolente, ſous laquelle le cerveau étoit ſain, mais dans le ventricule ſupérieur il y avoit cinq à ſix onces de ſang diſſous & un caillot de ſang congelé, gros comme un œuf de poule, qui cachoit une ample crevaſſe faite dans la ſubſtance même du cerveau, il n'en falloit pas tant pour cauſer la mort.

Il eſt aiſé de s'imaginer que le côté de la tête où avoit paru la tumeur, ne fut pas négligé dans cet examen, on trouva le pronoſtic de M. Vieillard, Médecin, pleinement juſtifié; l'artère carotide droite étoit complétement oblitérée depuis ſa ſéparation de l'artère ſouclavière juſqu'à ſa bifurcation où étoit la tumeur obſervée, qui étoit alors devenue un nœud dur & ſans cavité, de la groſſeur d'un noyau d'olive, & cette artère, ordinairement groſſe comme le petit doigt, étoit devenue un ligament ſans cavité, d'environ 2 lignes de diamètre.

Mais ce qu'on n'avoit ni aperçu ni même ſoupçonné pendant la vie du malade, c'étoit un autre ſac anévriſmal

gros comme une noix muſcade, placé à l'endroit où la carotide ſort de la ſouclavière, ſa tunique étoit fort mince & il étoit rempli par une matière en partie graiſſeuſe, en partie ſemblable à du ſang deſſéché, on y diſtinguoit encore quelques veſtiges de ſa communication avec la carotide oblitérée; la ſituation de ce ſac, placé préciſément ſous la clavicule, avoit empêché juſque-là de l'apercevoir.

Il eſt aiſé, d'après ces obſervations, de rendre raiſon de tout ce qui s'étoit paſſé: le ſang reçu au ſortir de la ſouclavière par le ſac anévriſmal, beaucoup plus grand que la capacité naturelle de ce vaiſſeau, y perdoit une grande partie de ſon mouvement & n'avoit plus aſſez de force pour diſtendre les parois de la carotide; leur reſſort naturel a donc dû les rapprocher, & cette diminution de capacité augmentant encore la difficulté du paſſage du ſang, les parois ſe ſont enfin rapprochées juſqu'à ſe ſouder, alors le ſang ne trouvant plus d'iſſue, celui du ſac anévriſmal a peu à peu perdu ſa ſéroſité & ſa fluidité, & de-là la maſſe qui le rempliſſoit; alors la quantité de ſang qui, avant cet accident, ſe partageoit entre les deux carotides, a été obligée de paſſer toute entière par la carotide gauche, de-là l'augmentation du tronc & des rameaux de cette carotide, la ſurcharge de ſang dans cette partie du cerveau & la crevaſſe qui y a été obſervée & qui a été la cauſe immédiate de la mort du malade.

Le côté droit, cependant, n'étoit pas abſolument privé de ſang, une partie de celui de la carotide gauche y couloit, non-ſeulement par les anaſtomoſes des branches des deux carotides externes, mais encore par la communication établie entre les deux carotides internes, par la grande anaſtomoſe de leurs rameaux antérieurs; mais on voit aiſément combien cette eſpèce de circulation devoit être lente & combien le ſang trouvoit de difficulté à paſſer par toutes ces routes. Il n'eſt donc pas étonnant que devenu, pour ainſi dire, ſtagnant, il laiſſât échapper une plus grande quantité de ſéroſité dans les glandes ſalivaires: le bégayement & l'impoſſibilité de tirer la langue hors de la bouche, n'en ſont pas une ſuite moins

naturelle;

naturelle; on ſait que pour que le mouvement muſculaire puiſſe s'exercer, il faut que le ſang ait un libre cours dans le muſcle, & celui des muſcles de la langue n'y devoit paſſer qu'avec peine, y cauſer une eſpèce d'engorgement & déranger par-là le mouvement des eſprits, qui ne pouvoit plus s'y faire qu'irrégulièrement.

Il eſt peut-être plus difficile d'aſſigner la cauſe de la tumeur anévriſmale obſervée à la bifurcation de la carotide oblitérée; voici cependant, ſelon M. Petit, quelle en a pu être l'origine.

Le ſang paſſant de la carotide gauche dans les branches de la droite & y trouvant le paſſage, ou abſolument fermé ou très-difficile; ce point de rencontre de tous les rameaux a été diſtendu & il s'y eſt formé un vrai ſac anévriſmal, que M. Petit & les autres Conſultans ont bien reconnu pour tel, mais le ſang arrêté dans cette eſpèce de cul-de-ſac, a dû laiſſer échapper ſa lymphe dans ce tiſſu cellulaire environnant, elle s'y eſt épaiſſie & endurcie, le ſang lui-même devenu immobile, s'eſt endurci & a formé un tampon; l'évaporation & le reſſort des tuniques des artères l'ont, petit à petit, diminué; les membranes de ces vaiſſeaux ſe ſont unies; collées & épaiſſies comme elles l'étoient par l'extravaſaſion de la lymphe, elles ont formé ce noyau qui s'eſt préſenté à l'ouverture de la tête.

Il ſuit de tout ce que nous venons de dire, que ſi le malade avoit voulu ſuivre le régime qui lui avoit été preſcrit, s'il avoit ſur-tout diminué par de fréquentes ſaignées la maſſe de ſon ſang, & ſi des affaires intéreſſantes ne l'avoient pas arraché au repos dont il jouiſſoit dans ſa patrie, il auroit pu échapper encore pluſieurs années au danger de ſon état, & entretenir, entre l'action du ſang & la réſiſtance des vaiſſeaux, une eſpèce d'équilibre artificiel qui auroit pu ſuppléer à l'équilibre naturel, ſi étrangement altéré par l'anévriſme & par l'oblitération de la carotide, qui en avoit été une ſuite.

V. les Mém. p. 505.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires :
La ſuite de l'hiſtoire de l'inoculation de la petite vérole, depuis 1758 juſqu'en 1765 : Par M. de la Condamine.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M. BONVOUX, Inſpecteur des ouvrages de la Loire & demeurant à Nantes, a mandé à M. Fougeroux, que le 10 Juillet 1765, on prit au Harpon, ſur les côtes de Bretagne près de Pornic, une tortue ſingulière qui vécut quarante-huit heures après qu'on l'eut tirée de l'eau; elle peſoit environ un millier, & ſon corps contenoit une prodigieuſe quantité d'œufs, les uns gros comme des oranges & les autres plus petits; elle fut vidée à Nantes & fourrée, & on l'apporta à Paris, où M. Fougeroux a eu le loiſir de l'examiner, & il s'eſt d'autant plus volontiers déterminé à en donner la deſcription, qu'elle ſe trouve plus rarement ſur les côtes, & que comme elle eſt inutile aux Arts, il n'y a pas d'apparence qu'on l'apporte des pays où elle ſe trouve ordinairement.

Cette tortue n'a point d'écaille; elle eſt couverte en deſſus d'un cuir ou d'une peau brune, dure, d'un pouce & demi d'épais, & ſous le ventre d'une peau pareille, mais du double plus épaiſſe, qui eſt tigrée ou marquée de taches de différentes formes & de différente grandeur; ſes mâchoires ſupérieure & inférieure ſont terminées par une partie cornée & figurée comme le bec d'un perroquet, & ſes mâchoires ſont garnies de cette même eſpèce de corne, dans laquelle ſont implantées les dents; ces dents forment un double rang & ſe courbent les unes ſur les autres comme celles du requin, à la réſerve que celle de ce dernier ſont plates & minces, & que celles de la tortue en queſtion ſont cylindriques; les deux groſſes dents de la mâchoire ſupérieure ſont beaucoup plus longues que celles de la mâchoire inférieure qui leur répondent.

Quoiqu'il ſoit aſſez rare de trouver des tortues de cette eſpèce dans nos mers, cela n'eſt pas cependant ſans exemple. Sous le pontificat de Benoît XIV, on en pêcha deux dans le golfe Adriatique qui furent deſſéchées & portées, par ordre de ce ſavant Pontiſe, l'une dans le Cabinet d'hiſtoire naturelle de l'Inſtitut de Bologne, l'autre dans celui de l'Univerſité de Padoue. En 1729, M. Delafont, Ingénieur en chef à Nantes, envoya à l'Académie la deſcription d'une tortue abſolument ſemblable à celle-ci, qui avoit été priſe à la Pierre-percée à trois lieues de Nantes *; M. Delafont la compare avec la *Teſtudo coriacea* de Rondelet, marquant cependant les différences qui ſe trouvent entre la ſienne & celle que Rondelet a décrite: il eſt évident qu'elles ſont de la même eſpèce, & il y a grande apparence que cette tortue de 1729 eſt celle qu'on voit dans le Cabinet de S. A. S. M.gr le Prince de Condé à Chantilly.

* V. l'Hiſt. de l'Acad. 1729, p. 8.

M. Delafont ſoupçonne ces animaux originaires de la Chine, en ce cas, il ſeroit bien curieux de ſavoir ce qui a pu les attirer de ſi loin & toutes deux dans le même endroit de la côte de Bretagne: il ſeroit peut-être difficile de le deviner, à moins qu'on ne voulût ſuppoſer que l'une & l'autre avoient ſuivi les vaiſſeaux de la Compagnie des Indes, venant de Chine.

II.

Une Demoiſelle, âgée d'environ cinquante-huit ans, n'ayant jamais eſſuyé ni travaux exceſſifs, ni maladie longue, ni paſſions vives, tomba dans une atrophie ou amaigriſſement ſi général, que tous les viſcères s'exténuèrent en même temps & que toutes leurs fonctions en furent affoiblies; elle avoit joui juſqu'alors d'une bonne ſanté, qui n'étoit interrompue que par de fréquens maux de tête & par des alternatives de douleurs vagues dans les articulations & dans les muſcles, qu'on regardoit comme rhumatiſmales; elles augmentèrent avec l'amaigriſſement dont nous venons de parler, & il fallut que la Demoiſelle ſe mit au lit, où elle a paſſé les deux dernières années de ſa vie: mais les douleurs, qui n'étoient d'abord qu'intermittentes, devinrent continues & causèrent des inſomnies

presque continuelles, & la foiblesse & l'abattement devinrent si considérables, qu'elle ne pouvoit plus du tout se soutenir & qu'elle avoit même peine à relever ses membres, qui étoient d'une sécheresse & d'une maigreur extrêmes; les articulations plioient avec difficulté, à cause de la roideur des fibres musculaires & tendineuses, du dérangement de l'action des muscles dont les antagonistes agissoient souvent à la fois, & sur-tout à cause de la rétraction des tendons fléchisseurs; la peau étoit sèche, ridée & écailleuse, & le pouls lent, inégal & très-petit. La malade n'eut jamais ni gonflement sur aucune partie, ni taches au visage, ni aux extrémités; elle n'avoit point d'altération & trouvoit aux alimens leur goût naturel, mais elle en prenoit en si petite quantité, qu'au commencement de sa maladie une alouette & trois bouchées de mie de pain suffisoient pour sa journée, & dans les deux derniers mois de sa vie un bouillon & une tranche de pain; les excrétions étoient en petite quantité, mais jamais aucune ne fut supprimée ni excessive; elle avoit quelquefois des coliques intestinales; sa voix étoit foible, & on remarquoit que la plupart des vaisseaux étoient oblitérés & sans fonction; le mal ne fit qu'augmenter, & l'atrophie devint si extrême que c'étoit presque une momie vivante & que le plus léger mouvement étoit pour elle un travail: enfin en voulant s'aider pour prendre le bassin, elle se cassa l'os de la cuisse en trois endroits; le pansement de cette fracture fut difficile parce qu'on n'osoit serrer le bandage, de peur de supprimer le peu de circulation qui restoit, & la réunion, quoiqu'imparfaite, fut trois ou quatre mois à s'opérer, au lieu de quarante jours qui, comme on sait, est le terme ordinaire. A peine étoit-elle guérie de cet accident, qu'elle se fractura l'os du bras droit, puis l'avant-bras en deux endroits & enfin la cuisse gauche; & la réduction de toutes ces fractures étoit d'autant plus pénible & plus douloureuse, que le manque de souplesse & de flexibilité des muscles ne leur permettoit pas de se prêter aux extensions & aux contr'extensions nécessaires en pareil cas: on lui réduisit onze fractures de cette espèce dans l'espace d'une année, au bout de laquelle elle mourut,

ayant conſervé juſqu'au dernier moment un eſprit ſain & un jugement ſolide. La ſingularité de cette maladie a engagé l'Académie à en publier le détail, qu'elle a tiré d'une Lettre écrite à M. de Buffon par M. Monblet, Médecin de Taraſcon, qui avoit été témoin de ce fâcheux phénomène.

III.

M. Tenon a lû à l'Académie l'Obſervation ſuivante qui lui avoit été communiquée par M. Beccane, Profeſſeur en Chirurgie, à Toulouſe; un homme d'environ ſoixante-cinq ans, habitant de Toulouſe, d'un tempérament délicat & qui avoit été toute ſa vie livré à des occupations ſédentaires, fut attaqué d'une maladie de vapeurs, accompagnée de douleurs vagues & de triſteſſe; on tenta de le ſoulager par l'uſage des narcotiques, comme les pillules de cynogloſſe & le laudanum, qui paroiſſoit être celui dont il étoit le moins incommodé, mais l'uſage de ces remèdes, en ſoulageant ſes vapeurs, lui donnoit des langueurs d'eſtomac, des ſéchereſſes de langue, des chaleurs & des agitations, même quelquefois une eſpèce d'ivreſſe, lorſque la doſe du remède étoit trop forte, & on remarquoit alors que le ſommeil diminuoit & que la gaieté du malade augmentoit; M. Beccane, appelé dans ces circonſtances, jugea que le malade accoutumé à l'uſage des narcotiques, ne pouvoit les quitter ſans danger, mais pour empêcher le mauvais effet qu'ils produiſoient étant pris par la bouche, il imagina de les donner en lavement & fit faire pour cet effet une petite ſeringue d'argent, du piſton de laquelle la tige portoit des marques, au moyen deſquelles il pouvoit connoître la quantité de liquide qu'il introduiſoit dans l'inteſtin, & ce remède étoit adminiſtré trois heures après le ſouper du malade. L'effet répondit aux vues de M. Beccane, le malade fut moins agité & l'eſtomac moins dérangé, mais il fallut augmenter la doſe, qui, au bout de quelques jours, devenoit inſuffiſante; peu après le malade ſe plaignit d'une douleur & d'une chaleur vive au fondement, qui cauſa un gonflement, des hémorroïdes & une difficulté d'uriner; la doſe fut diminuée, mais à meſure qu'on la diminuoit, les accidens de vapeurs reparoiſſoient, la

même chose arrivoit lorsque le malade rendoit trop tôt ce petit lavement ; M. Beccane n'ignoroit pas le danger des narcotiques trop long-temps continués, mais l'état de son malade ne lui permettant pas de les supprimer, il se borna sagement à trois points principaux : 1.° à rendre la composition plus douce, en retranchant la canelle, diminuant le girofle qu'on y mêloit, & substituant le vin de pays au vin d'Espagne qu'on avoit employé jusqu'alors ; & par ce moyen il ne fut plus question d'ardeur ni de douleur au fondement : 2.° à s'assurer de la dose qu'il falloit faire reprendre au malade, lorsqu'il rendoit son remède trop tôt, & l'expérience lui apprit que lorsqu'il ne l'avoit gardé qu'un quart d'heure, il en falloit redonner les deux tiers ; au bout d'une demi-heure, la moitié ; au bout d'une heure, un tiers ; à une heure & demie, le quart ; à deux heures, le demi-quart, &c. Il est évident que cette diminution de quantité indique la marche de l'action du remède : 3.° enfin de n'augmenter la dose du remède que lorsqu'on voyoit qu'elle étoit insuffisante, mais cette augmentation, quoique soigneusement ménagée, fut énorme : le malade qui avoit pris dans les cinq premiers mois, une livre & demi-quart de narcotique & qui en usa pendant onze années, en avoit pris dans les huit derniers mois de sa vie trente-neuf livres & demie ; & en réunissant tout ce qu'il en avoit pris, le total se monte à deux cents quatre-vingt-treize livres un quart. Il mourut au bout de ce temps en quarante-deux heures d'une fièvre maligne, & à l'ouverture du corps on lui trouva le cerveau plus desséché qu'il ne l'est ordinairement à cet âge, le lobe droit du poumon & la plèvre engorgés d'un rouge livide & noirâtre, & exhalant une odeur insupportable, ce que l'on pouvoit légitimement attribuer au long usage du narcotique, le reste du corps étoit dans son état naturel.

I V.

M. Ten-Haaf, Chirurgien à Rotterdam, a communiqué à l'Académie l'Observation suivante ; il fut appelé pour secourir un homme âgé de trente-huit ans & incommodé d'un sarcocèle ou tumeur charnue, attachée au testicule, qui avoit

réfifté à tous les fecours qu'on emploie ordinairement en pareil cas. La tumeur ayant toujours groffi, perça tout-à-coup dans un point, & cette ouverture faite aux tégumens, donna paffage à une excroiffance molle & fongueufe qui partoit du tefticule même, & qui devint infupportable par fon accroiffement ; M. Ten-Haaf fut obligé d'emporter la tumeur par la caftration, & après l'opération en fit l'examen ; elle avoit huit pouces de long & treize pouces dans fa plus grande circonférence, elle pefoit deux livres deux onces, & il s'y trouva de petits os ; M. Ten-Haaf dit qu'ils étoient dans le milieu du tefticule malade & environnés de la fubftance fpongieufe à demi-pourrie, qui avoit formé l'excroiffance : mais il eft plus vraifemblable de croire qu'ils s'étoient formés dans l'épaiffeur de la tunique albugineufe qui enveloppe immédiatement le tefticule, comme on en a tant d'exemples dans d'autres membranes, & M. Ten-Haaf femble en donner lui-même la preuve, ayant envoyé à l'Académie un petit morceau de la tunique albugineufe où l'on voit plufieurs points d'offification.



CHIMIE.

CETTE année, M. de Machy, Apothicaire de Paris & Membre de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres de Prusse, fit part à l'Académie de ses Observations sur une substance saline bien singulière; M. Margraf s'étoit aperçu le premier que la crême de tartre, rendue soluble par la craie, se dissout dans l'acide nitreux, & que ce mélange donne par évaporation des cristaux en aiguilles, fort semblables à ceux du nitre & qui détonnent au feu, de même que le salpêtre, & il avoit conclu de-là, sans hésiter, que cette expérience fournissoit un moyen sûr d'obtenir un alkali fixe végétal, autrement que par la voie de la calcination, regardée jusqu'alors comme l'unique moyen d'obtenir un sel de cette nature. M. de Machy s'est appliqué dans son Mémoire à détruire les prétentions de M. Margraf, qui seroient effectivement fondées, si le sel en question étoit un véritable nitre, puisque l'alkali fixe entre nécessairement dans la composition de ce dernier; mais M. de Machy fait voir que le sel formé par la combinaison de la crême de tartre & de l'acide nitreux, n'est nullement du nitre, il en diffère par la figure de ses aiguilles qui ne sont point à six pans, comme celles du nitre, mais plates & coupées en biseau par leurs extrémités, par leur saveur sensiblement acide, parce qu'après avoir légèrement fusé sur les charbons, il se boursouffle & répand l'odeur du tartre brûlé, & enfin parce qu'il ne donne point de tartre vitriolé lorsqu'on veut le décomposer avec l'acide vitriolique; en un mot, il prouve que le sel prétendu nitre de M. Margraf, n'est autre chose que de la crême de tartre entière & non décomposée, qui sert de base à l'acide nitreux & qui reçoit de cet acide, la configuration en aiguilles que l'on observe dans ses cristaux, la crême de tartre n'est rien moins qu'un sel

ſel neutre, elle eſt un ſel concret, composé de parties huileuſes, de parties terreuſes & d'une grande quantité d'acide, celui du nitre lui eſt tout-à-fait étranger & ne la convertit point en ſel neutre, il l'éloigne, au contraire, de cet état; & ſi M. Margraf a fait, comme il l'aſſure, du tartre vitriolé en décompoſant ſon ſel par l'acide vitriolique, il a été trompé, ſelon M. de Machy, par cette ſeule circonſtance qu'il a fait éprouver une calcination trop forte à ſon mélange, pour en chaſſer tout l'acide nitreux, & qu'il a, par ce moyen, alkaliſé une partie de ſa crême de tartre. Tant il eſt vrai que les plus petites circonſtances peuvent altérer les réſultats des expériences les mieux faites, & donner lieu à des concluſions abſolument différentes de celles qu'on auroit dû naturellement en tirer.



BOTANIQUE.

SUR LE BLÉ ET L'ORGE DE MIRACLE.

V. les Mém. p. 613.

* V. l'Hist. de 1764, p. 77.

NOUS avons rendu compte l'année dernière * de la découverte qu'avoit fait M. Adanſon, d'un épi d'orge rameux, ſemblable à ceux que produit le blé qu'on nomme *blé de miracle ;* & nous avons dit qu'il avoit ſemé les grains de cet épi pour voir ſi ces grains produiroient des épis ſemblables, auquel cas il auroit été conſtant que c'étoit une nouvelle eſpèce; ou ſi ces grains ne produiroient que des épis d'orge ordinaires, & alors l'épi trouvé par M. Adanſon n'auroit été qu'une variété. M. Adanſon a donné cette année la ſuite de ces expériences, & nous allons en rendre compte.

Deux des grains de cet épi furent ſemés en Avril, dans une terre de jardin très-épuiſée; ils levèrent tous deux, mais un des deux pieds périt par les ravages des inſectes, ayant onze tales prêtes à fleurir; l'autre vint à bien & apporta ſeize épis qui parvinrent à une parfaite maturité, & parmi leſquels trois ſeulement étoient devenus rameux, & l'un de ces épis rameux avoit un quart de grains de plus que les épis ordinaires. M. Adanſon ne s'eſt pas contenté des expériences qu'il avoit faites ſur l'orge ordinaire devenue rameuſe, il en a fait de ſemblables ſur une autre eſpèce d'orge nommée *ſucrion :* cette orge n'a ordinairement que deux rangs de grains dans chaque épi; en ayant trouvé quelques-uns qui avoient un plus grand nombre de grains, il a ſemé des grains de ces épis, & il a vu que les plantes qui en étoient provenues avoient donné un grand nombre de ces épis ſurabondans en grains; il a penſé que peut-être on pourroit, par une culture bien entendue, ſe procurer du ſucrion quarré, & que peut-être l'orge ordinaire quarrée n'étoit originairement qu'une amélioration dûe, comme celle-ci, au haſard & aidée enſuite par la culture: c'étoit à la

ſuite des expériences à prononcer ſur ce qu'on devoit attendre de cette eſpèce de découverte : voici quel a été le réſultat de celles que M. Adanſon a continuées depuis 1765 juſqu'en 1767 incluſivement.

L'orge commune, devenue rameuſe ou de miracle, a repris ſon premier état & n'a guère donné plus d'un épi rameux ſur cent.

Le ſucrion, au contraire, a acquis une nouvelle monſtruoſité; il a paru dans les épis des grains plus gros, ayant deux germes joints à une même maſſe de farine, ce qui n'avoit jamais été obſervé dans aucune plante graminée.

Il en réſulte encore que ces variations ne ſont que ce qu'on nomme en Botanique, des *variétés* & non des eſpèces, puiſqu'elles ne ſe perpétuent pas conſtamment; mais que comme ces variétés ne vont qu'à augmenter la quantité du grain ſans en altérer la qualité, on peut d'autant plus raiſonnablement eſſayer de les favoriſer, que l'orge ſur laquelle la première expérience a été faite eſt de très-bonne qualité pour le grain, & que ſa paille eſt très-délicate & très-propre à ſervir de nourriture au bétail.

M. Adanſon a remarqué que le temps le plus propre à ſemer le ſucrion pour lui procurer ces épis ſurchargés étoient les mois de Mai & de Juin, & qu'au contraire on obtenoit plus d'épis rameux en ſemant l'orge à l'ordinaire, en Avril. Tout ceci ne fait encore qu'un commencement de travail, mais duquel on peut eſpérer des ſuites utiles en le continuant; ce n'eſt qu'à ce prix qu'il nous eſt donné de profiter des erreurs même de la Nature.

CETTE année parut un Ouvrage de M. du Hamel, intitulé: *Supplément au Traité de la conſervation des grains, avec de nouvelles expériences ſur cette matière.*

La conſervation des grains exige deux opérations indiſpenſables : la première, de les priver de l'humidité qu'ils contiennent, qui en occaſionneroit bientôt la pourriture; &

la ſeconde, de les garantir du ravage qu'y peuvent cauſer les animaux & les inſectes.

On ſe tromperoit ſi on s'imaginoit que l'eſpèce de deſsèchement que le grain reçoit du Soleil & de l'air extérieur, lors de ſa maturité, lui enlevât aſſez d'humidité pour le mettre à l'abri de ſe corrompre; ce deſsèchement peut tout au plus être ſuffiſant pour l'empêcher de ſe gâter tant qu'on le conſerve en gerbe dans la grange, mais il faut bien d'autres précautions pour le conſerver lorſqu'il eſt battu & ſéparé de ſon épi.

M. du Hamel avoit employé dans ſes premiers eſſais l'action du ventilateur; il enfermoit ſes grains dans un coffre de bois à deux fonds, dont le ſupérieur étoit une eſpèce de grillage de bois couvert d'un canevas, & le tuyau d'un ventilateur introduit entre ces deux fonds, forçoit, par le jeu de cet inſtrument, l'air à traverſer toute l'épaiſſeur de la maſſe de blé: c'étoit déjà beaucoup gagner ſur l'emplacement & ſur la manière d'éventer le blé en le remuant à la pelle, mais il s'aperçut bientôt qu'à moins de répéter long-temps cette opération, qui eſt toujours pénible & coûteuſe, le blé couroit encore riſque de s'échauffer, & que d'ailleurs le ventilateur ne faiſoit qu'incommoder les inſectes ſans faire périr ni eux ni leurs œufs.

Il a donc cherché un remède plus efficace, & ce remède eſt l'étuve: le blé étuvé eſt aſſez dépouillé de ſon humidité pour être gardé très-long-temps ſans ſe corrompre, & la chaleur de l'étuve portée à un point où elle ne peut endommager le blé deſtiné à faire du pain, fait également périr les inſectes & leurs œufs.

Les expériences ont décidé en faveur de la méthode, & elles ont outre cela fait remarquer à M. du Hamel pluſieurs objets intéreſſans; elles lui ont appris, par exemple, que les grains ne perdoient pas tous également de leur poids, & que ceux qui étoient plus humides en perdoient davantage; que, malgré cette perte de poids, ces grains augmentoient d'abord de volume; que les grains, toutes choſes d'ailleurs égales, perdoient d'autant plus de leur poids qu'ils reſtoient plus long-temps dans l'étuve; qu'ils reprenoient une partie de l'humidité de l'air ſi on les

mettoit au ſortir de l'étuve dans un lieu trop frais; que c'étoit une erreur de croire qu'on pût, par une chaleur plus vive, abréger le temps de l'opération & qu'il falloit laiſſer à l'humidité le temps de ſortir du grain, de ſe réduire en vapeurs & de s'échapper; que quoique le blé puiſſe être expoſé ſans riſque à une chaleur de plus de 100 degrés du thermomètre de M. de Reaumur, on peut cependant ſe contenter de lui en faire eſſuyer une d'un peu plus de 90 degrés; que le grain étuvé étoit plus aiſé à moudre, & que la mouture en étoit plus courte d'un tiers; que la farine abſorboit plus d'eau que celle du blé non étuvé; que la pâte ſe retiroit moins au four; & qu'enfin elle cuiſoit plus promptement.

Le grain une fois deſſéché & les inſectes ou leurs œufs qu'il pouvoit contenir, étant détruits, on le mettra dans des caiſſes ou coffres de bon bois & bien clos, qui le garantiront aiſément du tort que les rats, les ſouris, les oiſeaux & les chats pourroient lui faire. On peut & on doit deſſécher de même les farines, & ſur-tout celles qu'on envoie en tonneaux dans les Colonies, & qui, faute de cette précaution, ſe trouvent ſouvent gâtées en arrivant.

L'opération d'étuver le grain n'eſt nullement difficile, il ſuffit de le jeter dans une trémie placée au haut de l'étuve, il s'arrange de lui-même dans l'intérieur; & lorſque l'opération eſt finie, en ouvrant ſimplement le canal par où il doit ſortir, il tombe de lui-même dans les ſacs qu'on préſente pour le recevoir.

M. du Hamel avoit donné dans ſon premier ouvrage la deſcription de ſon étuve, il donne dans celui-ci les changemens qu'une longue expérience lui ont fait juger néceſſaires; il rapporte des exemples de blés conſervés très-long-temps par cette méthode, & il n'a rien négligé de ce qui pouvoit contribuer à la perfection d'un travail ſi utile & qui obvie à de ſi fâcheux inconvéniens. On commence à ſe ſervir de cette méthode en pluſieurs endroits, mais celles même qui ſont les meilleures & les plus utiles ont ſouvent beſoin d'un long temps pour s'établir.

ALGEBRE.

V. les Mém. p. 533.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires: L'Écrit de M. Bezout ſur la réſolution générale des Équations de tous les degrés.

CETTE année, M. le Marquis de Condorcet préſenta à l'Académie, un traité du *Calcul intégral;* on ſait que les équations différentielles peuvent également exprimer les différences infiniment petites de quantités finies, ou les différences infiniment petites de quantités infiniment petites elles-mêmes, mais d'un ordre ſupérieur, & que le Calcul intégral eſt en général l'art de retrouver, par les grandeurs infiniment petites, les grandeurs finies auxquelles elles appartiennent. Mais quand les différences ſont elles-mêmes dérivées de parties infiniment petites, il eſt clair qu'il doit y avoir bien des cas où il ſera impoſſible de les rappeler à des quantités finies, & que cette partie de l'art doit avoir ſes règles à part; c'eſt ce qui a obligé M. le Marquis de Condorcet de diviſer ſon Ouvrage en deux parties, dont la première a préciſément ce dernier cas pour objet.

Puiſque les équations différentielles qui expriment des différences de parties infiniment petites, ne ſe réduiſent pas toutes à des intégrales finies, il doit y avoir des conditions qui faſſent qu'une fonction ou une équation différentielle ait une intégrale finie, & qu'une autre n'en ait pas; & M. le Marquis de Condorcet enſeigne à rechercher ces conditions, & cela de la manière la plus générale, ſoit qu'on ait ſuppoſé ou non, une différentielle conſtante, à quelques degrés que montent les variables & leurs différentielles, & en quelque nombre qu'elles puiſſent être.

L'intégrale & l'équation différentielle qui en eſt ſuſceptible, ont entre elles une relation eſſentielle; mais quoique cette relation exiſte néceſſairement, elle n'exige pas de l'Analyſte moins d'adreſſe ni moins de connoiſſance de calcul pour la découvrir.

Un objet ſi important méritoit bien l'attention de M. de Condorcet, auſſi n'a-t-il rien négligé pour donner à ſon lecteur les moyens de former cette équation; mais la relation même qu'elle exprime, ne ſuffiroit pas encore, ſi par des réflexions eſſentielles on ne parvenoit à admettre dans l'équation qui exprime la relation entre l'intégrale & l'équation propoſée, que des termes appartenans à cette dernière; par ce moyen M. de Condorcet parvient à réſoudre ce problème général : *étant donnée une équation différentielle de tel ordre que ce ſoit, & qui renferme tant de variables qu'on voudra, déterminer ſi cette équation, dans l'état où elle eſt propoſée, admet, ou non, une intégrale d'un degré inférieur,* & cette importante ſolution eſt donnée avec toute l'élégance & toute la généralité poſſibles.

Une remarque ſingulière de M. de Condorcet, eſt que les formules qui expriment les conditions cherchées, ſont préciſément les mêmes que celles qui expriment les conditions qui doivent avoir lieu entre les variables d'une fonction intégrale indéfinie, pour qu'elle devienne un *maximum* ou un *minimum;* queſtions qui ont été déjà traitées par M.rs Euler & de la Grange; cette identité de formules eſt fondée, ſelon M. de Condorcet, ſur l'identité analytique de deux ſortes de queſtions & n'avoit point encore été remarquée.

En cas de poſſibilité d'un problème, c'eſt déjà beaucoup de démontrer que l'équation différentielle qui l'exprime, eſt ſuſceptible d'une intégrale d'un degré immédiatement inférieur; mais ſi cette équation exprimoit une choſe impoſſible, l'intégrale ne pourroit certainement être finie : il eſt donc néceſſaire de reconnoître ce cas, & malgré la difficulté de cette recherche, la méthode de M. de Condorcet procure aſſez naturellement cette connoiſſance; il n'eſt pas même néceſſaire de trouver toutes les intégrales ſucceſſives, il ſuffit d'avoir la relation des

parties proposées, nécessaires pour que la condition demandée ait lieu, & M. de Condorcet donne les moyens d'obtenir cette connoissance.

Tout ceci n'est encore qu'une espèce de préliminaire de la méthode de M. de Condorcet, & duquel il passe enfin à la méthode générale de trouver l'intégrale d'une équation différentielle proposée; une équation de cette espèce a, comme on le juge bien, plusieurs parties dont elle est composée, & dans le nombre desquelles il se trouve des fonctions transcendantes; M. de Condorcet examine quelle en est la nature & fait voir comment on peut les faire disparoître dans les différentiations successives qu'on emploie; il donne ensuite la manière de préparer les équations générales qui doivent représenter l'intégrale, & qui, par les combinaisons qu'il prescrit, peuvent se réduire à devenir l'équation différentielle indiquée; enfin rien de ce qui peut contribuer à l'exactitude ou à la facilité de la méthode, n'y est oublié.

Toutes les équations différentielles n'expriment pas des différences entre des quantités infiniment petites, il y en a qui expriment les différences qui se trouvent entre des quantités finies, & celles-ci forment l'objet de la seconde partie de l'ouvrage de M. de Condorcet; une marque à laquelle on peut reconnoître si elles seront intégrales, est si elles deviennent telles en supposant la différence infiniment petite d'un ordre inférieur, mais cette condition, quoiqu'essentielle, n'est pas la seule, & M. de Condorcet donne les moyens de découvrir les conditions nécessaires pour qu'une équation à différences finies ait pour intégrale une fonction d'un ordre inférieur ou une même fonction sans différences.

Il est encore une autre espèce d'équations différentielles, qui n'expriment que la variation d'une partie ou de quelques parties de l'équation, & dont on nomme pour cette raison les différences partielles; M. de Condorcet a fait quelques essais sur ces équations, & il donne à la fin de son ouvrage les moyens de reconnoître dans quel cas elles sont intégrables & de les intégrer lorsqu'il est possible.

Telle

Telle eſt l'idée très-abrégée de l'ouvrage de M. le Marquis de Condorcet, il eſt par-tout rempli de vues fines & délicates qui lui ſont propres, il annonce une connoiſſance du Calcul, & des talens qu'il eſt rare de trouver en pareil degré dans un âge auſſi peu avancé que le ſien, & qui ont paru ne pouvoir être trop encouragés.



GÉOMÉTRIE.

CETTE année parut le ſecond volume du *Cours de Mathématiques, à l'uſage des Gardes du Pavillon & de la Marine:* Par M. Bezout.

Nous avons annoncé l'année dernière le premier volume de cet ouvrage *, & nous avons dit qu'il devoit être compoſé de quatre parties, ſavoir, l'Arithmétique, la Géométrie, l'Algèbre & ſon application à la Géométrie, & enfin la Statique & le Mouvement.

* Voy. l'Hiſt. de 1764, p. 96.

Le ſecond volume duquel nous parlons, contient les Élémens de Géométrie, la Trigonométrie rectiligne & la Trigonométrie ſphérique.

La première ſection de la Géométrie traite des propriétés des lignes qui ſe rencontrent, ſoit obliquement, ſoit perpendiculairement, & de leur meſure, des propriétés des angles & de la manière de les meſurer, des propriétés des parallèles, &c. & toutes ces propriétés y ſont appliquées à différens uſages qui en montrent l'utilité & procurent au lecteur une eſpèce de ſuſpenſion du travail abſtrait de la ſimple théorie des lignes & des angles; M. Bezout paſſe aux triangles & aux polygones, conſidérés ſeulement par rapport à leurs angles & à leurs côtés; leurs ſurfaces étant réſervées pour la ſeconde partie. Les lignes proportionnelles viennent enſuite, parties très-importantes de la Géométrie, & que M. Bezout traite dans cet ouvrage avec beaucoup de ſimplicité & de clarté; cette matière amène naturellement l'examen des triangles & des polygones

ſemblables, relativement à leurs angles & à leurs côtés, & l'application qu'en fait M. Bezout à l'art de lever les plans.

Les ſurfaces & les principes de leurs meſures ſont l'objet de la ſeconde ſection; M. Bezout s'eſt principalement appliqué à bien faire ſentir à ſes lecteurs quelle eſt la nature des unités, des facteurs & du produit dans la multiplication qu'exige la meſure des ſurfaces: il enſeigne enſuite à comparer entr'elles les ſurfaces des figures ſemblables & non ſemblables, & à déterminer leurs rapports; de-là il paſſe à l'application de ces principes aux ſurfaces courbes, d'où il déduit la manière de meſurer les ſurfaces des différentes coupes du Navire; enfin il termine cette ſection par le toiſé des ſurfaces & par les propriétés des lignes à l'égard des plans, & des plans les uns à l'égard des autres.

Des plans, M. Bezout paſſe aux ſolides dans ſa troiſième ſection, il en enſeigne la meſure & la manière de déterminer les rapports des ſolides ſemblables ou non ſemblables, en commençant par les corps les plus ſimples; il fait voir que les principes établis à leur égard, peuvent être auſſi appliqués à la meſure des corps plus compoſés; il donne la manière d'évaluer un priſme tronqué, & ramène à cette meſure celle de tous les autres ſolides, terminée par des ſurfaces planes; il applique cette méthode aux tranches des ſolides d'une épaiſſeur médiocre, & compriſes entre deux plans parallèles; d'où il déduit la manière de meſurer la ſolidité de la carène des Vaiſſeaux: chacune des trois ſections de cet ouvrage eſt ſuivie d'applications utiles.

La Trigonométrie rectiligne eſt d'un uſage immenſe dans preſque toutes les Mathématiques, auſſi M. Bezout n'a-t-il rien négligé pour mettre ſon lecteur bien au fait de cette partie; il a raſſemblé tout ce qui étoit néceſſaire pour la réſolution des triangles rectilignes. On ſait que le calcul trigonométrique emploie par-tout les nombres tirés des Tables des ſinus, tangentes & ſécantes, & de celles des logarithmes; pour ne rien laiſſer en arrière, M. Bezout explique la formation & l'uſage de ces Tables, & y ajoute quelques propriétés des ſinus &

des tangentes peu en uſage, à la vérité, à la Trigonométrie rectiligne, mais qui doivent ſervir dans la ſuite de ſon cours, & toutes les règles qu'il donne ſont accompagnées d'exemples qui éclairciſſent extrêmement tous ces objets.

La Marine ne fait pas un moindre uſage de la Trigonométrie ſphérique que de la rectiligne; il étoit donc néceſſaire à M. Bezout de la rendre familière à ſes Élèves : il commence par préſenter une idée des propriétés générales de la ſphère & des triangles ſphériques, & donne les moyens de reconnoître, lorſque cela ſe peut, ſi le côté ou l'angle qu'on cherche eſt moindre ou plus grand que le quart-de-cercle. Partant d'après ces principes, il expoſe toutes les règles de ce calcul, d'abord pour les triangles ſphériques rectangles, & enſuite pour les triangles obliquangles; il s'eſt ſur-tout appliqué dans cette partie à diminuer le nombre des règles dont on a coutume de faire uſage dans la réſolution de ces triangles, & le fruit de ſes recherches a été de faire en ſorte que dans les cas où on eſt obligé d'employer deux analogies, il y en eût une qui fût conſtamment la même; cette partie eſt terminée par quelques applications à la pratique des règles qu'il vient de donner & par une indication de celles qu'on peut faire ſoi-même dès qu'on eſt tant ſoit peu au fait de la ſphère céleſte & de ce qu'on appelle l'*Aſtronomie du premier mobile.* Cette ſeconde partie de l'Ouvrage de M. Bezout a paru très-propre à remplir le but qu'il s'étoit propoſé & à mettre ſes Élèves à portée d'acquérir les connoiſſances géométriques qui leur ſont néceſſaires, & travailler enſuite par eux-mêmes lorſque les circonſtances ou l'envie de s'inſtruire les y obligeront.

CETTE même année M. Mauduit, Profeſſeur de Mathématiques dans la chaire de Ramus, au Collége Royal, préſenta à l'Académie un Ouvrage, intitulé: *Principes d'Aſtronomie ſphérique* ou *Traité complet de Trigonométrie ſphérique.*

Les Traités ordinaires de Trigonométrie ſphérique, n'ont juſqu'ici enſeigné à réſoudre les triangles de cette eſpèce que par des proportions : cette méthode n'eſt pourtant pas la ſeule

qu'on puiſſe employer à cet uſage; ils peuvent être réſolus par des conſtructions géométriques, par leſquelles, à l'aide de la règle & du compas, on peut aiſément trouver toutes les parties d'un triangle à réſoudre. On juge bien que ces méthodes, qu'on nomme *graphiques*, n'ont pas le même degré d'exactitude que le calcul; on s'en ſert cependant dans bien des occaſions, comme dans le calcul des Éclipſes ſujètes aux parallaxes, où elles épargnent un très-long calcul & donnent une préciſion ſuffiſante; on les emploie de même avec ſuccès dans la pratique de la Navigation & dans une infinité d'autres occaſions où l'on peut ſacrifier à une grande facilité une petite partie de l'exactitude géométrique. Enfin on peut appliquer l'analyſe à cet objet, & cette application, dont on a déjà quelques exemples, introduit une nouvelle eſpèce de calcul, non-ſeulement très-utile à la Trigonométrie ſphérique, mais encore à un très-grand nombre de problèmes dont les ſinus, les tangentes & les logarithmes fourniſſent des ſolutions approchées toutes faites.

L'ouvrage de M. Mauduit contient, comme ceux qui l'ont précédé, la méthode de réſoudre les triangles ſphériques par les proportions, mais il donne de plus celle de les réduire graphiquement à l'aide des projections ou repréſentations régulières de la ſphère & celle d'y appliquer le calcul analytique.

Cet ouvrage eſt diviſé en ſix chapitres, le premier contient les notions élémentaires & les principes ſur leſquels eſt fondé tout l'ouvrage; il va même juſqu'à y expliquer la théorie des imaginaires qui ſe rencontrent fréquemment dans le calcul analytique appliqué à la Trigonométrie, & qui ne ſont en effet qu'une expreſſion abſurde à laquelle on arrive en prenant pour un produit ce qui n'en eſt pas un.

De ces principes une fois poſés, M. Mauduit paſſe aux principales propriétés des triangles ſphériques en général, il explique enſuite la méthode de réſoudre les triangles ſphériques rectangles, article ſur lequel il inſiſte d'autant plus volontiers que la ſolution de ces triangles revient preſque continuellement dans celle des obliquangles, de la plupart deſquels on ne peut venir à bout qu'en les ſuppoſant partagés en deux ou pluſieurs

triangles rectangles; il a donc travaillé à donner à cette partie la plus grande netteté, & pour en faciliter la pratique, il a ajouté à cet article le théorème général de Néper, qui réduit les ſeize cas des triangles à deux, ſans avoir beſoin d'autre choſe que de l'énumération de ces mêmes cas dont chacun ſe vérifie ſur le champ par une ſeule analogie; la réſolution des triangles ſphériques obliquangles, ſuit, comme l'ordre le demande, celle des rectangles; le théorème de Néper ne peut s'y appliquer, mais M. Mauduit y ſubſtitue celui que M. Pingré a donné en 1756 *, & qui fait à leur égard le même effet, & l'Auteur ajoute aux ſolutions déjà connues des trois côtés ou des trois angles, pluſieurs autres ſolutions nouvelles, il donne même raiſon d'une bizarrerie apparente d'une règle de Trigonométrie qui enſeigne à chercher la valeur d'un angle par le ſinus de ſa moitié, & il fait voir que cette règle, toute bizarre qu'elle paroît, eſt la plus ſimple & la plus facile de toutes celles qu'on pouvoit employer; ce chapitre eſt terminé par la démonſtration complète des fameuſes analogies de Néper, défigurées & altérées dans quelques ouvrages.

* Voy. Mém. de l'Acad. 1756, p. 301.

Le troiſième chapitre contient les ſolutions graphiques des différens cas qu'on vient de voir réſolus par des analogies: l'auteur y emploie principalement la projection orthographique, qui ſuppoſe l'œil à une diſtance infinie de la ſphère; mais cependant il donne auſſi quelques règles de la projection ſtéréographique, où l'œil eſt ſuppoſé dans un point de la ſuperficie de la ſphère, & de laquelle on ſe ſert principalement dans les Cartes géographiques; enfin il donne une autre ſolution facile, déduite du développement des parties du triangle à réſoudre.

Juſqu'ici, nous n'avons conſidéré que les méthodes de réſoudre les triangles ſphériques, ſoit par des analogies, ſoit graphiquement; le cinquième chapitre enſeigne une autre manière de les réſoudre, en y appliquant le calcul analytique. On juge bien que cette méthode multiplie les ſolutions, & que les règles que nous avons vues dans les chapitres précédens, ſe trouvent n'être que des cas particuliers des méthodes générales, & ſont confondues dans la foule des formules qui en réſultent; &

comme on peut ſouvent trouver dans l'Aſtronomie des queſtions qui ſe réduiſent aux mêmes formules que celles des triangles, M. Mauduit enſeigne à ramener les plus compliquées aux logarithmes; il donne de même la manière de réſoudre les équations des ſecond & troiſième degrés par les Tables des ſinus; méthode extrêmement commode lorſqu'on n'a pas lieu d'eſpérer des racines commenſurables.

Le cinquième chapitre eſt, comme M. Mauduit l'annonce lui-même, une traduction de l'Ouvrage de M. Roger Côtes, intitulé : *De æſtimatione errorum in mixtâ matheſi*, dans lequel cet auteur enſeigne à appliquer à l'une & à l'autre Trigonométrie le calcul différentiel; & toute cette théorie eſt éclaircie par un grand nombre d'exemples que M. Mauduit y a joints.

Le ſixième & dernier chapitre n'eſt que l'application des règles données dans le cours de cet Ouvrage à un grand nombre de problèmes aſtronomiques; & l'auteur a cru, avec raiſon, qu'il ſeroit plus utile & plus agréable d'appliquer ces règles à des problèmes utiles qu'à des triangles, pour ainſi dire, abſtraits.

Cet Ouvrage peut être regardé comme un Traité complet de Trigonométrie ſphérique, puiſqu'il contient toutes les méthodes, juſqu'à préſent uſitées pour la réſolution des triangles de cette eſpèce; mais il offre encore un autre avantage, c'eſt d'être fait de telle manière que ceux qui voudroient ſe contenter de l'ancienne méthode, peuvent aiſément omettre ce qui concerne l'application du calcul analytique. Les cinq premiers théorèmes du premier chapitre leur ſuffiront, & le reſte de ce qui conſtitue la Trigonométrie ſphérique ordinaire, n'en ſera pas moins intelligible.

Cet ouvrage a paru ſi propre à faciliter les ſuccès de ceux qui s'occupent de la Trigonométrie ſphérique ou qui en veulent appliquer les principes aux autres Sciences mathématiques, que l'Académie a cru non-ſeulement devoir lui accorder ſon approbation, mais même permettre à M. Mauduit de le faire imprimer ſous ſon privilége.

ASTRONOMIE.

SUR UN DÉRANGEMENT SINGULIER,

Obſervé dans le mouvement de Saturne.

ON connoît depuis long-temps les inégalités produites dans le mouvement de Saturne par l'attraction de Jupiter & celles des autres Planètes; & dès 1720, M. Halley s'étoit aperçu de dérangemens aſſez ſenſibles dans le mouvement de cette Planète: ces mêmes dérangemens ont été remarqués depuis, en 1746 par M. le Monnier, & en 1757 par M. de la Lande. L'Académie propoſa, en 1748, pour ſujet du Prix l'explication de ces inégalités; mais quoique la Pièce victorieuſe de M. Euler contînt les recherches les plus ſavantes, ce célèbre Géomètre ne put repréſenter ces obſervations qu'à 8 à 9 minutes près, & il ne faut pas s'en étonner: M. de la Lande, en cherchant la raiſon de cette différence, a reconnu une inégalité conſidérable dans le mouvement de Saturne, inégalité qui ne peut être rapportée ni à l'attraction de Jupiter ni à celle des autres Planètes, & qui eſt cependant plus conſidérable que celles que cette attraction pourroit produire. V. les Mém. p. 361.

Comme la plupart des inégalités des Planètes ſe trouvent confondues les unes avec les autres, une des principales adreſſes des Aſtronomes eſt de ſaiſir, pour avoir les révolutions des Planètes, les points où les inégalités connues reviennent les mêmes; il eſt clair qu'alors l'inégalité s'exerçant également ſur les deux obſervations qui ſervent à déterminer le retour de la Planète à un même point du ciel, la révolution n'en ſera pas altérée, & que ſi elle éprouve en ce cas quelqu'altération, elle ſera dûe à une inégalité inconnue différente de celles qu'on avoit prévues.

C'eſt par ce moyen qu'on eſt parvenu à déterminer la révolution de la Terre & des autres Planètes, & à s'aſſurer que ces révolutions ne varioient pas au moins fort ſenſiblement, tandis que les révolutions moyennes de Saturne, de Jupiter & de la Lune avoient des variations aſſez petites à la vérité, mais qui cependant deviennent ſenſibles après pluſieurs centaines d'années; ce qui les fait nommer *ſéculaires*, de même que les équations qui ſervent à les corriger.

Mais ce qu'on n'avoit encore ni aperçu ni ſoupçonné, c'eſt que la révolution moyenne de Saturne n'eſt nullement uniforme, qu'elle ſe trouve plus ou moins longue, ſuivant les différentes circonſtances où l'on obſerve, ſans qu'on puiſſe attribuer cette inégalité à aucune des cauſes connues.

C'eſt cependant ce dont M. de la Lande s'eſt aſſuré par une comparaiſon exacte du calcul tiré des Tables de M. Halley, avec plus de cent oppoſitions de Saturne au Soleil, dont on a les obſervations & deſquelles M. de la Lande a dreſſé une Table, dans laquelle il marque ſoigneuſement la différence de longitude de Saturne & de Jupiter pour le temps de chaque obſervation & l'erreur des Tables.

Il réſulte de la ſeule inſpection de cette Table, qu'en ne prenant même que les intervalles des obſervations où la poſition reſpective de Jupiter & de Saturne étoit la même ou preſque la même, le moyen mouvement de ce dernier va en s'écartant toujours de plus en plus du calcul tiré des Tables de M. Halley; que cette différence, d'abord négative juſqu'en 1707, eſt devenue poſitive depuis ce terme juſqu'en 1719; qu'en 1733, elle étoit redevenue négative, & qu'elle a toujours été en croiſſant dans ce ſens, mais avec des accroiſſemens très-inégaux & infiniment plus forts dans les dernières années que dans les premières; qu'en un mot on eſt forcé de reconnoître qu'indépendamment de l'attraction de Jupiter, il y a une inégalité dans les révolutions moyennes de Saturne; que cette inégalité va en croiſſant, mais que ſa marche n'eſt point uniforme, & qu'elle a eu un accroiſſement extraordinaire depuis environ vingt ans.

Mais

Mais quelle peut être la cause de cette inégalité? c'est ce que M. de la Lande n'ose entreprendre de déterminer, du moins est-il très-difficile de la trouver dans ce que nous connoissons de la Physique céleste; on ne peut même encore décider si cette cause est générale & constante ou si l'inégalité n'est que l'effet de quelque cause accidentelle: tout ce qu'on peut se permettre de conjecturer, c'est que l'extrême éloignement du Soleil où est Saturne & la lenteur de son mouvement rendent ce mouvement susceptible d'être dérangé par des causes qui ne produiroient aucun effet sur une Planète plus proche du Soleil; celles qui sont dans ce cas étant bien mieux défendues par leur mouvement plus rapide & par la force centrale plus énergique qui les retient dans leurs orbites.

Mais ce que cette inégalité a de plus fâcheux, c'est qu'elle met presque dans l'impossibilité de déterminer le mouvement moyen de Saturne, puisque, suivant que les observations qu'on emploie sont plus ou moins anciennes, on trouve une correction plus ou moins grande à faire au mouvement moyen déterminé par les Tables, & qu'on sera obligé de se contenter des conjectures qu'on peut tirer d'une année à l'autre, du moins jusqu'à ce qu'on ait déterminé la cause jusqu'à présent inconnue de l'accélération extraordinaire que le mouvement de Saturne a éprouvé depuis environ vingt ans. Plus les observations se multiplient, plus on rencontre dans l'Astronomie de phénomènes de cette espèce.

SUR QUELQUES MOYENS

De perfectionner les instrumens d'Astronomie.

LA perfection des observations qui servent de base à toutes les théories astronomiques, dépend en grande partie de celle des instrumens qu'on y emploie: l'application des lunettes aux quarts-de-cercle, l'invention du micromètre, celle des pendules à secondes, ont porté depuis environ cent cinquante ans cette Science à un point de perfection qu'on n'auroit osé V. les Mém. p. 411.

même eſpérer; il eſt plus que probable que les lunettes achromatiques, qui donnent le moyen de groſſir beaucoup les objets, ajouteront encore à cette perfection. Mais ſi on a augmenté la facilité de diſcerner les objets, on n'a pas encore aſſez perfectionné l'art de diviſer pour que la fineſſe des diviſions puiſſe rendre ſenſible la valeur des angles que ces lunettes permettent de diſtinguer.

C'eſt à cet important objet que s'eſt appliqué M. le Duc de Chaulnes; il s'étoit aperçu qu'au moyen du micromètre, qu'il avoit appliqué il y a plus de vingt ans au microſcope, il pouvoit diſtinguer très-ſenſiblement la quatre millième partie d'une ligne.

Une ſi grande préciſion étoit bien propre à donner aux inſtrumens d'Aſtronomie un degré d'exactitude juſqu'à préſent inconnu; on n'avoit encore pu augmenter cette exactitude qu'en rendant leur rayon plus grand; mais il devenoit poſſible, en ſe ſervant des microſcopes de M. le Duc de Chaulnes, d'obtenir avec un inſtrument d'un très-petit rayon une préciſion égale & peut-être ſupérieure à celle des plus grands inſtrumens, ſur-tout en y appliquant les lunettes achromatiques qui, avec une très-médiocre longueur, peuvent ſurpaſſer l'effet de celles qui ſont beaucoup plus longues.

Trois choſes étoient néceſſaires pour que l'inſtrument que méditoit M. le Duc de Chaulnes, & qui ne devoit avoir qu'un pied de rayon, pût atteindre à la préciſion des grands inſtrumens de 6 pieds de rayon : il falloit que les lunettes qu'il y devoit appliquer fiſſent au moins l'effet de lunettes de 6 pieds & plus encore, s'il étoit poſſible; que la poſition verticale du plan de l'inſtrument & le niveau du rayon qui répond au commencement de la diviſion, fuſſent déterminés avec toute la préciſion poſſible; & qu'enfin la diviſion fût faite de manière qu'un angle de 2 ſecondes y fût perceptible.

Pour parvenir au premier point, M. le Duc de Chaulnes a employé des lunettes achromatiques qui, ſous la longueur de 2 pieds $\frac{1}{2}$, faiſoient l'effet de lunettes de 9 pieds; une de ces lunettes étoit fixée au corps même de l'inſtrument &

l'autre ſur l'alidade; car M. le Duc de Chaulnes avoit préféré de rendre l'inſtrument immobile & de lui adapter une alidade à la manière dont ſont conſtruits ordinairement les quarts-de-cercle, dont le corps ſe meut tout entier dans un plan vertical.

Pour s'aſſurer de la poſition verticale du plan de l'inſtrument & du parfait niveau de ſon rayon parallèle à la lunette, voici le moyen qu'il avoit imaginé.

Il avoit fixé à l'inſtrument un tuyau ou garde-filet d'un pied de long, fermé en haut d'une eſpèce de couvercle, au centre duquel étoit un très-petit trou où étoit ſuſpendu le cheveu; le bas de ce tuyau étoit terminé par une cuvette de verre pleine d'eau, pour arrêter le balancement du plomb attaché au cheveu qui y trempoit. Immédiatement au-deſſus de cette cuvette, étoit une boîte quarrée faiſant partie du tuyau, & percée dans ſes quatre faces verticales pour recevoir deux microſcopes, dont l'un étoit dirigé ſur un point marqué ſur le corps de l'inſtrument, & l'autre ſur une pièce qui y étoit fixée perpendiculairement à ſon plan, & le cheveu ſuſpendu librement ſe trouvoit, par ce moyen, au foyer commun des oculaires des deux microſcopes, & par conſéquent médiocrement groſſi, puiſqu'il ne l'étoit que par ces oculaires, tandis que les points très-fins, placés ſur le corps de l'inſtrument & ſur la pièce qui y étoit fixée, étoient groſſis de toute la puiſſance du microſcope.

Il étoit donc facile, par cette ingénieuſe conſtruction, de placer exactement le cheveu ſur le milieu des points, & par conſéquent l'inſtrument étant une ſeule fois vérifié, de le remettre toujours préciſément dans la même poſition; & c'eſt en effet ce que M. le Duc de Chaulnes a éprouvé & dont il s'eſt aſſuré par un grand nombre d'expériences, dont quelques-unes ont été faites en préſence de l'Académie. Ces deux premières difficultés vaincues, il ne lui reſtoit plus que celle de la diviſion à ſurmonter; & ce n'étoit pas la moindre.

La première idée de M. le Duc de Chaulnes fut de ſe ſervir du mouvement d'une vis pour parvenir à marquer ces diviſions; on emploie une vis dans le micromètre pour déterminer

le mouvement du fil, & rien n'étoit plus naturel que de regarder ce moyen comme parfaitement exact; nous verrons cependant dans un moment combien il y avoit à en rabattre.

Dans cette vue, il prit un demi-cercle de cuivre d'un pied de rayon & d'environ 3 lignes d'épaisseur, & il fixa au centre un cône tronqué d'acier très-exactement tourné; un canon, fait du métal qu'on emploie pour les miroirs des télescopes, rouloit très-exactement autour de ce centre & étoit fixé sur une espèce singulière d'alidade : cette alidade étoit un secteur de cuivre d'environ 50 degrés, d'un rayon un peu plus grand que le demi-cercle & terminé par une ligne parallèle à une tangente du demi-cercle; elle étoit encore percée de deux ouvertures circulaires qui répondoient un peu en dedans du bord de l'instrument; sur la partie qui étoit au-delà du demi-cercle, étoit fixée une vis sans fin d'environ six tours, faite d'acier bien trempé, & la tige de cette vis portoit un index propre à marquer sur une plaque circulaire les centièmes parties du tour de la vis, & cet index portoit lui-même une division de *nonius* qui subdivisoit en dix ces parties, & donnoit par conséquent les millièmes parties de chaque tour de vis.

La vis sans fin fut d'abord employée à tarauder le bord du demi-cercle dans son épaisseur, & quand les pas y furent bien marqués, M. le Duc de Chaulnes se crut sûr de son opération.

Pour cela il fixa une lunette sur l'alidade, & ayant amené celle-ci jusqu'à ce que la lunette qu'elle portoit fût pointée au même objet que celle qui étoit fixée au demi-cercle, il remarqua le nombre de parties que marquoit la vis sans fin, il plaça ensuite la lunette de l'alidade, perpendiculairement à celle du demi-cercle, par les méthodes connues des Astronomes, & remarqua que pour faire ce trajet, qui contenoit 90 degrés, la vis sans fin avoit fait 499 tours & 13 parties.

Regardant alors l'égalité des pas de la vis comme certaine, il divisa par 90 degrés les 499 tours 13 parties, que contenoit l'angle droit & il eut le nombre des parties qui répondoit à chaque degré, alors il adapta un tracelet à l'alidade, de manière qu'il y fût parfaitement assujetti, & que cependant

on put le lever quand l'alidade iroit d'un degré à l'autre & le faire glisser dans sa coulisse pour tracer les divisions & se servant de la Table qu'il avoit dressée, il divisa son instrument.

Qui ne croiroit qu'une division faite de cette manière devoit être parfaitement exacte, & étoit-il possible de soupçonner que les pas de vis marqués & creusés sur la circonférence du demi-cercle par l'action de la même vis sans fin, étoient sensiblement inégaux ; ils l'étoient cependant, & M. de Chaulnes après avoir recommencé plusieurs fois sa division, ne put le révoquer en doute, & il conjectura avec assez de vraisemblance, que la différence de dureté des parties de cuivre avoit causé l'inégalité des pas de la vis, à peu près par la même raison qui rend presqu'impossible de couper sur le tour, un disque parfaitement rond, si le morceau de bois est tiré d'une planche, les fibres cédant plus aisément à l'outil sur le bois de fil que sur le bois debout.

Il fallut donc renoncer à la vis pour obtenir des divisions égales, elle ne demeura cependant pas inutile, & nous verrons bientôt quel parti M. le Duc de Chaulnes en sut tirer.

Voyant qu'il ne pouvoit plus compter sur l'égalité des pas de vis, il retourna à ses microscopes, il en fixa deux très-égaux sur son alidade.

Ces microscopes qu'il pouvoit approcher ou éloigner sur l'alidade, devinrent un véritable compas, d'autant plus avantageux que l'intersection des fils placés au foyer de l'oculaire, qui en faisoit la pointe, n'étoit grossie que par ce verre, tandis que le point du limbe auquel elle répondoit, l'étoit par tout le microscope.

Pour ne pas avoir continuellement à effacer, il fit préparer plusieurs petits carrés de cuivre mince, d'environ trois lignes de côté, sur chacun desquels étoient tracées deux lignes très-fines qui se coupoient à angles droits ; ces intersections ayant paru à M. le Duc de Chaulnes beaucoup plus nettes & plus aisées à bien distinguer que des points, & ces petits carrés se fixoient sur le limbe avec de la cire.

Nous avons dit que les pas de la vis tracés sur l'épaisseur

du demi-cercle, n'étoient pas égaux, mais nous n'avons pas ajouté qu'ils étoient conſtans, d'où il ſuit que s'ils ne pouvoient ſervir de diviſeurs, ils pouvoient ſervir de repaires, & voici comment M. le Duc de Chaulnes les mit en uſage.

Il plaça ſur l'alidade un microſcope, de manière que lorſque le fil du microſcope coupoit une des interſections dont nous venons de parler, l'index de la vis ſans fin marquoit le même nombre qu'elle avoit donné quand on avoit tracé les points o & 90, & la petite plaque & ſon interſection furent fixés à ce point avec de la cire; puis ſans déranger en aucune façon le microſcope, il fit mouvoir l'alidade juſqu'à ce que l'index marquât le nombre de tours & de parties qui répondoient à 90 degrés, & il fixa une interſection pareille à cet endroit, ſous le fil du microſcope; une troiſième fut placée à 45 degrés à l'aide d'un ſecond microſcope, fixé ſur la même alidade, & qui faiſoit, comme on voit, l'effet d'une ſeconde pointe de compas avec laquelle, & la première, il étoit aiſé de vérifier l'égalité des deux moitiés de l'arc de 90 degrés, & il écrivit le nombre de tours & de parties de tours de la vis ſans fin, qui répondoit à ces trois points.

Alors M. le Duc de Chaulnes ôta les microſcopes, il plaça le tracelet ſur l'alidade & la faiſant courir du même nombre de tours & de parties qu'il venoit de trouver, il marqua ſur le limbe ces trois points, dont la poſition ſe trouva ſi préciſe, qu'ayant recommencé l'opération, en remettant les microſcopes, le fil de ces inſtrumens couvrit exactement les traits du tracelet, dès que l'index de la vis ſans fin marqua les mêmes nombres de parties que dans les deux premières opérations.

On voit aiſément quel avantage les microſcopes ainſi employés, avoient ſur les pointes d'un compas, quelque fines qu'elles puiſſent être, mais cet avantage étoit compenſé par un grand inconvénient; les pointes d'un compas peuvent s'approcher tant qu'on veut & les microſcopes ne le pouvoient pas, leur groſſeur ne leur permettoit pas de s'approcher plus près que pour meſurer un angle de 4 ou 5 degrés; nous allons voir comment l'induſtrie de M. le Duc de Chaulnes le tira de cet embarras.

Il divisa d'abord tout le demi-cercle de 10 en 10 degrés, au moyen de ses microscopes & de ses petites plaques mobiles, qu'il avançoit ou reculoit jusqu'à ce qu'étant parti du point o il trouvât à la 9.e portée que le point de 90 du quart-de-cercle, fût exactement sous le fil du microscope & écrivit ensuite soigneusement le nombre de tours de la vis sans fin & de parties de tours qui répondoient à chaque intervalle de 10 degrés, nombres que l'inégalité des pas gravés sur la circonférence du demi-cercle, rendoit nécessairement inégal, puis ayant substitué le tracelet à l'un des microscopes, il marqua tous ces points sur le limbe & en fit la vérification comme dans l'article précédent, en remettant le microscope.

Il divisa de même en 9 l'espace de 90 degrés, & cette division avoit un avantage en ce qu'elle rencontroit à la 5.e portée le point de 45 degrés qui formoit deux points de vérification au lieu d'un.

Mais cette même division jouissoit bien d'un autre avantage que M. le Duc de Chaulnes avoit eu en vue; les dernières figures de tous les multiples du nombre 9 diminuent successivement d'une unité, comme il est aisé de voir dans la suite 9, 18, 27, 36, &c. en arrêtant donc ses microscopes à l'intervalle de 10 degrés, & partant de la première division 9, il avoit tous les nombres terminés par 9 comme 19, 29, 39, &c. en partant du nombre 18, il avoit tous les nombres terminés par 8, comme 28, 38, 48, &c. en partant de 27, tous les nombres terminés par 7 & ainsi des autres, & à chaque portée, il marquoit soigneusement le nombre de tours & de parties de tours de vis qui y répondoient, & en répétant cinq fois cette opération, il eut une Table complette des tours de vis & de leurs parties, qui répondoient à chaque degré du quart-de-cercle; la même opération répétée avec l'intervalle de 5 degrés donna tous les demi-degrés & le nombre de tours & des parties de tours de vis qui répondoient à chacun, dont il fit une Table, & cette Table fit voir combien les pas de la vis étoient peu propres à servir de diviseurs, puisqu'il se trouvoit des demi-degrés qui contenoient 283 parties, tandis que

d'autres n'en avoient que 271, différence de plus d'un dixième, & par conséquent de plus de 3 minutes sur un demi-degré. Au moyen de cette Table il fut facile, en substituant le tracelet au microscope, de tracer sur le limbe tous les degrés & tous les demi-degrés; & c'est ainsi que par cette ingénieuse méthode M. le Duc de Chaulnes évita l'inconvénient que formoit l'épaisseur de ses microscopes, qui les empêchoit de s'approcher assez pour mesurer les petits arcs: la vérification faite avec les microscopes prouva l'exactitude de cette division.

Il s'agissoit alors de subdiviser ces intervalles de 6 en 6 minutes, car M. le Duc de Chaulnes se contenta de cette subdivision, étant facile d'avoir, à l'aide d'un micromètre, les divisions intermédiaires; il avoit remarqué que les intersections de lignes étoient infiniment plus nettes & plus tranchées que les points, il voulut donc que ses divisions de 6 en 6 minutes fussent marquées par des intersections; & pour cet effet, il substitua à la coulisse du tracelet deux leviers mobiles sur leurs centres, qui portoient chacun un tracelet & qui, en agissant l'un après l'autre, pouvoient former une intersection; mais l'embarras étoit de déterminer le point où elle devoit être: il n'y avoit plus moyen de se servir des petites plaques mobiles. M. le Duc de Chaulnes imagina d'abord que les tours de la vis ne seroient pas sensiblement inégaux sur un aussi petit espace qu'un demi-degré; il se trompoit cependant, & l'inégalité fut si sensible, qu'il fut encore obligé d'abandonner cette méthode.

Il jugea pour lors à propos de se servir du fil mobile du micromètre placé dans le microscope; il étoit possible de rendre l'intervalle entre ce fil & le fil fixe d'une telle quantité que, répétée dix fois, elle remplît exactement un degré; mais où prendre des points de reconnoissance sur le limbe? Le génie de M. le Duc de Chaulnes lui fournit encore une ressource bien simple en cette occasion; il imagina de répandre sur ce limbe une poussière très-fine comme de la poudre à poudrer, comptant bien, comme il arriva en effet, que parmi les molécules qui seroient dans la direction du fil, il s'en trouveroit

quelqu'une

quelqu'une reconnoiſſable, & par cet artifice, il obtint un intervalle entre les fils du microſcope, qui fut exactement de la dixième partie d'un degré; & ayant fait promener ſucceſſivement cet intervalle d'un bout du limbe à l'autre, il eut une Table des tours & parties de tours de vis ſans fin qui répondoient à chaque intervalle du limbe, & ayant fait alors agir les tracelets, il obtint des interſections, de 6 en 6 minutes, placées ſi également que l'examen le plus ſévère, fait au microſcope, n'y put faire remarquer aucune inégalité.

Ces interſections même procurèrent à M. le Duc de Chaulnes une vérification à laquelle il n'avoit pas penſé; les lignes qui les formoient étoient aſſez longues pour s'entrecouper plus d'une fois, & il réſultoit de ces interſections multipliées une eſpèce de moſaïque dont les mailles étoient des loſanges. Si tous les intervalles étoient bien régulièrement égaux, le fil du microſcope devoit couper les trois interſections qui ſe trouvoient dans le champ de l'inſtrument; ſi, au contraire, les intervalles n'étoient pas réguliers, le fil ne pouvoit pas rencontrer les trois interſections; ce dernier cas eut lieu quand on voulut ſe ſervir des tours de vis pour diviſer: mais lorſque M. le Duc de Chaulnes eut employé la méthode dont nous venons de parler, le fil du microſcope couvrit exactement toutes les interſections; preuve démonſtrative de leur exactitude.

Toutes les mailles de cette moſaïque étoient égales & ſemblables; il falloit cependant reconnoître celles qui répondoient aux degrés & aux demi-degrés: M. le Duc de Chaulnes imagina de marquer ces interſections par deux points placés au milieu des loſanges qui répondoient aux degrés, & par un ſeul point répondant au milieu d'une des loſanges qui répondoient aux demi-degrés. Il employa pour cela une eſpèce de foret dont la pointe étoit extrêmement fine fixé ſur l'alidade à la place du tracelet; les mêmes nombres de parties qui avoient été employées à tracer les interſections ayant été ſucceſſivement repris, tous les points ſe retrouvèrent exactement dans le milieu des mailles: nouvelle preuve de la juſteſſe de l'opération.

V. les Mém. p. 438.

L'instrument construit de cette manière, a été mis à sa plus forte épreuve à laquelle il pût être mis; il a été porté à l'Observatoire & employé concurremment, avec deux quarts-de-cercle de 6 pieds de rayon, à déterminer les hauteurs solsticiales du Soleil & celles d'*Arcturus ;* son exactitude ne s'est point démentie, & il a atteint le même degré de précision que ces grands instrumens, quoiqu'il n'eût qu'environ 11 pouces de rayon. Il résulte de ces expériences, qu'on peut, avec cet instrument, obtenir avec certitude une précision de 2 secondes, & que par conséquent un pareil qui auroit 4 pieds de rayon & qui seroit construit & divisé de la même manière, porteroit l'exactitude assez loin pour qu'on pût, par son moyen, s'assurer d'une demi-seconde, précision à laquelle on n'auroit pas même osé espérer de parvenir & qui remplit toutes les conditions du Problème que M. le Duc de Chaulnes s'étoit proposé.

Ces avantages même, deviendroient infiniment plus grands si, selon l'idée de M. le Duc de Chaulnes, on construisoit une plate-forme d'un grand rayon, qui serviroit à diviser ensuite tous les instrumens de Mathématique; cette plate-forme qui appartiendroit à l'Académie & qui seroit mise sous la garde d'un homme intelligent, seroit un ouvrier plus habile que les meilleurs qui ont existé jusqu'ici, & qui ne seroit sujet ni à la mort, ni à la vieillesse, ni à aucun des accidens qui peuvent rendre inutiles les talens de cette espèce; c'est au Public à apprécier le degré de reconnoissance qu'il doit à M. le Duc de Chaulnes pour le présent qu'il a fait à tout le monde Mathématicien; nous nous contenterons d'avoir exposé les titres auxquels il la mérite.

Nous ne pouvons finir cet article sans énoncer ici une remarque importante que fait M. le Duc de Chaulnes, c'est qu'on ne peut en aucune manière compter sur la précision des pas de vis pour mesurer les petites parties, en supposant les pas égaux, & que par conséquent on ne doit pas se contenter, dans l'usage du micromètre, de mesurer d'après une base & des mires placées à des intervalles connus la totalité de la course de cet instrument, mais qu'on doit au contraire avoir

ſur une grande mire des diviſions qui répondent aux minutes & ſecondes, &c. * pour dreſſer une table des parties du micromètre qui y répondent, ſans quoi on court riſque de tomber dans des erreurs conſidérables. Plus on va en avant, plus on trouve dans la pratique de l'Aſtronomie, des ſources d'erreur dont on ne ſe ſeroit pas même aviſé de ſoupçonner l'exiſtence.

SUR LA COMPARAISON

Des Hauteurs ſolſticiales d'hiver, obſervées en 1762 & 1764, avec celles qui ont été vues à l'Obéliſque du Gnomon de S.t Sulpice en 1743 & 1744.

L'OBLIQUITÉ de l'écliptique eſt un des plus importans élémens de toute l'Aſtronomie; les Aſtronomes ſe ſont ſur-tout attachés, depuis le commencement de ce ſiècle, à eſſayer de déterminer ſi cette obliquité eſt conſtante ou ſi elle eſt variable. V. les Mém. p. 432.

Les obſervations néceſſaires à cette recherche ſont très-délicates, puiſqu'elles ne roulent que ſur un très-petit nombre de ſecondes, & elles ne peuvent être faites qu'avec des attentions extrêmes & de très-grands inſtrumens.

C'eſt dans cette vue que M. le Monnier a cru devoir employer à cette recherche les Obſervations qu'il a faites au gnomon de Saint-Sulpice, dans lequel le ſtyle & l'objectif arrêtés dans le mur, portent aux deux ſolſtices une image bien terminée du Soleil, à des diſtances immenſes, ſi on les compare au rayon des plus grands inſtrumens. Nous avons déjà rendu compte en 1762 * des Obſervations faites en 1763 & 1764 au ſolſtice d'été, deſquelles il paroît réſulter que dans deux périodes toutes entières de la nutation, la hauteur ſolſticiale d'été n'a pas changé ſenſiblement, ce qui donneroit l'obliquité de l'écliptique ſenſiblement conſtante. * *Voy. Hiſt. de 1762, p. 128.*

* Depuis l'impreſſion de ce Mémoire de M. le Duc de Chaulnes, il a donné une Méthode de conſtruire cette mire, au moyen de laquelle on peut y diſcerner les plus petites parties qui, ſans cet expédient, ſeroient très-difficiles à diſtinguer; cette Méthode paroîtra dans les Volumes ſuivans.

Les Obſervations dont nous avons à rendre compte, ont été faites au ſolſtice d'hiver, temps où l'image du Soleil eſt reçue ſur une pyramide de marbre blanc, adoſſée au mur du portail ſeptentrional.

M. le Monnier employa pour ces Obſervations la même méthode qu'il avoit miſe en pratique pour celles du ſolſtice d'été, il marqua ſur le marbre avec du crayon, pendant quelques jours, devant & après le ſolſtice, la trace des deux bords ſupérieur & inférieur de l'image, & calculant enſuite la déclinaiſon par la diſtance du Soleil au ſolſtice, il en tira la poſition du point ſolſticial.

Lorſque M. le Monnier faiſoit cette détermination du point ſolſticial d'hiver, en 1743 & 1744, la nutation étoit preſque à ſon plus grand terme, il ne s'en falloit en 1743 que d'une ſeconde trois quarts, & en 1744 de $\frac{6}{100}$.es de ſeconde qu'elle n'y fût parvenue; elle s'eſt trouvée preſque préciſément la même en 1762 & 1764, puiſque la première de ces deux années, elle étoit moindre que 9 ſecondes, d'une ſeconde & un dixième, & qu'en 1764 elle n'en différoit que d'un centième de ſeconde; les Obſervations de 1762 peuvent donc être comparées à celles de 1743, & celles de 1764 à celles de 1744; & ces Obſervations comparées à celles qui ont été faites au même gnomon, dans le ſolſtice d'été, donneront très-exactement la variation de la diſtance entre les tropiques, en les dégageant de celles des réfractions dûes à la différence des hauteurs, ſur-tout en hiver.

Une autre concluſion auſſi importante que celle-là, qu'on peut tirer de ces mêmes obſervations ſolſticiales, c'eſt que dans l'eſpace de dix-huit à vingt ans, il ne ſe trouve aucune différence dans les hauteurs ſolſticiales d'été, & que celles d'hiver en offrent à peine une de 12 ſecondes; on ne peut donc admettre une diminution de l'obliquité de l'écliptique d'une minute en cent ans, puiſqu'elle auroit dû produire dans cet intervalle une différence de 21″ $\frac{1}{2}$ ou de 24″, plus grande de moitié que celle que les obſervations permettent d'admettre. Il s'en faut donc bien que la queſtion de la diminution de

l'obliquité de l'Écliptique ſoit encore décidée, & elle pourra exercer long-temps la ſagacité des Aſtronomes.

SUR LA DÉTERMINATION DE LA PARALLAXE DU SOLEIL

Par le Paſſage de Vénus du 6 Juin 1761.

NOUS avons déjà fait preſſentir, en 1763 *, la conteſtation qui fait l'objet du Mémoire duquel nous avons à rendre compte, & nous prions le Lecteur de vouloir bien ſe rappeler ce que nous en dimes alors.

V. les Mém. p. 1.

* *Voy. l'Hiſt. de 1763, p. 95.*

Un Mémoire, publié dans le cinquante-troiſième volume des *Tranſactions philoſophiques*, & dans lequel M. Short eſſaie d'établir la parallaxe du Soleil de 8″,56, plus petite d'environ 2 ſecondes que celle qu'avoit déterminée M. Pingré, a mis ce dernier dans le cas de diſcuter les raiſons qui pouvoient avoir engagé M. Short à cette diminution, qui va au moins à un cinquième de la parallaxe totale; & nous allons eſſayer d'en préſenter une légère idée.

M. Short ſe fondoit, dans ſon Mémoire, 1.° ſur cent ſeize obſervations du ſecond contact, dont les réſultats donnent la parallaxe du Soleil de 8″,565; 2.° ſur vingt-une obſervations du contact intérieur qui, comparées avec l'obſervation faite au cap de Bonne-eſpérance, donnent la parallaxe moyenne de 8″,50; 3.° ſur l'obſervation même de M. Pingré, qui, après les corrections qu'y fait M. Short, donnent encore la parallaxe de 8″,57; 4.° ſur les obſervations immédiates des moindres diſtances des centres, qui lui fourniſſent pour parallaxe moyenne 8″,56; 5.° ſur les mêmes moindres diſtances concluës de la durée totale du paſſage; d'où il tire la parallaxe de 8″,53; & enfin de la durée des paſſages obſervés, qui lui donnent pour réſultat moyen la parallaxe de 8″,61.

En prenant un milieu entre tous ces réſultats, on aura la parallaxe de 8″,566; & ſi on en exclut celle qu'on tire de

la durée des paſſages comme la plus incertaine, elle ſera de 8″,557 ou 8″,56.

Qui ne croiroit, à voir un ſi grand nombre de réſultats conformes les uns aux autres, que la parallaxe du Soleil qu'ils donnoient étoit inconteſtable? Telle avoit été effectivement l'opinion de M. Pingré à la première lecture; mais une ſeconde plus réfléchie lui fit voir combien il y avoit à en rabattre.

Ce n'étoit cependant ni la méthode dont s'étoit ſervi M. Short ni le calcul qu'il avoit fait qui l'avoient induit en erreur; l'une & l'autre étoient exacts, & M. Pingré les reconnut comme tels: mais toute l'erreur venoit de la liberté que M. Short s'étoit donnée d'altérer ou, comme il en parle, de corriger les obſervations pour les faire cadrer avec ſon réſultat; & ce fait une fois avéré, il n'étoit pas étonnant que de principes ainſi altérés il tirât géométriquement des conſéquences toutes différentes de celles qu'il en auroit tirées s'il avoit laiſſé ſubſiſter les obſervations dans leur entier.

Nous n'entrerons pas dans le détail de tous les changemens de cette eſpèce qu'il s'eſt permis, que le Lecteur peut voir dans le Mémoire même de M. Pingré; nous en préſenterons ſeulement quelques articles ſur leſquels il en pourra juger.

Le premier ſera l'obſervation même de M. Pingré. M. Short adopte la latitude de l'île Rodrigue, donnée par ce dernier, mais il ajoute une minute à l'heure du ſecond contact intérieur; & avec cette correction prétendue, il en tire, en la comparant aux autres obſervations, une parallaxe de 8″,57. Ce qu'il y a de ſingulier, c'eſt qu'il y avoit effectivement une correction à faire à l'obſervation de M. Pingré: il avoit retranché, en réduiſant ſon obſervation, l'erreur de la pendule au lieu de l'ajouter; mais cette erreur, dont il s'étoit depuis aperçu, avoit été corrigée dans les dernières copies qu'il avoit envoyées de ſon obſervation, & de-là venoit la différence entre ces premières copies & l'imprimé, différence que M. Short lui reproche, mais qui ne lui donnoit aucun droit d'altérer l'obſervation que M. Pingré avoit publiée.

L'obſervation faite à Madras, offre une réflexion ſingulière:

M. Short change la longitude de Madras donnée par M. Pingré; mais ce qui a droit de ſurprendre, c'eſt qu'en adoptant cette longitude donnée par M. Short, l'obſervation de M. Hirſt, faite à Madras, combinée avec huit de celles qui ont été faites en Europe, donne pour parallaxe moyenne du Soleil 9″,97, & en rejetant une ſeule de ces obſervations, qui s'écarte beaucoup des autres, 10″,125.

L'article de Bologne mérite une attention particulière, en comparant l'obſervation faite en cette ville à celle de Paris, & adoptant la longitude qu'on donne ordinairement à cette ville, il adopte ſucceſſivement les déterminations de deux des Aſtronomes qui ont obſervé le contact intérieur & qui diffèrent entre elles de 6 ſecondes, & cela pour trouver le même réſultat entre les Obſervations de Paris & celle de Torneå, qui diffèrent conſidérablement & dont la dernière s'écarte conſidérablement de toutes les autres; il eſt aiſé d'établir des réſultats uniformes lorſqu'on ſe permet un pareil choix d'obſervations.

Il y a plus, l'obſervation du premier contact faite à Greenwich, avec un accord ſingulier de tous les Obſervateurs, n'eſt pas plus favorable à M. Short; cette Obſervation combinée avec celles qui ont été faites en Europe, donne la parallaxe du Soleil de 9″,41, & ſi on en exclut l'Obſervation de Torneå, que nous avons déjà reconnue pour fautive, cette parallaxe ſera 9″,55, bien plus approchante de celle qu'a donnée M. Pingré, de 10″ que de celle de M. Short de 8″,56.

La longitude de Stockolm, mérite de même d'être examinée; M. Pingré s'étoit ſervi de cette longitude pour déterminer celles d'Upſal, d'Abo, de Cajanebourg, Hernoſand, Calmar, Torneå & Tobolsk; M. Short a ſuppoſé la longitude de Stockolm différente de celle qu'avoit ſuivie M. Pingré, il devoit donc changer de même la longitude des autres villes que nous venons de nommer, & c'eſt ce qu'il n'a pas fait, & cette altération illégitime, rend vicieuſes toutes les conſéquences que M. Short en a tirées; les Obſervations de Stockolm ont d'ailleurs été faites par M.rs Klingenſtierna

& Wargentin, dont l'habileté eſt aſſez reconnue pour qu'on ne puiſſe, ſans de très-fortes raiſons, les révoquer en doute, ou les ſoupçonner d'être défectueuſes.

Nous avons rendu compte l'année dernière * du travail que M. Pingré avoit fait pour déterminer la longitude de Pékin, il ignoroit alors que le paſſage de Vénus ſur le Soleil y eût été obſervé; il l'avoit cependant été par le P. Doſſier, qui y a déterminé le premier contact intérieur à $22^h\ 10'\ 26'',7$; le ſecond à $3^h\ 59'\ 59'',3$, & enfin la ſortie totale à $4^h\ 17'\ 57'',4$. Si l'on compare cette Obſervation ſi bien détaillée avec celles qui ont été faites dans les autres lieux de la Terre, il en réſulte que ſi on en ſupprime deux qui donnent la parallaxe trop grande, toutes, excepté l'obſervation du Cap, l'établiſſent entre $9''\ \frac{1}{2}$ & $11''$; on peut donc prendre pour parallaxe moyenne, celle de $10''\frac{1}{4}$ donnée par M. Pingré plutôt que celle de $8'',56$ donnée par M. Short.

* Voy. l'Hiſt. de 1764, page 152.

Il ne peut pas tirer des inductions plus favorables de l'Obſervation de la moindre diſtance des centres. Ce qu'il y a ici de ſingulier, c'eſt qu'en adoptant les mêmes Obſervations que M. Pingré, & ſuivant en apparence la même méthode, il parvienne à des réſultats différens; nous avons dit qu'il avoit ſuivi en apparence la même méthode, mais réellement M. Short ne la ſuivoit point; nous allons eſſayer d'expliquer cette eſpèce de paradoxe.

On a, par des méthodes connues & démontrées, la quantité dont une parallaxe quelconque, doit faire varier dans chaque endroit les durées du paſſage & la plus courte diſtance des centres: partant de ce principe, M. Pingré ſuppoſe d'abord une parallaxe & calcule la durée des paſſages & la diſtance apparente des centres, pour tous les endroits où on a obſervé; juſque-là les deux Obſervateurs ſuivent la même route, mais ils vont bientôt s'écarter; il ſeroit bien étonnant qu'une parallaxe priſe, pour ainſi dire, au haſard, fût la véritable: il eſt pourtant certain que ſi elle ne l'eſt pas, aucun des paſſages ni des moindres diſtances calculées, ne quadrera avec les Obſervations, excepté avec celle dont on ſera parti. Que doit-on faire en pareil cas? ce qu'on fait dans toute règle de fauſſe

fausse position, faire varier la parallaxe & recommencer le calcul, jusqu'à ce que les résultats s'accordent avec les Observations; c'est aussi ce qu'a fait M. Pingré, il donne même dans son Mémoire une formule algébrique pour abréger ce calcul, mais c'est ce que n'a pas fait M. Short: comme avec la parallaxe de 8″ 56, qu'il avoit supposée, il trouvoit par-tout des résultats plus ou moins différens de l'Observation, il a pris un milieu entre toutes ces différences, & partant de-là, il est revenu par un calcul rétrograde, à retrouver à peu près la même parallaxe qu'il avoit trouvée; accord qu'il regarde comme une preuve de son assertion & qui n'est qu'une suite nécessaire de la manière dont il a dirigé son calcul.

Il ne nous reste plus à discuter que la durée des passages, méthode indépendante de la connoissance précise de la longitude des lieux où ont été faites les Observations, mais où les plus petites différences dans l'Observation, peuvent produire des erreurs considérables; il s'en faut cependant bien que M. Short n'en puisse tirer de grands avantages, & M. Pingré fait voir que pour que les durées s'accordent à donner une parallaxe de 10″,1, la plus forte correction qu'il faille faire aux Observations, est 9″; que pour obtenir une parallaxe de 9″,5, il faut employer une correction de 10″ $\frac{1}{2}$ à quelques Observations; & qu'enfin cette correction monteroit à 13″ si on vouloit avoir la parallaxe de 8″,5 donnée par M. Short; c'est donc cette dernière qui s'éloigne le plus des observations & qui doit par conséquent être rejetée.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, que la parallaxe du Soleil de 10″,1, telle que l'a donnée M. Pingré, est jusqu'à présent celle qui paroît approcher le plus de la véritable, aussi a-t-elle été adoptée par presque tous les Astronomes, même par M. Hornsby, compatriote de M. Short, qui ne diffère en ce point de M. Pingré que de $\frac{3}{10}$ de seconde; au reste, M. Pingré ne croit pas encore cette question si absolument décidée que l'observation du passage de Vénus sur le Soleil, qui doit arriver en 1769, ne puisse donner sur ce point

de nouvelles lumières. Plus on est au fait de l'Astronomie, plus on est réservé en pareille circonstance.

Nous ne pouvons au reste finir cet article, sans observer que le Mémoire de M. Pingré, duquel nous venons de parler, avoit été destiné à être imprimé en 1764, où il auroit dû paroître, mais que la quantité de matière dont ce volume étoit composé, a obligé de le renvoyer à celui-ci.

SUR LES CONDITIONS NÉCESSAIRES

Pour qu'on puisse observer les Immersions & les Émersions du second satellite de Jupiter.

V. les Mém. p. 465.

ON connoît assez l'utilité des éclipses des satellites de Jupiter pour la détermination des Longitudes, & cette partie de l'Astronomie est assez importante pour que les Astronomes emploient toute leur industrie à rendre le calcul de ces Éclipses plus exact.

Un des élémens essentiels de ce calcul seroit la durée de la demeure du Satellite dans l'ombre ; mais un élément si important est très-difficile à déterminer, car pour l'observer avec sûreté, il faudroit voir dans une même Éclipse l'entrée du Satellite dans l'ombre & sa sortie ; & cette observation, toujours impossible dans les éclipses du premier Satellite, devient très-rare dans celles du second, dont la proximité est encore assez grande pour que Jupiter couvre presque toujours l'un des deux points de l'entrée & de la sortie.

Il est cependant des circonstances dans lesquelles on peut observer l'entrée & la sortie de l'ombre dans une même éclipse du second Satellite; & comme ces circonstances sont précieuses, M. de la Lande a travaillé à les déterminer : nous allons tâcher de présenter une légère idée des élémens de ce calcul.

L'ombre de Jupiter n'abandonne jamais le plan de son orbe, & l'axe du cône qui la forme est toujours la prolongation de la ligne qui joint le centre de Jupiter à celui du Soleil.

Il ſuit de-là qu'un ſpectateur placé dans le Soleil, ne verroit jamais aucune partie de l'ombre de Jupiter, puiſque la Planète la lui cacheroit toute entière, & que de même la Terre ne peut en apercevoir aucune partie quand elle eſt dans la même ligne qui joint le Soleil & Jupiter, c'eſt-à-dire dans le temps des oppoſitions de cette Planète au Soleil.

Hors de ce temps, la Terre éloignée de cette ligne voit une partie d'autant plus grande du cône d'ombre qu'elle s'écarte davantage de l'oppoſition, & quand elle en eſt éloignée d'environ 90 degrés, elle en voit la plus grande partie poſſible.

Il s'en faut cependant beaucoup que tout le cône d'ombre lui ſoit alors viſible; l'orbite de la Terre, cinq fois plus petite que celle de Jupiter, ne lui permet pas de s'écarter aſſez pour cela, une grande partie du cône, voiſine de Jupiter, eſt toujours cachée derrière cette Planète du côté oppoſé à la Terre, & ce n'eſt qu'à une certaine diſtance qu'elle peut voir les deux côtés du cône.

Le premier Satellite, très-voiſin de Jupiter, paſſe toujours dans la partie de l'ombre dont on ne peut voir qu'un ſeul côté; & de-là vient qu'on ne peut jamais obſerver que l'immerſion ou l'émerſion de ce Satellite dans ſes éclipſes, & cela ſuivant qu'elles arrivent devant ou après l'oppoſition de Jupiter au Soleil, c'eſt-à-dire ſelon que la Terre eſt à droite ou à gauche du point où s'eſt fait l'oppoſition.

Le ſecond Satellite, un peu plus éloigné, approche de la partie de l'ombre que la Terre commence à voir en entier, mais il ne l'atteint pas tout-à-fait; il y a cependant des circonſtances favorables qui permettent d'obſerver quelquefois ſon immerſion & ſon émerſion dans une même Éclipſe, & ce ſont ces circonſtances favorables qu'il eſt queſtion de déterminer.

Le diſque de Jupiter eſt ſenſiblement circulaire & celui de la ſection du cône d'ombre, par un plan perpendiculaire à ſon axe dans l'endroit où paſſe le ſecond Satellite, a néceſſairement la même figure, ſeulement un peu plus petite.

Le Spectateur placé ſur la Terre, voit toujours ces deux diſques empiétant l'un ſur l'autre plus ou moins; le diſque de

Jupiter couvre toujours une partie de celui de l'ombre : mais tandis que les deux parties voiſines de la ligne qui joint leurs centres ſe recouvrent, la figure circulaire fait que par le haut & par le bas les deux diſques ſont abſolument ſéparés, & que le Spectateur placé ſur la Terre peut voir dans leur entier les cordes du diſque de l'ombre parallèles à la ligne des centres, qui ſont au-deſſus & au-deſſous de la partie recouverte par le diſque de Jupiter.

D'un autre côté, les Satellites n'ont pas leurs orbites dans le plan de Jupiter; elles ſont plus ou moins inclinées, & par conſéquent le Satellite décrit dans ſes plus grandes latitudes une ligne à la vérité parallèle à l'orbite de Jupiter, mais qui en eſt conſidérablement éloignée; hors du voiſinage de ces limites des plus grandes latitudes, il décrit une ligne inclinée à l'orbite & qui en approche d'autant plus que le Satellite eſt plus près des nœuds ou interſections de cette orbite du Satellite avec celle de Jupiter.

Pour peu qu'on veuille réfléchir ſur ce que nous venons de dire, on verra aiſément que ſi dans le temps même où la Terre eſt le plus éloignée de la ligne où ſe fait l'oppoſition, ſi le ſecond Satellite n'a que peu ou point de latitude, on ne pourra voir les deux phaſes de la même Éclipſe, une des extrémités de la trace du Satellite dans le diſque de l'ombre ſe trouvant alors néceſſairement dans la partie de ce diſque qui eſt recouverte & cachée par le diſque de Jupiter; ſi, au contraire, le ſecond Satellite eſt alors dans ſa plus grande latitude, la corde du diſque d'ombre qu'il parcourt pourra être du nombre de celles qui ne ſont pas recouvertes en partie par le diſque de Jupiter, & par conſéquent on pourra voir alors l'immerſion & l'émerſion dans une même Éclipſe.

Pour avoir toutes les Éclipſes dans leſquelles ces deux phaſes peuvent être obſervées, la recherche ſe réduit donc à examiner celles qui arriveront 1.° dans le temps où la Terre eſt éloignée d'environ 90 degrés du point où elle eſt lorſque ſe fait l'oppoſition de Jupiter; 2.° ſi le Satellite eſt alors dans les limites de ſa plus grande latitude ou au voiſinage de ces limites.

Dans toutes les Éclipſes qui arriveront dans ces circonſtances, l'immerſion & l'émerſion du ſecond Satellite ſe pourront obſerver dans une même Éclipſe; mais ſi l'une des deux conditions manque, on ne poura obſerver qu'une des deux phaſes.

Un troiſième élément doit cependant encore entrer dans ce calcul. Nous avons juſqu'ici ſuppoſé la Terre & Jupiter dans le plan de l'orbite de ce dernier, & cette ſuppoſition n'eſt pas exacte: l'orbite terreſtre eſt inclinée de quelques degrés ſur celle de Jupiter, & par conſéquent la Terre peut être au-deſſus ou au-deſſous de ſon plan; dans le premier cas, le diſque de Jupiter paroîtra plus bas qu'il ne l'eſt réellement à l'égard du diſque de l'ombre; & dans le ſecond, il paroîtra plus haut: M. de la Lande n'a pas négligé cette correction dans ſon calcul.

On doit de même y faire entrer la différence des diſtances de Jupiter au Soleil, qui naît de ſon excentricité: cette diſtance entre néceſſairement dans la formation des triangles néceſſaires à cette recherche, & on doit y tenir compte de ſa variation. Nous ne ſuivrons pas M. de la Lande dans le détail de ſon calcul, qui n'eſt pas ſuſceptible d'être abrégé; nous nous contenterons d'avoir expoſé ici l'eſprit de ſa méthode: comme elle peut être extrêmement utile pour prévoir les circonſtances favorables à des obſervations précieuſes, on ne pouvoit la rendre trop exacte, & M. de la Lande n'a rien oublié pour y parvenir.

SUR LA VARIATION DE L'INCLINAISON DES SECOND ET TROISIÈMES SATELLITES DE JUPITER.

LA théorie des Satellites de Jupiter a beaucoup occupé cette année M.[rs] les Aſtronomes de l'Académie; nous venons de donner une idée du travail de M. de la Lande ſur V. les Mém. page 491.

cet objet, nous avons à parler maintenant de celui qui a pour objet la variation de l'inclinaiſon du ſecond & du troiſième Satellite de Jupiter.

On ſait depuis long-temps que l'inclinaiſon de l'orbite du ſecond Satellite eſt variable; M. Wargentin fixe cette variation à 1 degré 18 minutes, & il eſt le premier qui ait remarqué que cette variation avoit une période d'environ trente-un ans, en ſorte qu'elle croît pendant quinze ans & demi, moitié de la période, & décroît pendant l'autre moitié. Nous venons de voir combien ſont rares les Obſervations qui ſont propres à déterminer l'inclinaiſon; cependant M. Maraldi, profitant de celles de ce genre qui ont été faites en 1750 & 1751, & les comparant avec celles de 1714 & 1715, a remarqué dans l'inclinaiſon une différence qui ne peut être attribuée à la variation périodique, & qui cependant eſt aſſez conſidérable pour ne pouvoir pas être rejetée ſur les erreurs des Obſervations.

Par trois éclipſes, dont une a eu une de ſes phaſes obſervée à Paris & l'autre à Upſal, dont les deux autres ont été obſervées à Stockholm, & dans toutes leſquelles on a eu l'immerſion & l'émerſion du ſecond Satellite; M. Maraldi détermine la demi-durée des éclipſes de $1^h\ 25'\ 51''$ & l'inclinaiſon de l'orbe du Satellite, qui en réſulte, de $3^d\ 41'\ 2''$ pour le 16 Août 1750, de $3^d\ 44'\ 30''$ pour le 9 Janvier 1751, & enfin de $3^d\ 26'\ 12''$ pour le 11 Septembre de la même année; d'où il ſuit qu'en huit mois de temps écoulés depuis le 9 Janvier juſqu'au 11 Septembre, l'inclinaiſon a varié de $18'\ 18''$, c'eſt-à-dire de preſque du quart de la variation périodique qui doit avoir lieu en trente-un ans.

Par des immerſions obſervées en 1750 & 1751, avant l'oppoſition, comparées aux émerſions obſervées après l'oppoſition, on peut, à l'aide de la théorie & des Tables, trouver la durée du paſſage dans l'ombre; quoique cette méthode ne ſoit ni auſſi directe ni auſſi exacte que la première, M. Maraldi en déduit cependant l'inclinaiſon pour le 23 Octobre 1750, de $3^d\ 38'\ 25''$, & pour 1751 de $3^d\ 18'\ 23''$, ce qui

donneroit 20′ de variation en treize mois, & s'accorde assez avec la détermination précédente.

Les Observations de 1714 & de 1715, ont fait faire à M. Maraldi une remarque importante; les demeures dans l'ombre y ont été exactement observées, & M. Maraldi en a déduit l'inclinaison de l'orbite du second Satellite de $3^d\ 24'\ 19''$ pour le 18 Octobre 1714, & de $3^d\ 44'\ 58''$ pour le 17 Septembre 1715; la variation a donc été de 20′ en onze mois, comme elle l'avoit été en 1750 & 1751 en treize mois; mais cependant avec cette différence qu'en 1714, avant l'arrivée de Jupiter aux limites de ses Satellites, l'inclinaison étoit moindre qu'en 1715 après le passage de Jupiter par ces limites, au lieu qu'en 1751, l'inclinaison étoit plus grande au mois de Janvier, avant le passage de Jupiter par les limites, qu'au mois de Septembre après ce passage, ce qui fit soupçonner à M. Maraldi que le lieu qu'il avoit supposé au nœud, pouvoit bien n'être pas véritable; & en effet ayant calculé d'après les observations, le lieu du nœud, en supposant la plus grande inclinaison de l'orbite constante de $3^d\ 44'\ 58''$, il trouve le lieu du nœud par l'Observation de 1715 au $21^d\ 21'\ 45''$ du Lion, & par celle de 1751 dans $0^d\ 54'\ 9''$ du Lion, dont la différence est $20^d\ 27'\ 36''$, ce qui sembleroit indiquer une libration de $10^d\ 13'\ 48''$ du nœud; & effectivement cette libration une fois admise, les Observations s'accordent infiniment mieux avec le calcul que par toute autre hypothèse.

Un mouvement si singulier étoit bien propre à piquer la curiosité des Astronomes & à les engager à chercher s'il étoit d'accord avec les principes sur lesquels est fondée l'Astronomie physique, c'est ce qu'a fait M. Bailly & dont il a rendu compte à l'Académie dans un Mémoire imprimé dans ce Volume, à la suite de celui de M. Maraldi, il a trouvé qu'effectivement cette libration du nœud est une suite nécessaire de la théorie Newtonienne. V. les Mém. p. 499.

Nous avons parlé en 1761 d'une espèce de paradoxe astronomique * proposé par M. de la Lande, & qui consiste * *Voy. l'Hist. de 1761, page 138.*

en ce que la même action qui produit dans le nœud de l'orbite d'une planète avec celui d'une autre, un mouvement, ſelon l'ordre des ſignes, ſur celui de cette dernière, peut en produire un contre l'ordre des ſignes, dans le nœud de la première planète avec l'écliptique; nous prions le Lecteur de vouloir bien ſe rappeler cette ingénieuſe théorie qui eſt comme la clef de ce que nous avons à expoſer ici.

Les orbites des Satellites ne ſont dans un même plan, ni entre elles ni avec l'orbite de Jupiter, ces aſtres doivent donc être continuellement dérangés de leur route par l'action mutuelle qu'ils exercent les uns ſur les autres; cela poſé, il eſt impoſſible que les interſections de leurs orbites ne changent de place, ſuivant que l'action du Satellite perturbateur agira en deſſus ou en deſſous du Satellite troublé; ceci ſuppoſé, il réſulte du calcul de M. Bailly, que le nœud du ſecond Satellite, allant toujours du même ſens ſur l'orbite du Satellite perturbateur, il paroîtra aller tantôt d'un mouvement direct, tantôt d'un mouvement rétrograde ſur l'écliptique de Jupiter; que l'époque du commencement de ce mouvement ſera le point où les nœuds du Satellite troublé, & ceux du Satellite troublant ſe trouveront en même point ſur l'orbite de Jupiter; que l'inclinaiſon du Satellite ſur l'orbite de Jupiter doit décroître dans la première moitié de la révolution du nœud de ſon orbite avec celle du Satellite perturbateur, & augmenter au contraire dans l'autre révolution; & qu'enfin, en ſuppoſant cette révolution de trente ou trente-un ans, toutes les variations d'inclinaiſon s'accordent avec les obſervations de M.rs Maraldi & Wargentin. L'idée que M. Maraldi avoit eue, d'après les obſervations, d'introduire une libration dans le nœud du ſecond Satellite, ſe trouve donc exactement conforme à la théorie: cet accord forme une eſpèce de démonſtration en pareille matière.

V. les Mém. p. 605. Le ſecond ſatellite de Jupiter n'eſt pas le ſeul dans l'orbite duquel on ait obſervé une variation d'inclinaiſon.

M. de la Lande avoit fait voir en 1762 * que le nœud du troiſième Satellite, avec l'orbite de Jupiter, devoit en vertu

* *Voy. l'Hiſt. de 1762, page 131.*

en vertu de l'attraction des autres Satellites, avoir un mouvement direct, & que de ce mouvement, il devoit résulter une variation dans l'inclinaison; ce mouvement dans le nœud s'est trouvé vérifié par les observations de M. Maraldi, qui le donnent de 3 minutes par année.

M. de la Lande a suivi cette année le même travail & déterminé non-seulement la quantité du mouvement du nœud qu'il trouve de $3' 30''$ par an, mais encore la variation que ce mouvement doit produire dans l'inclinaison de l'orbite du Satellite: il fait voir que la variation d'inclinaison, que l'attraction du second Satellite occasionne au troisième, est entièrement dûe à la différente position des nœuds de son orbite, tant avec celle de Jupiter qu'avec celle du second; que vers la fin du dernier siècle cette inclinaison étoit à son *minimum*; aussi ne fut-elle alors observée que de $2^d 48'$; qu'à présent elle est très-près de son *maximum*, & l'observation la donne effectivement de $3^d 12'$; & que cette augmentation d'inclinaison est une suite nécessaire du mouvement du nœud.

La théorie, en n'employant que l'action du seul second Satellite, ne donne pas tout-à-fait l'inclinaison aussi grande qu'on l'observe, & le mouvement du nœud est au contraire un peu trop grand; mais si on introduit dans le calcul l'attraction du premier Satellite qui doit en effet y entrer, cette inégalité disparoît, du moins M. de la Lande croit qu'elle sera par ce moyen entièrement détruite. Combien l'étude de cette partie de l'Astronomie offre-t-elle encore de recherches intéressantes?

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires:

Le troisième Mémoire de M. du Séjour sur les nouvelles Méthodes analytiques pour calculer les éclipses de Soleil. V. les Mém. page 286.

Le premier Mémoire de M. Jeaurat sur l'état actuel des Tables de Jupiter. Page 376.

Les Observations astronomiques, faites aux Galeries du Louvre depuis 1760 jusqu'en 1764: Par M. Bailly. Page 396.

V. les Mém. page 435. L'Obſervation de l'oppoſition de Jupiter au Soleil, du 4 Janvier 1765, & des corrections à faire aux Tables de feu M. Caſſini : Par M. Jeaurat.

Page 460. L'Écrit de M. le Monnier ſur l'utilité des Éclipſes qui ont été totales ou annulaires, & de l'uſage qu'on peut faire de celle qu'on attend le 16 Août 1765.

Page 476. L'Obſervation de l'écliple de Soleil du 16 Août 1765, faite à Colombes : Par M. le Marquis de Courtanvaux.

Page 553. La même, faite à Paris : Par M. le Monnier.

Page 609. La même, faite à l'Obſervatoire Royal : Par M. Caſſini de Thury.

Page 610. La même, faite à l'Obſervatoire Royal : Par M. l'abbé Chappe d'Auteroche.

Page 611. Et l'Obſervation de l'occultation de deux étoiles du Capricorne par la Lune, faite à Paris : Par M. Pingré.



HYDROGRAPHIE.

L'ART de la Navigation eſt ſans contredit un de ceux qui font le plus d'honneur à l'eſprit humain, & les progrès qu'il a faits depuis environ deux cents ans ont été ſi rapides, qu'on ne peut s'empêcher d'être étonné lorſque l'on compare l'état préſent de la Marine à celui où elle étoit alors. L'outre qu'Ulyſſe reçut de la main d'Éole * & duquel il ſut ſi mal profiter, a été remis par Minerve même aux Marins modernes; ou, pour parler ſans figure, l'application des Mathématiques à la Marine les a mis à portée, ſinon d'avoir quel vent ils veulent, au moins de profiter de preſque tous les vents poſſibles, ſoit pour la route, ſoit pour le combat.

* *Odyſſ. d'Hom. liv. X.*

C'eſt cet Art ſi ſavant & ſi précieux, que M. Bourdé de Villehuet, Officier des Vaiſſeaux de la Compagnie des Indes, a entrepris de préſenter méthodiquement dans un Ouvrage, intitulé : *Le Manœuvrier* ou *Eſſai ſur la théorie & la pratique des mouvemens du Navire & des évolutions navales*, qu'il a fait paroître cette année, avec l'approbation de l'Académie.

On a déjà travaillé beaucoup ſur la partie mathématique de la Manœuvre des Vaiſſeaux; M.rs Bernoulli, Renau & Bouguer ont traité ce ſujet dans des Ouvrages ſavans & profonds qui ſont entre les mains du Public; mais il faut être bon Géomètre pour puiſer dans de pareilles ſources. Nous en dirons autant du Traité des évolutions navales, publié il y a environ ſoixante-dix ans par le P. Hoſte, qui, indépendamment de ſa rareté, eſt difficile à entendre pour tous ceux qui ne ſeroient pas abſolument au fait de la théorie de la Manœuvre.

Il étoit donc à deſirer qu'un Officier expérimenté & également au fait de la théorie & de la pratique, expoſât clairement les principes mathématiques de la Manœuvre & les appliquât immédiatement aux différentes opérations qui

peuvent changer la vîteſſe ou la direction de la courſe du Navire.

Tel eſt en effet le plan de l'Ouvrage de M. Bourdé, & il le commence par les notions les plus claires de l'action du vent ſur les voiles, & de l'eau ſur la proue du Navire : eſſayons d'en donner une idée.

Qu'on imagine un Navire immobile, n'ayant qu'un mât placé à ſon centre de gravité & une voile orientée perpendiculairement à ſa longueur : ſi dans cette ſituation du Navire, le vent vient à s'élever dans la direction de ſa longueur & à ſon arrière, il en réſultera néceſſairement 1.° que le Navire courra de l'avant ; 2.° que le centre d'effort de la voile étant au-deſſus du centre de gravité du Navire, tendra à faire baiſſer la proue. Mais ſi on fait attention que la figure de la proue eſt telle que l'eau qu'elle diviſe tend à la ſoulever, on verra aiſément que l'effort de la voile & cette réſiſtance de l'eau ſont deux puiſſances oppoſées qu'on peut mettre en équilibre, & qu'alors le Navire courra ſans s'incliner ; d'un autre côté, l'action continue du vent augmenteroit continuellement ſa vîteſſe ſi la réſiſtance de l'eau ne croiſſoit en proportion : auſſi le Navire acquiert-il bientôt une vîteſſe conſtante, ce qui arrive quand la réſiſtance de l'eau ſe trouve en équilibre avec l'action du vent ſur la voile, qui diminue par la vîteſſe du Navire qui fuit devant lui pendant que la même vîteſſe du Navire fait augmenter la réſiſtance de l'eau ; d'où réſulte néceſſairement un point d'équilibre.

Si préſentement, au lieu de conſidérer le Navire courant vent arrière, on imagine que la direction du vent devienne perpendiculaire à ſa quille, alors la voile placée dans la même direction ceſſera de tendre à le faire mouvoir ; mais ſi on l'incline de manière que le côté du vent de la voile s'approche de la proue, alors elle tendra à faire aller le Navire de l'avant, mais avec cette différence que dans ce dernier cas l'effort du vent ſur la voile n'eſt pas, comme dans le premier, employé tout entier à faire courir le Navire. Il faut le décompoſer comme on fait tous les chocs obliques, & on verra qu'il n'y

en aura qu'une partie qui chaſſe le Navire de l'avant, & que l'autre eſt employée à le faire *dériver,* c'eſt-à-dire marcher ſur le côté oppoſé au vent, & à le faire pencher, ce qu'on nomme être *à la bande;* mais comme la figure du Navire fait que d'un côté il oppoſe une très-grande réſiſtance au mouvement latéral, & que de l'autre il ne peut s'incliner latéralement ſans déplacer une très-grande quantité d'eau, ces derniers effets ſont d'autant moindres que le Navire eſt mieux conſtruit.

L'inclinaiſon du vent ſur la voile produit encore un autre effet ; elle en reçoit d'autant moins qu'elle en eſt vue plus obliquement, en ſorte que l'impulſion eſt nulle ſi le plan de la voile eſt dans le *lit* ou la direction du vent; & la plus grande poſſible, ſi elle lui eſt perpendiculaire, c'eſt-à-dire dans le cas préſent, parallèle à la longueur du Vaiſſeau, mais auſſi dans cette ſituation elle ne tendra nullement à faire aller le Navire de l'avant, mais ſeulement à le faire dériver; on trouve donc encore ici deux forces oppoſées, la direction très-oblique du vent ſur la voile, ne produit qu'une très-petite force, mais de laquelle la plus grande partie eſt employée à faire courir le Vaiſſeau; la direction perpendiculaire en produit une très-grande, mais dont aucune partie ne porte à route; il y a donc une direction moyenne qui donnera au Vaiſſeau la plus grande vîteſſe poſſible, c'eſt cette direction de la voile qu'il eſt queſtion de déterminer, & que M. Bourdé détermine en effet en faiſant voir que le plus grand effort du vent, pour faire courir le Navire, a lieu quand l'angle d'incidence du vent ſur la voile a ſa tangente double de celle de l'angle que fait la voile avec la quille du Navire.

Nous n'avons juſqu'ici conſidéré le Navire que comme pouſſé par un vent perpendiculaire à ſa route; mais il peut encore tirer parti d'un vent plus oblique, il peut aller encore tant que la route fera, avec le lit du vent, un angle de 55 degrés, & c'eſt ce que l'on nomme, *courir au plus près,* mais il ne courra pas alors avec la même vîteſſe, puiſque les voiles ſeront très-obliques au vent, & d'un autre côté la dérive ſera conſidérable; c'eſt, pour le dire en paſſant, ce principe

qui met à portée de ſe ſervir de tous les vents poſſibles pour ſaire route, car il eſt évident que le Vaiſſeau dont la route fait avec le lit du vent un angle de 55 degrés, s'approchant continuellement de la partie d'où vient le vent, il peut en formant ſa route en zigzag, ce que l'on nomme *louvoyer*, s'approcher du point même d'où vient le vent, ou aller, comme l'on dit, *debout au vent.*

Nous n'avons encore ſuppoſé au Vaiſſeau qu'une ſeule voile dont le mât étoit placé à ſon centre de gravité, & cette ſuppoſition n'eſt pas vraie, tout grand Vaiſſeau a quatre mâts, dont deux ſont placés à l'avant de ſon centre de gravité & deux à l'arrière, & cette conſtruction introduit néceſſairement un changement dans la manœuvre; eſſayons d'en expoſer le principe.

Qu'on imagine un corps oblong, par exemple, un parallélépipède flottant ſur une eau immobile, s'il eſt pouſſé par une force quelconque dans ſon centre de gravité, il obéira à cette impulſion, mais dans le mouvement qu'il fera, il demeurera toujours parallèle à lui-même & ne tournera point autour de ſon centre de gravité, mais ſi au contraire la force agit ſur lui par un autre point, il ne conſervera plus le même parallélisme, le bout le plus voiſin du point par lequel il eſt pouſſé s'éloignera plus que l'autre, & cela d'autant plus que le point d'impulſion ſera plus éloigné du centre de gravité; d'où il ſuit qu'indépendamment du mouvement de tranſlation, le corps en aura encore un de tournoyement autour de ce centre; appliquons ce principe au Navire.

Pour peu qu'on y faſſe attention on verra qu'il en réſulte néceſſairement, que les voiles de beaupré & de miſaine, qui ſont à l'avant du vaiſſeau, doivent tendre à le faire *abattre* ou *arriver*, c'eſt-à-dire à lui faire prendre la ſituation propre à aller vent arrière, & que la grande voile & celle d'artimon, placées à l'arrière du centre de gravité, doivent au contraire, tendre à lui imprimer un mouvement contraire, & à le *rallier au vent*, c'eſt-à-dire à rapprocher ſa direction du lit du vent.

L'action des voiles de l'avant & de l'arrière, n'eſt donc

rien moins qu'indifférente; il faut qu'elles soient en équilibre pour que le Vaisseau suive constamment la même route, & un habile manœuvrier en peut tirer le plus grand parti dans les évolutions qu'il est obligé de faire exécuter à son Vaisseau, c'est ce que M. Bourdé discute avec toute la netteté & toute la précision possibles.

Non-seulement le Vaisseau obéit à l'action des voiles, mais encore il reçoit, pour tourner autour de son centre de gravité, une impression considérable d'une autre pièce qu'on nomme le *gouvernail;* cette pièce connue de tout le monde marin, est un assemblage de fortes pièces de bois, semblable à une porte, beaucoup plus longue que large, dont les gonds sont fixés sur l'étambot, au milieu de l'arrière du Navire, & qui trempe presqu'entièrement dans l'eau; tant que cette pièce demeure dans la direction de la quille, elle est indifférente à la marche du Vaisseau, mais si on la fait tourner à droite ou à gauche, au moyen d'une barre de bois qui y est attachée & qui entre dans le Navire, elle offrira à l'eau que le Vaisseau divise une résistance plus grande de ce côté, d'où il résultera nécessairement que la poupe étant chassée du côté opposé, le Vaisseau tournera sur son centre.

Plus le Navire file avec vîtesse, plus le gouvernail agit puissamment, & si la vîtesse étoit nulle, l'action du gouvernail le seroit aussi: on juge bien que cette action est proportionnée à l'inclinaison du gouvernail à la quille, mais on se tromperoit si on croyoit pouvoir augmenter cette action à l'infini; il est clair que si le gouvernail se trouvoit faire un angle droit avec le plan vertical qui passe par la quille, il ne feroit que retarder le sillage du Vaisseau, sans tendre à le faire tourner: il y a donc un angle qui lui donne la plus grande puissance possible; plusieurs Géomètres l'avoient déterminé à 54 degrés 44 minutes, mais ils n'avoient pas fait une attention suffisante à la direction que la figure du Navire fait prendre à l'eau qui s'échappe à ses côtés, pour aller frapper le gouvernail, & M. Bourdé fait voir que l'angle du gouvernail avec la quille, doit être aux environs de 45 degrés, pour lui donner la plus

grande action possible, nous disons aux environs, car les façons de tous les Navires n'étant pas les mêmes, cette différence doit introduire une variation dans la position la plus avantageuse du gouvernail; il est vrai que dans la plupart des Navires, la longueur qu'on donne à la barre ne permet pas, à beaucoup près, de donner cette inclinaison, mais M. Bourdé pense qu'on peut, sans risque, la raccourcir d'un cinquième, & d'ailleurs il propose avec raison, d'employer toujours, autant qu'il est possible, pour faire tourner le Vaisseau, l'action des voiles qui accélère son sillage, préférablement à celle du gouvernail qui le retarde.

Il ne nous reste plus qu'un seul principe mathématique de la manœuvre des Vaisseaux, à exposer, encore n'en dirons-nous ici qu'un mot, nous réservant à en parler plus au long lorsque nous suivrons M. Bourdé dans ses réflexions sur la mâture & la voilure des Vaisseaux, ce principe le plus important peut-être de tous, est la position du centre d'effort des voiles à la hauteur de ce que l'on appelle *le point vélique;* nous allons en donner une idée.

Nous avons dit ci-dessus que la figure de la proue d'un Navire étoit telle que l'eau qu'elle divisoit, tendoit à la soulever, cet effort de l'eau sur toute la surface de la proue, peut être réduit à une ligne qui, sûrement sera inclinée au plan de flottaison, puisqu'elle tend à soulever l'avant du Vaisseau; si d'un autre côté on élève une perpendiculaire au plan de flottaison du Navire, passant par son centre de gravité, cette ligne sera nécessairement coupée par celle qui exprime la direction de l'action de l'eau sur la proue, & le point d'intersection de ces deux lignes, est ce qu'on nomme le point vélique, parce que c'est dans ce point, ou du moins à sa hauteur, que doivent être placés les centres d'effort de toutes les voiles, pour être en équilibre avec la poussée de l'eau & pour faire aller le Navire parallèlement à lui-même & avec le moindre tangage possible, étant évident que dans toute autre situation, les deux forces ne seront plus directement opposées & ne se détruiront pas toujours mutuellement; il est vrai

vrai que cette destruction ne sera entière que quand le Vaisseau courra vent arrière, puisque dans les routes obliques la direction de l'effort de l'eau sur la proue se trouvant un peu de côté, elle ne rencontre plus la perpendiculaire élevée sur le centre de gravité du Navire & passe à droite ou à gauche de cette ligne; mais dans ce cas même, il sera toujours avantageux de placer le centre d'effort des voiles dans le plan horizontal, où seroit le point vélique s'il avoit lieu, ayant égard à la différence de direction que doit donner à la poussée de l'eau le mouvement latéral du Navire, & à son inclinaison plus ou moins grande, mais toujours inévitable dans toute route oblique.

Tels sont les principes que M. Bourdé regarde avec raison comme les fondemens de toute la Manœuvre, & qu'il établit dans la première partie de son Ouvrage; les trois autres ne sont destinées qu'à les appliquer aux différens usages de la Marine.

Le premier pas qu'un Capitaine ait à faire pour commencer sa campagne est de lever l'ancre & d'appareiller, c'est-à-dire de mettre son Navire en état de recevoir le vent dans ses voiles & de faire route.

Tout Navire à l'ancre & sans voile, présente ordinairement la proue au vent s'il est dans une mer calme, ou au courant s'il se trouve dans un endroit où il y en ait; il est évident que dans cette position les voiles seroient dans le premier cas inutiles, & le feroient plutôt reculer qu'avancer: il est donc nécessaire de le faire tourner à droite ou à gauche, pour que le vent puisse prendre dans les voiles & le faire aller de l'avant. Ce ne peut être qu'en combinant exactement l'action des voiles de l'avant & de l'arrière, & celle du gouvernail, qu'on peut exécuter cette évolution, & M. Bourdé donne tout le détail des opérations nécessaires pour y parvenir, avec des réflexions sur les différences que peuvent entraîner les circonstances dans lesquelles on se trouve quelquefois.

Si le Vaisseau présente la proue à un courant, & que le vent puisse prendre dans ses voiles, la manœuvre devient beaucoup plus aisée; mais c'est encore par une juste combinaison des

voiles de l'avant & de l'arrière qu'on peut faire abattre le Vaiſſeau de quel côté l'on veut, le gouvernail n'ayant aucune action juſqu'à ce que le Navire ait pris du mouvement; & M. Bourdé donne les moyens d'opérer cet effet.

De quelque manière qu'on s'y ſoit pris pour appareiller, on doit, autant qu'il eſt poſſible, faire en ſorte que le côté de l'ancre ſe trouve au vent; faute de cette précaution la dérive, inévitable à tout Vaiſſeau qui prend le vent de côté, jette le Navire ſur le cable & rend la montée de l'ancre beaucoup plus difficile; il peut même arriver que lorſque l'ancre arrive à la ſurface de l'eau, ſon *jas* ou cette longue poutre qui ſert à faire tenir les pattes verticales, s'embarraſſe ſous l'avant du Vaiſſeau, d'où il eſt ſouvent difficile de la dégager.

Il arrive quelquefois qu'un Vaiſſeau ſe trouve à l'ancre dans un endroit trop étroit pour abattre à l'aide de ſes voiles ſeules: dans ce cas, on *emboſſe*, c'eſt-à-dire on attache au cable de l'ancre une *hauſſière* ou *grelin*, gros & long cordage qu'on fait paſſer par un des ſabords de l'arrière; alors ce cordage étant bien roidi, on file ou on coupe le cable & on fait ſervir les focs & le petit hunier; & le Vaiſſeau, retenu par le grelin qui fait alors l'office de cable, tourne autour du ſabord par où il paſſe & fait ſon abatée, après laquelle on file ou l'on coupe le grelin, & on fait ſervir les voiles pour faire route.

Le Vaiſſeau une fois en mer, eſt ſouvent obligé de changer de route pour ſe ſervir de vents contraires, & de prendre le vent tantôt d'un côté, tantôt de l'autre; cette manœuvre ſe peut faire en abattant le Vaiſſeau, lui faiſant prendre vent arrière & le ramenant enſuite à ſe rapprocher du vent par l'autre bord; c'eſt ce qu'on nomme *virer vent arrière:* cette évolution eſt ſûre, mais elle eſt lente & exige de la place & de la tranquillité; M. Bourdé en donne toute la manœuvre. Il en eſt une autre bien plus prompte & plus ſavante, mais qui exige la plus grande préciſion & la plus grande vivacité dans la manœuvre; c'eſt ce qu'on nomme *virer vent devant.* Pour y parvenir, on emploie d'abord des voiles de l'arrière pour

rappeler le Vaiſſeau au vent, & dès que les voiles majeures ſe trouvent dans le lit du vent, on ſe ſert du gouvernail pour faire encore tourner le Vaiſſeau, qui alors a pris le vent devant; dans ce moment, on oriente vivement les voiles dans la ſituation oppoſée à celles qu'elles avoient avant l'évolution, & le Vaiſſeau ſe trouve en état de faire route: cette manœuvre eſt bien plus prompte que celle de virer vent arrière; mais on voit bien qu'elle doit être faite avec la plus grande vivacité, puiſqu'il y a un temps où le Vaiſſeau ne reçoit plus aucune impulſion de ſes voiles & qu'il faut rendre ce temps le plus court qu'il eſt poſſible. Au reſte, ce danger n'exiſte que lorſque la préſence de l'ennemi, un écueil, une côte, &c. exigent qu'on vire très-promptement; hors de-là, ſi on manquoit à virer, on en ſeroit quitte pour faire abattre le Vaiſſeau & virer vent arrière.

Lorſqu'on ſe trouve dans des endroits où la profondeur de la mer n'eſt pas trop grande, on peut, au moyen des ancres, arrêter le mouvement du Vaiſſeau; mais il arrive auſſi quelquefois qu'on veut l'arrêter dans des endroits où il n'y a pas de fond: on y parvient en prêtant le côté au vent & en orientant les voiles de manière qu'une partie ait le vent deſſus, tandis que l'autre l'a dedans, alors l'effort d'une partie des voiles tendant à faire courir le Vaiſſeau de l'avant, tandis que l'effort de l'autre partie tend à le faire *culer* ou aller de l'arrière, il demeure comme immobile & ne fait que dériver; c'eſt ce qu'on appelle *mettre en panne.* Il n'eſt pas néceſſaire d'avertir qu'on peut, en employant plus ou moins de voiles, rendre le Vaiſſeau tout-à-fait immobile ou lui laiſſer un peu de mouvement: c'eſt à la prudence de l'Officier qui commande à bien examiner le cas où il eſt & à y conformer ſa manœuvre; M. Bourdé en fournit tous les moyens.

On ne met jamais en panne pour y reſter toujours; quand on veut remettre le Vaiſſeau à route, on le fait tourner à l'aide des voiles de l'avant, & en ôtant celles de l'arrière juſqu'à ce que la voile qui prenoit le vent ſoit abſolument inutile, alors le Vaiſſeau culant par l'action de celle qui prend vent devant,

on achève de le faire abattre avec le gouvernail & on oriente enſuite les voiles pour porter à route.

Lorſqu'on eſt en panne, on a, comme nous venons de le dire, deux voiles braſſées en ſens contraire, dont l'effet eſt de ne permettre au Vaiſſeau d'autre mouvement que la dérive; mais ſi le vent devenoit trop fort, cette poſition ſeroit dangereuſe, & le Vaiſſeau pourroit périr en ſe renverſant: on emploie donc un autre moyen; on ne laiſſe qu'une ſeule voile orientée au plus près avec la barre du gouvernail ſous le vent; par ce moyen, le Vaiſſeau, ſoutenu de cette voile, roule beaucoup moins, & comme il va de l'avant, il ſent ſon gouvernail, & il eſt ce qu'on nomme *mariu* ou *vivant ;* c'eſt ce qu'on appelle *mettre* ou *être à la cape.*

Puiſqu'on n'emploie ordinairement qu'une voile, du moins quand on ſe ſert des voiles majeures, on peut employer la miſaine, la grande voile ou l'artimon, & on retrouve ici les mêmes effets que nous avons dit que faiſoient ces voiles, relativement à leur poſition à l'égard du centre de gravité; mais M. Bourdé conſeille de ne ſe ſervir d'aucune & d'employer à leur place le petit foc, la grande voile d'étay & celle d'artimon; ces voiles agiſſant enſemble, ſoutiennent le Vaiſſeau d'autant mieux qu'elles ſe font équilibre les unes aux autres, & ſi un coup de vent en emporte quelqu'une, cette perte eſt bien plus aiſée à réparer que ne ſeroit celle de quelqu'une des voiles majeures, qu'il ſeroit ſouvent très-difficile d'enverguer de gros temps.

On ne connoît la profondeur de la mer que par la ſonde; cet inſtrument eſt une eſpèce de quille de plomb attachée à un long cordage qu'on nomme *ligne*, la baſe de cette quille a un creux peu profond & rempli de ſuif; en deſcendant la ſonde dans la mer, on connoît en meſurant les parties de la ligne qui a été plongée, la profondeur de la mer, & les marques ou les matières que rapporte le ſuif, indiquent la nature du fond: il eſt aiſé de voir que pendant cette opération le Navire doit être le plus immobile qu'il eſt poſſible, ſans quoi la ligne ne deſcendroit pas à plomb & donneroit une fauſſe meſure;

M. Bourdé enſeigne la manière de mettre le Navire dans la ſituation convenable pour cette opération.

Nous n'avons juſqu'ici conſidéré le Navire qu'en lui-même & comme faiſant route, il eſt temps de le voir ſous un autre point de vue, comme donnant la chaſſe à un ennemi qu'on veut atteindre, ou comme la prenant devant un ennemi plus fort qu'on veut éviter.

Il eſt d'abord abſolument néceſſaire que le Vaiſſeau chaſſeur aille mieux que celui qu'il veut atteindre, ſans quoi il ne le joindroit jamais, à moins que le Commandant du Vaiſſeau chaſſé ne fit quelque fauſſe manœuvre; le Vaiſſeau chaſſeur peut être au vent du Vaiſſeau chaſſé, il peut auſſi être ſous le vent, s'il eſt au vent, il doit diriger ſa route de manière que le vaiſſeau chaſſé lui paroiſſe toujours au même point de la bouſſole où il l'a vu d'abord, & il peut être ſûr de le joindre par cette méthode; s'il eſt au contraire ſous le vent, il doit faire différentes bordées pour ſe rapprocher, & virer toujours de bord, à l'inſtant où il voit le Navire chaſſé par ſon travers; le ſeul avantage de ſa marche, le mettra à bord du Vaiſſeau chaſſé: le Vaiſſeau qu'on chaſſe, doit de ſon côté employer toute ſon induſtrie pour empêcher que l'autre ne l'atteigne; s'il eſt au vent, il doit conſtamment garder la même route & profiter de toutes les fautes de ſon ennemi pour virer à propos & prolonger la chaſſe, dans l'eſpérance que la nuit, quelque coup de vent ou quelqu'autre aventure ſemblable lui fourniront les moyens de s'échapper: mais s'il a affaire à un habile Manœuvrier, il eſt bien difficile qu'il ne ſoit pas joint, à moins qu'il n'eût la propriété de ſerrer le vent, ou, ce qui revient au même, de s'approcher du lit du vent plus que celui qui le pourſuit, puiſqu'alors allant au plus près, les deux routes iront toujours en s'écartant, & la jonction deviendra impoſſible; ſi le Vaiſſeau chaſſé eſt ſous le vent du chaſſeur, ſa ſituation devient encore plus fâcheuſe, il doit alors mettre en œuvre toutes les reſſources qu'il peut tirer de la conſtruction de ſon Vaiſſeau pour prolonger la chaſſe & pour ſe ſouſtraire à ſon ennemi; mais s'il s'aperçoit qu'il ne

peut éviter d'être joint, le conſeil que lui donne M. Bourdé, eſt de ſe préparer au combat & d'attaquer lui-même; une démarche pareille fait quelquefois perdre à l'agreſſeur l'envie d'aborder, & l'intrépidité ſoutenue de quelques circonſtances favorables, a ſouvent réuſſi.

On ne pourſuit un Vaiſſeau que pour le joindre & pour l'aborder, c'eſt l'opération la plus vive de toute la Marine, & peut-être celle qui exige le plus d'attention de la part de l'Officier qui commande la Manœuvre; comme il y a différentes manières d'aborder, dont quelques-unes ont plus d'avantage que les autres, le Vaiſſeau attaqué met certainement en œuvre toute la ſcience de la mer, ſoit pour faire manquer l'abordage, ſoit pour le rendre déſavantageux à ſon ennemi; il fait ſur-tout ſon poſſible pour mettre la proue du Vaiſſeau chaſſeur dans ſes grands haubans, s'il y réuſſit, l'attaquant court riſque d'être très-maltraité, car alors il eſt enfilé de toute l'artillerie de l'ennemi, tandis que preſque toute la ſienne lui devient inutile; le Vaiſſeau le plus foible, peut encore, s'il eſt accroché de long en long, coiffer ſes voiles de manière à faire culer ſon Vaiſſeau, & ſi le Vaiſſeau attaquant n'en fait pas autant de ſon côté, l'action des voiles étant en ſens contraire, il eſt impoſſible que les grapins & leurs attaches ne ſe rompent, & que l'abordage ne ſoit manqué; en un mot, l'abordage eſt peut-être l'action où l'on peut mettre mieux en œuvre toutes les fineſſes & toutes les chicanes de la Manœuvre; on aborde quelquefois auſſi un Vaiſſeau à l'ancre, & dans ce cas il ne faut pas oublier de laiſſer tomber la ſienne en abordant, autrement le Vaiſſeau attaqué pourroit, en coupant ſon cable, s'échouer à la côte & y entraîner le Vaiſſeau qui l'auroit abordé; M. Bourdé donne tout le détail des différens cas où l'on ſe peut trouver dans l'inſtant d'un abordage, & toutes les ruſes qui ſe peuvent mettre en œuvre pour l'aſſurer ou pour l'éviter.

On eſt ſouvent en mer dans le cas de mouiller, c'eſt-à-dire de fixer le Vaiſſeau au moyen de l'ancre, cette manœuvre eſt le ſujet du dernier chapitre de la ſeconde partie de l'Ouvrage de M. Bourdé; le principe général eſt qu'à moins qu'on

n'y ſoit forcé, on ne doit pas mouiller ſous une grande voilure; le but eſt d'arrêter le Vaiſſeau, & toute la vîteſſe qu'il auroit, nuiroit à la facilité de l'opération, on courroit d'ailleurs riſque de tourner autour de l'ancre lorſqu'elle auroit pris, ce qui la feroit infailliblement quitter: on doit, pour éviter cet inconvénient, porter peu de voiles & conſidérer ſi l'on eſt au plus près, vent largue ou vent arrière; car chacune de ces poſitions exige une Manœuvre différente, qui ne laiſſe au Vaiſſeau que la vîteſſe néceſſaire pour s'abattre & préſenter enſuite la proue au vent, lorſqu'on aura ferlé toutes les voiles. M. Bourdé donne la Manœuvre néceſſaire pour tous les différens cas, & pour celui où le Vaiſſeau étant dans un courant, doit étant mouillé, préſenter la proue au courant; il arrive quelquefois qu'on mouille dans la vue de canonner une place, une batterie, un Vaiſſeau à l'ancre; il eſt bien eſſentiel en pareille occaſion de préſenter le côté à l'objet qu'on attaque; on ſe mettra dans cette poſition & on s'y maintiendra en attachant à l'ancre un gros cordage qu'on fera paſſer par un des ſabords de l'arrière, alors l'ancre ayant pris, en tirant plus ou moins ſur ce cordage, ou ſur le cable qui ſort de l'avant du Vaiſſeau, on le fera tourner aiſément dans la ſituation convenable.

Toutes les Manœuvres dont nous venons de parler, s'exécuteront avec d'autant plus de facilité & de ſûreté, 1.° que le Vaiſſeau ſera mieux conſtruit, 2.° qu'il ſera mieux grée, 3.° qu'il ſera mieux arrimé, c'eſt-à-dire que ſa charge ſera mieux diſtribuée, 4.° que les Matelots ſeront plus exercés à la Manœuvre & au combat; c'eſt à l'examen de tous ces points qu'eſt deſtinée la troiſième partie de l'Ouvrage de M. Bourdé.

Le premier article qu'il examine eſt la hauteur & la poſition des mâts & des voiles, il adopte le ſyſtème propoſé par feu M. Bouguer, dans ſa Pièce qui remporta le Prix en 1727, & qui tend à raccourcir beaucoup la mâture pour mettre le centre d'effort des voiles, à la hauteur du point vélique & à augmenter la largeur des voiles pour compenſer le raccourciſſement qu'on leur fait ſubir en diminuant la hauteur

des mâts ; l'expérience, d'accord en ce point avec la théorie, a fait voir à M. Bourdé que la soustraction des voiles hautes, quand le vent est bon, non-seulement ne diminuoit pas la vîtesse du Navire, mais que même elle l'augmentoit quelquefois, & que presque toujours elle procuroit une diminution de roulis & de tangage, & une plus grande stabilité; d'où il résulte ce paradoxe singulier, qu'on peut quelquefois diminuer la vîtesse d'un Navire en augmentant sa voilure, principe qui semble opposé à la théorie dont il découle, ce qui mérite bien que nous essayons de l'y ramener.

La figure de la proue & de toute la partie du Navire qui est plongée dans l'eau, n'est nullement arbitraire; la Géométrie enseigne à la former de manière qu'elle facilite le plus qu'il est possible le sillage du Navire, c'est de celle de la proue que dépend l'action de l'eau sur cette partie, qui détermine le point vélique: or en surchargeant le vaisseau de voiles hautes, même vent arrière, on fait certainement enfoncer l'avant & soulever la poupe; d'où il suit que l'effort de l'eau étant augmenté en plus grande proportion que celui des voiles, l'équilibre qui doit être entre ces deux puissances, sera rompu, & que le Vaisseau ira moins bien & se tourmentera; la même chose arrivera si le vent vient de côté, la surcharge des voiles le fera incliner, pour lors la partie plongée n'est plus celle dont la figure a été déterminée la plus avantageuse, & le Vaisseau perd de sa vîtesse & demeure plus exposé aux coups de mer, la plus petite réflexion peut démontrer la vérité de ce principe.

La position des mâts n'est pas plus indifférente, on peut les mettre dans une situation verticale, & c'est celle qui facilite le plus le sillage; on peut les incliner vers l'avant, mais on court risque de faire plonger le Vaisseau vers l'avant & de le rendre trop facile à arriver ou à obéir au vent; on peut aussi, & c'est la position qu'adopte M. Bourdé, les faire incliner un peu vers l'arrière, le service en devient plus facile, le Vaisseau en plongera moins, il tiendra mieux le vent & sera capable de virer vent devant bien plus facilement.

La

La coupe & la façon des voiles méritent aussi une attention particulière, on voit aisément que leur figure peut faire varier la position du centre d'effort dont la place la plus avantageuse au Navire est déterminée, puisqu'il doit répondre au point vélique ou à ses hauteurs; M. Bourdé donne la manière de les tailler, mais il ajoute à ses recherches une observation bien importante, puisque les figures des voiles & leurs grandeurs sont déterminées, on doit faire en sorte qu'elles ne puissent en changer; or on sait que la toile neuve & les cordes appelées *ralingues*, qui se mettent dans l'ourlet des voiles pour les fortifier, sont extrêmement susceptibles d'extension, M. Bourdé conseille donc de les faire servir avant que de les arrêter à demeure, & de les retailler ensuite quand elles auront pris toute leur extension; il discute aussi la question de savoir si on doit, en bordant les voiles, les tenir les plus plates qu'il est possible ou les laisser se gonfler par le vent; il combat cette dernière opinion, se range de la première, & n'oublie aucun des principes nécessaires pour établir cette importante partie de l'armement du Navire.

On ne sauroit trop presser le service de l'armement, souvent les circonstances l'exigent; mais n'y en eût-il aucune de particulière, la vivacité avec laquelle on le fait épargne toujours des frais considérables, qui tomberoient en pure perte: il est donc très-important de suivre chaque partie l'une après l'autre & de ne point mettre au même temps des opérations qui se pourroient nuire réciproquement: cet article & l'ordre qu'on y doit garder, n'ont pas échappé à l'attention de M. Bourdé.

Les Vaisseaux n'ont pas seulement à craindre les élémens & les hommes, ils sont encore exposés à un autre genre d'ennemis plus méprisables en apparence & pourtant très-capables de nuire, des vers qui s'engendrent par milliers dans certains parages, se logent dans leur bois & y creusent une infinité de canaux qui entraînent à la fin la ruine du Bâtiment; pour se garantir de ces insectes, on double le Vaisseau, c'est-à-dire qu'on garnit toute la partie qui est à l'eau, de planches, ordinairement de sapin, entre lesquelles & le franc-bord, on

met une compoſition de verre pilé, de bouſe de vache, de ſoufre, d'huile & de goudron, & on couvre ce doublage en entier de clous à large tête; mais il eſt aiſé de voir combien cette addition de bois doit retarder le ſillage. M. Bourdé penſe donc qu'on peut épargner ce doublage en mailletant le Vaiſſeau ſur le franc-bord même, c'eſt-à-dire le couvrant de ces clous dont les têtes & les tiges gênent également le travail des vers, ou en couvrant, comme font les Anglois, tout le franc-bord de plaques de cuivre très-minces attachées avec des clous de même matière, ceux de fer étant trop ſujets à la rouille: cette eſpèce de doublage a même un avantage, c'eſt qu'aucune ordure ne s'y peut attacher.

On peut faire des Vaiſſeaux plus ou moins forts de bois; quelques-uns ont cru qu'il y avoit beaucoup à gagner du côté de la légèreté, en diminuant l'échantillon; M. Bourdé s'élève avec raiſon contre cette pernicieuſe méthode: il fait voir que cette diminution de poids eſt de nulle conſéquence; que le Vaiſſeau n'en va pas mieux, mais qu'il perd par-là la propriété d'être en état de réſiſter au canon de l'ennemi qui le perce aiſément d'outre en outre & met en riſque ceux qui ſervent ſon canon; & que de plus les ſecouſſes réitérées de ſa propre artillerie ſont capables de le faire entr'ouvrir; on n'en a vu que trop d'exemples. Il penſe donc qu'on doit faire les Vaiſſeaux de guerre très-forts d'échantillon, & donne les moyens de compenſer cet excès de peſanteur par le retranchement des choſes inutiles & par l'arrangement de celles qui ſont néceſſaires, ſe rappelant toujours ce principe, que ce n'eſt pas le plus ou le moins de poids abſolu d'un Navire qui le rend plus ou moins bon voilier, mais ſa figure, la grandeur & la diſpoſition de ſes voiles.

Un autre abus que M. Bourdé combat très-vivement & avec raiſon, c'eſt l'exceſſive rentrée des côtés du Vaiſſeau vers ſes hauts, que donnent pluſieurs Conſtructeurs; il en réſulte les plus dangereux inconvénients: l'artillerie du dernier pont eſt gênée; les mâts & vergues de rechange, qu'on eſt obligé de mettre ſur des chandeliers, demeurent expoſés au canon

de l'ennemi; dans l'extrême inclinaiſon, la ligne d'eau peut paſſer le renflement, & alors le Vaiſſeau court riſque de *chavirer* ou de tourner ſens deſſus-deſſous; enfin on rend par-là l'abordage, ſinon impoſſible, du moins très-difficile par l'eſpace qui ſe trouve entre le vibord des deux Vaiſſeaux qui ſe touchent par le ventre; toutes conſidérations aſſez fortes pour proſcrire ſévèrement cette conſtruction vicieuſe.

Le gréement d'un Vaiſſeau n'exige pas moins d'attention que le reſte de la part de l'Officier qui arme; & M. Bourdé trouve pluſieurs défauts eſſentiels dans la manière ordinaire de gréer. Pour mieux comprendre ſes réflexions à ce ſujet, il eſt bon de ſe rappeler que le premier principe de cette opération eſt la diminution du poids & du volume dans les hauts du Vaiſſeau; ces poids, placés au haut des mâts ou beaucoup au-deſſus du centre de gravité, prennent une vîteſſe & par conſéquent une force conſidérable qui augmente le roulis & le tangage du Navire, ou pour s'exprimer comme les gens de mer, lui donnent de la *bricole;* cette bricole, toujours incommode en ce qu'elle augmente les mouvemens du Vaiſſeau & le fatigue beaucoup, peut être très-dangereuſe dans le cas d'un coup de vent imprévu, & on ne doit rien négliger pour la diminuer: c'eſt dans cette vue que M. Bourdé ſupprime la plus grande partie des fourrures, c'eſt-à dire de ces garnitures qu'on met aux manœuvres pour les empêcher de ſe couper; il ſupprime de même la plus grande partie des raccages ou de ces chapelets de groſſes pommes de bois qui ſervent à faire gliſſer la vergue le long du mât; & indépendamment de la diminution du poids, il trouve encore un autre avantage dans cette ſouſtraction, c'eſt que ſi un boulet de canon touche au cordage qu'il ſubſtitue aux raccages, il ne fait pas voler les pommes & les bigots de raccages qui, dans cette occaſion, tuent ou bleſſent beaucoup de monde. Il ſupprime de même cette multitude de poulies dont la tête des mâts eſt garnie, & trouve moyen de placer celles qu'il conſerve de manière qu'elles n'augmentent que peu le poids & le volume; enfin il trouve moyen de décharger beaucoup

le Vaiſſeau dans ſes hauts, ſans nuire à la ſûreté ni à la facilité de la Manœuvre.

Le Vaiſſeau fourni de tous ſes agrès, de ſes munitions, tant de guerre que de bouche, eſt en état de marcher; mais il remplira d'autant mieux ſa deſtination qu'il ſera fourni d'un Équipage ſuffiſamment nombreux & également exercé à la Manœuvre & au ſervice militaire en cas de combat: le Vaiſſeau n'eſt, pour ainſi dire, qu'un corps qui a beſoin d'une ame pour ſe mouvoir; & cette ame eſt l'Equipage qui le monte.

La partie la plus eſſentielle de cet Equipage eſt le Capitaine; c'eſt ſur lui que roule principalement la conduite du Vaiſſeau; il doit bien ſe garder de vouloir faire tout par lui-même; le détail eſt incompatible avec ſa place; il eſt réſervé pour les Officiers qui commandent ſous lui, auxquels il doit concilier la confiance de l'Équipage & ſe réſerver pour les occaſions où il s'agit de l'encourager : c'eſt en ſuivant cette conduite que, chacun ſe trouvant à ſa place, le ſervice s'en fait beaucoup mieux, & que chacun, tant Officier que Matelot, s'inſtruit & ſe forme plus facilement.

M. Bourdé ſe plaint avec raiſon de ce que, par la manière dont le ſervice des Officiers eſt réglé à la mer, il ne leur reſte que peu ou point de temps qu'ils puiſſent donner à l'étude de la théorie de leur métier; il deſireroit que les *quarts* ou gardes, fuſſent moins longs & plus fréquens : on doit ménager, autant qu'il eſt poſſible, le temps de l'Officier qui veut s'inſtruire; ne pas d'ailleurs épuiſer ſes forces en pure perte & les réſerver pour les occaſions où il ſera du bien du ſervice de les employer.

L'Équipage, tant Officiers-mariniers que Matelots, eſt en général diviſé en deux parties, qui ſont de quart ou de ſervice alternativement; on doit encore ſubdiviſer chaque moitié en trois, eu égard aux fonctions auxquelles chacun eſt deſtiné, & bien prendre garde que les forces de chaque partie ſoient proportionnées aux Manœuvres qu'elle doit exécuter; c'eſt par ce moyen qu'on parvient à faire exécuter les commandemens avec tout l'ordre & toute la vivacité poſſibles.

Tout Vaiſſeau, ou eſt eſſentiellement deſtiné à combattre, ou au moins ne peut ſe flatter de n'y être jamais expoſé; il eſt donc néceſſaire que ceux qui le montent ſachent ce qu'ils ont à faire en cas de combat, ſoit pour attaquer l'ennemi, ſoit pour ſe défendre de ſes attaques.

Un des premiers ſoins en pareil cas, eſt de débarraſſer les entre-ponts des branles ou lits des Matelots & de leurs hardes, le tout ſe met dans des filets au dehors du Navire, & eſt recouvert d'une forte toile goudronnée qui préſerve ces effets de la pluie & du feu, de manière qu'ils peuvent demeurer en cet état pluſieurs jours, s'il eſt néceſſaire, c'eſt ce qu'on nomme *faire branle bas*, & qu'on ne doit jamais omettre dès qu'on eſt menacé d'un combat; M. Bourdé penſe même que pour y accoutumer les Équipages, même ceux des Vaiſſeaux marchands, on feroit très-bien de leur faire faire ſouvent cette manœuvre, quoique ſans néceſſité.

Le poſte du Chirurgien & celui de l'Aumônier ſont à fond de cale, au-deſſous du grand panneau, ſur le faux pont qui y règne; on tiendra cet endroit libre & bien paré pour que les bleſſés puiſſent y recevoir tous les ſecours qui leur ſeront néceſſaires.

On aura ſoin que les manœuvres qui doivent être doublées, triplées, &c. le ſoient, & que toutes les voiles & les manœuvres de rechange ſoient prêtes à remplacer celles qui pourroient être miſes hors d'état de ſervir.

On tiendra prêt tout ce qui eſt néceſſaire aux Charpentiers & aux Calfats, pour réparer le dommage que le canon ennemi peut faire, & ſur-tout les coups qui pourroient ouvrir le paſſage à l'eau.

On mettra les grapins d'abordage garnis de leurs chaînes, au bout des vergues, & on en tiendra d'autres, ſur les gaillards & les paſſe-avants, prêts à être jetés à la main ſur le Vaiſſeau ennemi; on aura ſoin d'avoir dans tous les endroits convenables des *boute-dehors*, c'eſt-à-dire des pièces de bois ferrées par le bout pour empêcher l'abordage des Brûlots.

Le danger du feu eſt à craindre en tout temps pour un

Navire, mais bien plus encore dans un combat; on doit donc avoir ſoin qu'il ne ſe trouve, autant qu'il ſe pourra, rien de ſuſceptible d'embraſement au dehors du Vaiſſeau, & garnir en dedans tous les poſtes de baquets pleins d'eau; M. Bourdé deſireroit même avec raiſon qu'il y eût dans chaque Vaiſſeau une pompe à incendie, qui ſerviroit en cas d'accident à éteindre le feu, & en temps de vent foible à mouiller les voiles.

Le Canonnier doit diſpoſer tout ce qui regarde le canon, bien garnir ſes poſtes & faire en ſorte que rien ne manque pendant l'action qui puiſſe diminuer la vivacité du feu.

Le Pilote & ſes adjoints, préparent les ſignaux, les barres de gouvernail de rechange, les compas & les horloges qui doivent ſervir à meſurer le temps de l'action & de ſes principales parties, & il doit veiller à l'habitacle pour connoître la route & faire exécuter aux Timonniers les commandemens de l'Officier.

Le Capitaine-d'armes de ſon côté, aura ſoin de voir ſi toutes les armes ſont en état; il les diſtribuera dans les différens poſtes, de façon que rien n'y manque & qu'il en ait plutôt en réſerve.

Tout ceci doit précéder le combat; dès qu'il commence, chacun doit exactement garder ſon poſte & écouter avec la plus grande attention le commandement; s'il arrive que le Vaiſſeau reçoive des coups de canon à l'eau ou que le feu prenne, ceux qui s'en apercevront en avertiront en particulier le Capitaine; on aura ſoin de ne point tirer de canon que bien chargé & bien ajuſté, & de n'en jamais laiſſer aucun vide; ſi on aborde l'ennemi, on fermera les ſabords de la batterie baſſe dès que les Vaiſſeaux ſe toucheront, pour empêcher l'ennemi d'entrer par-là ou d'y jeter des grenades ou des feux d'artifice.

Si l'ennemi ou un Brûlot vient pour aborder, on ceſſera ſon feu ſur tout autre pour le lui donner en entier; les Chaloupes tâcheront d'accrocher le Brûlot pour le tirer au large, & ſur-tout de couper la retraite à ceux qui les conduiſent.

Tout ceci s'exécutera d'autant plus aisément, 1.° que les hommes seront mieux distribués dans les différens postes, & M. Bourdé donne un exemple de cette distribution; 2.° qu'ils seront mieux disciplinés, & il recommande avec grande raison les fréquens exercices, & donne la manière de faire cet exercice & de le commander, tant pour le canon que pour la grenade.

Il prescrit de même ce qui doit être observé pendant l'abordage, espèce de combat qui convient mieux que tout autre à notre Nation, & qu'elle doit rechercher avec d'autant plus d'empressement que, quoiqu'il paroisse plus vif & plus sanglant que tout autre, il est cependant moins meurtrier qu'un feu bien dirigé & long-temps soutenu; il conseille donc aux Officiers qui commandent, d'en parler souvent à leurs Équipages & de les familiariser avec cette idée, tant par leurs discours qu'en leur en faisant faire de temps en temps les préparatifs: c'est un grand pas vers l'intrépidité que réduire, pour ainsi dire, le danger à sa valeur intrinsèque.

Mais ce que nous ne pouvons absolument passer sous silence, c'est la dissertation que l'Auteur fait sur les pièces de canon, qu'il desireroit qu'on pût considérablement raccourcir, tant pour débarrasser les ponts, que la grande longueur des pièces incommode beaucoup, que pour pouvoir faire porter aux Bâtimens des pièces d'un plus gros calibre. Il propose pour cela des canons dont le fond de l'ame seroit terminé par une demi-sphère; il examine avec soin la position de la lumière, la manière de donner feu, soit avec une platine amarrée sur le canon, soit avec la mèche; enfin il discute exactement tout ce qui peut concerner cet important objet.

Tout ce que nous avons dit jusqu'ici regarde le Navire considéré comme agissant seul; on peut cependant & on doit le regarder sous un autre point de vue, comme faisant partie d'une escadre ou d'une armée navale, ou comme protégeant d'autres Navires non armés en guerre: il est clair que cette nouvelle position exigera de lui de nouvelles manœuvres, & par conséquent de nouvelles connoissances au Capitaine qui le monte: c'est l'objet de la quatrième & dernière partie de

l'Ouvrage de M. Bourdé de Villehuet, dans laquelle il traite des évolutions navales.

Cette matière avoit déjà été traitée à la fin du dernier ſiècle, par le P. Hoſte, & en dernier lieu par M. Bigot de Morogues, Capitaine des Vaiſſeaux du Roi; mais M. Bourdé s'eſt d'autant plus volontiers porté à ajouter cette partie à ſon Ouvrage, qu'elle étoit néceſſaire d'une part pour le compléter, & que de l'autre le P. Hoſte, ni M. de Morogues, n'avoient, ſelon lui, aſſez inſiſté ſur l'ordre du convoi, qu'il regarde comme très-important; nous allons eſſayer de donner une légère idée de cette partie de la Marine, qui, n'étant elle-même que détail, ne peut guère être préſentée en abrégé.

Chaque armée navale, quelque nombreuſe qu'elle ſoit, doit être diviſée en trois eſcadres ou diviſions, qu'on ſubdiviſe encore ſuivant le beſoin ou les circonſtances.

En cas de combat, le milieu eſt le poſte du Commandant; ſon eſcadre l'occupe, la ſeconde eſt à ſa droite, & la troiſième à ſa gauche, ou bien elles ſeront à l'avant ou à l'arrière, ſelon les circonſtances & l'ordre du Commandant; celui de la première eſcadre portera le pavillon de diſtinction au grand mât, celui de la ſeconde au mât de miſaine, & celui de la troiſième au mât d'artimon, & on doit avoir attention qu'elles ſoient auſſi fortes l'une que l'autre, tant pour le nombre que pour la qualité des Vaiſſeaux, afin qu'elles puiſſent également s'oppoſer à l'ennemi & qu'on ne ſoit pas obligé de les changer & de faire en ſa préſence des démarches & des manœuvres, ſouvent difficiles, & toujours dangereuſes; les Brûlots, Flûtes, Corvettes, Vaiſſeaux d'hôpital ou Vivandiers ſeront au vent de l'armée pour être plus à portée d'arriver ſur les Vaiſſeaux qui les ſoutiennent, & les Bâtimens inutiles ſeront hors de portée de l'autre côté de l'ennemi; les Brûlots & les Frégates ſeront au vent de l'armée ſi elle a le vent ſur l'ennemi; mais ſi au contraire l'ennemi l'avoit ſur elle, ils devroient être à l'avant de leurs Commandans & aſſez près pour pouvoir les joindre aiſément.

Tel eſt à peu-près l'ordre dans lequel une armée navale marche à l'ennemi, bien entendu cependant que les circonſtances permettent

permettent de l'obſerver; mais elle marche ſouvent d'autre manière, toujours cependant de façon qu'elle puiſſe aiſément ou ſe remettre à l'inſtant en ordre de bataille, ou même combattre dans l'ordre qu'elle tient, ſi elle s'y trouvoit forcée.

Lorſque l'armée fait ſimplement route, elle va *en ordre de convoi*, ſur une ſeule ligne, ou ſi elle eſt nombreuſe, ſur pluſieurs lignes droites, parrallèles à celle du Commandant; les Vaiſſeaux dans cet ordre doivent peu s'écarter pour ſe conſerver plus aiſément.

Si on ſoupçonne qu'on puiſſe trouver l'ennemi, on arrange un peu différemment les Vaiſſeaux; les trois chefs de diviſion prendront leurs poſtes, & l'armée dans un moment pourra, ſelon le beſoin, paſſer de cet ordre à celui de combat, cet ordre ſe nomme *ordre de marche*.

Si l'armée, en préſence de l'ennemi, juge à propos de faire retraite, les Vaiſſeaux ſe ſépareront en deux colonnes, dont chacune tiendra le plus près du vent; l'une à *tribord*, c'eſt-à-dire à droite; & l'autre à *bas-bord*, c'eſt-à-dire à gauche: ces deux colonnes feront alors un angle de 135 degrés, dont la pointe ſera occupée par le Vaiſſeau du Commandant ou par le plus fort de l'armée. Il eſt clair que l'ennemi ne peut attaquer l'armée, dans cet ordre, ſans eſſuyer le plus grand feu & ſans riſquer d'être doublé par les Vaiſſeaux de la tête, qui le peuvent toujours aiſément, & de ſe trouver par-là entre deux feux; il eſt d'ailleurs toujours poſſible de paſſer aiſément de cet ordre à celui de combat.

L'ordre de combat eſt toujours en ligne, & en tenant le plus près du vent; d'où il ſuit néceſſairement qu'il y a une des armées qui eſt au vent & l'autre ſous le vent de celle-ci: chacune de ces poſitions a ſes avantages & ſes déſavantages, celui qui eſt au vent, eſt le maître d'engager le combat & d'aborder, s'il le juge à propos, il peut ſerrer l'ennemi, envoyer aiſément des Brûlots, enfin il eſt à l'abri du feu & de la fumée que le vent porte en ce cas ſur l'ennemi; mais auſſi s'il ne ſe trouve pas le plus fort, il ne peut ſe dégager ni ſe mettre en ordre de retraite, ſans le plus grand riſque d'être

maltraité; l'inclinaiſon de ſes Vaiſſeaux rend ſes batteries baſſes inutiles, & le ſervice de ſon canon très-pénible & bien plus lent que dans toute autre poſition; les Vaiſſeaux dégréés ne peuvent faire vent arrière pour ſe retirer, ſans s'expoſer au feu de l'ennemi.

L'armée qui eſt ſous le vent a ſa batterie baſſe très-libre; ſes Vaiſſeaux maltraités peuvent aiſément ſortir de leur ligne, elle peut à chaque inſtant, ſi elle ſe trouve trop foible, prendre l'ordre de retraite, elle peut auſſi, quoique plus difficilement que celle du vent, la doubler & mettre l'avant-garde ou l'arrière-garde entre deux feux; mais auſſi elle ne peut aborder que difficilement ni s'empêcher de l'être; ſes Brûlots lui ſont preſque inutiles & elle eſt très-incommodée de la fumée & des valets ou bourres de canon enflammés que le vent lui envoie: M. Bourdé diſcute ſoigneuſement tous les avantages & les déſavantages des deux poſitions, & en conclut qu'il eſt toujours plus avantageux de combattre au vent que ſous le vent.

On juge bien qu'il doit y avoir des moyens d'exécuter toutes ces évolutions avec facilité & avec promptitude; & M. Bourdé les donne avec tout le détail néceſſaire. Un de ces moyens les plus ingénieux, eſt ce qu'on nomme *le quarré naval;* cette figure une fois tracée ſur le milieu du gaillard d'arrière, eſt un guide ſûr pour l'Officier de quart, au moyen duquel il peut aiſément reconnoître non-ſeulement ſi ſa propre manœuvre eſt bien faite, mais encore ſi quelqu'un des autres Vaiſſeaux manque à la ſienne.

Lorſqu'on marche ſur un certain ordre & qu'on eſt forcé de changer de route, on conſervera ſon ordre ſi chaque Vaiſſeau vient faire la même manœuvre que celui qui eſt à la tête de ſa ligne, dans la place que celui-ci vient de quitter: c'eſt ce qu'on nomme *aller par la contre-marche.*

Nous ne pouvons ſuivre M. Bourdé dans tous les moyens qu'il donne pour former les différens ordres ou les changer ſelon le beſoin; cet article demande à être lû dans ſon ouvrage, & nous allons paſſer à d'autres objets.

Tous les arrangemens qu'il eſt poſſible de faire en mer,

ſont toujours ſubordonnés aux cauſes phyſiques qui peuvent à chaque inſtant les déranger, & une des principales cauſes de ces dérangemens eſt l'inſtabilité des vents : il eſt donc néceſſaire qu'un bon Officier ſache ce qu'il doit faire en pareil cas pour maintenir ou pour rétablir l'ordre qu'il juge néceſſaire, & qui a été troublé par le changement, ou, comme on le dit en mer, *la ſaute* du vent; M. Bourdé en donne les moyens pour tous les différens cas poſſibles.

Quelquefois on eſt obligé de faire différentes manœuvres, en conſervant toujours ſon ordre, ſoit pour traverſer un détroit avec un vent peu favorable, ſoit pour s'éloigner d'une côte, ſoit pour diſputer à l'ennemi le deſſus du vent, ſoit pour éviter ou pour engager le combat lorſque l'ennemi le préſente ou le refuſe, ſoit enfin pour tâcher de le doubler pour le mettre entre deux feux : on ſent aſſez combien ces évolutions doivent être préciſes pour que l'ennemi, qui doit de ſon côté obſerver tous les mouvemens, n'en puiſſe profiter; c'eſt ce que M. Bourdé donne dans tout le détail néceſſaire pour tous ces différens cas.

Une autre opération, ſouvent très-néceſſaire, eſt de mouiller en préſence même de l'ennemi, ou, étant à l'ancre en ordre de bataille, d'appareiller : M. Bourdé enſeigne la manière d'exécuter ces manœuvres dans tous ces cas.

L'armée peut être pourſuivie par un ennemi plus fort & ſe réfugier dans un port, mais ſouvent elle n'y ſeroit pas en ſûreté ſi l'arrangement des Vaiſſeaux n'y étoit pas tel que l'ennemi ne pût y entrer ſans être expoſé tant à leur feu de part & d'autre, qu'à celui des batteries qu'on conſtruira à terre; & cet important objet eſt diſcuté avec toute l'attention poſſible.

Le but de toutes les manœuvres qu'on fait vis-à-vis de l'ennemi eſt ou de l'aborder ſi on ſe trouve le plus fort, ou d'éviter l'abordage ſi on ſe trouve le plus foible : M. Bourdé donne les moyens d'exécuter l'un & l'autre autant qu'il eſt poſſible; mais il inſiſte beaucoup & avec raiſon ſur la néceſſité de cette manœuvre, bien plus conforme que toute autre au génie de notre Nation & qui, malgré le ſpectacle terrible qu'elle

préſente, ménage cependant les hommes & la mâture des Navires, & par conſéquent doit être préférée à une canonnade ſouvent inutile & preſque toujours plus meurtrière que l'abordage le plus ſanglant.

Les Vaiſſeaux de guerre ne ſont pas toujours deſtinés à combattre en armée, on les emploie ſouvent à *convoyer* ou eſcorter des flottes de Vaiſſeaux marchands; en ce cas, ſi la flotte eſt grande, les Vaiſſeaux doivent être accompagnés de pluſieurs Frégates qui ſeront, pendant la marche, aux côtés, à l'avant & à l'arrière de la flotte, & dont il y aura toujours quelques-unes à la découverte, qui, en cas de beſoin, avertiront le Commandant, par des ſignaux, de la préſence & de la force de l'ennemi, & s'il ſe trouve trop fort, feront fauſſe route pour l'égarer & l'empêcher de joindre la flotte : le poſte des Vaiſſeaux de guerre eſt au vent & un peu ſur l'avant de la flotte; des petites Corvettes, mêlées entre les Vaiſſeaux marchands, y maintiendront l'ordre & avertiront le Commandant de tout ce qui ſe paſſera; la nuit, les Frégates ſeules auront des feux & ſe rapprocheront de la flotte pour la maintenir & en écarter tout Vaiſſeau étranger venant du large.

On emploie quelquefois les Vaiſſeaux de guerre à forcer l'entrée d'un port; c'eſt peut-être une des opérations de la Marine des plus délicates & des plus hardies. On doit ſoigneuſement s'inſtruire de la ſituation du port & de ſes défenſes, car il y en a quelques-unes d'inattaquables; & nous ne pouvons mieux faire que de renvoyer, d'après M. Bourdé, le Lecteur à la belle expédition de *Rio-Janeïro*, exécutée par le célèbre Duguay-Trouïn, & qu'il a ſi bien décrite dans ſes Mémoires : on y verra toutes les reſſources de l'art & de la valeur employées dans un des cas les plus difficiles; & M. Bourdé y ajoute, dans cet article, toutes les réflexions qui doivent avoir lieu dans les circonſtances différentes.

Les deſcentes ou débarquemens en pays ennemi, ſont encore un objet important dans la Marine militaire : on ne doit jamais tenter ces expéditions que dans des endroits où la mer briſe peu ou point, ſans quoi les Bateaux qui doivent débarquer

les troupes courroient trop de riſque d'être renverſés ; ces Bateaux doivent être ſoutenus par le feu des Vaiſſeaux qui écarteront l'ennemi immédiatement avant la deſcente. Il eſt néceſſaire que celui qui les commande connoiſſe parfaitement la nature de la côte & qu'il ſache quelles ſont les forces & les retranchemens que l'ennemi peut lui oppoſer ; il rangera au moment de l'action ſes Vaiſſeaux & ſes Frégates, de manière qu'elles prêtent le côté aux retranchemens & à la côte, il fera pluſieurs fauſſes attaques pour couvrir la véritable ; alors les Bateaux rangés ſur deux lignes, de manière que ceux de la ſeconde puiſſent paſſer par les intervalles de la première, & ſoutenus du feu des Vaiſſeaux & de celui des Chaloupes canonnières mêlées avec eux, s'ébranleront & iront s'échouer à la côte, débarqueront leur monde & enſuite ſe remettront à flot, l'avant & leur canon tourné vers la terre, pour favoriſer la retraite en cas qu'on fût repouſſé : le détail de toutes ces opérations, ſuivant les différentes circonſtances, eſt exactement décrit par M. Bourdé.

Le dernier article de ſon ouvrage concerne les ſignaux ; ils doivent être ſimples, précis, ſans équivoques & ſur-tout impénétrables à l'ennemi ; ceux de M. de la Bourdonnaye, que M. Bourdé donne pour exemple, paroiſſent avoir toutes ces qualités.

Ils conſiſtent en dix flammes différentiées par des couleurs primitives & bien tranchées ; chacune de ces flammes repréſente un des chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 & 0 ; on peut donc avec ces flammes, exprimer tel nombre qu'on voudra, & M. Bourdé en donne pluſieurs exemples ; on remettra à chaque Capitaine, en partant, la valeur du chiffre que repréſente chaque flamme, & comme cette valeur eſt arbitraire, il ſera très-difficile à l'ennemi de la connoître, mais eût-il été aſſez heureux pour s'en inſtruire, il n'en ſeroit pas plus avancé, ces flammes n'exprimeront jamais que des chiffres & des nombres, & à moins qu'il n'eût le mémoire des commandemens qui répondent à ces nombres, il ne peut pénétrer le ſens des ſignaux, ſur-tout ſi, comme il eſt d'uſage,

on les change à chaque campagne, & que les ſeuls Capitaines en aient la clef.

Ces ſignaux ſeront excellens le jour & de beau temps, mais en temps de brume ou la nuit, ils deviendroient inutiles; en temps de brume on les fera par le bruit du canon, du fuſil, des cloches & des tambours, obſervant de diſtinguer les généraux & les diviſions par le nombre des coups, par la façon de tirer & par les batteries du tambour.

La nuit n'admet non plus que des feux ou des coups de canon auxquels on donne une valeur de convenance, comme, par exemple, un pour chaque feu & ſept pour chaque coup de canon, en ſorte qu'un feu & un coup de canon, vaudront 8, & ſix feux & quatre coups 34; ſi on craint d'être entendu de l'ennemi, on emploiera au lieu de canon, de fauſſes amorces, ou on leur ſubſtituera des coups de fuſil ou de pierrier.

Quelques Officiers ont voulu employer pour ſignaux des fuſées volantes, mais M. Bourdé proſcrit cet uſage parce qu'elles ſont ſujettes à manquer, ſur-tout quand le vent eſt fort & la mer groſſe, & qu'alors on eſt obligé d'en tirer d'autres, ce qui ne peut qu'embrouiller les ſignaux.

Cet Ouvrage a paru très-digne de l'attention du Public; tant à cauſe des principes mathématiques de la manœuvre & des évolutions navales qui y ſont expliqués avec clarté & avec méthode, qu'à cauſe des détails des règles de pratique & des réflexions judicieuſes dont il eſt rempli.



DIOPTRIQUE.

SUR LES LUNETTES ACHROMATIQUES.

NOUS avons rendu compte l'année dernière * du commencement du travail de M. d'Alembert ſur cette matière, & nous prions le Lecteur de vouloir bien ſe rappeler les principes que nous y avons établis, qui ſont néceſſaires pour entendre facilement le nouveau Mémoire dont nous avons maintenant à parler. V. les Mém. p. 53.

* Voy. l'Hiſt. de 1764, page 175.

La deſtruction des couleurs par le moyen des objectifs, compoſés de pluſieurs lentilles de différentes matières, exige une combinaiſon aſſez préciſe, & les moindres erreurs y ſont très-préjudiciables; M. d'Alembert s'eſt donc propoſé de découvrir celles qui peuvent être les plus nuiſibles, ſoit dans la conſtruction d'un objectif à trois lentilles, ſoit dans les rayons des ſurfaces qui les terminent, & de chercher les moyens les plus efficaces d'y remédier ou de les prévenir.

Le plus dangereux de ces inconvéniens eſt l'erreur qu'on peut commettre en meſurant la diffuſion ou l'écartement des couleurs cauſé par la réfraction dans les différentes matières; on meſure cette diviſion ou par l'eſpace qu'occupent les couleurs au foyer de deux différentes lentilles formées de ces matières, ou en faiſant paſſer le rayon au travers de deux priſmes adoſſés, dont le premier eſt formé d'une de ces matières, & le ſecond de l'autre: la meſure eſt très-difficile dans la première méthode par la difficulté de bien diſcerner le terme des couleurs dans l'image; celle qui ſe fait par le moyen des priſmes eſt peut-être plus exacte, mais elle exige qu'on connoiſſe exactement les angles de ces priſmes qui ſont petits, & par conſéquent très-difficiles à obtenir avec un certain degré de préciſion: cependant une très-petite erreur dans cette opération en produit

une très-considérable dans l'effet qu'on attend des objectifs, non-seulement parce que le rapport des réfrangibilités en est sensiblement altéré, mais encore parce que l'erreur commise dans le rapport de la diffusion des couleurs est encore augmentée dans l'aberration de l'objectif dans la raison de 1 à 3, sans qu'on puisse la détruire par l'arrangement des verres qui le composent.

Cette erreur est de si grande conséquence, que si on se trompe d'un seul dixième dans le rapport de la diffusion des couleurs, l'aberration des couleurs qu'on aura cru détruire existera encore pour plus d'un cinquième, & si le rapport de la diffusion des couleurs dans le cristal d'Angleterre & dans le verre commun, au lieu d'être de 3 à 2 comme on le suppose ordinairement, se trouvoit de 32 à 20, ou, ce qui est la même chose, de 8 à 5, comme d'autres l'ont donné, l'aberration des couleurs de l'objectif seroit le quart de celle d'un objectif ordinaire de même foyer: une lunette achromatique de 3 pieds ainsi construite, ne produiroit donc que l'effet d'une de 12, tandis qu'un télescope Grégorien, de même longueur, fait l'effet d'une de 50; & c'est-là, selon M. d'Alembert, ce qui a empêché de tirer jusqu'à présent des lunettes achromatiques tout le parti qu'on en pouvoit tirer.

Un inconvénient aussi considérable que celui duquel nous venons de parler, méritoit bien qu'on en cherchât le remède; c'est aussi ce qu'a fait M. d'Alembert, & ses recherches lui en ont procuré un si simple qu'on ne peut rien desirer de plus facile dans l'exécution.

Le rapport de diffusion qu'on a trouvé, peut être ou plus grand ou plus petit que le rapport véritable; dans le premier cas, l'erreur est en *plus*, & dans le second elle est en *moins*.

Dans le premier cas, il suffira de diminuer un peu la courbure de la première surface de l'objectif, c'est-à-dire de celle qui est tournée vers l'objet, en laissant les lentilles qui composent l'objectif appliquées les unes contre les autres à l'ordinaire.

Dans le second cas, il est encore bien plus facile de remédier au mal; en écartant un peu l'une de l'autre les lentilles qui composent

composent l'objectif, on détruira presque toute l'aberration de réfrangibilité qui étoit demeurée à l'objectif composé.

Rien n'est plus simple que ces deux moyens, mais comme le second est incomparablement plus facile à exécuter que le premier, il sera bon de prendre toujours le rapport de la diffusion des couleurs plutôt un peu moindre qu'un peu plus grand que le vrai.

Non-seulement il est possible de corriger en grande partie l'erreur qui naît de la fausse détermination du rapport de diffusion, par les moyens que nous venons d'indiquer, mais on peut encore la faire disparoître au moyen de l'oculaire convexe, qu'on adapte ordinairement à ces lunettes; car l'aberration de couleurs de cet oculaire étant heureusement alors en sens contraire de celle de l'objectif, il est possible d'avoir un oculaire qui la détruise presqu'entièrement, & M. d'Alembert donne tout le calcul nécessaire pour en déterminer les dimensions.

Le travail que cette recherche l'a obligé de faire sur les oculaires, l'a mis dans le cas de faire sur ce sujet deux remarques essentielles.

La première est qu'au lieu d'employer pour ces oculaires du verre commun, il faudroit y employer une matière où la diffusion des rayons sût plus grande, telle, par exemple, que celle qu'a trouvée M. Zeiher, qui, ayant à peu-près la même réfraction moyenne que celle du cristal d'Angleterre, écarte les couleurs deux fois autant que ce dernier, & trois fois plus que le verre commun; ces oculaires, quoiqu'avec un foyer plus court, représenteroient les objets aussi nettement, & comme en détruisant ce qui reste de couleurs ils permettroient de donner aux objectifs de plus grandes ouvertures, les images en seroient plus nettes & plus vives.

La seconde a pour objet le rapport des courbures qu'on doit donner aux deux faces de l'oculaire, pour éviter autant qu'il est possible l'aberration de sphéricité; le calcul a fait voir à M. d'Alembert que celles qui ont été données jusqu'ici par les Opticiens, étoient insuffisantes en ce qu'elles n'évitoient

l'aberration que pour les objets placés dans l'axe, & qu'elles la donnoient considérable pour ceux qui s'en écartoient, au lieu qu'il faut au contraire que cette aberration soit nulle pour les objets placés dans l'axe & la plus petite possible pour ceux qui s'en écartent.

Le calcul de M. d'Alembert lui a fait voir que des oculaires ordinaires seroient de cette part les plus parfaits qu'il est possible d'en construire, si le rayon de la surface tournée vers l'objet étoit égal à neuf fois la longueur du foyer de l'oculaire, & celui de la surface tournée vers l'œil, les trois cinquièmes de cette même distance.

Cette même observation a lieu pour les objectifs simples; le rapport des rayons de leurs deux surfaces n'est pas d'un à six, comme on l'a cru jusqu'ici; la surface tournée vers l'objet doit, selon M. d'Alembert, avoir pour rayons les cinq neuvièmes de la longueur du foyer qu'aura le verre, & celle qui est tournée vers l'œil doit avoir pour rayon cinq fois cette même distance; & M. d'Alembert croit qu'avec des objectifs de cette sorte, auxquels on adapteroit des oculaires concaves faits de la matière trouvée par M. Zeiher, on pourroit parvenir à faire des lunettes de *poche* ou d'*Opéra*, qui grossiroient environ trois fois l'objet, n'auroient que très-peu ou point de couleurs, porteroient une très-grande ouverture & donneroient par conséquent à l'objet beaucoup de netteté : revenons aux lunettes achromatiques.

Nous n'avons parlé jusqu'ici que d'un seul oculaire appliqué à ces lunettes; la théorie de M. d'Alembert l'a conduit à y adapter des oculaires composés de deux lentilles, & lui a donné en même temps la proportion des rayons de leurs surfaces, telle que ce double oculaire n'ait aucune aberration de sphéricité & qu'il détruise encore presqu'entièrement ce qui resteroit de l'aberration de réfrangibilité : une lunette construite avec un objectif à trois lentilles & un oculaire de cette espèce seroit, selon M. d'Alembert, très-supérieure aux télescopes de réflexion de même longueur.

Les erreurs dont nous venons de parler ne sont pas les

ſeules qu'on puiſſe commettre tant en meſurant le rapport de réfraction des matières réfringentes, qu'en conſtruiſant les lentilles conformément à la théorie; mais ces erreurs ſeront ſouvent inſenſibles & toujours aſſez petites pour qu'on puiſſe aiſément y remédier: le moyen le plus ſûr, ſelon M. d'Alembert, eſt de multiplier le nombre des lentilles qui compoſent les objectifs achromatiques & de ne pas donner préciſément le même rayon à celles des ſurfaces de ces lentilles qui ſe doivent toucher; on ſe ménage par-là, dans la ſolution du Problème, un plus grand nombre d'indéterminées qu'on peut faire varier, & on ſe trouvera plus à portée de donner à ces différentes ſurfaces la courbure la plus propre à anéantir l'effet des différentes erreurs. Pour peu qu'on veuille y faire réflexion, il ſera aiſé de voir combien, par cette méthode, on peut ſe ménager de combinaiſons différentes & avantageuſes; deux lentilles ne ſe peuvent arranger que de deux façons, trois ont ſix combinaiſons, quatre en ont douze, cinq en ont vingt, &c. Il eſt vrai qu'il faudra du calcul pour déterminer toutes ces combinaiſons, mais on en ſera bien dédommagé par le degré de perfection qui en réſultera; on ne doit pas même craindre la perte de rayons que cette multiplication de verres ſembleroit devoir occaſionner: l'expérience fait voir combien peu elle diminue la vivacité des images.

Un pas que M. d'Alembert regarde encore comme très-eſſentiel à la perfection des lunettes, eſt le rapport des ouvertures avec les oculaires: il a déjà démontré, dans ſes Opuſcules, combien la théorie donnée juſqu'ici par les Opticiens pour déterminer ce rapport étoit fautive & imparfaite, & il lui a ſubſtitué des formules plus exactes; en employant donc tous ces moyens, il eſt preſque hors de doute qu'on pourra porter les lunettes achromatiques à un point auquel on n'auroit peut-être jamais oſé ſe flatter de parvenir.

Il n'eſt pas inutile d'ajouter ici que cette concluſion paroît directement oppoſée à celle d'un grand Géomètre, qui paroît douter qu'il ſoit poſſible de porter ces lunettes à un grand degré de perfection; la raiſon qu'il en apporte eſt que le

crown-glaſſ étant verdâtre & ne laiſſant par conſéquent paſſer ſenſiblement que les rayons de cette couleur, il n'eſt pas étonnant qu'il écarte moins les rayons colorés que le criſtal d'Angleterre, ſans que pour cela ſa réfrangibilité ſoit moindre, & que par conſéquent le rapport de diffuſion qu'on trouve entre le *crown-glaſſ* & le criſtal d'Angleterre ou *flint-glaſſ* n'eſt pas exact: mais il eſt facile de répondre à cette objection de deux manières; premièrement, par l'expérience qui a fait voir que les objectifs achromatiques, conſtruits d'après la théorie fondée ſur ce rapport, ſe ſont trouvés très-bons & peuvent, comme nous venons de le faire voir, devenir encore meilleurs; en ſecond lieu, on peut ſubſtituer au *crown-glaſſ* notre verre blanc, qui, avec la même réfrangibilité que ce dernier, n'a preſque aucune couleur. Rien n'empêche donc d'eſpérer de porter les lunettes achromatiques à leur perfection; mais il eſt aiſé de voir combien il reſte encore de travail à faire ſur cette matière, & qu'il s'en faut bien que celui que M. d'Alembert a déjà publié & dont nous avons rendu compte ne ſoit à ſa fin: on peut également compter ſur ſon zèle & ſur ſa capacité pour l'y conduire.

SUR LA THÉORIE GÉNÉRALE DE LA DIOPTRIQUE.

V. les Mém. p. 555.

IL eſt ſouvent utile & toujours agréable que les principes généraux des Sciences ſe trouvent raſſemblés, & comme rapprochés les uns des autres; ils en deviennent preſque toujours plus lumineux & ceux même qui les ont vus détaillés ſéparément plus au long, les retrouvent raſſemblés avec plus de plaiſir.

C'eſt ce qui a engagé M. Euler à raſſembler dans un ſeul Mémoire, & ſous un petit nombre de formules, preſque tous les principes de la Dioptrique; & l'eſpèce de révolution que cette ſcience vient d'éprouver par l'invention des lunettes

achromatiques, rend ce travail encore plus utile : nous allons essayer de présenter l'esprit de sa méthode.

Il suppose un nombre quelconque de surfaces convexes, sphériques & réfringentes, placées les unes les autres à certaines distances, sur un axe commun qui joigne tous leurs centres de convexité, & toutes ces convexités tournées du même sens vers un certain objet.

Il est certain que les rayons partant de cet objet, se rompront en passant au travers de ces surfaces réfringentes & formeront au foyer de chacune, une image de cet objet, qui sera alternativement directe ou renversée selon que le nombre des surfaces sera pair ou impair, & qu'enfin l'image qui se formera au foyer de la dernière surface réfringente, sera vue par l'œil placé derrière à une certaine distance, d'autant plus grande que les surfaces réfringentes auront causé plus d'écartemens aux rayons.

Les rayons de ces surfaces étant connus, M. Euler commence par en faire les données ou constantes de son problème; il y fait entrer de même la loi de réfringence de chacune de ces surfaces, mais ce qui est extrêmement adroit, il rend cette quantité variable suivant la nature des rayons différemment réfrangibles ; ce point est comme la clef de tout ce qu'il dit dans ce Mémoire.

Supposant donc d'abord des rayons moyens entre les plus & les moins réfrangibles; il recherche avec soin la route de ces rayons, leurs intersections avec l'axe, la grandeur des images qu'elles produisent au foyer de chaque surface réfringentes, le petit écartement que prennent entre eux les rayons du centre & ceux des extrémités de l'objet, à raison de la figure sphérique des surfaces qui ne réunit pas tous les rayons en même point, & enfin l'agrandissement de l'image au foyer de la dernière lentille.

L'équation qui exprime les conditions de ce problème est donc composée de termes connus, au moyen desquels on exprime par les mêmes symboles ou par d'autres qui les représentent, la petite aberration des rayons, qui naît de la figure

ſphérique, & elle peut également s'appliquer aux lunettes en rendant la diſtance de l'objet à la première ſurface comme infinie, & aux microſcopes en la ſuppoſant à une aſſez petite diſtance de la première ſurface réfringente.

Il eſt évident qu'en faiſant évanouir, ou au moins réduiſant à leur moindre valeur poſſible, les termes de l'équation qui expriment l'aberration de ſphéricité, on parviendra à obtenir les proportions & les arrangemens des ſurfaces, qui ſeront les plus convenables à l'effet qu'on ſe propoſe, puiſque ce n'eſt que par le moyen de ces proportions qu'on pourra parvenir à détruire l'aberration de ſphéricité, bien entendu qu'on ait eu égard dans ce calcul à la différente réfringence de chaque ſurface; la formule à laquelle arrive M. Euler préſente toutes les quantités néceſſaires, exprimées par les ſymboles même algébriques, qui ont formé l'équation, & qu'il n'y a plus qu'à réaliſer, pour ainſi dire, ſelon le beſoin.

La même équation donne encore, ſous les mêmes expreſſions, les ouvertures qu'on doit donner à chacune des ſurfaces réfringentes, le pouvoir amplifiant de l'inſtrument qui en ſera compoſé, les angles de chaque rayon avec l'axe & le lieu où l'œil peut être placé le plus avantageuſement pour apercevoir la dernière image après le groſſiſſement qu'elle a reçu.

Juſqu'ici nous avons ſuppoſé que tous les rayons étoient également réfrangibles, & c'eſt la raiſon pour laquelle M. Euler a pris leur état de réfrangibilité moyenne; ils ne le ſont cependant pas & il naîtroit de-là une autre aberration des rayons, différemment colorés, qui ſeroit beaucoup plus incommode que la première & dont il s'agit de ſe délivrer.

M. Euler y parvient en faiſant varier, dans ſon calcul, les termes qui expriment la réfringence des ſurfaces, d'abord ſuivant la réfrangibilité des rayons qui l'ont la plus grande, & enſuite ſuivant celle des rayons qui l'ont la plus petite, il obtient par ce moyen de nouveaux foyers & de nouvelles images, mais ces images ne ſont ni à la même diſtance, ni égales entre elles, & de plus elles ſont de couleurs différentes,

ce qui cauferoit une confufion infupportable qu'il eft nécef-faire de détruire.

M. Euler y parvient en faifant varier les rayons de la courbure de fes furfaces réfringentes & la grandeur des ouvertures qu'on peut leur donner, & il arrive par ce moyen à de nouvelles formules, mais il faut avouer que le calcul qu'elles préfentent eft effrayant, heureufement on peut employer un autre moyen très-ingénieux que donne M. Euler.

Toutes les images colorées, produites par la féparation des rayons différemment réfrangibles, font placées à des diftances différentes fur l'axe, & de plus elles font inégales en grandeur; il fe trouve, par un heureux hafard, que les plus proches de l'œil, font les plus petites: fi donc on imagine une ligne qui rafe l'extrémité de toutes ces images, elle ira joindre l'axe dans un point, & l'œil placé dans ce point, verra l'image la plus proche de lui, couvrir toutes les autres, & comme le mélange de tous les rayons colorés, forme le blanc, il n'apercevra plus de couleur, quand même il ne feroit pas poffible de réunir toutes les images colorées : on parviendroit donc toujours à éluder prefqu'entièrement l'inconvénient qu'elles produifent en plaçant l'œil dans le point dont nous venons de parler, & M. Euler donne les moyens de le déterminer.

Nous avons dit qu'on éviteroit par ce moyen prefqu'entièrement l'inconvénient des couleurs, car le calcul fait voir qu'il en reftera encore un peu, mais on peut remédier en grande partie à cet inconvénient; en faifant, non pas évanouir, mais diminuer dans l'équation le terme auquel il répond, on parvient à obtenir une combinaifon dans laquelle cette aberration de couleurs devient infenfible.

Les formules données par M. Euler, dans ce Mémoire, font, comme on voit, une clef générale de toute la Dioptrique dont elles contiennent la théorie générale; mais cette clef ne peut être maniée que par une main prefqu'auffi favante que celle qui l'a formée. La Dioptrique entière eft contenue, à la vérité dans cet Ouvrage, mais elle y eft, s'il m'eft permis de m'exprimer ainfi, comme une plante l'eft dans fon

germe, & pour en tirer parti il faut, pour ainsi dire, la développer; on voit assez par le peu que nous en venons de dire combien il falloit posséder cette Science pour la réduire à des principes si précis & si abrégés.

MÉCANIQUE.

SUR LA MANIÈRE

De mesurer le rapport des Mesures à grains & celles des liquides avec le Boisseau ou la Pinte de Paris.

V. les Mém. p. 452.

IL est inutile d'énoncer ici combien il seroit utile qu'il n'y eût dans tout le Royaume, & même s'il se pouvoit, par tout le monde, qu'un seul poids & une seule mesure; nous avons exposé en 1747 * les avantages qui en résulteroient, & répondu d'avance aux objections qu'on peut faire contre cette uniformité de mesures; le Conseil occupé de cet important objet, a cru devoir commencer par s'assurer du rapport de toutes les mesures, tant à grains qu'à liquides, avec le boisseau & la pinte de Paris; & en conséquence M. le Contrôleur général chargea feu M. Hellot & M. Tillet de travailler à cette évaluation.

* *Voy. Mém. de l'Acad. 1747, p. 82.*

Pour faciliter ce travail, ils imaginèrent quelques machines qui rendent cette opération également simple & facile, & desquelles M. Tillet a donné la description; essayons de présenter une idée tant de celles qui servent à comparer les mesures à grains que de celles qui servent à comparer les mesures à liquides.

Qu'on imagine un cylindre de fer-blanc de 10 pouces de diamètre & de 27 à 28 pouces de hauteur, ouvert par les deux bouts: qu'on se figure ensuite une espèce de guéridon duquel

duquel le dessus soit circulaire, de même diamètre que le cylindre de fer-blanc & garni tout autour d'une bande de peau de daim : il est aisé de voir que si on fait entrer le dessus de ce guéridon dans le cylindre de fer-blanc, on aura un vaisseau à fond mobile & capable d'avoir successivement toutes sortes de capacités; on voit de plus qu'en mesurant exactement la marche du cylindre sur le plateau, on pourra dresser une table des pouces & parties de pouces cubiques qui répondent à chaque abaissement du cylindre, depuis sa hauteur totale de 28 pouces jusqu'à l'enfoncement total qui amènera le bord du cylindre au niveau du plateau, & fera disparoître toute sa capacité.

Pour mesurer les enfoncemens du cylindre & pour le forcer à descendre toujours droit, il porte deux anneaux quarrés de chaque côté, qui passent dans deux barres de fer fixées sur le pied du guéridon, & dont l'une est chargée d'une graduation en pouces qui se peut subdiviser en lignes au moyen d'un curseur divisé en lignes, attaché à l'un des anneaux supérieurs du cylindre & qui s'élève avec lui, l'autre anneau porte une vis, au moyen de laquelle on peut arrêter le cylindre à quelle hauteur on veut.

Pour empêcher la perte du grain qui pourroit tomber du cylindre, il est environné d'une gouttière mise en pente, qui a vers le bas un bec ou goulot fermé d'une petite vanne, qu'on ouvre pour faire sortir le grain qui y est contenu.

Par les expériences de M. Tillet, la tranche de ce cylindre d'une ligne d'épaisseur, contient un peu plus de 6 pouces cubes; celle d'un pouce d'épaisseur, un peu plus de 78 pouces cubes; & celle d'un pied, un peu plus de 942 pouces cubes: il sera donc toujours aisé, en enfonçant le cylindre plus ou moins, pour le faire quadrer avec une mesure donnée, de savoir combien cette mesure contient de pouces cubes, & par conséquent sa proportion avec le boisseau de Paris, qui en contient 661 $\frac{2}{3}$: on ne peut guère imaginer de moyen plus prompt ni plus facile pour parvenir à cette connoissance.

L'instrument qui sert à comparer les mesures des liquides

avec la pinte de Paris, est aussi simple & construit sur les mêmes principes; il se peut fabriquer de deux manières.

On forme un tuyau cylindrique d'étain, fermé par son extrémité inférieure, dont le diamètre intérieur est de 2 pouces 9 lignes & une portion de ligne presqu'imperceptible; ce tuyau est fixé sur un pied qui le maintient dans une situation verticale; son extrémité supérieure est couverte d'une platine de cuivre qui y est fixée avec des vis & qui porte une règle de cuivre qui y est fixée verticalement, cette règle est divisée en pouces, lignes & quarts de ligne, & à côté de cette règle est une petite planche qui peut porter successivement différentes bandes de carton partagées en trois colonnes, dont la première indique les différentes mesures, la seconde le poids des liquides, & la troisième la continence de ces mesures en pouces cubiques.

La platine est percée près de la règle pour donner passage à un fil d'argent, fixé dans un morceau de liége placé dans le cylindre, & ce fil d'argent a la même longueur que le cylindre, c'est-à-dire 13 pouces ou environ; cette même platine est encore percée d'un trou gros comme le petit doigt, pour recevoir la queue d'un entonnoir, avec lequel on peut remplir le cylindre d'eau, & il y a au bas du cylindre un robinet destiné à laisser écouler l'eau quand on le juge à propos.

Pour faire usage de cet instrument on y verse d'abord assez d'eau pour que l'extrémité du fil d'argent qui s'élève avec le liége qui flotte, atteigne l'extrémité inférieure de la division de la règle de cuivre; cette eau n'entre point en compte, elle n'est faite que pour éviter les erreurs que pourroient causer les inégalités du fond & la plus ou moins grande imbibition du liége; alors on y introduit des quantités d'eau bien déterminées & pesées avec soin, tenant même compte des gouttes qui restent attachées au vase, & on examinera avec soin les divisions auxquelles chaque quantité d'eau fera monter la pointe du fil d'argent, & on verra que 3 onces 7 gros & 9 grains d'eau font monter le fil d'argent à 1 pouce $\frac{1}{16}$ de ligne, qui équivalent à 5 pouces 11 lignes $\frac{511}{512}$ cubes, & par conséquent

au huitième de pinte ou poiſſon; que 15 onces 4 gros $\frac{1}{2}$ qui font élever le fil d'argent à 4 pouces $\frac{1}{4}$ de ligne, forment la chopine raſe & fourniſſent 23 pouces 11 lignes $\frac{127}{128}$ cubes; & qu'enfin 31 onces 1 gros d'eau, font élever le fil de 8 pouces $\frac{1}{2}$ ligne, équivalant à très-peu près à 48 pouces cubes & forment la pinte de Paris. Il eſt aiſé de ſentir combien cet inſtrument, que M. Tillet nomme *hydromètre*, doit apporter de préciſion dans la comparaiſon des différentes meſures; l'expérience a même fait voir à M. Tillet que lorſque le fil d'argent étoit une fois fixé à un point de la règle, on l'y retrouvoit encore huit ou dix heures après; preuve évidente qu'on n'a rien à craindre de ce côté.

Comme on a connu par l'aſcenſion du fil d'argent la quantité d'eau qu'on introduiſoit dans le cylindre, en ouvrant le robinet qui eſt au bas de la machine, on connoîtra par la deſcenſion du fil, la diminution de l'eau qu'on peut auſſi peſer à chaque opération; nouvelle vérification de l'exactitude de cet inſtrument.

La ſeconde méthode de le conſtruire eſt encore plus ſimple, dans cette conſtruction le cylindre eſt ouvert par les deux bouts comme le cylindre de fer-blanc de la meſure à grains, un piſton y entre par ſon extrémité inférieure & la tige de ce piſton, arrêtée verticalement ſur un pied, porte des diviſions en pouces, en lignes & en quarts de ligne.

Il eſt évident qu'en enfonçant plus ou moins le cylindre d'étain ſur ce piſton, on diminue la capacité de ſa partie ſupérieure, & que cette diminution eſt marquée par les diviſions de la tige du piſton; on peut donc connoître exactement avec cet inſtrument, comme avec l'autre, la quantité de pouces cubiques que contient un certain nombre de diviſions, le poids de l'eau néceſſaire à remplir cette quantité, & enfin le rapport de cette quantité de fluide avec la pinte de Paris.

Il eſt preſqu'inutile ici d'ajouter que le cylindre étant abaiſſé juſqu'au bas de la diviſion, il reſte encore environ deux lignes entre ſon bord & le piſton, ces deux lignes ne ſe comptent pas, & elles ne ſervent, comme dans l'autre manière, qu'à

éviter les erreurs qui viendroient de l'inégalité du piſton & de l'eau qui pourroit s'inſinuer entre lui & le cylindre.

C'eſt au moyen de ces inſtrumens auſſi ſimples qu'ingénieux que M. Tillet parvient à pouvoir faire une comparaiſon exacte des différentes meſures avec le boiſſeau & la pinte de Paris, l'utilité d'une pareille recherche eſt la juſte meſure des éloges qui lui ſont dûs.

LES Arts qui ont été publiés pendant le cours de l'année 1765, ſont au nombre de trois.

Le premier eſt l'*Art du Drapier*, par M. du Hamel. On y verra avec plaiſir tout l'appareil de cet Art deſtiné à nous procurer l'étoffe ſingulière qu'on nomme *Drap*, & qui eſt compoſée de deux étoffes de nature très-différente; ſavoir, d'une toile de laine & d'une eſpèce de feutre qui la recouvre, produit par le foulage & l'apprêt des poils de laine qui ſortent de cette toile. M. du Hamel prend cet Art depuis le choix de la laine: il indique toutes les préparations qu'on doit lui donner, tant pour la carder que pour la filer; les différentes eſpèces de laine & l'uſage qu'on en doit faire; ce qu'on doit attendre de leur mélange, la manière de les ourdir ſur le métier & de les y travailler, de fouler le drap, de le tondre & d'y donner le luſtre; en un mot, tout ce que les Manufactures les plus renommées pratiquent pour porter cet Art à la plus grande perfection.

Le ſecond eſt l'*Art du Chapelier*, par M. l'abbé Nollet. Cet Art ſingulier enſeigne à former des habillemens de tête impénétrables à l'air & à l'eau avec des poils non filés & non tiſſus, auxquels on donne à deſſein & par des procédés très-ingénieux un arrangement fortuit capable de les faire prendre les uns avec les autres, & de recevoir enſuite, par le moyen du foulage qu'on leur fait ſubir, une adhérence qui en fait une étoffe aſſez forte pour réſiſter à toutes les injures de l'air: on y verra le choix des différentes matières qui peuvent entrer dans la fabrication des chapeaux; les prépa-

rations qui leur ſont néceſſaires; & enfin la manière de joindre les pièces qui en ſont formées & de leur donner la forme convenable pour les rendre propres aux uſages auxquels on les emploie.

Le troiſième & dernier Art qui ait paru en 1765 eſt celui du *Mégiſſier,* par M. de la Lande. Cet Art a pour objet la préparation des peaux blanches, tant de moutons que d'agneaux & de chevreaux, qui ſervent à faire des tabliers d'Ouvriers, des gants & des doublures de gants, des garnitures de ſoupapes & de ſommiers dans les orgues, & à une infinité d'autres uſages auxquels on les emploie : on y verra la manière d'enlever à la peau l'humidité animale qu'elle contient & qui en auroit bientôt occaſionné la pourriture; celle d'y ſubſtituer des matières capables de lui donner le degré de ſoupleſſe néceſſaire; le choix des eaux propres à accélérer ce travail; & enfin tout le détail des opérations néceſſaires pour procurer les peaux blanches, ſi utiles à une infinité d'Arts & de travaux différens.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCLXV.

I.

Des canons de fuſil, propoſés par le ſieur Deſcourtieux. Ces canons ſe forgent en roulant en hélice une lame de fer autour d'un tuyau de même matière, ſoudant enſuite les tours de l'hélice entr'eux & au tuyau, & enlevant enſuite, en forant le canon, tout le fer du tuyau qui lui a ſervi de mandrin : cette méthode de conſtruire les canons a paru de beaucoup préférable à la méthode ordinaire; elle avoit même depuis long-temps été pratiquée en partie par quelques Canonniers jaloux de leurs ouvrages; mais quelqu'avantage qu'on y ait reconnu, l'Académie croit devoir avertir ceux qui voudroient

ſe ſervir de canons de cette eſpèce de ne les employer qu'après les avoir ſoumis aux épreuves ordinaires. Quelque bonne que puiſſe être la méthode, la moindre négligence de la part de l'Ouvrier, le moindre défaut dans la matière peuvent rendre un canon défectueux & même dangereux; on ne peut s'aſſurer de ſa bonté que par les épreuves.

I I.

Des Reſſorts de ſuſpenſion pour les Voitures, préſentés par le ſieur Reynal, Machiniſte. Ces reſſorts ſont du genre de ceux qu'on nomme *reſſorts à boudins*, & ceux du ſieur Reynal ſont enfermés dans une boîte cylindrique, ce qui leur donne la forme de ces peſons cylindriques à reſſort ſi fort en uſage; la boîte eſt arrêtée au train de la voiture, & la caiſſe eſt attachée à une tringle de fer, qui, en tirant, preſſe les ſpires du reſſort; au lieu d'un ſeul reſſort, le ſieur Reynal en met deux, au moyen de quoi les reſſorts ſont plus courts & plus aiſés à fabriquer; mais il faut auſſi que la partie de la tringle qui pèſe ſur les reſſorts ſoit double. Quoique cette invention ne ſoit pas abſolument nouvelle, puiſque le fond en a été propoſé à l'Académie en 1703 * par le ſieur Thomas, cependant comme le ſieur Reynal a corrigé, dans ſa conſtruction, pluſieurs inconvéniens qui ſe trouvoient dans celle du ſieur Thomas, & que ſes reſſorts ont très-bien réuſſi dans les expériences qui en ont été faites, on a cru qu'ils pouvoient à cet égard mériter qu'on en fît de nouvelles épreuves qui puſſent en conſtater la durée, & cela d'autant plus qu'ils coûteroient beaucoup moins que les reſſorts ordinaires.

* *Voy. l'Hiſt. de 1703, page 136.*

I I I.

Une manière d'imprimer la Muſique, propoſée par le ſieur Gando fils, par laquelle il ne ſe doit trouver aucun blanc ni dans les lignes ni entre les notes & les lignes. Pour y parvenir, le ſieur Gando imprime ſa Muſique en deux fois & ſur deux différentes planches ou formes; la première contient la note, les pauſes, les lettres & les chiffres; & la ſeconde contient les réglets qui doivent former les lignes: ces réglets ne ſont pas compoſés de pièces détachées dont les angles, en s'abattant,

formeroient néceſſairement des interruptions ou blancs dans les lignes; ils ſont formés d'une lame de cuivre continue, & par conſéquent il eſt impoſſible qu'il ſe forme aucun blanc; mais auſſi cette méthode exige la plus ſcrupuleuſe attention de la part de l'Imprimeur; la plus petite négligence dans cette partie, le plus petit dérangement dans le tympan de la preſſe, feroit que les notes ne répondroient plus à leur place: auſſi le ſieur Gando a-t-il propoſé pluſieurs moyens pour aſſurer cette opération, & il a paru, par les épreuves qui en ont été faites, qu'avec de l'attention on pouvoit, par les moyens qu'il propoſe, éviter cet inconvénient. Quoique l'Art d'imprimer la Muſique ſemblable à celle qui eſt gravée ne ſoit pas nouveau; que le ſieur Breitkopf, de Léipſick, en ait publié de cette eſpèce en 1755; qu'un an après le ſieur Fournier le jeune, en ait fait voir quelques eſſais qu'il a depuis perfectionnés & deſquels l'Académie a rendu compte au Public *; cependant comme la Muſique du ſieur Gando a l'avantage de n'avoir point de blancs, on a cru qu'en prenant les précautions néceſſaires, elle pouvoit réuſſir, & que cette méthode qui fourniroit aux Amateurs, de la Muſique auſſi belle que la gravée, à un prix beaucoup moindre, méritoit d'être tentée, & que les plus habiles Artiſtes employaſſent toutes les reſſources de leur génie pour la porter à ſa perfection.

* V. l'Hiſt. de 1762, p. 192.

I V.

Un Peſon à reſſort, préſenté par le ſieur Hanin, Serrurier. Le corps de ce peſon eſt un cercle de fer plat, au côté duquel eſt fixé par ſon milieu un demi-cercle d'acier trempé, allant en diminuant vers ſes extrémités; à l'une de ces extrémités, ſont attachés un étrier & un anneau pour ſuſpendre le peſon, & à l'autre le crochet qui doit porter la marchandiſe à peſer: ces mêmes extrémités portent encore l'une une branche de fer qui vient au centre du cercle & qui porte un pignon, & l'autre une ſemblable branche qui porte un rateau pour engréner dans ce pignon. Il eſt aiſé de voir que, par ce moyen, lorſqu'on chargera le crochet, les deux extrémités du demi-cercle d'acier tendront à s'écarter d'autant plus que le crochet ſera

plus chargé; ce qui ne peut se faire sans que le rateau ne fasse tourner le pignon, qui, par ce mouvement, marquera, au moyen d'une aiguille attachée à son axe, le poids de la marchandise sur les divisions tracées sur le cercle immobile. Cette construction de peson a paru commode & ingénieuse, & on a cru qu'elle pouvoit être utile, pourvu qu'elle fût bien exécutée; le seul inconvénient qu'on y pourroit craindre, seroit que le ressort ne se relâchât à la longue, ou que le froid & le chaud excessifs ne pussent augmenter ou diminuer son action; mais on en seroit bientôt averti, soit en voyant si le peson marque fidèlement la pesanteur d'un poids connu, soit parce que le peson étant déchargé, l'aiguille ne marqueroit plus o, comme elle le doit faire.

V.

Une nouvelle manière de faire le Carmin, proposée par M. Viquesnel. Ce carmin étant mêlé avec le sel d'oseille & avec l'alkali fixe, sa couleur n'a pas été plus altérée par ces mélanges que ne l'a été celle du meilleur carmin de la fabrique ordinaire, qui servoit de pièce de comparaison; il n'a paru inférieur ni en beauté ni en bonté à aucun autre; il semble même avoir plus d'éclat que les plus beaux que l'on connoisse: & pour dernier avantage, son prix n'excédera pas celui de ces derniers.

V I.

Une Machine à arracher des Arbres, présentée par M. Jurine. Cette machine est une espèce de cric, composé de deux longues pièces de bois qui coulent l'une sur l'autre sans se pouvoir séparer, & qui sont menées par une crémaillère à dents de rochet, à laquelle un long levier imprime le mouvement; la pièce qui est en haut porte à son extrémité supérieure une griffe de fer qui entre dans l'arbre lorsque la machine s'appuie contre, & la pièce qui est en bas est armée à son extrémité inférieure de deux pointes de fer qui l'empêchent de glisser sur la terre. Quoique cette machine ne soit pas absolument nouvelle, cependant sa construction a paru ingénieuse & propre à produire les effets auxquels l'Auteur la destine, pourvu cependant qu'on ne veuille pas les porter trop loin; car il y a certainement des

cas où la machine exigeroit pour produire ſon effet d'être ſi forte & ſi conſidérable, que l'embarras du tranſport & les équipages néceſſaires pour la mettre en jeu excéderoient l'avantage qu'on en pourroit tirer.

VII.

Pluſieurs Machines du genre de celle qui eſt connue ſous le nom de Digeſteur *ou de* Machine de Papin, préſentées par le ſieur Tilhaye, pour appliquer aux uſages domeſtiques le principe de cette machine qui augmente prodigieuſement la chaleur & l'action de l'eau bouillante, en retenant les vapeurs qui s'en élèvent.

La première eſt la Machine même de Papin, extrêmement ſimplifiée; il a paru par l'expérience qui en a été faite, que cette machine chauffée au point que les gouttes d'eau qu'on laiſſoit tomber ſur le couvercle, s'évaporoient à l'inſtant, avoit tiré d'un os de bœuf, qui y avoit été renfermé avec cinq pintes d'eau, quatre pintes & plus d'un bouillon gras, de ſaveur à la vérité déſagréable, inconvénient qu'on pourroit peut-être éviter; que l'os s'étoit trouvé inégalement amolli, friable en quelques endroits, en un mot qu'elle avoit exactement produit le même effet que le Digeſteur de Papin.

La ſeconde eſt une Caſſerole de cuivre doublée d'étain, où l'on peut cuire des viandes en peu de temps & avec peu de feu, en ménageant l'avantage de conſerver les parties qui s'en évaporent lorſqu'on les cuit à feu ouvert; cette caſſerole eſt environnée d'un autre vaiſſeau qu'on remplit d'eau, qui devient un bain-marie ordinaire ſi on laiſſe une libre iſſue aux vapeurs de cette eau, & un véritable digeſteur ſi on ferme cette iſſue; le couvercle de la caſſerole s'applique de même exactement & eſt contenu par une vis: il eſt aiſé de voir qu'en empêchant l'eau du bain-marie de s'évaporer, on obtient une chaleur ſuffiſante pour faire cuire toutes ſortes de viandes, & qu'en retenant de même les vapeurs qui s'exhalent de la viande, on les oblige à la pénétrer & à en faciliter la cuiſſon.

La troiſième Machine eſt une cafetière ou cucurbite d'étain,

revêtue de même d'un bain-marie qui se peut fermer, & garnie d'un couvercle qui ferme exactement; on voit aisément que par le moyen de cet instrument on peut faire bouillir différentes matières sans crainte de les brûler, & leur donner, en fermant le bain-marie, tel degré de chaleur que l'on veut; on peut même substituer au couvercle un chapiteau, & pour lors on aura un véritable alembic. Ces machines ont paru une application ingénieuse du principe du digesteur, mais il faut être très-attentif à ne les pas surchauffer; on sait que la force expansive de l'eau, réduite en vapeurs, est prodigieuse; & la moindre négligence sur ce point, pourroit causer des explosions & des accidens terribles: on ne doit donc les confier qu'à des gens assez attentifs & assez intelligens pour prévenir ce malheur. L'Académie s'est cru obligée de faire cette observation au Public.

VIII.

Un nouveau *Clavecin organisé*, présenté par M. Berger, Organiste de Grenoble: ce clavecin ne diffère presque pas, à l'extérieur, d'un clavecin ordinaire, mais la personne qui joue, peut à son gré augmenter ou diminuer le son de l'instrument, en poussant avec le genou droit la queue d'un levier placée verticalement sous la table du clavier, ou en le laissant retomber. Un autre levier, placé horizontalement & exposé à l'action du même genou, fait agir une sourdine, & ces deux leviers peuvent agir indépendamment l'un de l'autre, en sorte qu'on peut enfler & diminuer le son du clavecin avec la sourdine ou sans la sourdine; un petit jeu d'orgue à anche est placé sous le fond du clavecin, l'un des claviers communique à l'orgue & l'autre au clavecin, & on les peut jouer ensemble ou séparément; le son de l'orgue, comme celui du clavecin, peut être augmenté ou diminué par l'action du genou gauche sur un autre levier, placé à côté du premier; l'effet de cet instrument a paru agréable & bien remplir le but que l'Auteur s'est proposé. Quoique la propriété d'enfler & de diminuer les sons du clavecin, ne soit pas absolument nouvelle, & que l'Académie ait même rendu compte en 1759 * de quelques

* V. l'Hist. de l'Acad. 1759, p. 241.

tentatives faites à ce sujet: cependant, comme la manière d'opérer ce changement dans le clavecin du sieur Berger est très-différente de celles qui ont été précédemment employées, & que celle dont il se sert pour enfler & diminuer le son de l'orgue est neuve & ingénieuse; on a cru que le clavecin de M. Berger, quoique susceptible d'être encore perfectionné, méritoit l'attention des connoisseurs & celle du Public.

IX.

Un *Habit à nager*, proposé sous le nom de *scaphandre (a)* ou *homme-bateau*, par M. l'abbé de la Chapelle: cet habit est une espèce de camisole sans manche ou de soubreveste, qui descend jusqu'à la hauteur des hanches & se boutonne par-devant, elle est composée de deux fortes toiles ou coutils, entre lesquels sont fixés des quarrés de liége, & le tout est retenu par en bas avec une bande de toile double qui tient au bas du dos de la camisole, & après avoir passé entre les jambes du nageur, vient s'attacher au-devant; à l'aide de cette camisole & de l'art avec lequel M. l'abbé de la Chapelle y a distribué ses morceaux de liége, on peut flotter dans l'eau debout & avoir la tête & les bras hors de l'eau; dans l'expérience qui en fut faite par M. l'abbé de la Chapelle, il causoit avec ceux qui étoient dans le bateau, il pouvoit porter à sa bouche des alimens & de la boisson, tirer un pistolet & gesticuler avec une épée, un bâton, &c. prendre toutes les situations possibles & se conduire à l'aide de ses mains & de ses jambes. L'idée de ces sortes d'habits n'est nullement nouvelle, l'Académie a publié avec éloge en 1757 *, celui qui lui fut alors présenté par M. de Gélacy, Colonel d'Infanterie étrangère; elle n'ignoroit pas non plus les tentatives qui avoient été faites par M. de Puy-ségur pour nager, à l'aide d'une ceinture de liége attachée à une espèce de Pantalon de toile, qui avoit la semelle chargée de plomb: ce moyen même conviendroit très-bien pour des Soldats qui devroient nager les armes à la main, mais pour le cas de naufrage que M. l'abbé de la Chapelle a eu principalement en vue, il a paru que son scaphandre étoit

* *Voy. l'Hist. de 1757, page 179.*

(a) Σκάφη navicula ἀνὴρ vir.

préférable à toutes les inventions de cette eſpèce connues juſqu'ici, tant parce qu'il eſt d'un uſage plus ſûr, que parce que dans un cas ſubit & inopiné, il eſt d'un uſage plus prompt, & qu'enfin il ne cauſe aucun embarras.

X.

Une *Plate-forme à diviſer les inſtrumens de Mathématique*, propoſée par M. le Duc de Chaulnes; nous ne répèterons point ici ce que nous avons dit ci-deſſus*, de ſa manière de diviſer & de la préciſion à laquelle elle peut atteindre, nous dirons ſeulement que cette plate-forme une fois faite & diviſée avec les attentions qu'exige la méthode de M. le Duc de Chaulnes, & étant placée dans un lieu convenable, tous les Inſtrumens aſtronomiques pourront y être diviſés avec la plus grande préciſion & avec une telle facilité, que la main la moins exercée ſera capable d'y réuſſir; il arrivera de-là que l'inſtrument diviſé en moins de temps, coûtera moins cher, qu'on ſera plus ſûr de ſa diviſion que de celle de ceux même qui auront été faits par les meilleurs ouvriers, dont mille cauſes peuvent altérer l'attention, & rendre l'adreſſe inutile; & qu'enfin on ne ſera plus dans le cas de dépendre de la vie & de la ſanté d'un ſeul homme, qui peut être enlevé par un grand nombre d'accidens. On a jugé que cette plate forme ſeroit de la plus grande utilité, & que M. Duc de Chaulnes, qui la propoſe, & qui fera par-là jouir la Nation de toute la perfection de ſa méthode, avoit droit à la reconnoiſſance de l'Académie & à celle de tous ceux qui cultivent ou qui aiment l'Aſtronomie & les Mathématiques.

* Voy. page 65.

DANS le nombre des Pièces qui ont été préſentées cette année à l'Académie, elle a jugé les quatorze ſuivantes dignes d'avoir place dans le Recueil de ſes Ouvrages qu'elle fait imprimer.

Sur les Eaux minérales ferrugineuſes: Par M. Monnet.

Sur l'analyſe du Gyps: Par M. Lavoiſier.

Sur la néceſſité de multiplier les Obſervations & les Expériences ſur quelques propriétés de la mer : Par M. le Prince de Lowenſtein.

Sur l'analyſe des Eaux de la mer : Par M. Monnet.

Obſervations aſtronomiques faites à Toulouſe : Par M. d'Arquier.

Eſſais ſur le Pilotage : Par M. Goimpy.

Sur les éboulemens des montagnes & autres terreins élevés, & ſur la manière de s'en garantir : Par M. Perronet.

Obſervations météorologiques faites à *Santa-fé de Bogota :* Par M. Mutis.

Obſervations ſur une Colique de *Miſerere*, ſingulière : Par M. Boucher de l'Iſle.

Sur le Bazalt : Par M. Deſmareſt.

Sur les éclipſes de Soleil des 16 Août 1765 & 5 Août 1766 : Par M. du Vaucel.

Obſervations de l'éclipſe de Soleil du 1.er Avril 1765, faites à Stockholm, Upſal & Pello : Communiquées par M. Wargentin.

Sur la nature & la cauſe des différentes graiſſes du Verre : Par M. d'Antick.

Deſcription & uſage d'un petit Chariot, au moyen duquel on peut, non-ſeulement lancer en l'air un cerf-volant électrique, mais encore en devider la ficelle ſans la toucher, lors même que l'orage eſt le plus animé : Par M. de Romas.

L'ACADÉMIE avoit propoſé pour le ſujet du Prix de 1763, *la Deſcription des différentes méthodes qu'on emploie, tant pour l'arrimage des Vaiſſeaux marchands que pour celui des Vaiſſeaux de guerre, la diſcuſſion de ces méthodes & l'examen de ce qu'on peut faire pour les perfectionner.*

N'ayant pas été ſatisfaite des pièces qui lui furent alors envoyées, elle propoſa le même ſujet avec un Prix double, c'eſt-à-dire de 4000 livres, & elle demanda qu'on examinât *quelles ſont les méthodes uſitées dans les ports pour leſter ou arrimer les Vaiſſeaux de toutes les grandeurs & de différentes eſpèces, le poids & la diſtribution des matières qu'on y emploie, l'effet qu'elles produiſent ſur le ſillage, ſur les lignes d'eau, ſur les propriétés de bien porter la voile, de bien gouverner, d'être doux à la mer, & ſur les autres qualités d'un Vaiſſeau, les inconvéniens dont ces méthodes ſont ſuſceptibles & les remèdes qu'on pourroit y apporter.*

Elle a partagé ce Prix par portions égales de 1000 livres chacune entre quatre pièces qui lui ont paru également bonnes.

La première eſt la pièce n.° 4, qui a pour deviſe:

Pondere tuta ſuo eſt Navis jactata per undas;

dont l'Auteur eſt M. l'abbé Boſſut, Profeſſeur de l'École-royale du Génie, à Mézières, & Correſpondant de l'Académie.

La ſeconde eſt la pièce n.° 6, dont la deviſe eſt:

Les qualités du Navire ſe ſont connoître par un bon arrimage;

l'Auteur eſt M. Bourdé de Villehuet, Officier des Vaiſſeaux de la Compagnie des Indes.

La troiſième eſt la pièce n.° 7, qui a pour deviſe:

Qui dubiis auſus committere flatibus alnum,
Quas natura negat, præbuit arte vias,

dont l'Auteur eſt M. Grognard, Conſtructeur des Vaiſſeaux du Roi.

La quatrième eſt la pièce n.° 8, qui a pour deviſe:

Amoris Patriæ Pignus;

dont l'Auteur ne s'eſt pas fait connoître.

L'Académie proposa l'année dernière un Prix extraordinaire de 1000 livres *sur la meilleure manière d'éclairer pendant la nuit les rues d'une grande ville, en combinant ensemble la clarté, la facilité du service & l'économie.*

Un Magistrat distingué par sa place, & plus encore par ses talens & par son activité continuelle pour le bien Public, avoit fourni le sujet & les fonds de ce Prix : quoiqu'il n'ait pas voulu être nommé dans le Programme, le Public n'a pas tardé à reconnoître M. de Sartine, Conseiller d'État & Lieutenant général de Police ; c'est à lui que l'on doit ces encouragemens destinés à ceux qui contribueront à la commodité & à la sûreté publiques en perfectionnant les moyens d'éclairer la ville de Paris.

Aucune des Pièces qui ont concouru n'ayant rempli toutes les conditions détaillées dans le Programme, l'Académie a fait proposer à M. le Lieutenant de Police, de remettre le Prix à l'année prochaine & de l'augmenter pour exciter davantage les Physiciens & les Artistes à multiplier les observations & les expériences sur cet objet si utile, à quoi ce Magistrat ayant consenti, l'Académie a proposé de nouveau le même sujet avec un Prix de 2000 livres, qui sera donné à l'Assemblée publique qui se tiendra après Pâques 1766, & sous la condition expresse, que toutes les lanternes qui seront présentées, seront essayées dans les rues de Paris, depuis le 1.er Janvier 1766 jusqu'au 15 Mars suivant.



ÉLOGE
DE M. CLAIRAUT.

ALEXIS-CLAUDE CLAIRAUT, de la Société Royale de Londres, des Académies de Berlin, de Péterſbourg, d'Upſal, d'Édimbourg & de celle de l'Inſtitut de Bologne, naquit à Paris le 13 Mai 1713, de Jean-Baptiſte Clairaut, Maître de Mathématique à Paris, Membre de l'Académie Royale des Sciences de Berlin, & de Catherine Petit, tous deux d'honnête famille.

Il étoit le ſecond de vingt-un enfans, le premier étant mort en nourrice, ſa mère en conçut un ſi vif chagrin qu'elle ſe détermina à nourrir les autres elle-même, ce qu'elle ne put cependant exécuter qu'à l'égard de celui dont nous faiſons l'éloge, & d'un de ſes frères qui le ſuivit immédiatement & qui auroit certainement marché ſur les traces de ſon aîné, ſi une mort prématurée ne l'eût enlevé à l'âge de ſeize ans, ayant publié un an auparavant un Traité des Quadratures circulaires & hyperboliques, qui avoit mérité les éloges de l'Académie & de tout le monde Mathématicien.

L'éducation du jeune Clairaut fut domeſtique, il montra dès qu'il put parler, qu'il ſeroit un jour capable des raiſonnemens les plus ſuivis, & ſon père ſe fit un plaiſir de cultiver des diſpoſitions ſi marquées; on lui enſeigna à connoître les lettres de l'alphabet ſur les figures des Élémens d'Euclide; on ſe doutoit bien qu'il eſſayeroit d'en tracer de pareilles & qu'il en voudroit connoître l'uſage; c'étoit une eſpèce de piége qu'on tendoit à ſa curioſité, il réuſſit parfaitement, & à l'aide de quelques petites récompenſes accordées à propos, il ſut lire & aſſez bien écrire à l'âge de quatre ans.

Les figures des Élémens d'Euclide n'étoient pas non plus ſorties de ſa mémoire & il en parloit ſouvent; mais avant qu'il

pût

put aller jusque-là, il falloit le rendre familier avec le Calcul, plus rebutant par lui-même, sur-tout pour un enfant, que toutes les figures de Géométrie : on imagina pour cela un expédient à peu-près semblable à celui qu'on avoit déjà employé ; ce fut de lui faire écrire de suite tous les nombres naturels depuis l'unité jusqu'à un très-grand nombre, dans des cases toutes préparées, en l'avertissant que toutes les fois que les nombres n'étoient exprimés que par des 9, il falloit dans la case suivante mettre autant de 0 qu'il avoit trouvé de 9 & les faire précéder à gauche du chiffre 1 ; on remplissoit aussi d'avance quelques-unes des cases des multiples des nombres premiers ; par ce moyen la curiosité de l'enfant étoit piquée, & les réponses à ses questions l'instruisirent de la savante théorie de la numération, ignorée même par un grand nombre de ceux qui se servent le plus des nombres : la multiplication & les autres règles d'Arithmétique furent amenées par des moyens semblables, & il se trouva au fait de cette partie des Mathématiques, presque sans s'être aperçu qu'il l'eût étudiée, ou du moins l'ayant étudiée sans aucun dégoût ; nous avons cru devoir rapporter avec quelque détail cette partie de son éducation.

A mesure que les talens de M. Clairaut se développoient, une forte inclination pour la guerre se manifestoit en lui ; il se plaisoit à en entendre parler, il avoit souvent ce plaisir avec de jeunes Officiers auxquels son père enseignoit les Mathématiques, il s'animoit à ces discours & cette inclination naissante auroit certainement dérangé ses études, si on ne lui eût fait entendre (ce qui est effectivement vrai jusqu'à un certain point) que l'étude des Mathématiques étoit absolument nécessaire à quiconque aspire à se distinguer dans le service.

Les dispositions marquées du jeune Clairaut pour les Mathématiques avoient fait prendre à son père la résolution de l'y pousser le plus avant qu'il seroit possible, dans la vue d'en faire un jour un Académicien, mais il se gardoit bien de le lui dire ; l'Algèbre & la Géométrie qui faisoient alors sa principale occupation, ne passoient chez lui que pour des

préliminaires du ſervice; on employa même ce goût pour l'engager à apprendre le latin; on laiſſoit exprès à ſa portée quelques Livres de Machines de guerre écrits en cette langue, & l'envie de les entendre le porta bientôt à l'étudier; le deſir d'entrer au ſervice, ſi ſouvent dicté aux jeunes gens par l'envie de ſe débarraſſer de leurs études, ſervit au contraire à M. Clairaut, d'un puiſſant motif de faire les ſiennes avec plus d'application; ce même deſir lui faiſoit employer ſes récréations à copier des Cartes géographiques; on ne paroiſſoit pas s'en apercevoir & on laiſſoit aller ce double emploi du temps, qui ne pouvoit tourner qu'à ſon avantage.

Quand il eut atteint l'âge de neuf ans, car des dates de cette eſpèce ont beſoin d'être énoncées, on lui mit entre les mains l'application de l'Algèbre à la Géométrie de M. Guiſnée; ſon Père lui ſervit de guide à la première lecture, mais il en fit une ſeconde & une troiſième de lui-même; & on aſſure qu'à cette dernière il ſavoit déjà réſoudre la plupart des problèmes du Livre d'une manière plus ſimple & plus élégante que celle de l'Auteur: l'étude commençoit déjà à développer en lui ce génie inventif & lumineux qui faiſoit la principale partie de ſon mérite, & ces eſſais de ſes propres forces l'animèrent tellement, qu'il fallut le diſtraire de ſon travail pour l'empêcher d'altérer ſa ſanté.

Cette diſtraction ſi néceſſaire ſe préſenta d'elle-même; on forma en 1722 un Camp au petit Montreuil, pour faire voir au Roi, alors très-jeune, l'attaque d'un polygone: un Capitaine au régiment du Roi, nommé M. le Chevalier d'Allemand, ancien ami du P. Malebranche & qui connoiſſoit tout le mérite du jeune Clairaut, voulut lui faire voir ce ſiége. Il en fut enchanté, il en conçut toutes les opérations & ſe vit bientôt environné de perſonnes qui l'écoutoient avec attention & qui s'entre-demandoient où ce jeune Officier en avoit tant appris: ils ne ſe trompoient que ſur le titre, ſon inclination pour le ſervice, ſes talens & ſon travail l'avoient certainement bien mis en état de le mériter. Le même M. d'Allemand le préſenta bientôt après à feu M. le Maréchal

de Chaulnes, qui cherchoit un jeune enfant bien né, ſage & intelligent pour le lier avec M. le Vidame d'Amiens, aujourd'hui M. le Duc de Chaulnes; & cette circonſtance lui valut l'eſtime & l'amitié dont ce digne Seigneur l'a honoré juſqu'à ſa mort.

Le jeune Clairaut, âgé de dix ans, entreprit la lecture des Sections coniques de M. le Marquis de l'Hôpital; il vint à bout de l'entendre, mais il n'en avoit pas ſaiſi les principes auſſi facilement que ceux des autres livres qu'il avoit déjà lûs; on jugeoit qu'une ſeconde lecture lui étoit néceſſaire, mais il étoit comme rebuté & refuſoit preſque de s'y prêter; heureuſement une circonſtance fortuite vint au ſecours: M. de l'Iſle, de cette Académie & fort ami de M. Clairaut le père, vint le voir, il trouva le jeune Clairaut tenant à la main le Livre de M. le Marquis de l'Hôpital, & ne croyant pas qu'un enfant de cet âge fût en état de l'entendre, il lui dit avec une eſpèce de ſouris moqueur, qu'il tenoit-là un Ouvrage qu'il ne connoiſſoit vraiſemblablement que par le titre & la couverture; le jeune homme fut piqué au vif de cette eſpèce d'inſulte; il eut pourtant la modération de ſe contenir, mais cette circonſtance l'obligea de relire l'ouvrage une ſeconde & même une troiſième fois; ces lectures réitérées, que lui-même alors jugeoit néceſſaires, faiſoient bien voir que ſi M. de l'Iſle n'avoit pas eu tout-à-fait raiſon de lui faire ce reproche, il n'avoit pas eu non plus tout-à-fait tort. Il parcourut enſuite rapidement l'Analyſe des Infinimens petits du même auteur, & fut bientôt au fait des nouvelles méthodes & du Calcul différentiel, & de l'Intégral.

Juſque-là, les talens de M. Clairaut n'avoient encore brillé qu'aux yeux de ſa famille ou tout au plus de quelques amis; il étoit temps qu'il parût ſur un plus grand théâtre, & une circonſtance ſingulière lui en procura bientôt l'occaſion.

Le célèbre M. Néricaut Deſtouches arriva d'Angleterre avec Madame ſon épouſe, prête d'accoucher; il vint loger dans la même maiſon où demeuroit M. Clairaut & au-deſſous de ſon appartement; il demanda en grâce qu'on ne fît aucun

bruit ſur ſa tête, tant pour Madame Deſtouches que pour lui, qui travailloit alors à ſa belle Comédie du *Philoſophe marié:* on le lui promit & on lui tint parole, & lorſqu'après le rétabliſſement de ſon épouſe, il voulut en remercier le principal locataire, celui-ci lui dit qu'il ſeroit bien ſurpris en apprenant qu'il avoit au-deſſus de lui onze enfans, le père & la mère; M. Deſtouches voulut voir par lui-même cette eſpèce de phénomène; il monta chez M. Clairaut & devint bientôt l'ami de la famille, & en particulier du jeune Clairaut; il le préſenta à feu M. l'abbé Bignon & à quelques-uns des plus illuſtres Membres de cette Académie, qui tous furent charmés de le connoître: ce fut-là le commencement de cette réputation qu'il a depuis ſi dignement ſoutenue.

Ce commencement de réputation ne fit qu'enflammer davantage ſon ardeur; le Père ayant changé de demeure, il ſe trouva dans le nouveau logement un petit cabinet dans lequel lui & ſon jeune frère, dont nous avons déjà parlé, pouvoient étudier à part: malheureuſement ce cabinet étoit tellement ſitué qu'ils pouvoient y entrer, en ſortir ou y être ſans être aperçus; ils ne manquèrent pas d'en abuſer; ils ſe pourvurent d'un briquet, & lorſqu'on les croyoit bien endormis, ils ſe relevoient & paſſoient la plus grande partie de la nuit à travailler; M. Clairaut, en particulier, s'occupoit en très-grand ſecret à un Mémoire ſur quatre Courbes du troiſième genre qu'il avoit découvertes, au moyen deſquelles on pouvoit trouver un nombre quelconque de moyennes proportionnelles entre deux lignes données. Il vouloit ſurprendre agréablement en montrant ce travail tout fait, mais il fut découvert & ſurpris dans cette occupation par ſon Père, qui proſcrivit ſévèrement cette ſtudieuſe débauche; ne voulant pas cependant lui en faire perdre le fruit, il le préſenta à l'Académie pour y lire ſon ouvrage; il étoit ſi diſproportionné à ſon âge qu'on douta qu'il pût être de lui, & ce ne fut qu'après qu'on ſe fut aſſuré, par les queſtions qu'on lui fit, qu'il étoit capable d'en produire même de plus forts, qu'il reçut de cette Compagnie les juſtes éloges qu'il méritoit; le P. Reyneau ſur-tout, qui y étoit préſent,

ne put retenir les larmes de joie que lui arrachoit la vue d'un enfant qui méritoit déjà de figurer au nombre des plus grands hommes. Cet Ouvrage est imprimé dans les *Miscellanea Berolinensia* de 1724, avec le certificat dont l'Académie l'avoit honoré.

Ce fut à peu-près vers ce même temps qu'il jeta les premiers fondemens de son excellent Ouvrage *sur les Courbes à doubles courbures*, c'est-à-dire dont toutes les parties ne sont pas dans un même plan; son principe est de former, par des lignes parallèles allant de la courbe à un plan donné, une projection de la courbe sur ce plan; cette courbe de projection a, comme on voit, un rapport essentiel avec la première; mais on sent bien que cette manière d'examiner la nature de celle-ci exige nécessairement de faire entrer dans son équation non-seulement l'abscisse & l'ordonnée de chaque point de la courbe de projection, mais encore la ligne qui va de ce point à celui de la première courbe auquel il répond, ce qui introduit nécessairement trois variables dans l'équation: ce principe est comme la clef de tout l'Ouvrage; mais cette clef avoit besoin d'être maniée par une main aussi habile que celle de M. Clairaut, pour ouvrir aux Géomètres une nouvelle carrière dans laquelle personne jusqu'alors n'avoit pu ou voulu s'engager.

Dès que M. Clairaut eut trouvé ce principe il auroit voulu, par une impatience de jeune homme, bien pardonnable à l'âge de treize ans qu'il avoit alors, voir son ouvrage fini & il s'y livra avec une ardeur si vive & si indiscrette, qu'il en eut une fièvre violente accompagnée d'un furieux mal de tête; cet accident interrompit son travail & en recula peut-être plus la fin qu'il ne l'avoit cru avancer par son impatience.

Cette diminution de travail fut remplie par un objet d'une autre espèce, car l'amour de M. Clairaut pour les Sciences ne lui permettoit pas de demeurer oisif à leur égard, ce fut la part qu'il eut en 1726 à l'établissement d'une Compagnie uniquement destinée à l'avancement des Arts; les Sciences y devoient aussi être admises, mais elles n'y jouoient pas le principal rôle, elles n'y paroissoient que pour aider les Artistes

ou pour répondre à leurs queſtions; M. Clairaut père & ſes deux fils, les deux M.[rs] le Roy, ces coryphées de l'horlogerie françoiſe; M. Sully, célèbre horloger anglois, M. Chevotet, de l'Académie Royale d'Architecture, feu M. Rameau, M.[rs] l'abbé Nollet, de la Condamine & l'abbé de Gua, tous trois aujourd'hui de cette Académie, en furent les premiers Membres, & la reconnoiſſance ne me permet pas de diſſimuler qu'ils voulurent bien me faire l'honneur de me donner place parmi eux: cet établiſſement, depuis honoré de la protection de S. A. S. M.[gr] le Comte de Clermont, & duquel des circonſtances étrangères à cet Éloge ont précipité la fin, remplirent dans l'eſprit & dans le cœur de M. Clairaut le vide qu'y laiſſoit le rallentiſſement de ſes travaux géométriques occaſionnés par ſa maladie; il ſe conſoloit comme Citoyen de ce qu'il perdoit comme Géomètre.

Il n'avoit cependant pas abandonné ſon ouvrage, il le continuoit toujours, quoiqu'avec plus de lenteur, & le finit en 1729; l'Académie à laquelle il le préſenta, exigea que cet Ouvrage fût promptement imprimé avec le Certificat honorable qu'elle lui avoit accordé, & dans lequel il étoit fait mention expreſſe des précautions qu'elle avoit priſes pour s'aſſurer que l'auteur avoit à peine ſeize ans accomplis lorſqu'il avoit préſenté un livre dont les plus célèbres Géomètres ſe ſeroient fait honneur.

Ce dernier ouvrage acheva de concilier à M. Clairaut toute l'eſtime de l'Académie & fit déſirer à cette Compagnie de s'attacher un pareil ſujet, mais l'extrême jeuneſſe de M. Clairaut, qui ne l'empêchoit pas d'être au rang des plus habiles Mathématiciens, ne lui permettoit pas l'entrée de l'Académie, les règlemens exigent l'âge de vingt ans pour y être admis; il falloit avoir recours au Légiſlateur, & le Roi, ſur le rapport de M. le Comte de Maurepas, voulut bien accorder à M. Clairaut la diſpenſe d'âge, au moyen de laquelle il fut reçu parmi nous en qualité d'Adjoint-Mécanicien, le 14 Juillet 1731, âgé de dix-huit ans; diſtinction juſqu'à préſent unique, c'étoit preſque un titre pour obtenir une

semblable dispense que d'être dans le cas de la demander.

La joie que M. Clairaut & toute sa famille conçurent de cet évènement, fut bientôt troublée par la mort de son jeune frère, qui marchoit si dignement sur ses traces & qui fut emporté en deux jours par la petite vérole; l'amitié qui les unissoit plus encore que le sang, lui fit sentir ce coup si vivement, qu'on craignit quelque temps pour lui-même.

Les bornes qui nous sont prescrites ne nous permettent pas de faire ici même une simple énumération de tous les Mémoires dont M. Clairaut a enrichi nos Recueils, nous nous contenterons d'en énoncer quelques-uns, & nous nous hâterons de venir aux principales époques de sa vie académique.

Dans l'année même de sa réception, il donna deux Mémoires, le premier contenoit une Méthode d'obtenir d'une manière très-simple les formules dont on se sert pour trouver le centre de gravité des espaces, renfermés par des courbes qu'on peut former en coupant une surface double quelconque, par un plan donné de position; ce dernier ne doit l'élégance de la solution qu'à l'application du même principe que M. Clairaut avoit déjà employé dans son Traité des Courbes à double courbure, avantage réel, mais qu'il ne devoit qu'à lui-même, le même principe lui donna encore le moyen de simplifier extrêmement la théorie des épicycloïdes sphériques & des courbes qui peuvent être tracées sur la surface du cône.

Quelqu'habile que fût M. Clairaut, il étoit bien éloigné de penser qu'il n'y eût plus rien à apprendre pour lui, l'exemple de M. de Maupertuis qui avoit été à Bâle pour y travailler avec le célèbre Jean Bernoulli, lui paroissoit digne d'être imité, & il y fut encore bien plus facilement déterminé par l'offre que lui fit M. de Maupertuis lui-même de l'y accompagner; il n'eut pas lieu de regretter les fatigues de ce voyage, tant par la quantité de connoissances qu'il en rapporta, que par l'amitié qu'il eut lieu de contracter avec M. Bernoulli & avec sa respectable famille.

Lorsque M. Clairaut revint de Bâle, il trouva l'Académie extrêmement occupée de la question de la Figure de la Terre;

nous ne répèterons point ici ce que l'Académie en a publié dans son Histoire, ni ce que nous en avons dit dans les Éloges de M.rs Cassini, Bouguer, de Maupertuis & Godin; il étoit impossible que M. Clairaut ne prît part à une question si intéressante; & pour y réfléchir avec plus de tranquillité, M. de Maupertuis & lui allèrent se retirer au mont Valérien; ce fut-là qu'acheva de se former le projet du voyage du Nord, dans l'exécution duquel M. Clairaut rendit depuis de si grands services. L'éloignement de Paris ne les mit pas cependant à l'abri de toutes visites, la célèbre M.me la Marquise du Châtelet avoit résolu d'apprendre la Géométrie de M. Clairaut, & elle alloit souvent à cheval le trouver au mont Valérien, & ce fut pour cette Dame qu'il composa les Élémens de Géométrie qu'il publia depuis en 1741; cet Ouvrage est d'une espèce singulière; il y remonte par-tout des usages de la Géomètrie aux Problèmes, aux Théorèmes, & enfin aux Axiomes; il suit en un mot la marche que les hommes ont suivie dans l'invention de cette Science & l'enseigne moins à ses Lecteurs qu'il ne la leur fait inventer, par-là il prévient les sécheresses & le dégoût, & grave d'autant mieux ses leçons dans leur esprit, qu'elles s'y trouvent, pour ainsi dire, peintes des couleurs de l'amour propre.

Les réflexions que M. Clairaut avoit faites sur la question de la Figure de la Terre, ne demeurèrent pas oisives entre ses mains, elles produisirent plusieurs Écrits, entre autres un Mémoire sur la détermination géométrique de la perpendiculaire à la méridienne, où il fait voir que cette perpendiculaire ne se trouve dans un plan que dans la supposition de la Terre sphérique, & que dans toute autre hypothèse, toute perpendiculaire à la méridienne, excepté l'Équateur, est une courbe à double courbure dont il détermine la nature. Un examen de la Méthode proposée par feu M. Cassini, de déterminer si la Terre est sphérique ou non, en observant du haut d'une montagne, l'abaissement apparent de l'horizon dans le sens du Méridien & dans celui du premier vertical; il y ajoute la Théorie de l'avantage & du désavantage de la mesure des parallèles

parallèles à différentes latitudes, & fait voir que quoique la meſure des degrés des parallèles qui ſe fait par le temps, ſoit en général moins exacte que celle des degrés du Méridien, qui s'obſervent immédiatement; cependant la diminution des parallèles en approchant du Pôle, fait qu'il y a telle latitude où le degré de certitude devient égal entre les deux meſures; diſcuſſion également fine & intéreſſante pour la queſtion alors agitée.

Les obſervations délicates que faiſoit alors M. de Mairan ſur la longueur du pendule, donnèrent encore lieu à un Mémoire de M. Clairaut, ſur les oſcillations d'un pendule, qui ne ſe font pas dans un plan, il en détermine les loix & la ſingulière figure de la courbe qu'elles font décrire au pendule.

Toutes ces recherches & bien d'autres d'un autre genre, que nous ſommes obligés de ſupprimer, remplirent abondamment le temps qui s'écoula depuis le retour de Bâle juſqu'à celui du départ pour la Lapponie; M. Clairaut y rendit les plus grands ſervices, il fut le premier qui calcula & donna à ſes Collégues la quantité de l'aplatiſſement de la Terre; il compoſa ſur ce ſujet un Mémoire qu'il envoya à la Société Royale de Londres, qui n'y répondit qu'en l'informant qu'elle lui avoit fait l'honneur de l'admettre au nombre de ſes Membres. Au retour de ce voyage le Roi lui accorda une penſion de Mille livres, qui fut ſuivie en moins d'un an de celle qui vint à vaquer à l'Académie par la vétérance de M. Chevalier, car il avoit obtenu le grade d'Aſſocié dès l'année 1733, deux ans après ſon entrée à l'Académie.

Ce fut dans ce même temps que M. Clairaut donna à l'Académie ſon travail ſur l'aberration des Étoiles; nous avons parlé dans l'Éloge de M. Bradley de ce mouvement apparent des Étoiles, qui leur fait décrire dans le courant d'une année, une petite ellipſe, & dont la cauſe eſt le mouvement ſucceſſif de la lumière, combiné avec le mouvement de la Terre autour du Soleil; mais M. Bradley s'étoit contenté d'en expoſer le principe: M. Clairaut s'en ſaiſit, & non-ſeulement il en éclaircit la théorie, mais il calcula cette aberration & en

donna les Tables, il reprit encore quelques années après une autre branche de cette même théorie, à laquelle on n'avoit pas pensé, c'étoit l'aberration des Planètes, d'autant plus compliquée qu'il y faut faire entrer leur mouvement & ses inégalités, & leur position à l'égard du Soleil & de la Terre. On jugera aisément combien ce calcul étoit difficile à manier, il en vint cependant à bout & fit voir que cette inégalité étoit assez sensible pour ne devoir pas être négligée.

La Théorie de l'aberration des Étoiles fut suivie bientôt après d'un Mémoire dans lequel il enseigne à les dépouiller de l'effet de cette inégalité, pour voir si on ne pourroit pas leur découvrir une parallaxe.

Ce morceau fut suivi d'une discussion des explications Cartésienne & Newtonienne de la réfraction, il se décide en faveur de la dernière, en déclarant cependant qu'il ne regarde pas l'attraction comme une propriété essentielle à la matière; mais comme un effet qui peut avoir une cause physique, & d'après ce principe il fait voir qu'on peut légitimement attribuer la déviation qu'éprouvent les rayons en traversant les diaphanes & à l'approche des corps opaques, à l'attraction que les uns & les autres exercent sur eux.

Nous voici insensiblement arrivés aux travaux les plus intéressans de M. Clairaut, & désormais nous ne le verrons plus occupé que de l'application du calcul géométrique aux plus grands & aux plus utiles objets de l'Astronomie & de la Physique.

Il avoit commencé à donner en 1743, un Ouvrage intitulé, *Théorie de la figure de la Terre suivant les principes de l'Hydrostatique*, c'est-à-dire une détermination de la figure qu'elle auroit dû prendre, suivant ces principes, en supposant qu'elle ait été primitivement fluide; ce problème avoit déjà fait l'objet des recherches de plusieurs illustres Géomètres, mais M. Clairaut a voulu le réduire absolument aux loix de l'attraction Neuwtonienne; il les applique à tous les cas de la planète supposée primitivement fluide & de densité uniforme ou variable dans ses différentes couches; il examine ce qui

doit arriver lorſqu'il n'y en a qu'une partie d'endurcie, & ce qui eſt très-ſingulier, il tire des mêmes principes l'explication de l'aſcenſion & de la deſcenſion des liqueurs au-deſſous du niveau dans les tuyaux capillaires, enfin ſa Théorie embraſſe dans la plus grande généralité tout ce que les obſervations pourront nous apprendre ſur la figure des planètes; le calcul en eſt fait d'avance, & il ne s'agira plus que d'évaluer les formules en nombres connus dès qu'on voudra chercher la raiſon de ces phénomènes par les loix de l'attraction.

Cette même année, il donna le commencement de ſon travail ſur la *Théorie de la Lune;* cette Théorie n'avoit été, pour ainſi dire, qu'ébauchée par Newton; la double action que cette Planète éprouve de la part de la Terre & de celle du Soleil, rend ſon orbite ſi irrégulière & ſi variable que le Problème en avoit acquis une certaine célébrité & étoit connu ſous le nom de *Problème des trois corps.* M. Clairaut en entreprit la ſolution; mais quel fut ſon étonnement en voyant que le calcul ne donnoit que la moitié du mouvement qu'on obſerve dans l'apogée de la Lune? il auroit peut-être cru s'être trompé ſi M.rs Euler & d'Alembert, qui travailloient ſur la même matière, n'euſſent trouvé de leur côté la même choſe. Il communiqua ce réſultat à l'Académie & propoſa d'introduire dans la loi de l'attraction une quantité qui, agiſſant très-peu dans l'éloignement & beaucoup dans la proximité, ne touchât point au reſte de l'Univers Newtonien & pût expliquer ce ſingulier phénomène: cette idée fut vivement attaquée par M. de Buffon; la modeſtie de M. Clairaut lui permit de l'écouter, & il ſongea moins à défendre ſon opinion qu'à voir s'il ne s'étoit pas réellement trompé; il découvrit effectivement la ſource de l'erreur; il falloit qu'elle fût bien délicate & bien cachée pour avoir pu échapper aux yeux d'auſſi grands Géomètres que ceux que nous venons de nommer, & il ſe hâta de publier cette eſpèce de rétractation, plus glorieuſe peut-être pour lui qu'il ne l'eût été de ne s'être pas trompé. Il continua ce même travail & remporta en 1751 le Prix propoſé ſur cette matière par l'Académie de

Péterſbourg, & enfin donna en 1754, la première édition de ſes Tables de la Lune, dont nous avons rendu compte dans l'Hiſtoire de cette année, & en 1765 une ſeconde édition revue & corrigée, à laquelle il a joint la Pièce qui avoit mérité le prix de Péterſbourg & qui en contenoit toute la théorie. Cet Ouvrage reçut le plus favorable accueil de tout le monde ſavant, & ces Tables paſſent pour les meilleures qui aient paru juſqu'à préſent.

Ce fut pendant la durée de ce travail qu'il donna ſes *Élémens d'Algèbre*, qui parurent en 1746; ces élémens ſont abſolument dans le même goût que ceux de Géométrie; on n'y voit ni théorème ni problème; toutes les vérités y découlent les unes des autres, & la méthode eſt ſimple & facile; mais il n'étoit ni ſimple ni facile de ramener des élémens d'Algèbre à cet état.

Ces travaux, & quelques autres Mémoires deſquels le temps ne nous permet pas même de faire mention, occupèrent M. Clairaut juſqu'en 1754, qu'il donna un Ouvrage *ſur la Détermination de l'orbite terreſtre*, ayant égard aux perturbations cauſées par l'action des autres Planètes, de laquelle il peut réſulter, dans de certaines circonſtances, une petite latitude qui feroit paroître le Soleil hors de l'écliptique.

Il fit quelque temps après une application bien plus heureuſe de cette idée; ce fut la Théorie de la célèbre Comète de 1759: la théorie Newtonienne regarde les Comètes comme de véritables Planètes du ſyſtème ſolaire, mais dont les orbites ſont ſi exceſſivement alongées que, quoique le Soleil ſoit à un de leurs foyers, elles ceſſent d'être viſibles, à cauſe de l'éloignement, dans la plus grande partie de leur cours. Feu M. Halley avoit oſé, d'après cette Théorie, aſſurer que la Comète de 1682 étoit la même qui avoit été obſervée en 1607 & en 1531, & prédire ſon retour pour 1758; toute l'Europe aſtronome étoit dans l'attente de cet évènement; M. Clairaut fit réflexion que les Planètes qu'elle rencontreroit en ſon chemin pourroient déranger ſon cours, il entreprit de calculer ces perturbations & y réuſſit ſi bien que malgré la difficulté du

problème, il trouva qu'elle ne devoit paroître qu'au commencement de 1759; prédiction que l'apparition de la Comète a pleinement justifiée. Grâces à ses soins, l'opinion que les Comètes sont des Planètes aussi anciennes que le Monde, cesse d'être une conjecture & passe au rang des choses démontrées; il donna depuis toute cette théorie dans un Ouvrage qu'il fit paroître en 1760.

M. Clairaut n'étoit cependant pas si fort absorbé dans ses savantes Théories qu'il n'en sortît dès que le besoin le demandoit; il fut, en 1756, un de ceux qui se prêtèrent à la mesure de la base de Ville-juive, autrefois déterminée par M. Picard: le sublime Théoricien ne dédaigna pas de se prêter à une simple opération de Géométrie-pratique.

Lorsqu'en 1758, l'Académie perdit M. Bouguer, une pension de Trois mille livres qu'il avoit pour travailler à la Marine, fut partagée entre M. le Monnier & lui, & ce nouvel engagement valut à l'Académie un excellent Mémoire sur la manœuvre des Vaisseaux, matière depuis long-temps traitée par les plus habiles Géomètres, mais sur laquelle ses recherches ont jeté un nouveau jour; tout cela ne prenoit rien ni sur la Théorie des Comètes ni sur un autre objet aussi important que celui-là, qu'il traitoit en même temps, ni sur la netteté & la perfection de tout ce qui sortoit de ses mains.

Cet Ouvrage étoit la recherche des moyens propres à perfectionner les lunettes d'approche, par le moyen des objectifs composés qui détruisent les couleurs, nous ne répèterons point ici tout le détail de cette découverte que nous avons donné en 1756, nous dirons seulement que M. Dollond, qui avoit travaillé d'après M. Klingenstierna à trouver les rapports de réfractions nécessaires pour produire cet effet, n'ayant pas donné la route qui l'avoit conduit aux principes sur lesquels il avoit travaillé, M. Clairaut crut devoir reprendre en entier toute cette Théorie, & rechercher les moyens les plus avantageux d'y réussir; c'est ce qu'il a fait dans trois Mémoires que l'Académie a publiés en 1756, 1757 & 1762, il y examine avec le plus grand scrupule, la différence de réfran-

gibilité des différens verres ou cristaux qu'on emploie, la différente forme qu'on doit leur donner, les différentes combinaisons qu'on en peut faire & le degré d'avantage ou de désavantage qui en résulte, & il tire de toutes ces discussions les différentes constructions des lunettes achromatiques ou sans couleurs; & l'expérience, souverain juge en ces matières, a jusqu'ici suivi pas à pas toutes ses déterminations; il comptoit, & il m'en avoit assuré lui-même, donner un précis de toute cette Théorie à l'usage des Praticiens, & des Tables toutes calculées des longueurs de foyer des différens verres qu'ils auroient à employer, de leurs épaisseurs, en un mot, de tout ce qui étoit nécessaire pour réussir dans ce travail, mais il n'en a pas eu le temps, & cet Ouvrage a été le terme de son travail & celui de sa vie.

M. Clairaut n'avoit pas seulement le mérite d'être un grand Géomètre, la douceur & l'aménité de ses mœurs le faisoient désirer de tous ceux qui le connoissoient, & il répondoit volontiers à ces avances, mais il s'étoit imposé la loi de ne jamais souper en ville: quelques-uns de ses amis eurent l'imprudence de l'engager à la transgresser; il ne fut pas longtemps sans avoir lieu de s'en repentir, une indigestion se joignit à un rhume qu'il avoit depuis quelques jours, & la promptitude de cette maladie ne laissa bientôt aucun lieu aux secours de l'Art, & il mourut le 17 Mai de cette année, âgé de cinquante-deux ans; son père qui l'avoit vu en pleine santé dix à douze jours auparavant, fut averti de son mal dès qu'on le crut dangereux, il y vola, mais il le trouva déjà sans connoissance, une pareille situation se peut imaginer, mais elle ne se peut pas décrire.

Il étoit de taille médiocre, bien fait & d'un maintien agréable; sa douceur & sa modestie étoient peintes sur son visage, son cœur aussi droit & aussi net que son esprit, ne lui avoit jamais permis le moindre écart; il étoit l'ami déclaré de la probité & de la vérité, & n'a jamais manqué l'occasion de rendre service dès qu'elle s'est présentée; il est presque inutile d'ajouter après cela que rien n'étoit plus égal que sa

conduite, & que l'humeur & le caprice lui étoient inconnus, aussi n'a-t-il jamais eu d'ennemis, & personne n'a joui plus tranquillement d'une grande réputation.

Il étoit du nombre de ceux qui sont chargés de la rédaction du Journal des Savans, & il ne s'est jamais démenti dans l'exercice de cette fonction, ni sur la clarté ni sur l'impartialité de ses extraits.

De la nombreuse famille de M. Clairaut, il ne reste aujourd'hui qu'une de ses sœurs, à laquelle le Roi vient d'accorder une pension de Douze cents livres, en considération des services de son frère, libéralité vraiment royale & qui fait à la fois l'éloge du mérite de M. Clairaut & du Monarque qui a su si bien le reconnoître; on trouvera toujours dans l'Histoire moins de Titus que d'Alexandres.

La place de Pensionnaire-Mécanicien de M. Clairaut, a été remplie par M. d'Alembert, déjà depuis quelques années Pensionnaire surnuméraire.



MÉMOIRES



MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.

Année M. DCCLXV.

NOUVELLE RECHERCHE

Sur la détermination de la Parallaxe du Soleil par le Passage de Vénus du 6 Juin 1761.

Par M. PINGRÉ.

J'AI rendu compte, dans mon premier Mémoire de mon observation du passage de Vénus à Rodrigue, des combinaisons que j'avois faites de cette observation avec toutes celles dont j'avois alors connoissance, & du résultat que ces combinaisons m'avoient procuré par rapport

à la quantité de la parallaxe horizontale du Soleil. J'avertissois que mon observation ne pouvoit subsister avec celle du cap de Bonne-espérance; que celle-ci ne permettoit point d'étendre la parallaxe au-delà de 8 secondes $\frac{1}{2}$, au lieu que, selon la mienne, cette parallaxe excédoit 10 secondes; il ne se trouvoit par malheur aucune observation qui pût décider directement la contestation : j'avois appuyé ma décision par des raisonnemens qui m'avoient été inspirés plutôt par l'amour de la vérité que par un esprit d'entêtement & d'attachement à mes propres idées; je ne regardois point cependant ces raisonnemens comme définitivement concluans, & j'étois bien éloigné de croire que mon autorité dût suffire pour réunir tous les esprits. Je n'ai donc point été surpris de trouver dans le LIII.me Volume des Transactions philosophiques, un Mémoire dont l'auteur prétend renverser en entier l'édifice que j'avois entrepris d'élever : il restreint la parallaxe du Soleil à 8",56; &, pour prouver la vérité de ce qu'il avance, il me combat en quelque sorte par mes propres armes. J'avois essayé de déterminer la parallaxe par trois méthodes, par la comparaison des temps de l'observation du contact intérieur à la sortie de Vénus, par la combinaison des différentes durées du passage, observées en différens lieux, enfin par celle des moindres distances des centres, conclues ou de l'observation immédiate de la plus grande distance des bords, ou de celle de la durée entière du passage; ce sont précisément ces trois mêmes méthodes que l'auteur du Mémoire emploie pour persuader le Public que la parallaxe du Soleil est beaucoup moindre que je ne l'avois présumé.

Il établit d'abord cent seize comparaisons du second contact intérieur, observé en différens lieux au nord de la Ligne; & prenant un milieu entre les résultats, qui s'accordent d'ailleurs presque tous à une seconde près, il détermine la parallaxe du Soleil de 8",565.

2.° Les mêmes observations du contact intérieur, au nombre de vingt-une, comparées avec l'observation du cap de Bonne-espérance, donnent pour parallaxe moyenne 8",50. J'accorde

volontiers cet article; j'avois même déjà prévenu l'auteur sur ce sujet dans mon premier Mémoire : la question est de décider si l'observation du Cap doit être préférée à la mienne?

3.° L'auteur du Mémoire fait à mon observation du même contact intérieur, les corrections qu'il juge nécessaires; & comparant cette observation, ainsi corrigée, aux mêmes vingt-une observations, il trouve que tout s'accorde encore fort bien: il établit pour parallaxe moyenne 8",57.

4.° Les moindres distances des centres, conclues des observations faites en deçà de la Ligne & combinées avec celle que j'ai observée à Rodrigue, lui fournissent pour parallaxe moyenne 8",56.

5.° Les moindres distances apparentes des centres, conclues de la durée totale du passage & comparées entr'elles, donnent 8",53.

6.° Enfin en comparant les durées observées en différens lieux & en prenant un résultat moyen, on aura 8",61.

Le milieu de tous ces milieux est 8",566; & si on exclut le résultat de la comparaison des durées, comme étant le moins certain, vu la petitesse des élémens qui le procurent, la vraie parallaxe du Soleil sera de 8",557, ou de 8",56. L'auteur est si assuré de l'exactitude de cette décision, qu'il lui semble impossible qu'il y ait $\frac{1}{10}$ de seconde d'erreur; il va plus loin: « Il est très-probable, dit-il, que l'erreur ne peut pas même excéder $\frac{1}{500}$ de la quantité totale ou de la parallaxe déterminée, « comme le grand Docteur Halley avoit eu la confiance de « l'annoncer il y a plusieurs années. » En conséquence il finit par féliciter son siècle & sa nation d'une découverte aussi intéressante & aussi glorieuse à l'un & à l'autre.

Je ne pouvois me dispenser de lire ce Mémoire avec toute l'attention possible, soit pour rendre hommage à la vérité, si j'avois le bonheur de la rencontrer, soit pour proposer les doutes que sa lecture pourroit m'occasionner, ou les difficultés que je croirois y apercevoir : le Mémoire est écrit avec beaucoup d'ordre, de clarté & de netteté; les raisonnemens y sont presque toujours exacts & solides. A la première lecture, j'ai

été frappé de la justesse de ces raisonnemens & de l'accord surprenant & presque miraculeux que j'apercevois entre les résultats : j'avois déjà presque renoncé à mon sentiment sur la quantité de la parallaxe solaire ; je me suis cependant déterminé à une seconde lecture, celle-ci a été plus réfléchie ; je me suis aperçu que nous tirions, l'auteur & moi, des conclusions absolument différentes de la combinaison des mêmes observations : cette remarque m'a engagé à vérifier les principes de l'auteur, & je me suis convaincu que la différence de nos conclusions ne portoit point ordinairement sur celle de nos méthodes, de nos raisonnemens & de nos calculs ; j'y suppose de part & d'autre la même justesse & la même solidité, mais nous sommes partis de principes trop différens pour nous accorder dans nos résultats. J'entends ici par *principes* les heures des différentes observations du dernier contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil, les durées observées entre les deux contacts intérieurs, la différence des méridiens sous lesquels la même phase a été observée, & enfin le choix entre les différentes observations faites en un même lieu. L'auteur du Mémoire a cru pouvoir introduire des changemens dans ces heures, dans ces durées & dans ces différences de méridiens ; il s'est déterminé, entre les observations faites en un même lieu, à un choix qui souvent ne paroît pas naturel : je ne doute point qu'en tout cela il ne se soit appuyé sur des raisons au moins spécieuses ; mais selon les loix de la plus saine Logique, la conclusion ne peut jamais être plus certaine que les prémisses. Que les corrections & le choix de l'auteur soient regardés comme établis sur des fondemens probables, c'est tout ce qu'il peut raisonnablement exiger, & c'est ce que je ne crois pas pouvoir lui accorder ; mais quand je le lui accorderois, il n'en résulteroit autre chose, sinon que l'accord des observations combinées & la conséquence qu'on en tire pour la détermination de la parallaxe du Soleil, sont renfermés l'un & l'autre dans les bornes d'une simple probabilité : il y a quelquefois bien loin de la probabilité à la certitude.

J'ai dit que je n'étois pas même disposé à regarder les

changemens & le choix, faits par l'auteur du Mémoire, comme appuyés ſur une probabilité ſuffiſante: pour établir les fondemens de mon doute, je vais ſuivre cet auteur pas à pas dans toute ſa marche. Les changemens qu'il fait dans les obſervations ſont ſouvent peu conſidérables en eux-mêmes, mais il eſt à remarquer que, comme il ſe l'objecte lui-même, les élémens de ſes combinaiſons ſont eux-mêmes fort petits; la moindre altération qu'on y introduira, occaſionnera une différence très-ſenſible dans la conſéquence: auſſi ne fait-il pas difficulté d'avouer que chaque combinaiſon en particulier fourniroit un moyen bien foible pour la détermination de la parallaxe; mais en conſidérant leur réunion & le peu de différence qu'on aperçoit dans les réſultats, il ne peut, dit-il, s'empêcher de penſer que cette détermination, fondée même ſur les ſeules obſervations faites en deçà de l'Équateur, doit néceſſairement approcher fort près de la vérité.

Je commence par mon obſervation de Rodrigue: l'auteur du Mémoire eſt d'accord avec moi ſur la longitude de cette île, mais il n'en eſt pas de même de l'heure à laquelle j'ai déterminé le ſecond contact intérieur; il veut qu'on y ajoute une minute, & je voudrois au contraire qu'on pût en retrancher cette minute. L'auteur n'auroit certainement pas nui à ſa cauſe, s'il eût bien voulu laiſſer mon obſervation telle que je l'ai fait imprimer moi-même dans les Mémoires de l'Académie; cela paroiſſoit d'autant plus naturel, que je l'ai rapportée dans le plus grand détail avec toutes ſes circonſtances, & ſur-tout avec les hauteurs correſpondantes du Soleil priſes le même jour; j'ai copié fidèlement ſur mon original les temps marqués à la pendule: me ſuis-je trompé en les réduiſant en temps vrais? ou bien M. Short m'auroit-il ſoupçonné d'avoir altéré mes obſervations pour les rendre conformes à un ſyſtème aveuglément embraſſé & opiniâtrement défendu? je ne lui rendrai pas la pareille. J'ai déjà dit qu'il s'eſt ſans doute cru autoriſé, par des raiſons au moins ſpécieuſes, à altérer les élémens des obſervations qu'il a combinées; mais j'avois envoyé de Liſbonne à Paris & à Londres des extraits de mon obſervation, & ces

extraits ne s'accordent point avec ce que j'ai fait imprimer depuis mon Mémoire ſur la parallaxe du Soleil? cela eſt vrai; en voici la cauſe: je l'ai dit à mille perſonnes à Paris, & je croyois même l'avoir mandé à Londres; la lettre que j'écrivois à ce ſujet, envoyée par une voie indirecte avant la concluſion de la Paix, ne ſera probablement pas arrivée au lieu de ſa deſtination. Après l'obſervation de Vénus, je me ſuis occupé à parcourir l'île de Rodrigue & les petits îlots qui l'environnent; j'ai fait auſſi pluſieurs autres opérations juſqu'à la fin de Juin, & j'ai négligé de réduire mon obſervation en temps vrai; vers la fin du mois, l'île fut priſe, & j'y fus abandonné à la merci de la Providence; j'avoue que je fis alors de triſtes réflexions ſur l'incertitude du ſort que j'avois à attendre dans cette île déſerte, & ſur la poſſibilité d'y reſter ſans ſecours pluſieurs mois & peut-être pluſieurs années. Ce fut au milieu de ces réflexions, qu'il me vint dans l'idée de rédiger mon obſervation & d'en envoyer une copie à Londres par le canal de ceux qui s'étoient emparés de l'île; ma Lettre, à l'adreſſe de feu M. le Comte de Macclesfield, contenoit quelque plainte contre eux; je doute qu'ils l'aient fait paſſer en Europe: quoi qu'il en ſoit, la détreſſe où j'étois alors influa ſur mon attention; ma pendule retardoit par jour de près de 2 minutes ſur le temps vrai; je ne me ſuis pas trompé dans l'évaluation de ce retard; elle retardoit à midi du 6 Juin de 1′ 2″; il falloit ajouter cette quantité aux temps marqués par la pendule, je l'ai au contraire retranchée; voilà la cauſe unique & véritable de ces variantes *. Je ne me ſuis aperçu de l'erreur qu'à Paris, après avoir déjà fait tous mes calculs ſur la parallaxe du Soleil, que je ne trouvois alors que d'environ 7 ſecondes; ſur l'original, écrit de la main d'un des Officiers qui étoient à la pendule, le contact intérieur eſt marqué à $0^h\ 35'\ 45''$; j'ai retranché dans mon premier Mémoire une minute pour la raiſon que j'y ai déduite; la pendule retardoit alors de 1′ 5″: en ajoutant cette quantité au temps marqué par la pendule, on aura

* Tout ce que je dis a été vérifié ſur mon Journal original, à l'Aſſemblée de l'Académie des Sciences du 5 Décembre 1764.

$0^h\ 36'\ 49''$ pour le temps vrai de ce contact; lorſque je faiſois ma réduction à Rodrigue, j'ai ſuppoſé au contraire que la pendule avançoit de $59''$, que j'ai ſouſtraites de $0^h\ 35'\ 45''$, & il a reſté $0^h\ 34'\ 46''$; je ne ſais pourquoi il y a $47''$ ſur mon original. Quant aux variantes, qu'on relève au ſujet des diſtances que j'ai obſervées entre les bords de Vénus & du Soleil, elles ſont trop petites pour mériter qu'on s'y arrête: ſi l'on veut y avoir égard, il faut s'en tenir aux diſtances déterminées dans mon Mémoire; celles-ci ſont fondées ſur une évaluation plus récente des révolutions de mon micromètre, faite ſur une plus grande baſe, & ſur une mire proportionnellement plus large.

Si l'on retranche une minute de l'heure à laquelle j'ai déterminé le contact intérieur des bords, mon obſervation s'accordera parfaitement avec celle du cap de Bonne-eſpérance; mais je ne crois pas qu'on ſoit fondé à altérer une obſervation, ſur ce que cette altération conduit à un réſultat deſiré: je voudrois très-ſincèrement trouver quelque autre motif légitime de cette altération, j'y accéderois avec tout le plaiſir & toute la promptitude poſſible.

J'avois cru pouvoir me ſervir du premier contact intérieur des bords pour déterminer avec plus de certitude la longitude de Tobolsk & de Cajanebourg: l'auteur du Mémoire trouve cette méthode fort ingénieuſe; il l'adopte, il en uſe ou plutôt il en abuſe d'une manière qui me paroît un peu outrée; je n'ai prétendu propoſer cette méthode que pour le cas de néceſſité; elle ſuppoſe les deux obſervations comparées abſolument exactes; elles peuvent ne pas l'être: que l'obſervation de ce contact donne une différence de méridiens démentie par un très-grand nombre d'obſervations faites dans les lieux mêmes dont on veut établir la différence de longitude, il eſt manifeſte que, dans ce cas, pluſieurs obſervations ſont préférables à une ſeule; ce ne ſera point ſe ſoumettre aux loix d'une ſaine critique, que de vouloir conclure définitivement la parallaxe du Soleil de cette obſervation ſeule & iſolée: il ſera plus naturel, à mon avis, de dire qu'un des deux Obſervateurs s'eſt trompé.

L'auteur du Mémoire établit la longitude de vingt-deux lieux où le paſſage de Vénus a été obſervé, & c'eſt aux ſeules obſervations faites en ces lieux, qu'il borne ſes combinaiſons; elles ſont, je penſe, au nombre de deux cents ſeize.

Je commence par récuſer 1.° toutes les combinaiſons faites avec l'obſervation du cap de Bonne-eſpérance; je conviens que cette obſervation ne peut cadrer avec la mienne: la queſtion eſt de ſavoir à laquelle des deux on donnera la préférence?

2.° Je ne vois aucun motif légitime d'altérer d'une minute le temps d'une de mes obſervations à Rodrigue: ainſi toutes les combinaiſons où l'on fait entrer cette obſervation, ainſi altérée, ſont exclues de droit.

3.° L'obſervation du Grand-mont près de Madras, eſt également altérée; quand elle ne le ſeroit pas, on ne devroit pas l'employer. J'ai ſous les yeux une Lettre originale du P. Duchoiſelle, qui a fait cette obſervation; il marque le deuxième contact intérieur à 1^h 37′ 30″, & tous les calculs dont il a accompagné le détail de ſon obſervation, demandent néceſſairement ce nombre; l'auteur du Mémoire y a ſubſtitué 1^h 38′ 30″: outre cela, ſelon lui, le paſſage entre les deux contacts intérieurs a duré 5^h 51′ 20″, & ſelon le P. Duchoiſelle 5^h 50′ 20″; ce Père auroit ſans doute mieux obſervé s'il avoit eu tous ſes inſtrumens; ils étoient paſſés au pouvoir des Anglois: il a été obligé de ſe contenter d'une montre à ſecondes, réglée ſur le lever du Soleil & enſuite ſur un cadran équinoxial; cette ſeule circonſtance ſuffiroit pour récuſer ſon obſervation.

4.° Le P. Cœurdoux, à Tranquebar, étoit probablement encore plus mal partagé; ſon obſervation, comparée avec celle de Tobolsk, donne 14 ſecondes & plus, de parallaxe; pour en tirer parti, l'auteur du Mémoire diminue de 2 minutes la durée obſervée, & accélère de 2 minutes le dernier contact intérieur: cette obſervation eſt pareillement bien détaillée dans la Lettre du P. Duchoiſelle; il eſt impoſſible d'y ſuppoſer une faute d'écriture.

5.° Ce changement de dates n'eſt point borné aux pays méridionaux; on en trouve des exemples pour l'Europe même, ſans

ſans parler, pour le préſent, des obſervations d'Hemoſand & d'Abo. A Florence, le P. Ximénès a certainement déterminé le contact intérieur à 9^h 4′ 28″ (*Voyez les Éphémérides du P. Hell, année 1762*, page 60 *de l'Appendice*); on ne peut y ſuppoſer de faute d'impreſſion, puiſqu'on y a ajouté l'inſtant de la ſortie totale & la durée de l'émerſion, & que tout s'accorde; cependant M. Short établit cette phaſe à 9^h 3′ 28″.

6.° Je ne ſais point comment on s'y eſt pris pour déterminer la longitude de Calcutta au royaume de Bengale; l'obſervation du paſſage de Vénus, qui a été faite par un auteur anonyme, ne me nuiroit pas, mais je lis dans les Tranſactions, *Volume LII, page 582*, qu'on n'a pu régler le temps des différentes phaſes du paſſage que ſur une ſimple montre: ce n'eſt pas d'après une telle obſervation que le procès pourra être irrévocablement terminé.

7.° Je crois pouvoir conclure de la Lettre du P. Duchoiſelle, que M. Hirſt, à Madras, étoit mieux partagé en fait de pendule & d'inſtrumens que je ne l'avois cru d'abord; quant à ſon expérience & à ſa ſagacité, je ne l'ai jamais révoquée en doute. J'ai établi dans un Mémoire, que la longitude de Madras, à l'égard du méridien de Paris, ne pouvoit guère être moindre que de 5^h 12′ 54″; je me fondois ſur ce qu'il eſt dit dans le LIIe Volume des Tranſactions philoſophiques, *page 396*, que Madras eſt de 3′ 4″ de temps à l'eſt de Pondichery, & qu'un grand nombre d'obſervations ne paroiſſent pas permettre de déterminer la longitude de Pondichery, à l'égard de Paris, à moins de 5^h 9′ 50″: donc celle de Madras ſeroit de 5^h 12′ 54″; cependant l'auteur du Mémoire la reſtreint à 5^h 11′ 02″, fondé ſans doute ſur la comparaiſon des heures du premier contact intérieur obſervé à Madras & à Tobolsk. Outre qu'il eſt très-poſſible que les obſervations, faites à Pondichery, n'aient pas eu pour auteurs des Aſtronomes auſſi habiles que M. Hirſt, ſur quoi eſt fondée la différence des méridiens entre Madras & Pondichery, établie dans les Tranſactions? je l'ignore abſolument. J'accepte donc avec action de grâces, de la main de M. Short, les armes qu'il me fournit contre lui;

j'accorde que la longitude de Madras eſt de $5^h\ 11'\ 02''$ à l'eſt de Paris : donc la parallaxe du Soleil eſt d'environ 10 ſecondes. Pour établir cette conſéquence, j'adopte tous les calculs de l'auteur du Mémoire, & je me contente de mettre ici ſous les yeux du Lecteur les réſultats des combinaiſons, que ce même auteur a faites, de l'obſervation du contact intérieur vu à Madras, avec les obſervations du même contact déterminé ſous d'autres méridiens; je n'en exclus que les combinaiſons faites avec les obſervations de Calcutta & de Bologne; la première, pour la raiſon déduite ci-deſſus; la ſeconde, parce qu'elle eſt appuyée ſur une baſe trop petite, & que d'ailleurs elle reſtreint la parallaxe du Soleil à moins de 6 ſecondes.

L'obſervation de Madras, combinée avec celle de Cajanebourg, donne, ſelon l'auteur, pour parallaxe ſolaire	9,"71
Avec celle de Tobolsk	9,54
Avec celle de Stockolm	10,33
Avec celle d'Upſal	10,15
Avec celle de Torneå	8,90
Avec celle d'Abo	10,48
Avec celle de Calmar	10,80
Avec celle d'Hernoſand	9,77
En prenant un milieu, on aura	9,97.

Et ſi l'on exclut la combinaiſon faite avec l'obſervation de Torneå, parce qu'elle s'écarte de plus d'une ſeconde du réſultat moyen, la parallaxe ſera de 10",125.

Au reſte, en faiſant uſage des combinaiſons de l'auteur, je ne prétends pas les adopter toutes; mais en y faiſant les changemens que j'y croirois néceſſaires, il reſteroit toujours conſtant que l'obſervation de Madras donne un réſultat beaucoup plus approchant du mien que de celui qu'on peut conclure de l'obſervation du Cap : cette vérité ſera confirmée ci-deſſous par la durée du paſſage obſervé à Madras, & comme la combinaiſon de cette durée n'exige pas une parfaite connoiſſance de la longitude, ſon accord avec la combinaiſon de l'attouchement

intérieur des bords, me persuade facilement que la longitude de Madras a été bien déterminée par l'auteur du Mémoire; cette détermination peut cependant être susceptible d'une erreur de quelques secondes, & d'ailleurs si l'on corrige la longitude de Tobolsk, pour la raison que j'ai exposée dans l'addition à mon premier Mémoire, il faut adapter la même correction à la longitude de Madras.

8.° Le passage de Vénus a été observé à Paris par un grand nombre d'Astronomes; M. de la Lande a fixé le contact intérieur à $8^h\ 28'\ 25''$, le P. Clouet à $8^h\ 28'\ 26''$, M. Baudoin à $8^h\ 28'\ 27''$, M. Messier à $8^h\ 28'\ 30''$, M. l'abbé de la Caille à $8^h\ 28'\ 37''\frac{1}{2}$, le P. de Merville à $8^h\ 28'\ 40''$, M.rs Maraldi & de Barros à $8^h\ 28'\ 42''$: que fait l'auteur du Mémoire dans cette surprenante variété de déterminations? il préfère la première à toutes les autres, & les combinaisons qu'il en fait lui procurent une parallaxe de $8''\frac{1}{2}$; mais si je fais choix des observations de M.rs Maraldi & de Barros, du P. de Merville, & de M. l'abbé de la Caille, alors ces combinaisons feront monter la parallaxe à 10 secondes & au-delà; j'en excepte la comparaison qu'on feroit avec l'observation de Bologne, celle-ci restreindroit la parallaxe à 3 secondes.

9.° La longitude de Bologne, que l'auteur suppose, est réellement celle qu'on a coutume de déterminer pour l'église de S.t Pétrone: c'est à l'Observatoire de l'Institut, $2''\frac{1}{2}$ de temps à l'est de S.t Pétrone, que le passage de Vénus a été observé; les Observateurs étoient au nombre de six; M. Zanotti, avec une lunette de 2 pieds $\frac{1}{2}$ seulement, a fixé le contact intérieur à $9^h\ 4'\ 34''$; l'auteur ne fait point usage de cette observation, & je pense qu'il a raison: M. Zanotti est certainement un bon Observateur, mais il se servoit d'une lunette trop petite, voulant, de cette observation même, déduire les effets que pouvoient produire les différentes longueurs des lunettes; les cinq autres Observateurs ont fixé le commencement de l'émersion à $9^h\ 4'\ 54''$, à $9^h\ 4'\ 56''$, à $9^h\ 4'\ 58''$, & à $9^h\ 5'\ 0''$. Aucune de ces observations ne peut satisfaire à toutes les combinaisons de l'auteur du Mémoire, qui a cependant choisi Bologne pour

un des principaux termes de comparaiſon : à laquelle de ces déterminations jugera-t-il à propos de s'attacher ? à toutes alternativement, ſelon que chacune lui paroîtra favorable au but qu'il s'eſt propoſé : j'en donne deux exemples, j'en pourrois donner davantage; l'un & l'autre ſont pris à la *page 307.* L'auteur combine l'obſervation de Bologne avec celle de Paris, s'il établiſſoit celle de Bologne à $9^h\ 5'\ 0''$, il trouveroit $12'',12$ pour parallaxe, & ce ſeroit trop; mais en fixant l'obſervation à $9^h\ 4'\ 54''$, il trouve pour parallaxe $8'',50$: d'un autre côté, dans la combinaiſon entre Bologne & Torneå, la ſuppoſition que le contact intérieur ait été obſervé à Bologne à $9^h\ 4'\ 54''$, donneroit une parallaxe trop petite; elle ne ſeroit que de $7'',62$: il faut donc ici ſuppoſer que l'obſervation faite à $9^h\ 5'\ 0''$ & la parallaxe $8'',23$, qui réſultera de cette ſuppoſition, approchera beaucoup plus du réſultat moyen que l'on cherche. Au reſte je ne relève ceci que pour détruire le concert apparent que l'auteur voudroit nous faire trouver dans ſes combinaiſons; je ſuis d'ailleurs bien éloigné de penſer qu'il ait eu la moindre intention de faire illuſion au Public, il eſt même facile de prouver le contraire par deux raiſons aſſez frappantes : 1.° il n'a pas tiré tout le parti qu'il pouvoit tirer de cette diverſité de dates des obſervations; 2.° toutes ces combinaiſons ſont renfermées dans deux pages & ſont placées les unes à côté des autres; il n'étoit pas poſſible de ne point s'apercevoir au premier coup d'œil de la variété.

En conſidérant les obſervations de Bologne en elles-mêmes, elles me paroiſſent incompatibles avec celles de Greenwich, avec la plupart de celles de Paris, avec celle de Madras, avec la plupart des obſervations faites en Italie & en Allemagne; je ne puis m'empêcher de ſoupçonner qu'il eſt arrivé à la pendule quelque altération, dont on n'aura pas jugé à propos d'inſtruire les Obſervateurs : au reſte il ne faut pas ajouter un grand nombre de ſecondes aux dernières obſervations de Bologne pour les faire accorder avec celles qui ont été faites ailleurs *.

* Dans un Mémoire poſtérieur à celui-ci, je crois avoir démontré la véritable cauſe du peu d'accord des obſervations de Bologne avec les autres;

10.° Le paſſage de Vénus a été obſervé à Greenwich par trois Obſervateurs, qui ſe ſont accordés avec une préciſion ſingulière ſur le premier contact, & qui n'ont différé que d'une ſeule ſeconde ſur le dernier; M. Short diminue beaucoup la force de ce concert, en l'attribuant à la trop grande vivacité d'un des Obſervateurs, qui, en jetant un cri au moment où il jugea que l'attouchement ſe faiſoit, détermina, ſelon M. Short, le jugement de ſes deux conſorts; ſans ce cri, les deux autres Obſervateurs auroient apparemment fixé le commencement de l'immerſion quelques ſecondes un peu plus tard; ſi cela fût arrivé, leurs obſervations, combinées ſelon les principes de l'auteur, auroient abſolument confirmé l'exactitude de la mienne; celle de Greenwich, telle qu'elle eſt, ne m'eſt pas entièrement favorable, mais ſes réſultats démentent bien plus fortement l'obſervation du cap de Bonne-eſpérance: en voici la preuve ſur les ſeules combinaiſons de l'auteur du Mémoire.

L'obſervation de Greenwich, combinée avec celle de Stockolm, donne, ſelon lui, pour parallaxe	9",66
Avec celle d'Upſal	9,61
Avec celle de Torneå	8,42
Avec celle de Cajanebourg	9,09
Avec celle de Tobolsk	9,11
Avec celle d'Abo	10,04
Avec celle de Calmar	10,16
Avec celle d'Hernoſand	10,20
En prenant un milieu, on a	9,41.

Et en excluant la comparaiſon faite avec Torneå, parce qu'elle s'écarte ſeule d'une ſeconde entière du réſultat moyen, les combinaiſons de l'obſervation de Greenwich donnent, ſelon les calculs de l'auteur, pour parallaxe ſolaire 9",55.

J'ai encore exclu ici l'obſervation de Calcutta, ainſi que celle de Bologne; celle-ci réduit la parallaxe à 7",71.

c'eſt que la longitude de Bologne, telle qu'elle eſt marquée dans la Connoiſſance des Temps, eſt trop forte d'environ 12 à 15 ſecondes.

11.° Je ne doute point de l'habileté de l'auteur dans les obſervations aſtronomiques; il a obſervé le paſſage de Vénus à Londres dans la maiſon ou l'hôtel, dit *Savile-Houſe;* les combinaiſons de cette obſervation ne s'accordent pas avec les réſultats de la mienne, mais l'obſervation en elle-même ne cadre pas mieux avec les obſervations de Greenwich ni avec celles de M.rs Hornſby & Phelps, faites au château de Sherburn. Outre la différence des temps de l'obſervation du contact intérieur, j'en remarque une encore plus frappante dans la durée de l'émerſion; à Greenwich, à Sherburn, Vénus n'a employé que 18′ 9″ au plus à quitter le Soleil; & à Londres, la ſortie a duré 18′ 43″; je conçois que cette différence peut être attribuée à l'excellence de l'inſtrument dont l'auteur ſe ſervoit & à ſa dextérité à le manier; mais s'il avoit tant d'avantage ſur les autres Obſervateurs, par cela ſeul ſon obſervation ne peut plus être comparée à celle des autres Aſtronomes.

Quant au château de Sherburn, je dois avertir que je me ſuis trompé dans mon premier Mémoire, lorſque j'ai donné la poſition de ce château d'après une carte de M. de l'Iſle: il y a apparemment en Angleterre pluſieurs lieux de ce nom; celui où M. Hornſby a obſervé eſt ſitué par 51d 39′ 22″ de latitude, à 4′ 1″ de temps à l'oueſt de l'Obſervatoire de Greenwich. J'aurois pu voir cela dans les Tables de M. Halley, je ne l'y ai pas cherché; au reſte, cette poſition de Sherburn ne m'empêche pas de revendiquer l'obſervation de M.rs Hornſby & Phelps, comme m'étant entièrement favorable: elle me l'eſt même trop dans un ſens, comme on pourra le voir ci-deſſous.

12.° M. le Docteur Bévis, dans une Lettre écrite à M. Ferner, & rapportée dans les Éphémérides du P. Hell, *année 1762*, détermine la longitude de Leskeard, au comté de Cornouailles, à 17′ 5″ à l'oueſt de S.t Paul de Londres, & à 17′ 27″½ à l'oueſt de Greenwich; le même M. Bévis, au LII.e Volume des Tranſactions, *page 202*, reſtreint la longitude de Leskeard, à l'égard de Londres, à 16′ 10″, en avertiſſant que M. Haydon, dans un Mémoire fait quelques années auparavant, l'établiſſoit de près de 2 minutes plus forte;

M. Short la décide de 18′ 2″ à l'oueſt de l'hôtel de Savile. Tout ceci prouve que l'on peut encore douter de la certitude de cet élément; M. Haydon, Obſervateur de Leskeard, eſt le ſeul que je connoiſſe qui ait donné plus de 19 minutes à la durée de l'émerſion : cette durée, déterminée par preſque tous les autres Obſervateurs Européens, eſt renfermée entre 18′ & 18′ 30″, à très-peu près.

13.° L'obſervation de Rome eſt faite par un Anonyme; il eſt donc impoſſible de juger quel eſt le degré de préciſion qu'on peut y ſuppoſer : pour moi, j'y préſume au contraire de l'imperfection, & voici ſur quoi je me fonde. La longitude de Rome, établie par l'auteur du Mémoire, eſt réellement celle de S.t Pierre de Rome; mais l'Anonyme obſervoit au couvent de S.te Marie de la Minerve, 4″½ ou 5″ à l'eſt de S.t Pierre; l'auteur ne fait que deux combinaiſons de l'obſervation de Rome, & cette précaution eſt fort ſage; un plus grand nombre de combinaiſons manifeſteroit trop clairement le défaut de l'obſervation anonyme : j'en cite deux exemples. En reſtituant au couvent de la Minerve ſa vraie longitude, & en comparant l'obſervation qui y a été faite avec celle de Paris, telle qu'elle a été choiſie par l'auteur, la parallaxe du Soleil n'eſt que de 6″,16; & ſi, pour l'obſervation de Paris, on prend celle de M. Maraldi, la parallaxe eſt reſtreinte à 2″,55; la même obſervation de Rome, comparée avec celle de Greenwich, donne pour parallaxe 5″,32 : la prudence auroit dû conſeiller la ſuppreſſion totale de cette obſervation *.

14.° Je n'incidenterai pas ſur 5 ſecondes que l'auteur a ajoutées à la longitude que j'avois établie pour Goettingen; il a ſuivi ſans doute la *Connoiſſance des Temps;* il ne fait que deux combinaiſons de l'obſervation faite à Goettingen, & ces deux combinaiſons lui donnent pour parallaxe 9″,25 & 10″,57;

* Dans le Mémoire cité à la note précédente, j'établis une longitude de Rome, différente de celle qu'on trouve dans la Connoiſſance des Temps, & avec laquelle l'obſervation de Rome peut ſubſiſter; d'ailleurs l'auteur s'eſt fait connoître, l'obſervation n'eſt plus anonyme; elle eſt d'un Aſtronome très-intelligent, du P. Audifredi.

en prenant un milieu, la parallaxe seroit de 9",91; je crois d'ailleurs qu'il place Goettingen un peu trop à l'est.

15.° 16.° 17.° 18° 19.° 20.° 21.° & 22.° Je comprends sous ces huit numéros les huit villes qui complètent le catalogue des vingt-deux lieux, dont la longitude respective est déterminée par l'auteur, c'est-à-dire Stockolm, Upsal, Abo, Hernosand, Torneå, Calmar, Cajanebourg & Tobolsk. Stockolm est, selon lui, à 1h 3' 10" à l'est du méridien de Paris, j'y consens volontiers; feu M. l'abbé de la Caille y ajoutoit 3 secondes, je ne m'y oppose pas; M. Wargentin restreint cette longitude à 1h 2' 50 ou 51", j'accepte encore avec plaisir la décision; mais la longitude de Stockolm une fois admise, doit régler la longitude de la plupart des villes que j'ai nommées: or cet arrangement ne s'accorderoit point avec les idées de notre auteur. Que fait-il donc? il déplace Stockolm, & laisse à Cajanebourg & à Tobolsk la longitude que je leur ai assignée: mais je n'ai déterminé la longitude de Tobolsk & de Cajanebourg que sur celle de Stockolm; je n'avois aucune observation qui me permît de comparer directement leur position avec celle de Paris: si donc on recule Stockolm à l'est, il faut en faire autant à l'égard de Cajanebourg & de Tobolsk. Mais j'ai aussi réglé la longitude de ces deux villes sur celle d'Upsal, & l'auteur ne touche point à cette décision? cela est vrai; son système exigeoit qu'il admît entre ces deux villes & Upsal les distances que j'avois déterminées; & pour étayer ce système, il met 1' 59" de différence entre les méridiens d'Upsal & de Stockolm, tandis qu'il est démontré, par près de deux cents observations, que cette distance n'est que de 1' 39" ou 1' 40" au plus. « Je me suis écarté, dit-il *, de la méthode » de M. Pingré à l'égard de la longitude de Stockolm, que je » n'ai point déterminée par l'entrée de Vénus, parce qu'il me » paroît clair qu'il doit y avoir eu une erreur dans l'observation » du premier contact intérieur à Stockolm; & cette erreur doit » être attribuée, comme je l'ai dit dans mon premier Mémoire, » au peu de hauteur du Soleil sur l'horizon au moment de ce » contact: en effet, que l'on compare les temps de l'entrée & de la

* page 302.

la sortie observés à Stockolm & à Upsal, nous trouverons pour dif- «
férence de longitude entre ces villes 1′ 39″ & 1′ 59″; & puisque «
nous sommes assurés que l'observation de la sortie doit donner «
dans ce cas la différence de longitude avec plus de certitude, «
il suit que l'erreur doit être au temps de l'entrée de Vénus, & «
il est aisé de prouver qu'elle est du côté des Observateurs de «
Stockolm. » J'avoue que je ne reconnois point dans ce raisonnement la solidité ordinaire du jugement de l'auteur ; il lui a été certainement dicté par la nécessité d'altérer toutes ces longitudes, afin de trouver dans ses combinaisons le concert qu'il avoit dessein de m'objecter : en effet, pourquoi le peu de hauteur du Soleil rendroit-il incertain le premier contact intérieur ? ce n'est certainement pas à cause de l'incertitude des réfractions, encore moins à cause de la différence des parallaxes ; ce seroit donc parce qu'on supposeroit les bords du Soleil mal terminés ? mais aucun des Observateurs ne nous avertit de cette circonstance : est-elle absolument nécessaire pour la supposer gratuitement ? le Soleil n'étoit pas plus élevé à Upsal qu'à Stockolm ; si l'on prétend qu'on ne peut, pour cette raison, se fonder sur le premier contact intérieur de Vénus & du Soleil, on rend incertaine la position de Tobolsk & de Cajanebourg. Je crois devoir raisonner autrement : deux cents observations d'éclipses de Satellites, faites à Upsal & à Stockolm, c'est-à-dire sous un même ciel, dans un même climat, à même élévation de la Lune & de Jupiter sur l'horizon, en un mot dans des circonstances parfaitement les mêmes, établissent 1′ 39 à 40″ de différence entre les méridiens de ces deux villes ; on tire la même conclusion des observations du premier contact intérieur & de celle du second contact extérieur des bords du Soleil & de Vénus : donc cette conclusion forme un élément incontestable qu'il n'est pas permis d'altérer. Mais le second contact intérieur fournit un autre résultat ? j'en conviens ; que s'ensuit-il ? qu'il y a une erreur dans l'observation de ce contact ; & je ne vois pas pourquoi l'on prononce avec tant d'assurance que l'erreur est du côté des observateurs de Stockolm : M.rs Klingenstierna & Wargentin ont, en fait d'observations

aſtronomiques, une réputation qui doit faire préſumer en leur faveur; le plus qu'on pourroit accorder ſeroit de partager l'erreur entre Stockolm & Upſal; la différence de longitude entre ces deux villes eſt donc de 1′ 39 à 40″, & non pas de 1′ 59″; M. Wargentin a pareillement déterminé, par la combinaiſon de pluſieurs obſervations, la longitude d'Abo, à l'égard de Stockolm, de 16′ 35 à 36 ſecondes à l'eſt, celle d'Hernoſand de 38 à 39″ à l'oueſt, celle de Calmar de 6′ 26″ environ à l'oueſt, enfin celle de Torneå de 24′ 37 à 38″ à l'eſt; l'auteur place Abo à 16′ 4″ de Stockolm; Hernoſand à 1′ 4″, Calmar à 6′ 51″, & Torneå à 24′ 34″; après cela, faut-il s'étonner s'il a réuſſi à trouver ou plutôt à mettre un concert ſi parfait dans les réſultats de cent cinquante-huit combibinaiſons qu'il nous préſente, entre les obſervations du dernier contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil, faites dans les vingt-deux villes qu'il a choiſies pour termes de ſes comparaiſons?

Venons maintenant à la comparaiſon des différentes durées du paſſage, obſervées en divers lieux: cette méthode n'exige point une connoiſſance préciſe de la longitude des lieux où s'eſt faite l'obſervation; il y a plus, quelque mal qu'on ait pu s'y prendre pour régler la pendule, cela n'influera point ſur le réſultat, pourvu que d'ailleurs on connoiſſe la marche de la pendule, c'eſt-à-dire ſon retardement ou ſon accélération journalière; il ſeroit ſeulement à deſirer que la pratique de cette méthode pût être fondée ſur des différences de durée aſſez grandes, pour que l'erreur poſſible des obſervations devînt preſque inſenſible dans les réſultas, & c'eſt ce que nous ne trouvons point dans les obſervations du paſſage de 1761. J'avois cependant eſſayé d'employer cette méthode: l'auteur du Mémoire n'attaque point mes combinaiſons; il ſe contente de leur en oppoſer d'autres au nombre de douze; il compare les durées obſervées à Madras, au Grand-mont, & à Tranquebar d'une part, avec celles qui ont été déterminées d'autre part à Tobolsk, à Cajanebourg, à Abo, & à Torneå; le réſultat eſt que la parallaxe du Soleil n'excède pas 8″,61.

Mais de ces douze combinaisons, j'en ai déjà rejeté huit, savoir celles où les durées observées à Tranquebar & au Grand-mont entrent comme termes de comparaison; de ces durées, l'une a été augmentée & l'autre diminuée par l'auteur, comme je l'ai fait voir ci-dessus; les quatre autres combinaisons donnent, suivant l'auteur, pour parallaxe solaire 9",61; 10",66; 10",09; & 9",20: par un milieu, la parallaxe seroit de 9",89; ce résultat approche beaucoup plus du mien que de celui de l'auteur.

Enfin l'auteur entreprend de déterminer la parallaxe du Soleil par les observations de la moindre distance des centres: cette méthode est fort bonne, mais on est obligé d'y employer des élémens bien délicats. L'auteur commence par admettre non-seulement l'opération que j'ai faite à Rodrigue, pour déterminer cette plus courte distance, mais même la conclusion que j'en ai tirée, savoir que cette plus courte distance étoit de 9' 21",7, ou, comme il le dit, de 9' 21",4; la différence de 0",3 ne peut occasionner ici une erreur bien sensible: il s'agissoit de comparer cette plus courte distance apparente, déterminée pour Rodrigue, avec d'autres distances apparentes observées en de-çà de la Ligne & même en de-çà des Tropiques, je l'avois fait; la durée du passage entre les deux contacts intérieurs, observée à Tobolsk, à Cajanebourg, à Stockolm, à Upsal, à Torneå, m'avoit donné occasion de déterminer la moindre distance apparente des centres en ces mêmes lieux, & tout cela m'avoit conduit à regarder la parallaxe du Soleil comme excédant 10 secondes; l'auteur du Mémoire fait précisément les mêmes comparaisons, & son résultat lui donne une parallaxe de 8"½ seulement: nous avons pretendu suivre la même route; comment sommes-nous arrivés à des termes si différens? il faut nécessairement que nous ayons manqué le chemin l'un ou l'autre: l'auteur prétend s'être appuyé sur de vrais principes. « Je dis *vrais*, dit-il *dans une note au bas de la page 334*, parce que j'ai raison de croire qu'il y a « une erreur dans la méthode proposée par M. Pingré. » Cela peut être: l'auteur m'auroit véritablement obligé, s'il eût voulu me faire connoître cette erreur; je ne l'aperçois pas. Je sais,

il eſt vrai, que ma méthode porte ſur une ſuppoſition fauſſe ou du moins incertaine; je ſuppoſe la parallaxe connue, & c'eſt elle que je cherche; mais les règles de fauſſe poſition ne ſont pas bannies de la ſcience des Nombres: ſi en ſuppoſant 10 ſecondes de parallaxe, mes opérations ne m'en euſſent donné que 9 $\frac{1}{2}$ ou même moins, je ne m'en ſerois pas tenu là; j'aurois recommencé les opérations ſur la nouvelle ſuppoſition d'une parallaxe de 9'' $\frac{1}{2}$ ou même moindre, & je ſerois peut-être parvenu, par les règles ordinaires *de deux fauſſes ſuppoſitions*, à une parallaxe de 8'' $\frac{1}{2}$; mais mes premières opérations m'ayant donné un peu plus de 10 ſecondes de parallaxe, j'ai cru pouvoir m'en tenir à cette première détermination, d'autant plus que les durées obſervées ne différoient pas aſſez entr'elles pour pouvoir me conduire à un réſultat abſolument précis. Je ne vois pas là d'erreur.

Je n'en dirai pas autant de la méthode, ou plutôt des deux méthodes, que l'auteur propoſe, *pages 343 & 344;* elles ne me paroiſſent exactes ni l'une ni l'autre. Dans la première, il ſuppoſe l'orbite apparente de Vénus ſur le Soleil rectiligne; il fait tirer une perpendiculaire du centre du Soleil ſur cette orbite, &, pour corriger la fauſſeté de ſa première ſuppoſition, il en forme une ſeconde, qui ne me paroît pas moins fauſſe, ſavoir qu'on connoît la partie de cette perpendiculaire *(MF dans ſa figure)* compriſe entre l'orbite apparente rectiligne & l'orbite vraie de Vénus: or je ne vois pas comment on connoît cette partie; mais je ne m'arrête point à cette première méthode, l'auteur n'en ayant point fait uſage dans ſon Mémoire.

Par ſa ſeconde méthode, il ſuppoſe une parallaxe du Soleil, &, partant de cette ſuppoſition, il réduit la durée du paſſage apparente & obſervée en durée géocentrique & vraie; il convertit enſuite la demi-durée géocentrique en minutes & ſecondes de degrés, en prenant ſans doute le mouvement horaire de Vénus au Soleil dans les tables, & non pas en le déduiſant de l'obſervation même, comme quelques-uns ont cru pouvoir le déduire ſans faire aſſez de réflexion ſur les cauſes de ce mouvement horaire. Après cette opération, l'auteur réſout un

triangle rectiligne rectangle, dont l'hypoténuse est la différence des demi-diamètres du Soleil & de Vénus, supposés connus; un côté de ce triangle est donné, c'est la demi-durée géocentrique réduite en fractions de degrés; on cherche l'autre côté, qui est la moindre distance géocentrique des centres : si on ajoute à cette moindre distance la parallaxe en latitude calculée pour le milieu du passage, ou si on l'en retranche, selon l'exigence des cas, on aura la moindre distance apparente des centres. Je demande si, dans cette méthode, on ne suppose pas évidemment ce qui est en question, c'est-à-dire la parallaxe du Soleil ? si l'auteur employoit cette supposition comme une supposition fausse ou incertaine, pour parvenir par degrés à la parallaxe véritable, tout seroit en règle : mais c'est ce qu'il ne fait pas. Il applique sa méthode, *pages 334 & 335*, à la durée du passage observée en douze différens lieux; il réduit d'abord ces durées en durées géocentriques; la différence des résultats est frappante, & cela seul auroit dû l'avertir que sa supposition d'une parallaxe de 8",56 étoit absolument fausse: il auroit donc fallu recommencer sur une nouvelle supposition; l'auteur ne le fait point, il prend un milieu entre ces résultats disparats, & regarde ce milieu $5^h\ 58'\ 05''$ comme la vraie durée géocentrique du passage; & il en conclut la moindre distance géocentrique des centres de 9' 31". Supposant ensuite cette moindre distance géocentrique, & combinant différemment les douze durées observées, il retrouve à très-peu près la parallaxe horizontale, de laquelle il étoit parti d'abord; cela devoit arriver ainsi : je prie l'auteur de faire le même calcul dans la supposition de 11 secondes de parallaxe; j'ose l'assurer qu'excepté la durée de Stockolm, toutes les autres durées géocentriques, conclues des durées véritablement observées, s'accorderont aussi bien que dans sa supposition; elles s'accorderont beaucoup mieux si, au lieu de 8",56 ou de 11", on suppose la parallaxe de 10", & le reste de l'opération de l'auteur rendra toujours à la fin la parallaxe qu'on aura supposée au commencement : on ne fait que revenir sur ses pas, il est naturel qu'on se retrouve au point dont l'on étoit parti.

Pour conclure aſſez exactement la véritable parallaxe du Soleil, par la méthode de l'auteur, voici, ce me ſemble, comment on pourroit s'y prendre : je ſuppoſe avec lui la parallaxe du Soleil de 8″,56 ; la durée a été obſervée à Tobolsk de 5^h 48′ 53″; ajoutez 9′ 16″ pour l'effet de la parallaxe, la durée géocentrique ſera de 5^h 57′ 59″; ajoutez à 5^h 51′ 43″, durée obſervée à Madras, 6′ 35″ pour l'effet de la parallaxe, la ſomme 5^h 58′ 18″ donnera une durée géocentrique plus forte de 19 ſecondes que celle qui a été conclue de l'obſervation de Tobolsk : donc la ſuppoſition de 8″,56 pour parallaxe n'eſt pas juſte. Soit l'excès 19″ $= n$, & la différence entre les effets de la parallaxe 9′ 6″— 6′ 35″ = 2′ 31″ = 151″ $= m$; ſoit auſſi la véritable parallaxe $= p$, & la parallaxe ſuppoſée $= p'$; ſoit enfin l'effet de la parallaxe ajouté pour trouver la durée géocentrique $= d'$, & l'effet qu'il falloit ajouter pour trouver la véritable durée géocentrique $= d$; on aura toujours $d = d' \pm \frac{d'n}{m}$ & $p = p' \pm \frac{p'n}{m}$. Le ſigne + a lieu lorſque l'effet de la parallaxe étant le plus grand, la durée géocentrique conclue eſt la plus petite; ainſi, dans l'exemple préſent, l'effet de la parallaxe eſt de 9′ 6″ à Tobolsk, & à Madras de 6′ 35″; il eſt donc le plus grand à Tobolsk : mais la durée géocentrique conclue pour Tobolsk, 5^h 57′ 59″, eſt au contraire plus petite que celle de Madras, 5^h 58′ 18″; c'eſt donc ici le ſigne + qu'il faut employer; $p' =$ 8″,56 ; $\frac{p'n}{m} = \frac{8,56 \times 19}{151} = 1,08$: donc $p =$ 9″,64. D'autre part, en prenant l'obſervation de Tobolsk, on aura $d' =$ 9′ 6″ = 546″, & $\frac{d'n}{m} =$ 69″; donc $d =$ 16′ 15″, & la durée géocentrique conclue de l'obſervation de Tobolsk, ſera 5^h 59′ 08″; à Madras, $d' =$ 6′ 35″ & $\frac{d'n}{m} =$ 50″ : donc $d =$ 7′ 25″, effet de la parallaxe qu'il faut ajouter à la durée obſervée 5^h 51′ 43″;

la ſomme ſera comme auparavant $5^h 59' 8''$: donc les durées obſervées à Tobolsk & à Madras, donneront $9'',64$ pour parallaxe horizontale, & $5^h 59' 08''$ pour durée géocentrique du paſſage. Que l'on faſſe la même opération ſur les durées obſervées à Upſal & à Madras, on trouvera pour parallaxe $10'',8$, & pour durée géocentrique $6^h 0' 2''$. Après un nombre ſuffiſant de combinaiſons, on pourra prendre un milieu entre les réſultats, & l'on trouvera une parallaxe horizontale, une durée géocentrique, & une moindre diſtance apparente des centres bien différentes de celles que l'auteur établit.

Je crois avoir aſſez bien détruit le concert prétendu des combinaiſons de l'auteur du Mémoire, puiſque j'ai montré que la plupart de ces combinaiſons étoient appuyées ſur des obſervations incertaines & mêmes altérées, ſoit en elles-mêmes, ſoit par rapport à la longitude des lieux où elles ont été faites; que quelques-unes m'étoient plus favorables que contraires; que les autres enfin étoient fondées ſur des méthodes abſolument fautives. Je ſuis toujours prêt à reconnoître la vérité, ſi on me la montre; je ne ſuis certainement point infaillible, je puis m'être trompé, j'oſe même aſſurer que j'ai fait le premier tous mes efforts pour me convaincre moi-même d'erreur. Si je perſiſte à croire que la parallaxe horizontale du Soleil eſt d'environ 10 ſecondes $\frac{1}{4}$, c'eſt que mon obſervation ne me permet pas de penſer autrement; c'eſt que cette obſervation me paroît d'ailleurs confirmée par des préſomptions auxquelles on n'a point encore répondu, & auxquelles il ſeroit même peut-être difficile de répondre.

Je mets au nombre de ces préſomptions la déciſion de feu M. l'abbé de la Caille, au ſujet de la parallaxe du Soleil: on ſait que cet Aſtronome regardoit cette affaire comme déciſivement terminée par les obſervations qu'il avoit faites au cap de Bonne-eſpérance; les voyages qu'on ſe diſpoſoit à entreprendre, dans le deſſein d'obſerver le paſſage de Vénus, étoient même, ſelon lui, des voyages aſſez inutiles pour le but qu'on ſe propoſoit. Il en diſoit trop peut-être; mais ce

qu'il en disoit, étoit au moins une preuve bien décisive de la confiance qu'il avoit en ses observations : si la parallaxe n'est que de 8″$\frac{1}{2}$, il faut dire que cet habile Observateur se sera trompé d'une cinquième partie dans la détermination de cet élément, ce qui ne me paroît point du tout vraisemblable.

L'observation de Sainte-Hélène, par M. Maskelyne, me fournit une seconde présomption, qui ne me paroît pas moins forte que la première; M. Maskelyne, comme je l'ai dit dans un autre Mémoire, a déterminé vers la fin du passage une distance des bords dans la précision des fractions de secondes : j'en ai conclu que la parallaxe du Soleil étoit au moins de 10 secondes. Je fixois la longitude de l'île de Sainte-Hélène à 31′ 54″ à l'ouest de Paris; M. Maskeline, la fait, dit-on, de 32′ 46″ : cette dernière détermination écarte bien davantage l'observation de Sainte-Hélène de celle du cap de Bonne-espérance; ainsi ou mon observation est exacte, ou M. Maskelyne s'est trompé d'environ 15 secondes dans la détermination qu'il nous a donnée de la distance des bords du Soleil & de Vénus.

Quand je lisois à l'Académie, il y a environ six mois, un Mémoire sur la longitude & la latitude de Pékin, j'ignorois que le passage de Vénus eût été observé dans cette ville : je pouvois encore moins deviner combien cette observation devoit confirmer la mienne. Le P. Dollier, apparemment Jésuite françois, y a observé le premier contact intérieur à 22h 10′ 26″,7, & le second à 3h 59′ 59″,3 ; il a déterminé la sortie totale à 4h 17′ 57″,4 : ceci est extrait d'une Lettre de M. Épinus à M. l'abbé Nollet, écrite de Péterſbourg, & lûe à l'Académie le jour même que j'ai commencé à lire ce Mémoire. Ainsi je puis compter huit observations admissibles de la durée du passage entre les deux contacts intérieurs, celles de Tobolsk, de Cajanebourg, de Stockolm, d'Upsal, de Torneå, de Calmar, de Madras & de Pékin : je rejette celles de Tranquebar & du Grand-mont, elles sont manifestement fautives; pour en tirer parti, M. Short a été obligé d'y faire des changemens fondés sur de simples conjectures : j'en

j'en dis autant des obſervations d'Abo & d'Hernoſand; l'une a duré 5h 51′ 9″, l'autre 5h 50′ 55″ [a]. L'auteur du Mémoire a eu raiſon de penſer que ces durées étoient trop longues; mais l'altération qu'il introduit, d'une minute à la première obſervation & de 29 ſecondes ſeulement à la ſeconde, ne paroît pas avoir un degré d'authenticité ſuffiſant pour nous faire regarder ces durées comme indubitablement obſervées : je ſerois tenté d'admettre l'obſervation de Calcutta, elle ne me ſeroit pas déſavorable; mais quel fondement ſolide peut-on poſer ſur une obſervation faite avec une ſimple montre?

[a] *Voy. les Tranſ. tome LII, part. I, page 214.*

Le paſſage entre les deux contacts intérieurs a duré 5h 48′ 53″ à Tobolsk, ou même 5h 48′ 50″ ſeulement, ſelon M. l'abbé Chappe [b].

[b] *Voy. les Mém. de l'Acad. année 1761, p. 362.*

A Cajanebourg, cette durée a été de 5h 49′ 54″, ſelon une Diſſertation de M. Planman, rédigée en forme de Thèſe, & imprimée à Abo en 1763; je l'ai ſous les yeux.

A Pékin, Vénus n'a été entièrement ſur le Soleil que pendant 5h 49′ 32″,6, ſelon la Lettre de M. Épinus à M. l'abbé Nollet.

A Torneå, M. Hellant a déterminé la durée de 5h 50′ 9″.

A Upſal, M. Bergmann l'a fixée à 5h 50′ 26″.

A Stockolm, elle a été, ſelon M. Wargentin, de 5h 50′ 45″; &, ſelon M. Klingenſtierna, de 5h 50′ 42″: je me ſervirai de celle-ci, laquelle eſt même encore un peu trop longue de l'aveu de M. Short. Au reſte, j'ai tiré ces déterminations pour Torneå, Upſal & Stockolm, d'une Lettre de M. Wargentin, qui m'a été communiquée par M. de l'Iſle; & d'ailleurs elles ſont imprimées dans les Tranſactions, dans les Mémoires de l'Académie, dans la Diſſertation de M. Planman, &c.

Dans cette même Diſſertation de M. Planman, je trouve que le dernier contact intérieur a été obſervé par M. Vijkſtröm à Calmar en Smaland, à 9h 23′ 40″: M. Short fait la durée à Calmar de 5h 50′ 39″; le premier contact intérieur aura donc été obſervé à 3h 33′ 1″. Je ne vois rien qui m'empêche de me rendre à l'autorité de M. Short.

Enfin la durée à Madras a été de 5h 51′ 43″ [c].

[c] *Voy. le même vol. des Tranſact. page 398.*

Pour conclure la parallaxe des durées obſervées, j'ai dit qu'on n'avoit pas beſoin de connoître avec une grande préciſion la longitude des lieux où les obſervations ont été faites; & c'eſt certainement un grand avantage de cette méthode : mais d'un autre côté les durées obſervées diffèrent ſi peu, que la moindre erreur dans la détermination de ces durées, influe très-ſenſiblement ſur la parallaxe qu'on veut conclure; auſſi en combinant les huit durées déterminées ci-deſſus, j'ai trouvé des parallaxes de 4 à 5 ſecondes, elles ont quelquefois été portées juſqu'à 13 & 14 ſecondes & au-delà. Pour ne pas abandonner cependant en entier les avantages de cette méthode, je l'ai enviſagée ſous une autre face : ſi ces durées étoient exactes, me ſuis-je dit, le réſultat de leurs combinaiſons ſeroit toujours le même, & donneroit manifeſtement la même parallaxe; ceci n'arrive pas, il y a donc erreur dans pluſieurs de ces obſervations & peut-être dans toutes ? mais ſi nous ſommes forcés de reconnoître des erreurs dans ces obſervations, il paroît du moins naturel d'y en admettre le moins qu'il ſera poſſible. Si donc, dans une ſuppoſition de parallaxe quelconque, les erreurs des obſervations deviennent moindres que dans la ſuppoſition de toute autre parallaxe, on pourra préſumer avec fondement, que la ſuppoſition de cette première parallaxe eſt véritable : ceci poſé, examinons quelles ſont les erreurs qui réſultent de différentes ſuppoſitions.

1.° Pour que toutes les durées s'accordent à donner une parallaxe de 10",1,

retranchez de celle de Tobolsk	$2''\frac{1}{2}$
de celle de Stockolm. . . .	$9\frac{1}{4}$
de celle de Torneå.	8
ajoutez à celle de Pékin	9
à celle de Cajanebourg. .	$1\frac{3}{4}$
à celle d'Upſal.	$6\frac{1}{2}$
à celle de Calmar.	$6\frac{3}{4}$
à celle de Madras.	4.

2.° Les durées s'accorderont à donner une parallaxe de 9",5,

si on retranche de celle de Madras.	1″¾
de celle de Stockolm. . . .	10 ¾
de celle de Torneå.	7 ½
& si l'on ajoute à celle de Pékin.	10 ½
à celle de Cajanebourg. .	2
à celle d'Upsal.	5
à celle de Calmar.	4 ½
à celle de Tobolsk	1 ¼

3.° Enfin si vous voulez que toutes les combinaisons de ces durées donnent 8″,5 de parallaxe,

retranchez de celle de Madras.	12″
de celle de Stockolm. . .	13 ¼
de celle de Torneå.	7
ajoutez à celle de Pékin.	13
à celle de Cajanebourg.	3
à celle d'Upsal.	2 ½
à celle de Calmar.	½
à celle de Tobolsk . . .	10.

Donc si la parallaxe est de 10″,1, les plus grandes erreurs des durées observées seront de 9″; elles seront de 10″½, si on suppose que la parallaxe du Soleil n'est que de 9″,5 ; enfin si on restreint la parallaxe à 8″,5, les erreurs des observations monteront jusqu'à 13 secondes : les combinaisons des durées observées doivent donc m'être beaucoup plus favorables que contraires, & par cela seul, l'observation de ces durées forme une présomption très-forte en faveur de l'exactitude de mon observation de Rodrigue & de la certitude du résultat que j'en ai tiré dans mon premier Mémoire.

Je reviens à l'observation de Pékin : une éclipse de Soleil, un passage de Mercure, & un très-grand nombre d'immersions & d'émersions du premier satellite de Jupiter, observés tant à Paris qu'à Pékin, m'ont conduit à établir $7^h 36' 23''$ de différence entre les méridiens de l'Observatoire royal de Paris & celui de la maison des Jésuites françois à Pékin ; si cette

longitude eſt regardée comme douteuſe, il faut, à mon avis, renoncer à en déterminer aucune.

J'ai comparé les obſervations faites à Pékin, avec toutes les autres obſervations que j'ai calculées, tant pour le premier contact intérieur que pour le ſecond; le petit nombre de contacts intérieurs, obſervés à l'entrée de Vénus, m'a engagé à n'en exclure aucun; par rapport à la ſortie, j'ai exclu toutes les combinaiſons d'obſervations qui ne différoient pas au moins de $2'\frac{1}{2}$.

Pour faire ces combinaiſons, il m'a fallu établir la longitude des lieux où les obſervations ont été faites; j'ai mis Torneå à $1^h\,27'\,49''$ à l'eſt de Paris, pour la raiſon que j'ai expoſée dans mon premier Mémoire; M. Wargentin place Calmar à *environ* $56'\,25''$ à l'eſt de Paris; M. Planman reſtreint cette diſtance à $56'\,13''$; M. Short, en prenant un milieu, l'a déterminée de $56'\,19''$; j'ai cru pouvoir l'imiter. Dans tout ce qui concerne d'ailleurs la longitude des villes de Suède, je me ſuis attaché à la déciſion de M. Wargentin; j'admets la longitude de Madras telle que M. Short l'a établie; je ſuis le P. Hell ſur la longitude de pluſieurs villes d'Allemagne; je conſerve cependant la longitude de Goettingen telle que je l'avois déterminée, & je prends celle de Munich & d'Ingolſtat dans la *Connoiſſance des Temps*, ainſi que celles de Bologne & de Florence; le feu P. Carcani a déterminé celle de Naples à $47'\,10''$ ou $47'\,12''$ au plus; j'ai calculé celle de Madrid ſur l'éclipſe de Soleil de 1706 & ſur quelques éclipſes du 1.er ſatellite de Jupiter; j'oſe bien aſſurer qu'elle n'eſt pas plus forte que je la donne ici; ſi elle eſt plus foible, ce ne peut être que d'un très-petit nombre de ſecondes; quelques éclipſes du 1.er ſatellite de Jupiter, obſervées à Liſbonne par le P. Carbonne, & à Paris par M.rs Caſſini & Maraldi, font la longitude de Liſbonne de $46'\,10''$ à l'oueſt de Paris; d'autres, obſervées par le P. Chevalier, la reſtreignent à $45'\,48''$; je me ſuis enfin déterminé à $45'\,55''$, & je ne crois pas qu'elle puiſſe être moindre: c'eſt pour le collége (ci-devant) de S.t Antoine, que j'ai calculé cette longitude; ſi M. Ciéra y a obſervé la dernière éclipſe de Soleil, on pourra avoir quelque choſe de plus certain.

Le premier contact intérieur a été obſervé, comme je l'ai dit, à Pékin à $22^h\ 10'\ 26'',7$; & le ſecond à $3^h\ 59'\ 59'',3$; c'eſt-à-dire, réduction faite au méridien de Paris, à $14^h\ 34'\ 3'',7$ & à $20^h\ 23'\ 36'',3$. Dans la Table ſuivante, la première colonne, contient le nom des villes où ſe ſont faites les obſervations que je combine avec celle de Pékin; la ſeconde, l'heure du premier contact intérieur obſervé dans ces villes; la troiſième, la même heure réduite au méridien de Paris: la différence de temps entre ces deux colonnes donnera la différence de méridiens que j'ai ſuppoſée entre ces même villes & l'Obſervatoire royal de Paris; la quatrième colonne donne l'effet obſervé de la parallaxe, c'eſt-à-dire la quantité de temps dont l'entrée a été obſervée à Pékin plus tôt que dans les autres lieux marqués dans la première colonne; la cinquième colonne, marque la même quantité de temps, telle que l'obſervation auroit dû la donner, dans la ſuppoſition que la parallaxe du Soleil fût de 10 ſecondes; enfin, de la comparaiſon des deux colonnes précédentes, je conclus quelle eſt la véritable parallaxe horizontale du Soleil, déduite de l'obſervation; cette parallaxe occupe la ſixième & dernière colonne.

TABLE de la parallaxe du Soleil, déduite de l'obſervation du premier contact intérieur.

Noms des Villes comparées avec PÉKIN.	OBSERVATION du 1.er contact intérieur.	La même obſerv. réduite au méridien de PARIS.	EFFET de la parallaxe obſervée.	EFFET de la parallaxe calculée.	Parallaxe horizont. du SOLEIL.
	H. M. S.	H. M. S.	M. S.	M. S.	S.
Torneå.	16. 4. 0	14. 36. 11	2. 7,3	2. 7,5	9,98
Cajanebourg .	16. 18. 5	14. 36. 24	2. 20,3	2. 19,9	10, 3
Hernoſand. . .	15. 38. 35	14. 36. 23	2. 19,3	2. 25,4	9,58
Upſal.	15. 37. 43	14. 36. 32	2. 28,3	2. 28,1	10, 1
Abo.	15. 55. 50	14. 36. 33	2. 29,3	2. 30,8	9,91
Stockolm . . .	15. 39. 26	14. 36. 35	2. 31,3	2. 31,3	18,00
Tobolsk. . . .	19. 0. 30,2	14. 36. 38,2	2. 34,5	2. 35,3	9,96
Calmar.	15. 33. 1	14. 36. 42	2. 38,3	2. 39,0	9,96
Madras.	19. 47. 55	14. 36. 53	2. 49,3	2. 51,4	9,88

L'obſervation ſeule d'Hernoſand ne s'accorde point avec les autres: j'ai dit plus haut que l'auteur du Mémoire, pour tirer parti de cette obſervation, y avoit introduit quelques changemens, tant par rapport à ſa durée, que par rapport au dernier contact intérieur; il ne faudroit retarder le premier contact que de 6″ pour faire cadrer cette obſervation avec les autres; c'eſt M. Stom qui l'a faite; M. Giſter, qui obſervoit avec lui, a cru voir le contact 9″ plus tôt; en admettant ſon obſervation, la parallaxe ſeroit au-deſſous de 9″; en prenant un milieu entre toutes les autres, on a pour parallaxe 9″,97; il n'eſt aucun réſultat particulier qui diffère de $\frac{1}{10}$ de ſeconde de ce réſultat moyen.

La Table ſuivante reſſemble en tout à la précédente; l'unique différence eſt qu'elle a pour objet de déterminer la parallaxe par le deuxième contact intérieur; à Paris, les lettres *L* & *M* diſtinguent, comme dans le premier Mémoire, les obſervations de M. de la Lande & de M. Maraldi.

TABLE de la parallaxe du Soleil, déduite de l'obſervation du ſecond contact intérieur.

Noms des Villes comparées avec PÉKIN.	OBSERVATION du 2.d contact intérieur.	La même obſerv. réduite au méridien de PARIS.	EFFET de la parallaxe obſervée.	EFFET de la parallaxe calculée.	Parallaxe horizont. du SOLEIL.
	H. M. S.	H. M. S.	M. S.	M. S.	S.
Cajanebourg .	22. 7. 59	20. 26. 18	2. 41,7	2. 33,4	10,54
Abo.	21. 46. 59	20. 27. 42	4. 5,7	3. 8,3	13, 5 : :
Hernoſand. . .	21. 29. 21	20. 27. 9	3. 32,7	3. 12,2	11, 7 : :
Upſal.	21. 28. 9	20. 26. 58	3. 21,7	3. 18,5	10,16
Stockolm . . .	21. 30. 8	20. 27. 17	3. 40,7	3. 22,1	10,92
Calmar.	21. 23. 40	20. 27. 21	3. 44,7	3. 42,6	10, 9
Goettingen. .	20. 58. 26	20. 28. 15	3. 38,7	4. 34,3	10,16
Sherburn. . . .	20. 15. 10	20. 28. 28	4. 51,7	4. 39,4	10,44
Greenwich. .	20. 19. 0	20. 28. 17	4. 40,7	4. 40,7	10, 0
Tyrnau.	21. 29. 9	20. 28. 14	4. 37,7	4. 49,2	9,60 : :
Wezlas.	21. 20. 48	20. 28. 48	5. 11,7	4. 50,7	10,72 : :
Schwezingen. .	20. 53. 35	20. 29. 0	5. 23,7	4. 52,9	11, 5 : :
Ingolſtat. . . .	21. 4. 58	20. 28. 48	5. 11,7	4. 54,4	10,58
Madras.	1. 39. 38	20. 28. 36	4. 59,7	4. 55,7	10,13
Dilingen	21. 0. 20	20. 28. 42	5. 5,7	4. 58,1	10,25 : :

Noms des Villes comparées avec PÉKIN.	OBSERVATION du 2.d contact intérieur.	La même observ. réduite au méridien de PARIS.	EFFET de la parallaxe observée.	EFFET de la parallaxe calculée.	Parallaxe horizont. du SOLEIL.
	H. M. S.	H. M. S.	M. S.	M. S.	S.
Munich....	21. 5. 46	20. 28. 46	5. 9,7	4. 59,3	10,35
Paris L....	20. 28. 25	20. 28. 25	4. 48,7	5. 1,7	9,57
Paris M....	20. 28. 42	20. 28. 42	5. 5,7	5. 1,7	10,13
Laubac....	21. 18. 15	20. 28. 30	4. 53,7	5. 10,8	9,46 : :
Bologne....	21. 5. 0	20. 28. 55	5. 18,7	5. 30,1	9,65
Florence....	21. 4. 28,5	20. 29. 40,5	6. 4,1	5. 37,8	10,77
Naples....	21. 16. 55	20. 29. 43	6. 6,7	5. 56,4	10,29
Madrid....	20. 6. 56	20. 29. 59	6. 22,7	6. 16,1	10,17
Lisbonne....	19. 44. 26	20. 30. 21	6. 44,7	6. 36,7	10,20
Rodrigue....	0. 36. 49	20. 33. 23	9. 46,7	9. 35,4	10,20 : :
Cap de B. E..	21. 39. 52	20. 35. 34	11. 57,7	13. 18,5	8,98 : :

J'ai rapporté les résultats de toutes ces combinaisons, parce que je les ai calculées toutes; on voit qu'excepté celle du cap de Bonne-espérance & celle d'Abo, toutes établissent la parallaxe depuis 9" ½ jusqu'à 11"; entre les vingt-six résultats, il y en a neuf que j'ai marqués comme douteux; les observations du Cap & de Rodrigue ne peuvent subsister ensemble; l'une ou l'autre est certainement fausse; il s'agit de décider laquelle des deux doit être admise; ce n'est probablement pas par ces observations mêmes qu'on en jugera, l'une & l'autre doit donc être exclue de la comparaison. Le résultat de l'observation d'Abo est certainement trop fort; M. Short croit qu'il y a une minute d'erreur, cela peut être: en corrigeant cette minute, l'observation donneroit 9",86 pour parallaxe solaire, ce qui approche bien plus de 10",10 que de 8",56; mais dans cette supposition, la sortie aura duré à Abo 18' 43", ce que j'ai bien de la peine à croire, ou bien dira-t-on qu'il y a aussi une minute d'erreur dans l'observation d'Abo, par rapport au second contact extérieur? je crois qu'il est beaucoup plus simple de renoncer au secours que nous pourrions tirer de cette observation, ainsi que de celle d'Hernosand qui est pareillement fautive.

La longitude de Laubac en Carniole, n'a été déterminée que par une éclipſe de Lune; je ne ſais ſur quel fondement on a établi celle de Dillingen en Souabe : ainſi quelque favorable que me ſoit l'obſervation de Vénus faite en cette ville, je conſens à y renoncer pour le préſent; cette obſervation ne ſervira qu'à prouver que la longitude de Dillingen eſt aſſez bien déterminée. Quant à Tyrnau, au château de Wezlas & à Schwezingen, il eſt certain ou qu'on a mal obſervé le paſſage de Vénus, ou que les longitudes de ces lieux ne ſont pas bien aſſurées; la preuve en eſt manifeſte : le contact intérieur devoit être obſervé à Tyrnau 1″ ½ ſeulement plus tôt qu'à Wezlas, & 3″ ½ plus tôt qu'à Schwezingen, & les différences de temps réellement obſervées ſe montent à 34″ & à 46″. J'ai cru cependant devoir inſérer ces obſervations dans la Table précédente; elles peuvent devenir utiles lorſque le zèle, auſſi infatigable qu'éclairé, du P. Hell aura réuſſi à fixer irrévocablement la longitude des lieux où elles ont été faites.

En excluant de ces obſervations celles du Cap, de Rodrigue, d'Abo & d'Hernoſand, les vingt-deux autres, comparées avec celle de Pékin, donnent pour parallaxe moyenne 10″,235; & en excluant toutes celles que j'ai marquées comme douteuſes, la parallaxe eſt de 10″,24 : le réſultat, comme on voit, eſt le même & ne diffère que de 0″,4 de celui qui eſt donné par la comparaiſon de l'obſervation de Rodrigue avec celle de Pékin; les combinaiſons du premier contact intérieur donnoient 9″,97; en prenant un milieu, on aura pour parallaxe horizontale du Soleil apogée 10″,10; & c'eſt ce qui eſt confirmé par la comparaiſon des durées obſervées, par les obſervations & les calculs de feu M. l'abbé de la Caille, & par l'obſervation de M. Maskelyne à l'île Sainte-Hélène. Je n'oſe cependant donner ce réſultat comme abſolument certain; l'obſervation du cap de Bonne-eſpérance ne me le permet pas : je crois devoir défendre mon obſervation, parce que je la crois exacte; mais je ſuis bien éloigné de vouloir révoquer en doute la ſcience & l'expérience des autres Obſervateurs. Je ſuis encore bien moins diſpoſé à croire que le paſſage de Vénus, en 1761,

ait

ait pu nous donner la parallaxe du Soleil à $\frac{1}{500}$ près, sur-tout lorsque je considère qu'il se trouve 17 secondes de différence entre les observations du contact intérieur des bords, faites en un même lieu par des Astronomes dont on ne peut contester le zèle & les talens. Ce ne sera qu'en 1769, qu'on pourra se promettre plus de précision; les Observateurs seront plus aguerris, & les termes de comparaisons bien plus distans, puisqu'une minute d'erreur sur la durée du passage n'en occasionnera pas une d'une demi-seconde sur la parallaxe du Soleil: mais pour retirer de ce passage tout le fruit qu'on a droit d'en espérer, il ne faudra point préférer pour l'observation les lieux qui promettront le plus de commodités pour la vie; il faudra percer jusqu'à ceux dont on espèrera un succès plus favorable pour la certitude du résultat de l'observation, je veux dire jusqu'aux îles de la mer du sud, entre l'Équateur & le tropique du Capricorne, à 140 degrés de longitude au moins à l'ouest de Paris; les observations qu'on y fera, sur-tout si l'on y en fait plusieurs en diverses îles, comparées avec celles de la Norwège, de la Lapponie donneront la parallaxe à $\frac{1}{100}$ près *.

P. S. Le volume des Transactions, où est contenu le Mémoire que je viens d'analyser, n'est arrivé à Paris que deux ou trois mois après la rentrée de l'Académie, & ma Réponse étoit prête bien avant la fin des vacances; M. Short avoit fait tirer des exemplaires séparés de son Mémoire; M. le Monnier avoit bien voulu me communiquer un de ces exemplaires: en conséquence, je n'ai pu avoir que M. Short en vue dans le Mémoire qu'on vient de lire. Le LIIIe volume des Transactions, outre celui de M. Short, en contient un autre sur la même matière: l'auteur est M. Hornsby, Professeur Savilien d'Astronomie dans l'Université d'Oxford. M. Hornsby, sans réfuter directement M. Short, sans même le nommer, attaque fortement son avis sur la parallaxe du Soleil; il s'appuie principalement sur les observations de feu M. l'abbé de la Caille: de toutes les combinaisons que l'on a faites de ces observations avec les correspondantes faites en Europe, aucune ne donne la parallaxe horizontale du Soleil au-dessous de 8",94; la plupart la

* Voyez les Mémoires sur ce passage, publiés par M. de la Lande en 1764, & par moi en 1767.

donnent au-dessus de 9",5. Après cette remarque générale, qui me paroît fort juste, ainsi que tous les autres raisonnemens de M. Hornsby, cet Astronome fait un grand nombre de combinaisons des observations du passage de Vénus, & ces combinaisons s'accordent aussi bien que celles de M. Short & sont d'ailleurs mieux fondées; les différentes durées observées, les moindres distances des centres, les observations du dernier contact intérieur, tout devient entre les mains de M. Hornsby des objets de comparaison, qui le conduisent à établir la parallaxe du Soleil, pour le 6 Juin 1761, de 9"736, c'est-à-dire d'environ 1",17 plus forte que celle de M. Short, & seulement de 0",36 plus foible que je ne l'ai établie : en rejetant quelques observations moins certaines, & en admettant quelques légers changemens dans les longitudes des lieux, telles que M. Hornsby les propose, il seroit très-facile d'établir un concert plus parfait entre sa décision & la mienne. Il finit son Mémoire, par dire qu'il faut nécessairement ou convenir de la quantité qu'il assigne à la parallaxe du Soleil, ou rester dans l'ignorance de cet élément jusqu'au passage de Vénus, en 1769, qui doit nous en donner la connoissance la plus précise que nous puissions espérer.



SECOND MÉMOIRE SUR LA CIRCULATION DU SANG DANS LE FOIE DU FŒTUS HUMAIN.

Par M. BERTIN.

AVANT de décrire le mouvement du ſang & les directions conſtantes que ſuit ce fluide dans les vaiſſeaux dont j'ai expoſé la ſtructure dans mon premier Mémoire, inſéré dans le volume de l'Académie, *année 1753*, il me reſte à décrire 1.° les veines hépatiques du fœtus branchues de la veine-cave, & principalement des petites branches de communication qui naiſſent de pluſieurs rameaux de la veine-porte & de la veine ombilicale, & qui avoient été ignorées juſqu'à ce jour; 2.° à déduire de cette ſtructure & de celle de la veine-porte des conſéquences utiles pour l'intelligence du vrai cours du ſang dans le foie du fœtus & de l'adulte, & des maladies de ce viſcère.

Les veines hépatiques du fœtus humain ſont très-nombreuſes; elles naiſſent des grains glanduleux du foie dans leſquels leurs ouvertures communiquent avec celles des branches de la veine-porte & de la veine ombilicale, & du canal hépatique ou pore biliaire & des artères hépatiques; ces rameaux, preſqu'imperceptibles dans les grains glanduleux, ſe font facilement apercevoir quand ils en ſortent; ils ſont ſi nombreux que quand on les examine, après une injection bien faite, on ſeroit porté à croire que le foie n'eſt compoſé que de cette eſpèce de vaiſſeaux.

Ces petits rameaux forment des petites branches qui ſe croiſent avec les plus petites branches ſenſibles de la veine-porte, de la

veine ombilicale, du pore biliaire & des artères hépatiques; ces branches forment de petits troncs qui se croisent encore avec les mêmes vaisseaux; quelques-uns de ces petits troncs reçoivent visiblement dans leur cavité les extrémités des branches ou arcades de communication, dont je parlerai plus amplement ci-dessous, & qui, ainsi que je le dirai, naissent des branches de la veine-porte & de celles de la veine ombilicale; ces petits troncs en forment de grands qui se croisent, ainsi que les précédens, avec les troncs du canal hépatique, de la veine-porte, de la veine ombilicale & de l'artère hépatique.

Tous ces troncs & branches de veines hépatiques empruntent dans leurs croisemens, sur-tout dans l'adulte, de petits prolongemens de la capsule de Glisson, & ils se terminent par neuf à dix troncs plus grands encore dans le tronc de la veine-cave inférieure: parmi ces troncs, quatre à cinq se font distinguer par une grandeur qui étonne; deux de ces plus gros troncs se réunissent assez ordinairement en un à l'instant qu'ils sortent du foie, & ce tronc de réunion est quelquefois d'un diamètre à peu-près égal à celui de la veine-cave inférieure.

Les gros troncs se terminent au-dessus des autres dans la veine-cave inférieure, car il y en a de moyens & de petits; il arrive cependant assez souvent qu'un des grands troncs s'insère dans la veine-cave au milieu des moyens & des petits; la longueur de tous ces troncs est proportionnée à leur largeur; les grands se répandent dans toute la convexité du foie & dans le bord antérieur de la concavité de ce viscère; les moyens & les petits se perdent dans sa concavité: cette structure étant exposée, je vais passer aux anastomoses que j'ai dit ci-dessus être ignorées jusqu'à ce jour.

Personne ne doute des anastomoses des artères avec les artères, des veines avec les veines; l'œil les aperçoit sans le secours des verres & celui des injections: mais l'œil n'a presque jamais vu, d'une manière qui exclue toute espèce de doute, les anastomoses des artères avec les veines. Galien, Servet, Réaldcolomb, Cæsalpin, Arantius, Fabricius les ont supposées

comme une ſuite néceſſaire de la ſtructure des vaiſſeaux & de la direction que ſuit le ſang dans leur cavité; mais ils ne les ont pas vues: Leuwenhoeck & Malpighi, & pluſieurs Anatomiſtes après eux, les ont enfin aperçues à l'aide du microſcope, mais dans quelques parties telles que le poumon, le méſentère & la queue de pluſieurs animaux; dans l'homme, on n'en a vu qu'une à deux fois *(a)*; c'eſt donc, comme on voit, un ſpectacle des plus rares de voir une artère ſe continuer ſenſiblement dans une veine, & cependant ſi on ne voit pas des yeux du corps cette continuation, on ne voit que des yeux de l'eſprit cette partie intéreſſante du cercle que décrit le ſang dans les extrémités des vaiſſeaux. J'ai fait bien des expériences & des recherches inutiles; elles ne m'ont réuſſi conſtamment que ſur l'artère bronchique, & trois à quatre fois ſur l'artère radiale, c'eſt-à-dire, que j'ai vu ſi ſouvent une branche de l'artère bronchique s'ouvrir tantôt dans une veine œſophagienne & tantôt dans une branche veineuſe du tronc inférieur des veines pulmonaires gauches, qu'on peut regarder cette ſtructure comme conſtante *(b)*, & que pour ce qui regarde l'artère radiale, je l'ai vue trois à quatre fois donner une branche viſible, qui s'ouvroit viſiblement dans une des deux veines ſatellites dont elle eſt accompagnée.

Comme la veine-porte & la veine ombilicale dans le foie font, à bien des égards, la fonction d'artères, il ſuit que bien conſtater des anaſtomoſes viſibles entre la veine-porte & entre les veines hépatiques, c'eſt donner une preuve de la circulation du ſang dans le foie plus phyſique que toutes celles qui ont été données juſqu'à ce jour; car c'eſt ſoumettre aux yeux un eſpace du cercle que décrit le ſang, eſpace qui a fait les vœux de tous les Anatomiſtes & contre lequel toute leur induſtrie a échoué.

(a) M. Winſlow, Traité des artères.

(b) J'ai cru d'abord être le premier qui eût aperçu l'anaſtomoſe de l'artère bronchique avec une veine œſophagienne; mais j'ai remarqué depuis que M. Winſlow a vu une à deux fois cette anaſtomoſe: mais M. Winſlow n'a jamais vu l'artère bronchique s'anaſtomoſer avec une veine pulmonaire.

Nous ne voyons que des yeux de l'eſprit le paſſage du ſang des extrémités des rameaux de la veine ombilicale & de la veine-porte dans les ramifications des veines que la veine-cave répand dans le foie ; aucun véritable Anatomiſte n'oſeroit avancer qu'il a vu diſtinctement les dernières extrémités des rameaux de la veine-porte & de la veine ombilicale ſe continuer immédiatement dans les extrémités naiſſantes des veines hépatiques *(c)*; nous voyons bien nettement les branches des veines hépatiques & celles de la veine-porte & de la veine ombilicale, après avoir erré quelque temps comme au haſard dans la profondeur de ce grand viſcère, ſe croiſer, paſſer alternativement les unes ſur les autres, ſe ſéparer, s'écarter, enſuite ſe rapprocher & ſe perdre enſemble dans des grumaux très-fins; mais dans ces petits eſpaces, les filets veineux du foie ſe dérobent aux yeux : nous voyons qu'ils y vont, la raiſon ſeule voit ce qu'ils y font; elle eſt réduite à prononcer ſur leur action ſans être appuyée du témoignage des ſens.

Ici les expériences viennent au ſecours de la raiſon : les injections pouſſées dans la veine-porte ou dans la veine ombilicale, pénètrent aiſément dans les branches de la veine-cave & ſe répandent dans les cavités du cœur & dans tout le ſyſtème des vaiſſeaux, tant artériels que veineux. Gliſſon n'eſt pas le ſeul auquel ces expériences aient réuſſi; toutes les fois que j'ai eſſayé de faire pénétrer la cire des branches de la veine-porte & de la veine ombilicale dans les veines hépatiques, j'y ai réuſſi; mais ces expériences ne ſont concluantes que pour le paſſage du ſang; elles prouvent ſeulement que quoique nous ne puiſſions pas voir la continuité du dernier rameau de la veine-porte & de la veine ombilicale avec les rameaux naiſſans des veines hépatiques, nous ne pouvons pas douter que le ſang ne paſſe des rameaux de la veine-porte & de la veine ombilicale dans les rameaux des veines hépatiques. Ce paſſage,

(c) Quoique les branches que la veine ombilicale & la veine-porte répandent dans le foie, ſoient des veines hépatiques, les Anatomiſtes ſont convenus de ne donner le nom de veines hépatiques qu'aux branches que la veine-cave répand dans le foie.

comme on voit, ne paroît différer en rien de celui du ſang de toutes les extrémités artérielles dans les origines de toutes les veines du corps; il a donc été connu des anciens comme des modernes, avec cette différence que les anciens croyoient que le ſang paſſoit également des veines hépatiques dans la veine-porte & de la veine-porte dans les veines hépatiques, & que les modernes au contraire penſent unanimement, depuis la découverte du cours du ſang par Harvei dans la ſubſtance du foie, que le ſang de la veine-porte entre dans les veines hépatiques.

Les anciens, pour établir le flux & le reflux du ſang des branches de la veine-porte dans les veines hépatiques & des veines hépatiques dans la veine-porte, ſuppoſoient 1.° des ouvertures dans les extrémités de toutes ces veines, qui prenoient le ſang extravaſé dans le parenchyme du foie à peu-près comme les racines des plantes prennent les ſucs que la terre leur fournit; 2.° ils ſuppoſoient des communications entre les principales branches des veines hépatiques & entre celles de la veine-porte: j'oſe dire qu'ils les ſuppoſoient ces communications ou anaſtomoſes; car il n'eſt pas poſſible d'apercevoir les anaſtomoſes réelles des branches de la veine-porte avec les veines hépatiques ſans le ſecours des injections dont ils étoient privés. Diemerbroek dit *que la plupart des Anatomiſtes, d'accord en cela avec Galien (d), ſuppoſent pluſieurs anaſtomoſes entre les branches des veines hépatiques & entre celles de la veine-porte.* Ce ſentiment des anciens a eu des partiſans même parmi les modernes, tels que Spigel, Bartholin & pluſieurs autres; quelques-uns en ont donné des figures, mais ces anaſtomoſes ſont repréſentées ſi grandes dans les figures, qu'il eſt évident que ceux qui les ont repréſentées ont été trompés, & qu'ils ont donné pour des anaſtomoſes des eſpèces de colemens & d'unions membraneuſes, que les branches capitales des veines hépatiques contractent avec celles de la veine-porte aux endroits de leur croiſement

(d) Galien & pluſieurs autres admettoient auſſi, ainſi que les modernes, des communications immédiates ou des anaſtomoſes inviſibles entre les artères & les veines.

mutuel. Ces fausses anastomoses ont excité des disputes, sans qu'elles aient jamais été constatées; & M. Haller *(e)* est bien éloigné de les admettre. *Nous pouvons*, dit cet auteur, *très-bien nous passer de ces ennuyeuses disputes des anciens sur les anastomoses de la veine-cave avec la veine-porte; des anciens, dis-je, qui, sans être guidés par des expériences, ne disoient que des mots.* Eustachi étoit trop Anatomiste pour les admettre *(f)*; il ne les a point représentées dans ses figures, & il les a niées dans ses écrits; car quoique cet Anatomiste n'ait pas donné de traité particulier sur cette matière, ses vrais sentimens sur ce sujet sont suffisamment exprimés 1.° dans la *figure 1* de la *planche XXVII*: en effet, dans cette figure, qui représente les branches de la veine-porte & les veines hépatiques, on n'y voit aucune communication, aucune anastomose; 2.° dans son Traité des reins, dans lequel Eustachi nie ouvertement les anastomoses entre les branches de la veine-porte & entre celles de la veine-cave, quoiqu'il assure positivement que le sang passe des rameaux d'une de ces veines dans les rameaux d'une autre. Fallope, Riolan, Glisson & presque tous les Anatomistes du XVII.me siècle, pensent, avec Eustachi, que ces anastomoses ou n'existent point, ou ne peuvent être placées au rang des choses démontrées; Glisson, loin de conclure du passage des liqueurs colorées qu'il injectoit dans la veine-porte & qui étoient aussi-tôt portées au cœur par les veines hépatiques & même jusqu'aux reins, en tire une conséquence toute opposée: en effet, cet Anatomiste conclut de ce passage des liqueurs injectées, qu'il appelle *experimentum memorabile*, qu'il n'y a point d'anastomoses entre la veine-porte & la veine-cave dans la substance du foie *(g)*. Ce même Anatomiste, après avoir plusieurs fois dépouillé le système veineux du foie de tout le parenchyme de ce viscère, conclut que les rameaux des veines hépatiques & ceux de la veine-porte, contractent des

(e) Comment. Tome III, *page 146*, n.° (1).

(f) Je parle des anastomoses visibles.

(g) Il veut dire, dans le sens des anciens qui prétendoient que, par ces anastomoses, le sang passoit dans la veine-porte & couloit dans les viscères du bas-ventre.

adhérences,

adhérences, (& c'est ce qu'on aperçoit très-facilement) qu'ils sont couchés les uns sur les autres, mais qu'ils ne communiquent point entr'eux par des anastomoses sensibles : du reste il dit, avec les anciens, que le sang ne passe pas immédiatement des derniers rameaux de la veine-porte dans ceux de la veine-cave, mais qu'il se dépose dans la substance parenchymateuse du foie, & qu'il est repris de cette substance par les ouvertures des veines hépatiques. Un travail rebutant & pénible m'a découvert des anastomoses très-différentes de celles de Spigel & qui ne sont pas non plus tout-à-fait celles qu'on desire tant d'apercevoir, c'est-à-dire les unions des plus petites extrémités des artères ou de la veine-porte dans les extrémités des veines, mais qui en approchent un peu; je les fis voir à l'Académie, en 1746, sur la même pièce injectée, sur laquelle je lui fis voir le fondement de mes idées sur le cours du sang du fœtus ; j'avois alors trois à quatre préparations sur lesquelles on en apercevoit quelques-unes qui s'étoient conservées par le dessèchement : voici le procédé qui m'a conduit à leur découverte.

Dans le dessein de découvrir ce qui se passe dans ces petites sphères irrégulièrement arrondies, qu'on appelle *grains glanduleux du foie*, formées, comme l'on sait, par le concours des dernières ramifications de la veine-porte, de l'artère hépatique, du pore biliaire & des veines hépatiques, j'ai plusieurs fois fait bouillir des foies de différens animaux ; cette substance, connue sous le nom de *parenchyme*, tomboit en la raclant avec un petit scalpel de bois, & par ce moyen, je séparois tout le systême des vaisseaux sensibles du foie ; cette manœuvre m'en découvroit une multitude presqu'infinie, mais la substance parenchymateuse, qui tomboit par grumeaux, n'étant autre chose que les petites sphères dont j'essayois de découvrir la structure, je n'avois garde, par cette méthode, d'arriver au but que je me proposois; dans ces espèces d'excarnations du foie, j'aperçus avec plaisir plusieurs communications apparentes entre les troncs de ces vaisseaux du foie; plusieurs paroissoient disposées en arcades; il y en avoit d'autres en toute direction; je crus être enfin tombé sur les anastomoses représentées par Spigel, mais en

les examinant de près, elles me parurent uniquement membraneuſes; il y en avoit de grandes & de petites; les grandes alloient des groſſes branches de la veine-porte aux groſſes branches des veines hépatiques; les petites alloient des petites branches d'une grande veine à de petites branches d'une autre grande veine; en tirant un peu ſur les groſſes communications ou du moins ſur les membranes que j'avois pris d'abord pour des branches de communication, je m'aſſurai, à n'en point douter, qu'elles n'étoient que des adhérences membraneuſes; en continuant le travail, j'obſervai qu'il en étoit de même de pluſieurs petites.

Je fus plus heureux ſur le foie humain, car j'aperçus dans quelques-unes des petites adhérences, de véritables cavités; ces cavités ouvertes avoient une ſurface polie, & je crus les conduire ſans interruption juſqu'aux cavités des branches veineuſes auxquelles elles alloient s'unir; c'en étoit aſſez pour conclure que c'étoient des vaiſſeaux, & ce n'étoit pas aſſez pour que je puſſe décider auxquels des vaiſſeaux du foie ces vaiſſeaux de communication apppartenoient: en effet, ils pouvoient être des rameaux de communication entre les différentes branches de la veine ombilicale, & ils pouvoient être des branches de communication de la veine-porte avec des branches de la veine-porte; ils pouvoient encore uniquement appartenir aux branches de la veine-cave ſans avoir aucun rapport ni avec les branches de l'ombilicale ni avec celles de la veine-cave.

Il étoit important de diſſiper une telle incertitude, & pour y réuſſir, je continuai le travail, il me convainquit de nouveau que les branches que Spigel, avec pluſieurs Anatomiſtes, avoit regardé comme des vaiſſeaux de communication, ne s'arrêtoient pas aux endroits où elles paroiſſoient d'abord ſe terminer, mais qu'elles alloient, après s'être croiſées pluſieurs fois avec d'autres branches, ſe perdre dans la ſubſtance du foie, ainſi que Gliſſon les a repréſentées après Euſtachi; elles paſſoient deſſous les troncs auxquels je croyois qu'elles alloient ſe terminer; je perdis toute eſpérance d'apercevoir de grandes anaſtomoſes vaſculaires

entre les grandes branches veineuſes du foie, & par conſéquent de voir Spigel juſtifié.

Je m'attachai de nouveau aux petites communications dans leſquelles j'avois obſervé, ainſi que je l'ai dit ci-deſſus, des cavités qui me ſembloient s'ouvrir dans des branches veineuſes, dans le deſſein de découvrir plus nettement encore leur cavité, & ſur-tout pour m'aſſurer ſi elles alloient des branches de la veine-porte à des branches des veines hépatiques de la veine-cave; mon objet principal étoit alors de faire cette découverte, car c'en eſt une ſi les grandes anaſtomoſes de Spigel & de Bartholin n'exiſtent point, & ſi celles que j'annonce ſont conſtantes: quelques-unes de ces petites branches, que je commençois à regarder comme les ſeules véritables anaſtomoſes, me parurent conſtamment s'unir intimement aux troncs vers leſquels elles dirigeoient leur cours, & j'entrevis encore leurs ouvertures dans les branches auxquelles je les voyois attachées. Ces obſervations pluſieurs fois répétées ſur les mêmes ſujets & ſur pluſieurs autres, l'analogie avec pluſieurs autres viſcères où l'on voit manifeſtement les veines communiquer avec les veines par des branches diſpoſées aſſez ſouvent en arcades, l'exiſtence réelle & conſtante du canal d'*Arantius*, m'autoriſoient à penſer que ſi la Nature a formé ce canal pour faire arriver avec plus de promptitude le ſang de la veine ombilicale au cœur du fœtus, & afin qu'il ne fût pas privé de toute eſpèce de nourriture, en cas qu'il arrivât quelqu'engorgement dans les ramifications de la veine ombilicale & de la veine-porte, elle avoit pratiqué dans les arcades vaſculaires que je voyois, autant de petits canaux veineux dans des vues à peu-près ſemblables.

Mais cette idée, qui ſeroit ſuffiſamment établie ſi les vraiſemblances étoient ſuffiſantes pour aſſeoir des déciſions, ne l'étoit pas aſſez ſur le témoignage des ſens pour exclure toute eſpèce de doute; pour le diſſiper, j'eus recours aux injections & je vis très-diſtinctement les arcades que j'avois tant cherchées, & je les ſuivis depuis leur naiſſance de la veine-porte juſqu'à leur inſertion dans les veines hépatiques des branches de la veine-cave; j'en ai trouvé conſtamment quatre ou cinq ou

ſix, & je ne doute nullement qu'il n'y en ait beaucoup plus; car comme elles ſont petites, elles ſe caſſent facilement dans le temps qu'on les développe; quelques-unes ſont très-courtes; il y en a qui n'ont que 2 à 3 lignes de longueur; les plus longues ont 4 à 5 lignes, & environ 1 ligne de largeur; quelques-unes ſont diſpoſées en arcades, mais pour l'ordinaire elles ſont preſque droites & elles marchent obliquement d'une petite branche de la veine-porte ou de l'ombilicale à une petite branche des veines hépatiques.

Toutes ces branches de communication ſont moins difficiles à apercevoir qu'à conſerver; ſi on réuſſit à les remplir d'injection, elles ſe caſſent en les développant & leurs extrémités s'enſéveliſſent & ſe confondent dans cette multitude énorme de vaiſſeaux qui ſe préſentent aux yeux de l'Anatomiſte; quand on les cherche ſans injection, on ne diſtingue rien exactement; on eſt porté d'abord à croire qu'il y en a beaucoup, mais ce ſont des branches vaſculaires ou qui ſe croiſent ſans s'anaſtomoſer ou qui, après avoir marché quelque temps collées enſemble, ſe ſéparent de nouveau & ſe diſtribuent enſuite en petits rameaux d'une fineſſe extrême.

Il n'eſt pas difficile de déterminer l'uſage de ces anaſtomoſes nouvelles: dans le fœtus, elles ſont autant de canaux ſubſidiaires au canal veineux d'Arantius; & dans l'adulte, elles ſont des routes qui nous mettent à l'abri des engorgemens & des embarras qui ſe ſeroient formés dans les rameaux de la veine-porte, ſi les extrémités de ces rameaux avoient été les ſeules routes du ſang qui paſſe de la veine-porte dans les veines hépatiques. Elles font comprendre comment dans des foies obſtrués & preſque ſquirreux, la circulation peut ſe ſoutenir aſſez long-temps & même pendant des années, quoique les grains glanduleux du foie aient acquis un degré de dureté qui ne permet plus au ſang de traverſer leur ſubſtance; dans de tels malades, ſans ces branches de communication, une mort prompte ſeroit inévitable.

On peut auſſi conclure de cette ſtructure, que ſi l'Anatomie qui ne connoît de communications entre la veine-porte & la

veine-cave que par des extrémités capillaires que l'art le plus recherché ne peut rendre ſenſibles, ne permet à la Médecine de traiter qu'avec peu d'eſpérance de guérir les grandes obſtructions du foie, l'Anatomie qui nous découvre des communications viſibles entre la veine-porte & la veine-cave, doit faire naître aux Médecins des eſpérances conſolantes dans le traitement de ces maladies & plus dignes de l'excellence de leur Art que celles qui ne ſont fondées que ſur des ſuccès.

Leur utilité eſt fondée ſur la difficulté du paſſage du ſang de la veine-porte à travers la ſubſtance du foie & ſur ſa lenteur & ſon épaiſſiſſement : c'eſt la difficulté de ce paſſage du ſang qui produit la lenteur & l'épaiſſiſſement de ce fluide; le ſang qui entre des artères cœliaque & méſentériques dans les ramifications inférieures de la veine-porte, eſt tout auſſi fluide à l'inſtant de ſon entrée dans ces veines que le ſang qui entre des branches de l'aorte dans toutes celles de la veine-cave; car 1.° le ſang ſplénique ne perd rien de ſa fluidité dans la rate; on penſe même aſſez unanimement que le ſang de la veine ſplénique eſt plus fluide que le ſang des autres veines. 2.° Si le ſang de pluſieurs branches de la cœliaque, ſi celui de l'artère méſentérique ſupérieure perd de ſa fluidité dans l'eſtomac & dans les inteſtins, les fluides que nous buvons, une partie du chyle que nous formons & dont la quantité eſt trop grande pour entrer dans le ſang par le ſeul canal thorachique & dont par conſéquent une partie entre dans les veines méſentériques, lui rendent ſa fluidité. 3.° Nulle raiſon ne prouve que le ſang des artères méſentériques inférieures perde ſa fluidité, & cependant il eſt d'obſervation que le ſang de la veine-porte eſt très-ſouvent plus épais que le ſang des autres veines.

Pour ſaiſir mieux la cauſe de cet épaiſſiſſement & de cette lenteur, qu'on ſuppoſe pour un inſtant que le tronc de la veine-porte, au lieu de ſe ramifier de nouveau dans le foie, s'insère par une ſeule ouverture dans l'oreillette droite, le ſang de cette veine dans cette ſuppoſition ſeroit-il plus épais & couleroit-il avec plus de lenteur que le ſang des autres veines? non ſans doute : ſa fluidité & ſa célérité ſeroient au moins égales à la

fluidité & à la célérité du ſang des autres veines; & ſi la veine-cave, au lieu de s'ouvrir dans l'oreillette droite, ſe ramifioit de nouveau à la manière des artères, ſon ſang ſeroit-il auſſi fluide & ſon mouvement ſeroit-il auſſi rapide que le ſang de la veine-porte dans la première ſuppoſition? il me paroît évident qu'il ne ſeroit ni auſſi rapide ni auſſi fluide. Ainſi toute la différence entre la conſiſtance & la rapidité du ſang de la veine-porte comparées à la conſiſtance & à la rapidité du ſang des autres veines, vient uniquement de ce que la veine-porte, au lieu de porter directement, ainſi que les autres veines, ſon ſang dans le tronc de la veine-cave, donne des branches nombreuſes dans le foie & répand ſon ſang dans toutes ces branches; car il eſt évident que la ſurface, la figure conique de chacune de ces ramifications nombreuſes, les contours & les angles multipliés par leurs diviſions & ſubdiviſions, retardent beaucoup la marche du ſang dans toute l'étendue du foie, & même que ce ſang ne paſſeroit qu'avec une certaine difficulté ſi la Nature n'avoit pas appliqué ſur les vaiſſeaux du ventre des puiſſances actives capables de concourir avec les forces du cœur à hâter la marche d'un tel ſang.

Si cette difficulté dans le paſſage du ſang de la veine-porte à travers la ſubſtance du foie eſt réelle, elle l'eſt auſſi dans les branches inférieures & dans le tronc de la veine-porte, puiſque le ſang de ces branches & de ce tronc ne ſauroit monter qu'autant que celui qui eſt engagé dans les ramifications hépatiques de la veine-porte lui fraie le paſſage; de-là il ſuit que ſi le ſang coule avec difficulté dans les branches ſupérieures de la veine-porte, il coule avec difficulté dans les branches inférieures de cette veine, dans ſon tronc, dans ſon ſinus: or l'idée de cette difficulté emporte avec elle celle de la lenteur & de l'épaiſſiſſement; car telle eſt la nature de nos fluides, que les parties de même genre ſe rapprochent quand le mouvement circulateur ceſſe de les mêler intimement; & pour ce qui regarde la lenteur, il eſt évident que quand un canal conique ne peut pas laiſſer couler le fluide qui y eſt pouſſé, la quantité du fluide, depuis la baſe juſqu'à la pointe du cône, eſt retardée dans ſon cours, & par conſéquent coule avec lenteur.

Cette difficulté du paſſage du ſang dans le foie, a été ſaiſie il y a bien du temps, & pluſieurs auteurs ont cru trouver dans la capſule qui enveloppe les ramifications ſupérieures & le ſinus & une partie du tronc de la veine-porte, une puiſſance capable d'animer le ſang dans ſon cours à travers la ſubſtance du foie; mais quoique cette capſule ſoit réelle, elle a bien aſſez de force pour rendre les ramifications hépatiques & le ſinus de la veine en état de réſiſter à l'impétuoſité que nos muſcles expirateurs & le diaphragme impriment au ſang quand nous voulons les faire agir violemment, & point aſſez pour qu'à la manière du cœur & des artères elle puiſſe accélérer le cours du ſang dans le foie, ou du moins elle ne peut contribuer que très-foiblement à cette accélération.

Les muſcles du bas-ventre & le diaphragme ſont ſans doute les ſeules puiſſances qui concourent avec les forces du cœur & des artères à donner au ſang de la veine-porte une quantité de mouvement aſſez grande pour qu'il ſurmonte avec facilité & même avec beaucoup de ſupériorité les réſiſtances du foie; mais comme dans les reſpirations ordinaires, ces puiſſances ne ſe contractent que foiblement, il ſuit que quelque violente que puiſſe être l'action de ces muſcles ſur le ſang de la veine-porte, elle n'eſt cependant que très-foible, à moins qu'ils ne ſe mettent dans une contraction vive par un ordre exprès de la volonté, ou par des exercices qui ſuppoſent le concours de la volonté, ou par l'effet de quelque cauſe irritante qui les oblige à ſe contracter avec force. M. Boërhaave *(h)* a obſervé conſtamment qu'immédiatement après l'ouverture du ventre de pluſieurs chiens vivans, les veines méſentériques ſont très-petites, mais que peu à peu elles s'enflent, ſe diſtendent beaucoup & juſqu'à devenir variqueuſes. La raiſon que cet auteur donne d'un tel phénomène, eſt que le ſang des veines qui, par leur réunion, forment la veine-porte, ne peut circuler ſans le ſecours de la reſpiration; d'abord que le ventre eſt ouvert, les organes de la reſpiration ne peuvent plus exciter de compreſſion ſur le ventre: ainſi le ſang de la veine-porte, privé

(h) Commentaire ſur les Inſtituts, *Vol. III.*

de l'action de ces organes, ne peut plus paſſer par le foie, & par conſéquent il diſtend les veines qui ont coutume de le porter dans la veine-porte.

Cette expérience confirme que quoique les forces du cœur ſur le ſang qui circule dans le tronc de la veine-porte ſoient auſſi grandes que ſur le ſang des autres veines, cependant il y circule difficilement, & la raiſon de cette difficulté eſt fondée ſur la ſtructure de la veine-porte; cette ſtructure nous apprend que le ſang étant arrivé dans le tronc & dans le ſinus de la veine-porte, a de bien plus grands obſtacles à vaincre que ceux qu'il a vaincus, car il faut qu'il recommence une circulation nouvelle & qu'il franchiſſe toutes les réſiſtances que lui oppoſent les ſurfaces, les contours, les angles des branches ſupérieures de la veine-porte, qui toutes, à la façon des artères, deviennent plus nombreuſes & plus petites à meſure qu'elles s'avancent dans la ſubſtance du foie.

La pratique journalière, d'accord avec la ſtructure, confirme que la lenteur du ſang, inſéparable de la difficulté de ſon paſſage dans le foie, favoriſe le rapprochement des parties les plus groſſières du ſang hépatique & abdominal; car il arrive plus fréquemment des concrétions dans le foie & dans les détours de la veine-porte que dans aucune autre partie; l'humeur appelée la *bile noire*, n'a pas plus fréquemment ſon ſiége dans le canal hépatique & dans la véſicule du fiel que dans les détours, tant ſupérieurs qu'inférieurs, de la veine-porte.

Il ſeroit difficile de concevoir que des fluides devenus auſſi épais par la lenteur & par la tendance naturelle de leurs élémens à ſe rapprocher, puſſent paſſer ſans s'arrêter dans les derniers capillaires de la veine-porte, ſi la Nature ne leur avoit pas ouvert des routes particulières qui les dérobent aux plus petits vaiſſeaux, en les faiſant paſſer de la veine-porte dans la veine-cave avant qu'ils arrivent aux grains glanduleux du foie; il ſeroit ſur-tout difficile de comprendre qu'un homme de Lettres, qui eſt obligé d'être preſque continuellement en repos, d'avoir le corps plié en devant, c'eſt-à-dire dans une attitude où les muſcles de la reſpiration n'agiſſent preſque point ſur les viſcères,

de

de demeurer long-temps attaché à des objets qui l'occupent si vivement qu'on s'aperçoit à peine qu'il respire, ne soit pas attaqué ou de mélancolie ou de quelqu'autre incommodité relative à cette maladie. Il n'est, je l'avoue, que trop vrai que les affections mélancoliques sont très-fréquentes dans l'ordre de la Littérature: aussi Celse * desiroit que tous les Philosophes sussent la Médecine, *parce que*, disoit-il, *les Philosophes en ont plus besoin que les autres hommes;* mais elles le seroient beaucoup plus si la Nature n'avoit pas formé dans les détours du foie des branches de communication entre les rameaux de la veine-porte & entre ceux de la veine-cave.

* *Libr. de Medicin. præf. part. II.*

Si les communications que je découvre aujourd'hui, sont consolantes pour tous les hommes, elles le sont donc en particulier pour les hommes de Lettres; car si les fluides de leur foie se sont épaissis, s'ils ont même dégénéré en bile noire, ils peuvent entrer par ces nouvelles anastomoses dans les courans du sang de la veine-cave, & recommencer des circulations nouvelles & souvent capables de leur rendre leur fluidité & leur douceur.

Il est vrai que de l'alliage de ces humeurs âcres & quelquefois corrosives avec la masse du sang, il résulte quelquefois des effets funestes; les fonctions de divers organes en sont dérangées; elles portent sur-tout le trouble dans le cerveau; mais ces accidens ne sont pas sans remède: le repos les a produits, souvent le mouvement seul les détruit.

C'est par ces mêmes anastomoses que nous pouvons concevoir que la matière purulente des abcès & des ulcères, formés dans les viscères du bas-ventre, rentre dans la masse du sang.

Les branches de communication que j'annonce aujourd'hui entre la veine-porte & la veine-cave, sont placées fort profondément dans la substance du foie; elles ne sont pas beaucoup éloignées des grains glanduleux de ce viscère; elles ne font point communiquer les grosses branches, mais les petites, c'est-à-dire celles qui ont depuis demi-ligne jusqu'à une ligne de diamètre; cette situation rend leurs fonctions presqu'aussi utiles que si elles faisoient communiquer les branches capitales de ces deux veines.

Car si nous supposons que le sang qui circule dans les rameaux de la veine-porte soit chargé de molécules épaisses & tenaces, telles à peu-près que celles de la bile noire, qui tantôt est une espèce de bile qui a perdu sa fluidité & sa couleur, & qui est quelquefois une espèce de lie du sang, *quasi fex aut crassamentum sanguinis*, disent les auteurs; & si ces parties grossières ne peuvent pas franchir les résistances qu'elles éprouvent dans les grains glanduleux, elles reviennent par un mouvement rétrograde vers les troncs, & elles pénètrent dans les branches de communication, & par ces branches dans la veine-cave. On conçoit que ce mouvement rétrograde est d'autant plus facile ici, que les colonnes du sang qui marchent par une propulsion directe du sinus de la veine-porte jusqu'aux communications, ne sont poussées que par des forces à peu-près égales à celles qui repoussent le sang des capillaires vers les branches où j'ai observé les communications entre la veine-porte & entre la veine-cave; ces principales forces sont celles de la respiration : il est aisé de concevoir que ces puissances agissent plus efficacement sur la portion des veines obstruées depuis les grains glanduleux jusqu'aux communications, que depuis ces communications jusqu'au sinus de la veine-porte; car dans l'espace qui est depuis le sinus jusqu'aux communications, les colonnes du sang sur lesquelles elles agissent peuvent couler & vers les communications & vers le sinus, c'est-à-dire en deux directions opposées par les deux bouts du canal, au lieu que dans l'espace compris entre les communications & les grains glanduleux, tout leur effort est employé à pousser le sang dans une seule direction, c'est-à-dire à le faire rétrograder depuis le grain glanduleux, qui est un obstacle rendu invincible par l'obstruction, jusqu'aux communications.

D'ailleurs, en général, plus la propulsion directe d'un fluide quelconque dans un canal est foible, plus il rétrograde facilement : or, cette propulsion est plus foible dans les petites branches de la veine-porte, entre les anastomoses & entre les grains glanduleux du foie, que depuis les anastomoses jusqu'au sinus de la veine-porte; & par conséquent la position des

anaſtomoſes nouvelles les rend plus utiles dans les obſtructions du foie que les grandes anaſtomoſes de Spigel qui paroiſſent contraires aux loix de la circulation du ſang dans le foie humain.

On comprend encore ſans peine qu'il eſt plus facile qu'un globule ou une ſuite de globules groſſiers, rétrograde de 4 lignes ou de 8 lignes que de 5 à 6 pouces, & on peut dire en général & avec vérité que plus les colonnes rétrogrades ſont courtes, plus elles rétrogradent aiſément; ainſi plus l'eſpace qu'elles auroient à parcourir depuis l'obſtacle que nous ſuppoſons dans le grain glanduleux ſeroit long, plus difficilement elles arriveroient aux vaiſſeaux de décharge qui peuvent les tranſporter dans la veine-cave.

On objectera peut-être que le petit nombre & le petit diamètre de ces communications les rendent d'une foible reſſource dans les grandes obſtructions du foie, c'eſt-à-dire dans les cas où le foie eſt obſtrué dans une grande étendue de ſa ſubſtance ou dans ſa totalité: je réponds premièrement qu'à la vérité je n'ai jamais obſervé plus de quatre, cinq, ſix communications dans le même foie; mais quoique je me ſois ſervi de toute mon attention pour tâcher de les apercevoir toutes, tout Anatomiſte doit facilement ſe perſuader qu'il m'en eſt échappé pluſieurs.

Secondement, que leur capacité n'eſt pas grande & qu'elles n'ont que depuis demi-ligne juſqu'à environ une ligne de diamètre, mais que c'eſt aſſez pour laiſſer paſſer le ſang, le pus, l'atrabile; d'ailleurs c'eſt une règle générale que nos vaiſſeaux ſe dilatent à raiſon de l'effort que les fluides font ſur eux: c'eſt ce qui arrive aux vaiſſeaux de la matrice dans le temps de la groſſeſſe, aux conduits laiteux avant & après l'accouchement, aux artères pulmonaires & à la courbure de l'aorte après la naiſſance de l'enfant, aux branches de l'artère brachiale, qui, quoique preſque imperceptibles avant la ligature de l'artère dans l'anévriſme, ſe dilatent cependant très-ſouvent aſſez pour nourrir l'avant-bras & la main. « Ne coupez pas le bras de ce malade, diſoit un jour un Membre *(i)* de l'Académie, dans une aſſemblée où les inſtrumens de l'amputation étoient préparés, « ne le

(i) M. du Verney.

» coupez pas; quoique l'artère brachiale ſoit liée, les branches
» collatérales, qui naiſſent du tronc lié au-deſſus de la ligature &
» qui communiquent avec les rameaux artériels de l'avant-bras
» par des ouvertures preſqu'imperceptibles ou que l'art ſeul des injections rend ſenſibles, ſe dilateront peut-être. » Il parloit à des eſprits dociles & éclairés; il fut cru, & il ſauva le bras & peut-être la vie du malade *(k)*.

Les Médecins conviennent, & l'expérience confirme, que la Nature a ſouvent des reſſources qu'on ne connoît point aſſez pour opérer des guériſons imprévues. Ne connoître ces reſſources que par les effets, c'eſt preſque les ignorer: mais les connoître en elles-mêmes telles qu'elles ſont, c'eſt le moyen de les attendre à propos, de compter ſur elles autant qu'on le doit, & de preſcrire des remèdes capables d'en amener, d'en ſeconder, d'en multiplier les bons effets.

(k) Je tiens ce fait de M. Hunauld, ſucceſſeur de M. du Verney.



NOUVELLES RECHERCHES SUR LES VERRES OPTIQUES;

Pour servir de suite à la Théorie qui en a été donnée dans le Volume III des Opuscules Mathématiques.

Second Mémoire.

Par M. D'ALEMBERT *.

JE me propose d'examiner dans ce Mémoire, l'effet des différentes erreurs qu'on peut commettre, soit dans la construction d'un objectif à trois lentilles, soit dans la mesure des quantités qui servent à trouver les rayons des surfaces; de déterminer parmi ces erreurs celles dont l'effet est le plus dangereux & le plus nuisible à la perfection de l'objectif; & de donner des moyens de les prévenir ou d'y remédier. Un de ces derniers moyens consistant sur-tout dans le choix d'un oculaire convenable, je proposerai à cette occasion des vues pour la perfection des oculaires & pour la manière la plus avantageuse de les combiner avec les objectifs, soit dans les grandes lunettes, soit dans les petites lunettes appelées *lunettes de poche*. Je terminerai ce Mémoire par des formules générales, non-seulement pour les objectifs à trois lentilles non-contiguës, mais pour les objectifs composés de tant de lentilles qu'on voudra.

* L'Extrait de ces Recherches avoit été lû à l'Académie dès le 14 Mai 1766, dans l'Assemblée à laquelle S. A. M. le Prince Héréditaire de Brunswick assista; cet extrait a été imprimé dans le Journal de Trévoux de Janvier 1767. Le Mémoire a été lû ensuite en Juin 1766; il devoit paroître dans le volume de l'Académie de 1764, où est déjà imprimé en entier le premier Mémoire; mais comme le volume de 1764 auroit été trop grossi par ces nouvelles Recherches, l'impression en a été renvoyée au volume de cette année 1765.

§. I.

Énumération des différentes sources d'erreur qui peuvent se glisser dans la construction des objectifs achromatiques.

(1.) Quoiqu'on soit parvenu dans ces derniers temps, à construire des lunettes achromatiques, sur-tout avec des objectifs à trois lentilles, dont l'effet est d'augmenter autant que les télescopes de même longueur, il faut cependant avouer qu'en général la plupart de celles qu'on a construites jusqu'ici, sur-tout avec des objectifs de deux lentilles seulement, n'équivalent guère tout au plus qu'à des lunettes dioptriques ordinaires quatre à cinq fois plus longues; ce qui prouve que l'aberration, bien loin d'être anéantie entièrement ou presque entièrement dans ces objectifs, comme la théorie le suppose, n'est diminuée tout au plus que de $\frac{4}{5}$, tandis que les télescopes catoptriques, dans lesquels l'aberration de sphéricité subsiste toute entière, équivalent à des lunettes incomparablement plus longues : en effet, un télescope d'un pied équivaut à une lunette de 9, & un de 5 pieds à une lunette de 100, & ainsi du reste.

(2.) Je n'examine point ici les avantages que les lunettes achromatiques peuvent avoir d'ailleurs sur les télescopes quant à la netteté de l'objet, à l'étendue du champ & à d'autres circonstances; mais je me propose d'examiner, si en leur conservant ces avantages, il ne seroit pas possible de les réduire à n'être pas plus longues ou même à l'être encore moins qu'un télescope de même effet pour l'augmentation.

(3.) Nous avons vu *(Mém. de 1764, §. XVI)* que des objectifs, composés seulement de deux lentilles immédiatement appliquées l'une contre l'autre, avoient l'inconvénient de donner une aberration trop grande en largeur; ainsi ce ne doit pas être vraisemblablement par le moyen de ces objectifs qu'on parviendra à donner aux lunettes achromatiques toute la perfection possible ; il faudra se servir ou d'un objectif composé de deux lentilles très-proches l'une de l'autre, ou d'un

objectif composé de trois lentilles contiguës, ou peut-être pour arriver à une plus grande perfection, employer encore d'autres moyens dont nous nous proposons de parler successivement.

(4.) Nous allons d'abord examiner les différentes sources des erreurs qu'on peut commettre dans la construction des objectifs, & les inconvéniens qui résultent de ces erreurs dans l'effet que l'objectif doit produire.

(5.) Les causes des erreurs qu'on peut commettre dans la construction des objectifs sont en grand nombre; ce sont 1.° les erreurs qui peuvent se glisser dans la mesure du rapport des sinus de réfraction & sur-tout dans le rapport de la différence de ces sinus; 2.° la trop grande sphéricité des surfaces des verres objectifs, sphéricité qui peut être assez grande pour ne pas permettre de négliger les termes qu'on a négligés dans le calcul de l'aberration; 3.° les erreurs qu'on peut commettre dans la construction de ces surfaces, en faisant leur courbure un peu plus grande ou un peu plus petite que ne la donne le calcul; 4.° l'effet qui peut résulter de l'épaisseur de l'objectif, jusqu'à présent négligée dans la théorie de ces sortes de verres; 5.° j'ajoute à ces causes d'erreur, l'impossibilité de détruire entièrement l'aberration lorsque l'objet n'est pas dans l'axe; inconvénient qui est à la vérité le moindre de tous, puisqu'il a lieu dans le télescope même.

(6.) Parcourons la plupart de ces causes, voyons les erreurs qu'elles peuvent produire & les remèdes qu'on y peut apporter.

§. I I.

Des erreurs commises dans le rapport des différences de réfraction.

(1.) Comme la construction des objectifs formés de différentes matières, est principalement fondée sur la mesure du rapport entre les différences des sinus de réfraction des rayons différemment colorés, je commencerai par examiner les erreurs qui peuvent naître de la mesure de ce rapport.

(2.) Soit donc P le rapport de réfraction des rayons moyens dans la première des deux matières dont l'objectif est composé (& que j'appelle A); P' le rapport de réfraction dans la seconde des deux matières (que j'appelle B); il s'agit d'examiner 1.° quelles erreurs on peut commettre dans la mesure du rapport $\frac{dP}{dP'}$; 2.° quelles erreurs en peuvent résulter dans la perfection du foyer de l'objectif.

(3.) On peut mesurer la quantité $\frac{dP}{dP'}$ de deux manières; ou par le moyen de deux lentilles, l'une de la matière A & l'autre de la matière B, en mesurant, suivant la méthode de M. Newton, les quantités dP & dP' dans chacune de ces deux lentilles; ou en mesurant, suivant la méthode de M. Dollond, le rapport de dP à dP' par le moyen des angles de deux prismes adossés, & formés l'un de la matière A, l'autre de la matière B.

(4.) Soit ρ le rayon d'une lentille bi-convexe isocèle de la matière A, R la distance focale, on aura $\frac{1}{R} = \frac{2P-2}{\rho}$; & $-\frac{dR}{RR} = \frac{2dP}{\rho} = \frac{dP}{R(P-1)}$. Donc la distance focale R demeurant la même, l'aberration sera proportionnelle à $\frac{dP}{P-1}$, & sa valeur absolue sera $\frac{RdP}{P-1}$.

(5.) Or dans le verre, on a $dP = \frac{1}{50}$, suivant les expériences de M. Newton, en prenant dP pour la différence entre la réfraction des rayons rouges & des rayons violets; on a de plus $P = \frac{31}{20} =$ à très-peu près $\frac{3}{2}$; donc $\frac{RdP}{P-1} = \frac{1}{25}$ à peu-près, ou plus exactement $\frac{20}{50 \times 11} = \frac{2}{55}$: donc, en supposant $R = 25$ pieds, on aura $\frac{RdP}{P-1} = 1$ pied à peu-près.

(6.) Dans

(6.) Dans la lentille où le rapport de la réfraction est P', on aura de même $\frac{R\,d\,P'}{P'-1}$ pour l'aberration du foyer.

(7.) Soit maintenant $\frac{R\,d\,P}{P-1} = \alpha$, $\frac{R\,d\,P'}{P'-1} = \alpha'$, & soient $d\alpha$ & $d\alpha'$ les quantités dont on peut s'être trompé dans la mesure de α & de α'; on aura, par l'observation, $\frac{d\,P'}{d\,P} = \frac{\alpha'\,(P'-1)}{\alpha\,(P-1)}$, & dans l'exactitude rigoureuse,

$$\frac{d\,P'}{d\,P} = \frac{\alpha'\,(P'-1)\,(1+\frac{d\alpha'}{\alpha'})}{\alpha\,(P-1)\,(1+\frac{d\alpha}{\alpha})}.$$

(8.) Si donc $\frac{\alpha'\,(P'-1)}{\alpha\,(P-1)}$ est supposé $= k'$, on aura à très-peu près $\frac{d\,P'}{d\,P} = k'\,(1+\frac{d\alpha'}{\alpha'}-\frac{d\alpha}{\alpha})$; donc en supposant $\pm\, d\alpha' = \mp\, d\alpha$ pour rendre l'erreur la plus grande qu'il sera possible, & mettant pour α' sa valeur approchée $\frac{\alpha k'\,(P-1)}{P'-1}$, l'erreur commise dans la valeur de $\frac{d\,P'}{d\,P}$ pourra être égale à $\mp\,\frac{k'\,d\alpha}{\alpha}\,[1+\frac{P'-1}{k'\,(P-1)}]$; donc le rapport de cette erreur (positive ou négative) au rapport trouvé k', pourra être $\frac{d\alpha}{\alpha}\,[1+\frac{P'-1}{k'(P-1)}]$.

(9.) Soit donc, comme ci-dessus, $\alpha = 1$ pied, & supposons qu'on se trompe de 3 lignes à un bout & de 3 lignes à l'autre dans la mesure de α & dans celle de α' (ce qui est très-facile, le foyer ayant toujours une pénombre mal terminée), on aura $\frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{1}{24}$; & supposant $P' = 1{,}6$; $P = 1{,}55$; $k' = \frac{2}{3}$, il en résulte $\frac{d\alpha}{\alpha}\,[1+\frac{P'-1}{k'\,(P-1)}] = \frac{1}{24}\,(1+\frac{60\,.\,2}{3\,.\,55}) =$

environ $\frac{1}{14}$. En général, ſoit $\alpha = m$ lignes, & ſuppoſons que l'erreur commiſe dans α ſoit de μ ligne à un bout, & de μ à l'autre en ſens contraire, ce qui donne $d\alpha = 2\mu$ lignes; on aura $\frac{d\alpha}{\alpha}\left[1 + \frac{P' - 1}{k'(P-1)}\right] = \frac{2\mu}{m} \times \frac{57}{33}$; & comme $\alpha = \frac{RdP}{P-1} = \frac{RdP}{0{,}55}$, on aura $d\alpha = \frac{RdP}{0{,}55} \times \frac{2\mu}{m} \times \frac{57}{33}$.

(10.) Si on ſuppoſoit, avec M. Newton, l'objet placé à une diſtance telle, qu'elle fût égale à la diſtance de ſon foyer, on auroit cette diſtance $= \frac{\rho}{P-1}$ *, & l'aberration $= \frac{2dP}{\rho} \times \frac{\rho^{2}}{(P-1)^2}$; donc en ſuppoſant $P = \frac{3}{2}$, & par conſéquent la diſtance focale $R = \rho$, l'aberration ſeroit égale à $8\rho dP$, & par conſéquent beaucoup plus ſenſible que l'aberration trouvée ci-deſſus $\frac{RdP}{P-1} = 2\rho dP$; ce qui donnera la facilité d'employer à cette expérience des lentilles d'un rayon plus court. Par exemple, ſoit $8RdP$ ou $8\rho dP = 1$ pied, on aura $\rho = \frac{25^{\text{pieds}}}{4}$ & $\frac{\rho}{P-1} = 2\rho = \frac{25^{\text{pieds}}}{2}$; ce qui réduit le rayon au quart de ce qu'il étoit ci-deſſus, & la diſtance du foyer à la moitié; mais il en réſultera toujours, qu'en nommant R' la diſtance du foyer, qui eſt ici $\frac{\rho}{P-1}$, on aura l'aberration $= \frac{2\rho dP}{(P-1)^2} = \frac{2R'dP}{P-1}$ dans une des lentilles, & $\frac{2R'dP'}{P'-1}$ dans l'autre; d'où l'on tirera les mêmes concluſions que dans l'*art. 6* ci-deſſus & les ſuivans, avec cette ſeule différence qu'au lieu de R, il faudra mettre $2R'$ ou $\frac{2\rho}{P-1} = \frac{2\rho}{0{,}55}$.

* *Opuſc. Math. Tome III, art. 900.*

(11.) Suppoſons préſentement qu'on ſe ſerve de priſmes

adossés, dont les angles soient δ & δ', & que ces angles soient assez petits; on aura * $\frac{dP}{dP'} = \frac{\delta}{\delta'}$; ce rapport n'est déjà qu'approché, car on y néglige (comme on peut le voir dans l'endroit cité) des quantités de l'ordre de δ^3 & de δ'^3 qui peuvent être sensibles lorsque δ & δ' ne sont pas fort petits: mais cette considération mise à part, soit $d\delta$ la quantité dont on peut se tromper dans la mesure de l'angle δ, & $d\delta'$ celle dont on peut se tromper dans la mesure de l'angle δ';

* Opusc. t. III, p. 385.

on aura $\frac{dP'}{dP} = \frac{\delta'(1 + \frac{d\delta'}{\delta'})}{\delta(1 + \frac{d\delta}{\delta})}$ = à peu-près $\frac{\delta'}{\delta}$ $(1 + \frac{d\delta'}{\delta'} - \frac{d\delta}{\delta})$ = (en supposant $\frac{\delta'}{\delta} = k'$ & $d\delta = - d\delta'$) $k'(1 - \frac{d\delta}{\delta k'} - \frac{d\delta}{\delta})$.

(12.) Soit $\frac{d\delta}{\delta} = \mp \frac{1}{20}$; la quantité $k'(1 - \frac{d\delta}{\delta k'} - \frac{d\delta}{\delta})$ sera $k'[1 \pm \frac{1}{20}(\frac{2}{3} + 1)]$: donc le rapport entre l'erreur commise sur la mesure de k' & cette quantité k', sera $\frac{1}{12}$; & en général si $\frac{d\delta}{\delta} = - \epsilon$, on aura le rapport dont il s'agit $= \frac{5\epsilon}{3}$.

(13.) Il est bon de remarquer que les calculs précédens n'ont pas été faits à la rigueur, les carrés des quantités qu'on regarde comme très-petites y ayant été négligés; mais plus d'exactitude n'étoit pas nécessaire, puisqu'il suffit de déterminer *à peu-près* quelles sont les erreurs où l'on peut tomber dans l'appréciation de la quantité k'.

(14.) Il est visible que si k' est $= k' + k'\epsilon'$, la quantité $k = \frac{1}{k'}$ deviendra à très-peu près $\frac{1}{k'}(1 - \epsilon')$ $= k(1 - \epsilon') = k(1 - \frac{5\epsilon}{3})$; d'où l'on voit que

si l'erreur de k' est en moins, c'est-à-dire si on a fait k' plus petite qu'elle n'est réellement, celle de k sera en plus; c'est-à-dire que k est plus petit qu'on ne le suppose dans le calcul.

(15.) Plus exactement, si k', au lieu d'être $\frac{3}{2}$, est $\frac{3}{2}(1 + \mu)$, on aura $\frac{1}{k'}$ ou $k = \frac{2}{3(1+\mu)} = \frac{2}{3}(1 - \frac{\mu}{1+\mu})$. Par exemple, si au lieu de faire $k' = \frac{3}{2}$, on avoit dû supposer $k' = \frac{32}{20} = \frac{3}{2}(\frac{64}{60})$; on auroit $\mu = \frac{1}{15}$ & $k = \frac{2}{3}(1 - \frac{1}{16})$.

Donc, prenant $k + k\nu$ pour la vraie valeur de k, on voit que ν sera de signe contraire à μ.

(16.) Si on se sert de lentilles pour mesurer $\frac{dP'}{dP}$, & qu'on appelle ζ l'erreur commise dans les mesures, ou plutôt le rapport de cette erreur à la quantité α, on trouve *(art. 8)* que l'erreur de k' est $\zeta(1 + \frac{P'-1}{k'(P-1)})$; en se servant de prismes, cette erreur *(art. 11)* est $\zeta(\frac{1}{k'} + 1)$. Donc, en supposant que ζ soit la même de part & d'autre, c'est-à-dire que $\frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{d\delta}{\delta}$, la première erreur sera plus grande ou plus petite que la seconde, selon que P' sera $>$ ou $<$ P. Si l'on fait $\frac{dP}{dP'} = k$, on trouvera aussi *(art. 8)* que l'erreur dans le cas des lentilles est proportionnelle à $\frac{d\alpha'}{\alpha'}(1 + \frac{P-1}{k(P'-1)})$, & dans le cas des prismes à $\frac{d\delta'}{\delta'}(\frac{1}{k} + 1)$; & supposant $\frac{d\alpha'}{\alpha'} = \frac{d\delta'}{\delta'}$, la première erreur sera plus grande ou plus petite que la seconde, selon que P' sera $<$ ou $>$ P.

Ainſi, en ſuppoſant les erreurs égales dans les valeurs de $\frac{d\alpha}{\alpha}$ & de $\frac{d\delta}{\delta}$, l'obſervation faite par les lentilles aura plus d'avantage que l'obſervation faite par les priſmes; ce ſera le contraire ſi $\frac{d\alpha'}{\alpha'} = \frac{d\delta'}{d\delta'}$.

(17.) Si les quantités $d\alpha$, $d\alpha'$ dans *l'art. 7*, & $d\delta$, $d\delta'$ dans l'*art. 11*, étoient ſuppoſées de ſignes différens, les erreurs qui en réſulteroient dans les valeurs de k' & de k, ſeroient ſans doute beaucoup moindres; mais il ſuffit que les quantités $d\alpha$ & $d\alpha'$, ainſi que $d\delta$ & $d\delta'$, puiſſent être de même ſigne, pour qu'il ſoit permis de les ſuppoſer telles, & d'apprécier, par ce moyen, l'erreur où l'on peut tomber dans le réſultat de k' & de k.

§. III.

De l'effet que peut produire dans l'aberration de réfrangibilité l'erreur commiſe dans le rapport de la différence des ſinus.

(1.) Imaginons d'abord un objectif compoſé de deux lentilles très-proches l'une de l'autre & de matières différentes; & ſuppoſons $P - 1 = \omega$, $P' - 1 = \omega'$, on aura $\frac{\omega}{\lambda} + \frac{\omega'}{\lambda'} = \frac{1}{R}$, & $\frac{dP}{\lambda} + \frac{k'dP}{\lambda'} = 0$; d'où l'on tire $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{R\left(\omega - \frac{\omega'}{k'}\right)}$ & $\frac{1}{\lambda} = -\frac{1}{\lambda k'}$ $= -\frac{1}{R(k'\omega - \omega')}$: or la véritable équation, pour détruire l'aberration de réfrangibilité, auroit dû être $\frac{dP}{\lambda} + \frac{k'dP}{\lambda'}$ $+ \frac{dk'dP}{\lambda'} = 0$; donc, à cauſe de $\frac{dP}{\lambda} + \frac{k'dP}{\lambda'}$

ſuppoſé $=$ 0, l'aberration reſtante ſera $\frac{dk'dP}{\lambda'} =$ $- \frac{dk'dP}{k'R\left(\omega - \frac{\omega'}{k'}\right)}$.

(2.) Maintenant, l'aberration dans une lentille bi-convexe iſocèle de verre ordinaire eſt proportionnelle à $\frac{dP}{R(P-1)}$ $= \frac{dP}{R\omega}$; donc ſuppoſant (comme dans l'*art. 12* du paragraphe précédent) $\frac{dk'}{k'} = \frac{1}{12}$, $\omega = 0{,}55$, $\omega' = 0{,}6$, $k' = \frac{3}{2}$; l'aberration reſtante dans l'objectif compoſé ſera à l'aberration dans un objectif ſimple de verre, comme $\frac{1}{12}$ à $\frac{15}{55}$, c'eſt-à-dire comme 11 eſt à 36.

(3.) Donc les erreurs commiſes dans la ſeule meſure de k', pourroient être telles que l'aberration reſtante fût beaucoup plus du quart & près du tiers de l'aberration d'une lentille ordinaire de même foyer.

(4.) En général, ſi $\frac{dk'}{k'} = \mu$, le rapport des aberrations ſera de μ à $\frac{3}{11}$ ou de $11\,\mu$ à 3; par exemple, ſi $\mu = \frac{1}{15}$, c'eſt-à-dire ſi $k' = \frac{32}{20} = \frac{8}{5}$ (*art. 15, paragr. précéd.*), le rapport ſera de 11 à 45, c'eſt-à-dire de près du quart; & puiſque $\mu = \frac{5\epsilon}{3}$ (*§. II, art 12*) ϵ étant l'erreur commiſe dans la meſure de l'angle des priſmes, le rapport des aberrations ſera de $11 \times 5\,\epsilon$ à 9; d'où l'on voit que l'erreur ϵ ſe trouve augmentée dans l'aberration en raiſon de 55 à 9, c'eſt-à-dire de plus de 6 à 1.

(5.) Il réſulte donc de tout ce qu'on vient de dire, qu'en comparant, par exemple, la diffuſion du verre commun à celle du criſtal d'Angleterre, ſi on s'eſt trompé d'une certaine quantité

dans le rapport des images des lentilles ou des angles des prismes, l'erreur qui en résulte dans la quantité qui exprime le rapport de diffusion peut être plus grande en raison de 5 à 3 ou même davantage; & que l'effet de cette erreur est encore beaucoup plus grand dans l'aberration de l'objectif, puisqu'elle est encore augmentée en raison de 11 à 3.

(6.) Ainsi l'erreur commise dans les premières mesures, augmente de plus de six fois dans l'aberration, en sorte que si on s'est trompé seulement de $\frac{1}{30}$ dans ces premières mesures, ce qui est très-facile, l'aberration des couleurs, au lieu d'être nulle comme elle le devroit être dans l'objectif composé, sera encore plus d'un cinquième de l'aberration d'un objectif simple de verre commun.

(7.) C'est sans doute pour cette raison, comme nous l'avons déjà fait entendre, que la plupart des lunettes achromatiques construites jusqu'à présent, quoique très-supérieures aux lunettes simples ordinaires, & même à plusieurs égards aux télescopes de réflexion, n'ont pas encore eu sur ces télescopes tous les avantages qu'on pouvoit desirer & même espérer.

En effet, dans la plupart des objectifs achromatiques construits jusqu'à présent, on a supposé que la diffusion des couleurs, causée par le cristal d'Angleterre, étoit à la diffusion causée par le verre commun, comme 3 à 2; or si ce rapport, au lieu d'être de 3 à 2, étoit de 32 à 20 ou de 8 à 5, comme d'autres Observateurs l'ont trouvé, l'aberration d'un objectif construit d'après le rapport de 3 à 2, au lieu d'être nulle ou au moins insensible comme la théorie le donne, ne seroit guère que le quart de l'aberration d'un objectif simple: ainsi une lunette de 3 pieds, par exemple, construite avec cet objectif, ne produiroit l'effet que d'une lunette ordinaire de 12 pieds, tandis qu'un télescope de 3 pieds produit l'effet d'une lunette de 50.

(8.) Si la première des deux lentilles est supposée de cristal

d'Angleterre, & la seconde de verre commun, on aura $\frac{k' dP}{\lambda} + \frac{dP}{\lambda'} + \frac{dk' dP}{\lambda} = 0$, & $\frac{P' - 1}{\lambda} + \frac{P - 1}{\lambda'} = \frac{1}{R}$, ou $\frac{\omega'}{\lambda} + \frac{\omega}{\lambda'} = \frac{1}{R}$; d'où l'on tire $\frac{dk' dP}{\lambda} = dk' dP \times \frac{1}{R(\omega' - \omega k')}$, c'est-à-dire la même valeur que dans l'*art. 1*, avec cette seule différence qu'elle aura un signe contraire. On pourra donc appliquer à ces objectifs ce qui vient d'être démontré pour ceux où la lentille de verre commun est la première.

(9.) Ainsi de quelque manière qu'on dispose les deux lentilles qui forment l'objectif composé dont il s'agit ici, l'erreur commise dans la seule valeur de k', quoiqu'assez petite en elle-même, pourra néanmoins être telle que l'aberration restante soit encore très-considérable & laisse apercevoir dans la lunette des couleurs sensibles.

(10.) Nous ne prétendons pas néanmoins que l'aberration soit pour l'ordinaire aussi grande dans les objectifs à plusieurs lentilles, que nous venons de trouver qu'elle le peut être; mais il suffiroit qu'elle fût beaucoup au-dessous de cette valeur pour être encore nuisible à la bonté de l'objectif.

(11.) On peut démontrer aisément pour un objectif composé de trois lentilles, contiguës ou non (pourvu que les deux lentilles extérieures soient de la même matière), ce que nous venons de démontrer pour un objectif formé de deux lentilles très-proches l'une de l'autre; en effet, on aura toujours les équations $\frac{dP}{\lambda} + \frac{k' dP}{\lambda'} = 0$, & $\frac{P - 1}{\lambda} + \frac{P' - 1}{\lambda'} = \frac{1}{R}$, ou $\frac{k' dP}{\lambda} + \frac{dP}{\lambda'} = 0$, & $\frac{P' - 1}{\lambda} + \frac{P - 1}{\lambda'} = \frac{1}{R}$; d'où l'on tire les mêmes conclusions.

(12.) Nous remarquerons aussi, qu'outre l'aberration qui peut provenir de l'erreur commise dans la mesure de $\frac{dP'}{dP}$, il peut

peut encore y avoir une autre ſource d'erreur, provenante de ce que le rapport $\frac{dP'}{dP}$ n'eſt pas vraiſemblablement le même pour les rayons de toutes les couleurs; c'eſt ce que nous avons déjà remarqué dans le IIIme Volume de nos Opuſcules, *art. 781 & ſuiv.* Un habile Géomètre, qui depuis a fait cette même remarque, l'a confirmée par des expériences. Cette cauſe d'erreur mérite d'autant plus qu'on y faſſe attention, qu'elle ſubſiſtera toujours quand même on auroit pris avec la préciſion la plus grande la valeur de $\frac{dP'}{dP}$ pour les rayons moyens; & par conſéquent, comme nous l'avons remarqué dans l'endroit cité, il ſera impoſſible d'empêcher abſolument qu'il n'y ait dans l'objectif quelque aberration de réfrangibilité.

(13.) Cependant, quoique nous ſoyons perſuadés, par les raiſons que nous avons dites dans l'Ouvrage cité, que le rapport $\frac{dP'}{dP}$ n'eſt pas le même pour tous les rayons, nous ne croyons pas qu'il doive réſulter de cette différence une aberration ſenſible, ſi les matières qui compoſent l'objectif ſont bien choiſies & les ſurfaces bien taillées. Voici ce qui nous porte à penſer ainſi: la lunette conſtruite dernièrement en Angleterre avec un objectif à trois lentilles, quoique formée de deux matières ſeulement, eſt, à ce qu'on aſſure, abſolument exempte de couleurs; ce qui ne devroit pas être ſi la différence du rapport $\frac{dP'}{dP}$ pour les différentes couleurs étoit tant ſoit peu conſidérable.

Au reſte, la valeur moyenne du rapport $\frac{dP'}{dP}$ aſſignée par le Géomètre dont nous parlons, d'après ſes propres expériences, pour le *flint-glaſſ* & le verre commun, eſt $= 1,47$, c'eſt-à-dire plus petite que $\frac{3}{2}$; tandis que ſuivant d'autres expériences, faites par d'autres Obſervateurs, ce rapport paroît au contraire

plus grand & aller jusqu'à $\frac{32}{20}$: ainsi en supposant les observations faites de part & d'autre avec le plus grand soin, il s'ensuivroit que la diffusion pourroit différer assez considérablement dans les différentes espèces de *flint-glass*; & par la même raison, il pourroit se faire aussi qu'une espèce de *flint-glass* donnât plus d'inégalité qu'une autre entre le rapport de dP' à dP pour les différentes couleurs : c'est un objet que je laisse aux Physiciens à examiner. En ce cas, il faudroit préférer pour les objectifs celui qui donneroit le moins d'inégalité entre les rapports de dP' à dP pour les différentes couleurs.

(14.) Quoi qu'il en soit, nous donnerons plus bas les moyens de remédier à l'aberration qui peut provenir de cette variabilité de valeur dans le rapport de dP' à dP; nous ferons de plus voir ailleurs qu'il est comme impossible de pouvoir diminuer l'aberration de réfrangibilité jusqu'au point de la rendre plus petite que l'aberration de sphéricité d'un télescope de même longueur.

§. IV.

De l'aberration de réfrangibilité qui peut résulter des erreurs commises, tant dans la valeur des rayons des surfaces, que dans la mesure du rapport de la différence des sinus.

(1.) Je suppose, pour ne point trop embrasser d'objets à la fois, que les quantités P & P' aient été exactement mesurées; je reviendrai dans la suite sur l'effet des erreurs qu'on peut y commettre; je suppose ensuite que dk soit la quantité dont on s'est trompé dans la mesure de k, en sorte que k doive être réellement $k + dk$, au lieu de k; je suppose enfin qu'après avoir pris une distance focale R à volonté, & supposé les quantités P, P', k, telles que l'observation les donne, on ait trouvé les valeurs que doivent avoir les rayons r, ρ, r', ρ', valeurs que j'appelle $mR, \mu R, m'R, \mu' R$; & qu'en construisant les lentilles qui doivent former l'objectif, on ait donné

par erreur aux rayons les valeurs $mR + \alpha R$, $\mu R + \beta R$, $m'R + \gamma R$, $\mu' R + \delta R$: cela posé,

(2.) On aura (*Mém. 1764, §. XX*) $(P - 1)(\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho}) = (P - 1)(\frac{n}{\lambda} + \frac{\beta'}{\lambda})$; $(P' - 1)(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r'}) = -(P' - 1)(\frac{k}{\lambda} + \frac{k\nu}{\lambda})$; $(P - 1)(\frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'}) = (P - 1)(\frac{1 - n}{\lambda} + \frac{\sigma - \beta'}{\lambda})$; donc $(P - 1)(\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'}) + (P' - 1)(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r'}) = (P - 1)(\frac{1}{\lambda} + \frac{\sigma}{\lambda}) + (P' - 1)(-\frac{k}{\lambda} - \frac{k\nu}{\lambda}) = \frac{1}{R} + \frac{(P - 1)\sigma - (P' - 1)k\nu}{0{,}15\, R}$; d'où il est aisé de voir que la distance focale R deviendra à très-peu près $R\left(1 - \frac{(P - 1)\sigma - (P' - 1)k\nu}{0{,}15}\right)$

(3.) A l'égard de l'aberration, elle sera $dP(\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'}) + dP'(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r'}) = dP(\frac{1}{\lambda} + \frac{\sigma}{\lambda}) + \frac{dP}{k + dk} \times (-\frac{k}{\lambda} - \frac{k\nu}{\lambda}) = \frac{\sigma dP}{\lambda} - \frac{\nu dP}{\lambda} + \frac{dk\, dP}{k\lambda} = \frac{dP}{0{,}15\, R} \times (\sigma - \nu + \frac{dk}{k})$.

(4.) Donc mettant pour k sa valeur $\frac{2}{3}$, & pour σ & ν leurs valeurs trouvées dans les Mémoires de 1764 (*§. XX, art. 6*), & supposant $\frac{dk}{k} = \nu'$, on aura l'altération causée dans la valeur de $R =$ à très-peu près $- \frac{0{,}55}{0{,}0225} \times [\delta(m + k - 1)^2 - \alpha mm] + \frac{0{,}05}{0{,}0225} [\beta(m - n)^2 - \gamma(m - n + k)^2]$;

& l'altération causée dans l'aberration $= \frac{dP}{0{,}0225\,R}$. $[\delta(m + k - 1)^2 - \alpha mm - 3\beta \frac{(m-n)^2}{2} + 3\gamma \frac{(m-n+k)^2}{2} + \nu' \times 0{,}15]$.

(5.) L'aberration d'une lentille bi-convexe & isocèle de verre commun est proportionnelle à $\frac{dP}{0{,}55\,R}$; on pourra donc comparer aisément à cette aberration l'altération trouvée, & déterminer l'effet qui en résulte.

(6.) Il est bon de remarquer en passant, que la quantité $k\nu$ est très-différente de la quantité $k\nu'$; la première vient de l'erreur qu'on suppose avoir commise dans la valeur qu'on a donnée aux rayons ρ, r', c'est-à-dire que $\frac{k\nu}{\lambda}$ est la différence qui se trouve entre la valeur de $\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r'}$ qui résulte de la construction des lentilles, & la valeur de $\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r'}$ qui résulte du calcul, laquelle est rigoureusement $- \frac{k}{\lambda} = - \frac{2}{3\lambda}$, en supposant $k = \frac{2}{3}$; à l'égard de la quantité $k\nu'$, elle représente l'erreur qui a été commise dans la valeur de k, en sorte qu'on auroit dû supposer, pour avoir un objectif absolument achromatique, non pas $k = \frac{2}{3}$, mais $k = \frac{2}{3}(1 + \nu')$.

(7.) Et si l'erreur $\frac{k\nu}{\lambda}$ commise dans la valeur donnée à $\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r'}$ par la construction, se trouve telle que ν soit $= \nu'$, ce qui ne peut arriver que par hasard, l'aberration *(art. 3)* se réduira à $\frac{\sigma\, dP_1}{0{,}55\,R}$.

§. V.

Moyens de remédier à l'aberration causée par l'erreur commise dans le rapport de la différence des sinus.

(1.) Il faut distinguer ici deux cas, celui où l'erreur commise dans la valeur de k' est en moins, c'est-à-dire où la valeur réelle & rigoureuse de k' est $k' + dk'$; & celui où l'erreur est en plus, c'est-à-dire où la vraie valeur de k' est $= k' - dk'$. Il est clair, par l'*art. 1 du paragraphe précédent*, que dans le premier cas, la formule d'aberration $- \frac{dk'\,dP}{k'R\left(\omega - \frac{\omega'}{k'}\right)}$ est négative, & positive dans le second : cela posé,

(2.) Il est aisé de voir, par les formules du *§. VI, art. 1 Mém. de 1764*, que si on suppose δ infinie, $\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon''$ les épaisseurs des lentilles, e, e', &c. leurs distances, on aura pour l'aberration en longueur, causée par ces petites quantités,

$$\frac{\varepsilon(1-m)^2}{mrr} + \frac{\varepsilon'}{m'}\left[\frac{1-m'}{r'} + m'\left(\frac{P-1}{p}\right)\right]^2 + \frac{\varepsilon'}{m''}\left[\frac{1-m''}{r''} + m''\left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{\lambda'}\right)\right]^2 + e\left(\frac{P-1}{p}\right)^2 + e'\left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{\lambda'}\right)^2, \text{ \&c.}$$

(3.) Cette quantité est évidemment toujours positive, puisque $\varepsilon, \varepsilon'$, &c. sont toujours des quantités positives, & que les quantités qui les multiplient sont des carrés ; mais quelques-unes de ces quantités pourront devenir négatives, si on en prend la différence en ne regardant que P & P' comme variables.

(4.) Connoissant donc le coëfficient de dP dans l'aberration $- \frac{dk'\,dP}{k'R\left(\omega - \frac{\omega'}{k'}\right)}$ qui peut se réduire aisément (*§. III, art. 1*) à $- \frac{dk'\,dP}{k'\lambda}$, & différentiant la quantité trouvée dans l'*art. 2* précédent, on aura $(A\varepsilon + B\varepsilon' + C\varepsilon'' + De$

$+ Fe') \frac{dP}{\lambda} - \frac{dk'dP}{k'\lambda}$ pour la petite aberration qui peut provenir tant de l'erreur dk' que des quantités $\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon'', e, e'$, &c.

(5.) Donc si on peut rendre ces quantités ε, ε', &c, e, e', &c. telles que la petite aberration trouvée dans l'article précédent soit $= 0$, on aura remédié à l'inconvénient qui résulte de l'erreur dk'.

(6.) Comme les distances e, e' des lentilles sont absolument arbitraires & peuvent être changées à volonté, pourvu qu'elles restent toujours très-petites, au lieu que les épaisseurs ε, ε', ε'' sont assujetties, au moins le plus souvent, à la figure des lentilles & à l'ouverture qu'on leur donne, & que d'ailleurs on ne peut pas les changer quand une fois la lentille est construite; nous ferons abstraction pour le présent des épaisseurs ε, ε', ε'', &c. sur lesquelles nous reviendrons dans la suite pour en considérer plus particulièrement l'effet; & nous n'aurons d'égard ici qu'aux distances e, e' des lentilles, & à l'usage qu'on en peut faire pour anéantir ou pour diminuer considérablement l'aberration produite par l'erreur dk'.

(7.) Donc il suffira de supposer $(De + Fe') \frac{dP}{\lambda} - \frac{dk'dP}{k'\lambda} = 0$, c'est-à-dire $2e \frac{(P-1)}{pp} + 2e' \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{\lambda}\right)\left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{\lambda'}\right) = \frac{dk'}{k'\lambda}$.

(8.) Or en supposant $\frac{1}{p} = + \frac{1}{\lambda} \times 0{,}7114$, on aura (*Mém. de 1764, §. X, art. 7*), $\frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{p} - \frac{1}{r'} = -\frac{0{,}6666}{\lambda}$; $\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{\lambda'} = \frac{0{,}55 \times 0{,}7114}{\lambda} - \frac{0{,}6 \times 0{,}6666}{\lambda} = -\frac{0{,}00869}{\lambda}$; $\frac{P-1}{p} = +\frac{0{,}39127}{\lambda}$; $\frac{1}{p} - \frac{1}{\lambda} = -0{,}2886$; $\frac{P-1}{pp} = +0{,}27835$; & $\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{\lambda}\right)\left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{\lambda'}\right)$

$= + \frac{0,00025}{\lambda^2}$; donc on aura $2e \times 0,27835 + 2e' \times 0,00025 = \frac{dk' . \lambda}{k'} = 0,15 R \times \frac{dk'}{k'}$.

(9.) Donc si dk' est positif, comme on le suppose ici; e, e' seront l'une & l'autre positives, comme elles le doivent être; donc on pourra supposer à e, e' des valeurs propres à corriger entièrement l'aberration résultante de l'erreur dk': or comme le coëfficient de e dans l'équation précédente est plus grand que celui de e', il est aisé d'en conclure que $e + e'$ sera d'autant plus petit que e' sera plus petit, & qu'ainsi pour que la somme $e + e'$ des distances des lentilles soit la plus petite qu'il est possible, il faut faire $e' = 0$.

(10.) Donc on aura $2e \times 0,27835 = \frac{dk'}{k'} \times 0,15 R$. Soit, par exemple, $\frac{dk'}{k'} = \frac{1}{15}$, on aura $e =$ à très-peu près $\frac{R}{55}$; c'est-à-dire que si le rapport de dP' à dP, au lieu d'être $\frac{3}{2}$, étoit $\frac{32}{20}$ *(§. II, art. 15)*, il n'y auroit simplement qu'à écarter la deuxième lentille de la première d'une distance $= \frac{R}{55}$ (dans le premier des deux objectifs du §. *X des Mém. de 1764*), pour remédier à l'aberration qui proviendroit de la supposition de $\frac{dP'}{dP} = \frac{3}{2}$.

(11.) Si on suppose $\frac{1}{p} = + \frac{0,2696}{\lambda}$ *(Mém. de 1764, §. X, art. 8)*, on aura $\frac{P-1}{p} = + \frac{0,14828}{\lambda}$; $\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{\lambda'} = - \frac{0,25168}{\lambda}$; $\frac{P-1}{p^2} = + 0,03998$, & $\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{\lambda}\right)\left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{\lambda'}\right) = + 0,18383$. Donc $2e \times 0,03998 + 2e' \times 0,18383 = \frac{dk' . \lambda}{k'}$.

(12.) Comme le coëfficient de e est plus petit dans cette équation que le coëfficient de e', il est aisé de voir que $e + e'$ sera d'autant plus petit que e sera plus petit, & qu'ainsi pour avoir $e + e'$ le plus petit qu'il est possible, il faut prendre $e = 0$, & $e' = \frac{dk' \times \lambda}{2k' \times 0,18} = \frac{R \times 15 dk'}{2 \cdot 18 k'}$.

(13.) Donc si $\frac{dk'}{k'} = \frac{1}{15}$; on aura $e' = \frac{R}{36}$ à très-peu près, c'est-à-dire que dans le second des objectifs du §. *X des Mém. de 1764*, il faudra écarter la troisième lentille de la seconde d'une quantité $= \frac{R}{36}$ pour remédier à l'aberration produite par l'erreur $\frac{1}{15}$ qu'on a commise, par l'hypothèse, dans la valeur de k'.

(14.) Donc en général pour anéantir l'aberration en longueur, dans le cas où la valeur de dk' est positive, il suffit d'écarter tant soit peu la seconde lentille de la première dans le premier de nos objectifs à trois lentilles, en laissant la seconde & la troisième appliquées l'une contre l'autre; ou la troisième de la seconde dans le second de ces objectifs, en laissant la première & la seconde immédiatement contiguës.

(15.) Mais si, après avoir détruit l'aberration de réfrangibilité en longueur par l'écartement de deux des lentilles, on veut détruire encore l'aberration de réfrangibilité en largeur, ce qui rendra l'objectif encore plus parfait; en ce cas, on considèrera que l'aberration en longueur étant supposée détruite par l'équation $De + Fe' - \frac{dk' \cdot \lambda}{k'} = 0$, il ne reste plus qu'à supposer égales à zéro, dans l'aberration en largeur, les différentielles des termes qui contiennent e & e'.

(16.) Ainsi pour anéantir l'aberration en largeur, il faut faire la différence de $e\left(\frac{p-1}{p}\right) + e'\left(\frac{p-1}{p} + \frac{p'-1}{\lambda'}\right) = 0$,

c'est-

c'est-à-dire $\frac{e}{p} + e' (\frac{1}{p} - \frac{1}{\lambda}) = 0$, ou en supposant $\frac{1}{p} = 0{,}7114$ (*Mém. 1764, §. X*), $e \times 0{,}7114 - e', 0{,}2886 = 0$.

(17.) Donc en combinant les deux équations des *articles 7 & 16*, on aura $2e \frac{(P-1)}{pp} - 2e \frac{(P-1)}{p} (\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{\lambda'}) = \frac{dk'}{k'\lambda}$.

(18.) Puisque (*art. 16*) e' est à peu près $= e \times \frac{70}{28} = \frac{5e}{2}$, donc (*art. 8*) on aura $2e(0{,}27835 + 0{,}00062) = \frac{0{,}15 R . dk'}{k'}$; ce qui donne pour e à peu-près la même valeur que dans le cas de l'*article 10*, où l'on a supposé $e' = 0$, en sorte que si $\frac{dk'}{k'} = \frac{1}{15}$, on aura $e =$ à très-peu près $\frac{R}{55}$ & $e' = \frac{R}{22}$.

(19.) Par la même raison, dans le cas de $\frac{1}{p} = + 0{,}2696$, on aura $e \times 0{,}2696 - e' \times 0{,}7304 = 0$, ou $e' =$ à très-peu près $\frac{27e}{73} =$ à peu près $\frac{3e}{8}$; donc on aura à très-peu près $2e \times (0{,}32000 + 0{,}55149) = \frac{8dk'}{k'} \times 0{,}15 R$. Donc si $\frac{dk'}{k'} = \frac{1}{15}$, on aura $e = \frac{R \times 8}{2 . 87} =$ à très-peu près $\frac{R}{22}$, & $e' = \frac{3R}{22 . 8} =$ à peu-près $\frac{R}{59}$.

(20.) Donc en général, si la quantité dk' est positive, c'est-à-dire si l'erreur commise dans le rapport $\frac{dP'}{dP}$ donne une valeur plus petite que la vraie, on pourra, par le simple

écartement des lentilles, remédier à l'aberration de réfrangibilité qui résulte de cette erreur.

(21.) Lorsque dk' est négatif, alors il est impossible de corriger l'aberration par le moyen des distances e, e', &c. puisque la quantité $(De + Fe' - \frac{dk'}{k})$ est alors positive dans tous les termes.

(22.) Il faut donc, lorsque dk' est négatif, chercher un autre moyen de remédier à l'aberration qui en résulte. Pour cela on considèrera que si dk' est négatif, c'est-à-dire (§. *II, art.* 15) si μ est négatif, ν' ou $\frac{dk}{k}$ sera positif; donc, dans le §. *IV, art.* 4, faisant l'aberration $= 0$, & supposant pour abréger $\mathcal{C} = 0$, $\gamma = 0$, $\sigma = 0$, on aura $\frac{\alpha mm}{0,15} = \nu'$; d'où il est clair que α sera positif; c'est-à-dire qu'il n'y aura qu'à augmenter le rayon MR de la première surface d'une petite quantité $= \alpha R$, ou, ce qui revient au même, diminuer un peu la courbure de cette surface, sans faire d'ailleurs aucun autre changement à l'objectif, pour remédier à l'aberration qui résulte de l'erreur dk.

(23.) Soit $\frac{dk'}{k'} = -\frac{1}{15}$, & par conséquent (§. *II, art.* 15) $\frac{dk}{k} = \frac{1}{16}$; on aura, à cause de $mm = \frac{1}{16}$, à très-peu près (puisque m est $=$ à peu-près 0,25) $\alpha R = 0,15\ R$; ce qui donneroit une correction ou diminution assez forte à la courbure du premier rayon.

(24.) Au reste, l'aberration de sphéricité qui résultera de cette correction, sera très-peu considérable; car puisque $\frac{\alpha mm}{0,15} = \nu'$, & que α' & σ (*Mém. de 1764*, §. *XX, art.* 6) sont égaux à $-\frac{\alpha mm}{0,15}$, il s'ensuit que si $\nu = \frac{1}{16}$, l'aberration longitudinale sera (*Mém. 1764*, §. *XX, art.* 1)

$= (0,0027 + 0,0533) \times - \frac{1}{16} = - \frac{0,0560}{16}$
$= - 0,0035$, beaucoup plus petite que celle d'une lentille bi-convexe iſocèle; & l'aberration latitudinale $= - \frac{0,0056}{16}$
$= - 0,0003$, c'eſt-à-dire preſque inſenſible; & dans l'autre objectif, dans celui de l'*art. 2*, §. *XX, Mem. 1764*, les abérrations ſeroient encore plus petites.

(25.) Dans le cas où l'erreur ſeroit en moins, ſi on vouloit en corriger l'effet par la correction faite à la courbure de la première ſurface, il faudroit faire une opération contraire à celle de l'*art. 22;* c'eſt-à-dire que ſi on laiſſoit les lentilles appliquées l'une contre l'autre, il faudroit augmenter la courbure de la première des ſurfaces; ce qui eſt beaucoup moins aiſé à faire que de la diminuer.

(26.) Ainſi l'on voit que les deux cas d'une erreur en moins ou d'une erreur en plus, fourniſſent chacun une manière particulière de corriger cette erreur, qui ne réuſſiroit pas auſſi-bien dans le cas oppoſé; le premier moyen conſiſte dans le ſimple écartement des lentilles lorſque l'erreur eſt en moins; le ſecond conſiſte à diminuer la courbure de la première ſurface lorſque l'erreur eſt en plus.

(27.) Cependant il eſt viſible que le moyen de corriger l'erreur, quand elle eſt en moins, ſe réduiſant à un ſimple écartement des lentilles, eſt beaucoup plus facile, plus court & plus ſûr que le moyen de corriger l'erreur quand elle eſt en plus, lequel exige qu'on retravaille un peu la ſurface d'une des lentilles, ou qu'on ait une autre lentille un peu moins convexe par-devant à y ſubſtituer. Nous croyons donc qu'en général, lorſqu'on meſure le rapport de diffuſion, il faut tâcher que l'erreur, s'il y en a, ſoit plutôt en moins qu'en plus; ainſi dans les calculs qu'on fera pour déterminer les rayons des ſurfaces, il vaudra mieux ſuppoſer le rapport de diffuſion un peu au-deſſous de celui que l'expérience a donné, que de le prendre au-deſſus.

(28.) Il y a encore un autre avantage à ce que l'erreur, si elle a lieu, soit plutôt en moins qu'en plus; c'est qu'on peut la corriger par le moyen de l'oculaire convexe adapté à ces sortes d'objectifs: car il se trouve, par une circonstance heureuse, que l'aberration de cet oculaire est alors en sens contraire de l'aberration de l'objectif; d'où il est aisé de voir qu'on peut trouver facilement un oculaire dont l'aberration détruise, au moins presqu'entièrement, celle qui peut rester dans l'objectif: mais c'est un point que nous traiterons plus bas en détail dans un article particulier.

(29.) Il nous reste à parler des moyens de corriger l'aberration qui provient de la différente valeur de $\frac{dP'}{dP}$ pour les rayons de différentes couleurs. L'habile Géomètre, dont j'ai déjà fait mention §. *III, art. 11*, propose d'employer pour cet effet trois matières différentes dans la construction de l'objectif, de l'eau, du verre commun & du cristal d'Angleterre; il est clair en effet, que par ce moyen on pourra avoir deux équations différentes $\frac{1}{\lambda} + \frac{k}{\lambda'} + \frac{k'}{\lambda''} = 0$, $\frac{1}{\lambda} + \frac{k+\omega}{\lambda'} + \frac{k'+\omega'}{\lambda''} = 0$, $k+\omega$, & k étant, ainsi que $k'+\omega'$ & k', les valeurs différentes de $\frac{dP'}{dP}$ & de $\frac{dP''}{dP}$ dans les trois matières, pour différentes couleurs.

(30.) Sur quoi je remarquerai 1.° que s'il n'y a que quatre rayons r, ρ, r', ρ' à déterminer, comme on a une nouvelle équation $\frac{\omega}{\lambda'} + \frac{\omega'}{\lambda''} = 0$, on aura plus d'équations que d'inconnues, & qu'ainsi un tel objectif pourroit être sujet à une aberration considérable de sphéricité, du moins pour les objets placés hors de l'axe: 2.° que pour remédier à cet inconvénient, il n'y a d'autre moyen que de supposer au moins cinq inconnues, en sorte que deux au moins des trois lentilles ne soient pas appliquées immédiatement l'une contre l'autre; ce qui augmentera beaucoup le travail de l'Artiste,

puiſqu'il aura une ſurface de plus à tailler, indépendamment de deux obſervations de plus que la troiſième matière exigera pour déterminer P'' & $\frac{dP''}{dP}$: 3.° que ſi on conſent, malgré ces conſidérations, à employer trois matières, il faut éviter de choiſir l'eau pour une d'entr'elles, & en général de prendre une matière fluide; d'abord, parce que ces matières ſont ſujettes à ſe troubler, à ſe ſalir & à ſe remplir de bulles d'air qui nuiront à la bonté de l'objectif; & en ſecond lieu, parce qu'une lentille ſuppoſée de matière fluide demande qu'on taille deux ſurfaces de plus que ſi la matière étoit ſolide * : 4.° enfin nous avons déjà remarqué ci-deſſus, d'après la dernière lunette achromatique conſtruite en Angleterre, que l'objectif de cette lunette, quoique compoſé de deux matières ſeulement, eſt ſenſiblement exempt de toutes couleurs; ce qui paroît prouver qu'on peut, avec deux matières ſeulement, réuſſir à rendre inſenſible l'aberration dont il s'agit. Nous verrons plus bas par quel moyen on peut y parvenir.

§. VI.

Des erreurs commiſes dans le rapport des ſinus, des effets qui en réſultent & des moyens d'y remédier.

(1.) Venons maintenant aux erreurs qu'on peut commettre dans la meſure des quantités P & P'; l'effet de ces erreurs eſt bien mois à craindre que celui des erreurs qu'on peut commettre dans la meſure de k, pour deux raiſons; 1.° parce que ces erreurs doivent être beaucoup moindres; 2.° parce que leur effet influe peu ſur l'aberration & ſe réduit principalement à altérer la diſtance du foyer, en ſorte que la lunette en deviendra un peu plus ou moins longue. Entrons là-deſſus dans quelque détail.

(2.) En premier lieu, puiſque $\omega = P - 1 = \frac{\rho}{2R}$ pour une lentille bi-convexe iſocèle (§. *II, art. 3*), ſoit $d\rho$

* Voyez le IIIe Volume de mes Opuſcules, *article 60.*

l'erreur commise dans la valeur de ρ, & dR l'erreur commise dans la mesure de R; on aura $\partial P = \frac{d\rho}{2R} - \frac{\rho dR}{2RR}$, & $\frac{\partial P}{P} = \frac{1}{P} \times \frac{Rd\rho - \rho dR}{2RR}$. Soit $P = 1,55$ ou plus simplement $\frac{3}{2}$; $R = 25$ pieds, ainsi que ρ; $d\rho = 0$; $dR = 3$ lignes; on aura $\frac{\partial P}{P} =$ à très-peu près $\frac{3^{\text{lignes}}}{3 \cdot 25^{\text{pieds}}} = \frac{1}{300 \cdot 12}$; ce qui est comme infiniment au-dessous de $\frac{1}{14}$, qu'on a trouvé ci-dessus (§. *II, art. 8*) pour la valeur de $\frac{d\alpha}{\alpha}$ dans la même hypothèse d'une erreur de 3 lignes; & si on faisoit $d\rho = 1$ pouce en plus ou en moins, l'erreur seroit $\frac{1}{300 \cdot 12} + \frac{1}{25 \cdot 3 \cdot 12} = \frac{1}{720}$, ce qui est encore fort au-dessous de $\frac{1}{14}$.

(3.) On voit donc d'abord que les erreurs commises dans la mesure des quantités qui servent à déterminer ω, ont un effet beaucoup moins sensible, toutes choses d'ailleurs égales, que les erreurs commises dans la mesure des quantités qui servent à déterminer k, & qu'ainsi en général l'erreur $\frac{\partial P}{P}$ sera beaucoup moindre que l'erreur $\frac{dk}{k}$.

(4.) Il est aussi très-aisé de voir que si ∂P est l'erreur commise dans P & $\partial P'$ dans P', en sorte que P soit réellement $= P + \partial P$, & $P' = P' + \partial P'$, on aura pour l'erreur qui en résulte dans la distance $\frac{1}{R}$, $\frac{\partial P}{\lambda} - \frac{k\partial P'}{\lambda} = \frac{\partial P - k\partial P'}{0,15\, R}$, en sorte que R deviendra, par l'effet de cette erreur, égale à $R\left(1 - \frac{dP - kdP'}{0,15}\right)$; à l'égard de l'aberration, elle ne souffrira point d'altération par cette erreur, parce que l'erreur de l'aberration dépend uniquement de celle

qu'on commet dans la meſure de $\frac{dP}{dP'}$, & par conſéquent dans celle des quantités dP & dP', qui ſont très-différentes de ∂P & de $\partial P'$; car les premières ſont les différences du rapport des ſinus des rayons rouges & violets au rapport des ſinus des rayons verts ou moyens; & les ſecondes ſont les erreurs qu'on a commiſes dans la meſure du rapport de réfraction des rayons moyens.

(5.) Il réſulte de tout ce que nous avons dit dans cet article, que pour remédier à l'effet qui peut provenir de l'erreur commiſe dans la meſure de ∂P & dans celle de $\partial P'$, il ſuffit ſimplement d'augmenter ou de diminuer tant ſoit peu la longueur de la lunette, c'eſt-à-dire d'éloigner ou de rapprocher l'oculaire de l'objectif. Nous donnerons dans une autre occaſion des formules ſimples & utiles pour déterminer exactement par le calcul l'effet des erreurs ∂P, $\partial P'$; & nous appliquerons de plus ces formules à des objets différens de celui qui fait le ſujet de cet article.

§. VII.

Des inconvéniens qui réſultent de la trop grande ou trop petite ſphéricité des ſurfaces, & des erreurs commiſes dans leur courbure; & des moyens d'y remédier.

(1.) Nous avons vu, dans le premier Mémoire, que l'inconvénient qui peut réſulter de la trop grande ou trop petite ſphéricité des ſurfaces, n'eſt point à craindre dans un objectif composé de deux lentilles de verre commun, qui en renferment un de criſtal d'Angleterre, parce que les ſurfaces des lentilles ne ſont ni trop ni trop peu courbes dans cet objectif; mais ſi on employoit d'autres matières, & qu'en faiſant dans l'objectif toutes les aberrations $= 0$, on trouvât des ſurfaces d'une courbure trop grande ou trop petite, voici pour lors ce qu'il faudroit tenter.

(2.) On conſidèrera que l'objectif pourroit reſter excellent,

quand même l'aberration de ſphéricité ne ſeroit pas exactement nulle, pourvu qu'elle ne fût pas plus grande que celle d'une lentille bi-convexe iſocèle de verre commun & de même foyer. Soit donc $\frac{\varphi}{2\lambda^3}$ l'aberration de cette lentille en longueur, & $\frac{\mu}{2\lambda^2}$ ſon aberration en largeur; on ſubſtituera dans la formule de l'*art. 8 du* §. *IX, Mém. 1764*, $M \mp \mu$ au lieu de M, & $F' \mp \varphi$ au lieu de F', ce qui donnera les valeurs de $\frac{1}{p}$ & de $\frac{1}{r}$ propres aux cas où l'aberration en longueur & en largeur ne paſſe pas les limites preſcrites; de ſorte qu'en prenant, comme dans l'*article 12*, §. *XI*, *Mém. 1764*, $\frac{\alpha}{2pp} + \frac{\beta}{2p\lambda} + \frac{\gamma}{2\lambda\lambda} = 0$ pour l'équation de l'aberration, lorſque μ & φ ſont égaux à zéro, on aura pour l'équation générale de la même aberration $\frac{\alpha}{2pp} + \frac{\beta + n\mu}{2p\lambda} + \frac{\gamma + \vartheta\mu^2 + \sigma\mu + \rho\varphi}{2\lambda\lambda} = 0$; n, ϑ, σ, ρ étant des coëfficiens connus & dépendans des quantités A', B', C', L', M', G'.

(3.) Cela fait, on cherchera les valeurs de $\frac{1}{p}$ & celles des rayons de courbure qui en réſultent, en ſuppoſant μ & φ ſucceſſivement poſitifs & négatifs, & on en dreſſera des tables qui ſeront au nombre de quatre; par le moyen de ces tables & des valeurs des rayons qui répondent aux cas de $\mu = 0$ & $\varphi = 0$, on verra aiſément s'il eſt poſſible de donner aux ſurfaces des lentilles une courbure qui ne ſoit ni trop petite ni trop grande, en prenant μ & φ de tels ſignes qu'on voudra, & égales ou plus petites que les valeurs ſuppoſées; ſi ce moyen ne réuſſit pas, il faut alors renoncer abſolument à ſe ſervir d'un tel objectif.

(4.) A l'égard des erreurs qu'on peut commettre dans la conſtruction des ſurfaces, le remède à ces erreurs eſt le même que celui qui a été propoſé ci-deſſus pour les erreurs commiſes dans

dans la valeur de $\frac{dP'}{dP}$; ſavoir, ou d'écarter tant ſoit peu les lentilles les unes des autres, ou, ſi ce moyen ne réuſſit pas, de diminuer la courbure de la première ſurface : en effet, ſi l'aberration qui réſultera de l'erreur dont il s'agit, eſt ſuppoſée $= G\,dP$, & que G ſoit négatif, on y remédiera en écartant les lentilles ; ſi G eſt poſitif, on y remédiera *(§. IV, art. 4)* en rendant α plus grand, & par conſéquent en diminuant la courbure de la première ſurface.

§. VIII.

De l'aberration produite par l'épaiſſeur & la diſtance des lentilles, & des moyens d'y remédier.

(1.) Il eſt aiſé de voir par nos formules générales *(Mém. 1764, §. VI, art. 1 & 2)* que ſi $A\varepsilon + B\varepsilon' + C\varepsilon'' + De + Fe'$, &c. eſt la partie qui dépend de ε, ε', &c. dans la formule de l'aberration en largeur, $A^2\varepsilon + B^2\varepsilon' + C^2\varepsilon'' + D^2 e + F^2 e'$, &c. ſera la partie qui dépendra des mêmes quantités dans la formule de l'aberration en longueur, A, B, C, &c. étant des coëfficiens qui dépendent de r, ρ, &c. & de P, P', &c.

(2.) Or, pour anéantir l'aberration en largeur, il faudra faire la différence des coëfficiens $= 0$, en ne faiſant varier que P & P', & mettant pour dP' ſa valeur $k'\,dP$, ce qui donnera $a\varepsilon + b\varepsilon' + c\varepsilon'' + \delta e + fe'$, &c. $= 0$; & $2\,Aa\varepsilon + 2\,Bb\varepsilon' + 2\,Cc\varepsilon'' + 2\,D\delta e + 2\,Ffe'$, &c. $= 0$; d'où l'on tirera les valeurs de ε, ε', &c. ou plutôt leurs rapports.

(3.) Suppoſons, pour ſimplifier le calcul, que les ſommets des lentilles ſe touchent, c'eſt-à-dire que $e = 0$, $e' = 0$; il eſt évident qu'il doit reſter au moins trois indéterminées ε, ε', ε'', afin qu'il n'y ait pas plus d'inconnues que d'équations : cela poſé, on aura $a\varepsilon + b\varepsilon' + c\varepsilon'' = 0$, & $Aa\varepsilon + Bb\varepsilon' + Cc\varepsilon'' = 0$; d'où l'on tire $Ab\varepsilon' - Bb\varepsilon'$

$+ Ac\varepsilon'' - Cc\varepsilon'' = 0$; & par conséquent $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon''} = \frac{c(C-A)}{b(A-B)}$; on aura de même $Ca\varepsilon - Aa\varepsilon + Cb\varepsilon' - Bb\varepsilon' = 0$, & $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{a(A-C)}{b(C-B)}$.

(4.) Aucune des quantités ε, ε', ε'', &c. ne peut être négative; elles ne peuvent même être $= 0$, à moins que les deux surfaces ne soient concaves, ou à moins que la surface antérieure n'ait un rayon plus grand que celui de la surface postérieure si elles sont toutes deux convexes, ou plus petit si elles sont concaves. Par exemple, dans le premier de nos objectifs à trois lentilles, l'épaisseur ε' peut être $= 0$, ou du moins aussi petite que l'Artiste la pourra faire, parce que la lentille du milieu est bi-concave.

(5.) Si les valeurs ou quelqu'une des valeurs de ε, ε', ε'', qu'on trouve par ce calcul, sont négatives, alors il est impossible de déduire cette partie de l'aberration; on peut tout au plus la diminuer, en employant le moyen indiqué dans le *III.e Vol. de nos Opuscules, art. 730 & suiv. jusqu'à 738.* On peut encore, pour diminuer cette aberration, employer la considération suivante.

(6.) Dans une lentille bi-convexe isocèle, l'aberration longitudinale provenante de l'épaisseur est $\varepsilon d \frac{(1-m)^2}{r^2} = 2\varepsilon \frac{(1-m)\,dP}{PPr^2} =$ (en supposant, pour simplifier le calcul, $m = \frac{2}{3}$, $P = \frac{3}{2}$, $r = R = \frac{100\lambda}{15}$) $\frac{8\varepsilon \cdot 225\,dP}{27 \cdot 10000} = \frac{\varepsilon dP}{3 \cdot 50}$; & l'aberration en largeur $= \frac{\varepsilon dP}{PPr} = \frac{4\varepsilon \cdot 225\,dP}{9 \cdot 10000} = \frac{\varepsilon dP}{100}$; or il faut faire en sorte que l'aberration de l'objectif composé, produite par l'épaisseur des lentilles, tant en longueur qu'en largeur, ne soit pas plus grande que dans la lentille simple.

(7.) C'eſt pourquoi on ſuppoſera $a\varepsilon + b\varepsilon' + c\varepsilon'' = \pm \frac{\mu\eta}{100}$, & $Aa\varepsilon + Bb\varepsilon' + Cc\varepsilon' = \pm \frac{\nu\eta}{150}$, μ & ν étant des nombres égaux à l'unité ou plus petits, & η étant l'épaiſſeur d'une lentille bi-convexe iſocèle de verre commun & de même foyer; & par ce moyen on pourra, dans pluſieurs cas, déterminer les épaiſſeurs ε, ε', ε'', dont il y en aura toujours une à volonté. Pour trouver facilement les valeurs de ε, ε', ε'' dans les équations $a\varepsilon + b\varepsilon' + c\varepsilon'' = \pm \frac{\mu\eta}{100}$, & $Aa\varepsilon + Bb\varepsilon' + Cc\varepsilon'' = \pm \frac{\nu\eta}{150}$, il faudra d'abord ſuppoſer à η ſa valeur connue, & à ε la plus petite valeur qu'on puiſſe lui donner; enſuite on conſtruira, par le moyen des deux équations données, deux lieux à la ligne droite, dont ε', ε'' ſeront les indéterminées; les points d'interſection de ces deux lignes droites feront voir tout d'un coup très-facilement ſi ε', ε'' peuvent être telles qu'on l'exige, c'eſt-à-dire toutes deux poſitives & ni trop grandes ni trop petites. Cette méthode graphique me paroît la plus ſimple, d'autant qu'il n'eſt pas queſtion ici d'une exactitude rigoureuſe, & qu'une valeur approchée ſuffit.

(8.) Je terminerai ces recherches par la ſolution d'une queſtion qu'on m'a propoſée, & qui peut ſouvent être utile quoiqu'elle n'ait pas un rapport direct à l'objet de cet article; c'eſt de ſavoir quelle eſt la partie de l'épaiſſeur qu'on doit ajouter à la diſtance focale dans un objectif compoſé, pour meſurer les objets vus par un objectif garni d'un micromètre. Nous avons fait voir *(Mém. 1764, §. VI, art. 2 & 3)* que ſi α eſt la diſtance de l'objet à l'axe; δ la diſtance au ſommet de la lentille, rapportée à l'axe; R la diſtance focale, priſe depuis le ſommet de la ſurface poſtérieure de l'objectif; α' la diſtance de l'image à l'axe; ε, ε', ε'', &c. les épaiſſeurs des lentilles, e, e', &c. leurs diſtances, r, ρ; r', ρ' leurs rayons, en ſorte que $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\lambda}$, $\frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{\lambda'}$, &c.

on auroit, en regardant δ comme infinie, $\alpha' = \frac{\alpha R}{\delta}$ $\left[1 + \varepsilon\left(\frac{1-m}{r}\right) + \varepsilon'\left(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m' \times (P-1)}{\lambda}\right)\right.$ $+ \varepsilon''\left[\frac{1-m}{r'} + m''\left(\frac{P-1}{\lambda} + \frac{P'-1}{\lambda'}\right)\right.$, &c. $\left. + e\left(\frac{P-1}{\lambda}\right) + e'\left(\frac{P-1}{\lambda} + \frac{P'-1}{\lambda'}\right)\right]$, &c. De-là il eſt aiſé de voir, que faiſant abſtraction de l'aberration, l'image d'un objet ſeroit vue ſous le même angle que cet objet ſi l'œil étoit placé à une diſtance du foyer $= R(1 + \varphi)$, $1 + \varphi$ étant le coëfficient de $\frac{\alpha R}{\delta}$ dans le ſecond membre de l'équation précédente; car l'image étant $\frac{\alpha R}{\delta}(1 + \varphi)$ & la diſtance de l'œil $R(1 + \varphi)$, l'angle viſuel ſeroit $\frac{\alpha}{\delta}$, le même que celui ſous lequel l'objet ſeroit vu, à l'œil nu, placé à la diſtance δ.

(9.) S'il n'y a qu'un ſeul objectif de verre bi-convexe & iſocèle, on aura $m = \frac{2}{3}$, $R = r$ à très-peu près; donc $R(1 + \varphi) = R\left(1 + \varepsilon \times \frac{1}{3R}\right) = R + \frac{\varepsilon}{3}$; ce qui eſt conforme à ce qu'on ſavoit déjà pour ces ſeuls objectifs. Il eſt aiſé d'étendre notre formule au cas où δ ne ſeroit pas infinie, puiſqu'il ſuffit *(Mém. de 1764, §. VI)* d'ajouter au ſecond membre les termes $-\frac{\varepsilon m}{\delta} + \frac{\varepsilon' m'}{\delta}$ $+ \frac{\varepsilon'' m''}{\delta}$, &c. Il n'eſt pas moins facile d'appliquer notre formule à un objectif donné dont on connoîtra les dimenſions: un plus grand détail ne paroît pas néceſſaire.

(10.) Il eſt aiſé de voir que ſi, après avoir conſtruit l'objectif & donné aux lentilles les épaiſſeurs convenables pour produire le moins d'aberration qu'il eſt poſſible, il en reſte

encore quelque peu, on pourra facilement y remédier, soit en écartant les lentilles l'une de l'autre, soit en donnant moins de courbure à la première surface.

(11.) Nous remarquerons de plus, à cette occasion, que le moyen proposé *(art. 738 du III.e Vol. de nos Opuscules)* pour détruire l'aberration de sphéricité en largeur par le moyen de l'épaisseur des lentilles, n'est bon que pour les rayons qui tombent d'un côté de la lentille; car si on a $R\omega\omega + \alpha\eta P + \varepsilon Q = 0$, on aura, en faisant η négatif, $R\omega\omega - \alpha\eta P + \varepsilon Q = -2\alpha\eta P$: ainsi ce moyen de détruire l'aberration en largeur ne peut réussir qu'en partie, & ne doit être employé tout au plus que dans le cas où P est assez petit, c'est-à-dire pour d'assez grandes lunettes.

§. IX.

Du choix des oculaires qu'on doit adapter à l'objectif achromatique.

(1.) Nous avons déjà vu *(§. V, art. 27)* qu'il est avantageux que la quantité dk' soit positive, ou ce qui revient au même, que l'erreur commise dans la valeur de k' soit en moins, parce qu'on peut remédier à cet inconvénient, au moins en grande partie, par le seul écartement des lentilles; la supposition de dk' positif produit un autre avantage, c'est que l'aberration étant $-\frac{dk'dP}{k'\lambda}$, sera $= -\frac{dR}{RR}$; d'où l'on voit que dR sera $= \frac{dk'dP}{k'\lambda} \times RR$, & par conséquent positif, & qu'ainsi les rayons les plus réfrangibles auront leur foyer plus loin de la lentille composée, ce qui est le contraire de ce qui arrive dans les lentilles bi-convexes simples, & en général, dans toutes les lentilles simples qui ont une distance focale positive, c'est-à-dire du côté opposé à celui où se trouve l'objet.

(2.) Donc si on prend un oculaire dont la distance focale ρ soit positive, que ϖ soit le rapport des sinus d'incidence &

de réfraction en passant de l'air dans cette lentille, qu'enfin on suppose $\varpi - 1 = \sigma$, & qu'on adapte cet oculaire à l'objectif de manière que les foyers des rayons moyens coïncident, on aura une destruction parfaite de couleurs, si $\frac{dk'dP}{k'\lambda} \times RR$ est $= \frac{\rho\, d\varpi}{\sigma}$; donc $\rho = \frac{R^2 dk'}{k'\lambda} \times \sigma \times \frac{dP}{d\varpi}$.

(3.) Donc si on a, par exemple, $\frac{dk'}{k'} = \frac{1}{150}$, $\lambda = 0{,}15\,R$, & qu'on fasse $\varpi = P$, c'est-à-dire que l'oculaire soit de verre commun, on aura $\rho = \frac{R}{150} \times \frac{55}{15} = 0{,}0244\,R$; & si $\varpi = P'$, c'est-à-dire si l'oculaire est de cristal d'Angleterre, on aura $d\varpi = \frac{3\,dP}{2}$, $\sigma = 0{,}6$, & $\rho = \frac{R}{150} \times \frac{40}{15} = 0{,}0177\,R$.

(4.) En général, l'aberration $\frac{dk'dP \times R^2}{k'\lambda}$ étant donnée; l'oculaire sera d'un foyer d'autant plus court que $\frac{d\varpi}{\varpi - 1}$ sera plus grand, ou, en supposant $d\varpi = \nu\, dP$, que $\frac{\nu}{\varpi - 1}$ sera plus grand; & cet oculaire aura le double avantage & de donner plus d'augmentation à l'objet, & de rendre l'image plus distincte.

(5.) Par exemple, si on forme l'oculaire d'une matière telle que $d\varpi = 1{,}61$, & $\frac{d\varpi}{dP} = 3$ *, on aura $\frac{\nu}{\varpi - 1} =$ à très-peu près 5, & $\rho = \frac{R\,dk'}{k'} \times \frac{100}{75}$; en sorte que cet oculaire auroit un foyer qui seroit plus court que celui d'un oculaire de verre commun, en raison de $\frac{1}{5}$ à $\frac{55}{100}$, c'est-à-dire de 4 à 11.

(6.) Si dk' est négatif, alors au lieu d'un oculaire bi-convexe,

* Voyez Opuscules Mathématiques, *Tome III, page 404.*

il faudra en employer un bi-concave & d'ailleurs de la même matière; cet oculaire à la vérité aura l'inconvénient de donner moins de champ à la lunette; cependant il pourra être très-utile, sur-tout si la lunette n'est pas longue.

(7.) Un oculaire tel que nous le proposons, pourra servir aussi à rendre comme insensible l'aberration qui provient de la différente valeur de $\frac{dP'}{dP}$ pour les rayons de différentes couleurs; car soit, par exemple, $k' + \rho\, dP$ la valeur de $\frac{dP'}{dP}$ pour les différentes couleurs, l'aberration de l'objectif sera $\left(\frac{dP}{\lambda} + \frac{k'dP}{\lambda'} + \frac{\rho\, dP^2}{\lambda'}\right) RR$; & si on suppose un oculaire tel que la partie $\frac{dP}{\lambda} + \frac{k'dP}{\lambda'}$ soit détruite; il restera pour aberration $\rho\, dP^2$, qui est de même signe, soit que dP soit positif ou négatif, c'est-à-dire qui est de même signe pour les rayons rouges & les rayons violets; donc ces rayons seront également réfractés après leur passage par l'oculaire; donc ils entreront de la même manière dans l'œil; donc l'aberration qu'ils pourront produire formera au fond de l'œil deux très-petits cercles qui seront absolument coincidens, & qui renfermeront les autres cercles d'aberation que les rayons des autres couleurs pourront produire; donc *(III.e Volume de nos Opuscules, art 471)* l'effet de l'aberration sera insensible.

(8.) Et quelle que soit la loi générale de la valeur de $\frac{dP'}{dP}$, par exemple $k' + \rho\, dP + \gamma\, dP^2$, &c. le raisonnement de l'article précédent aura toujours lieu, pourvu que l'aberration restante dans l'oculaire soit telle que ses deux plus grandes valeurs soient ou égales & de même signe, ou égales & de différent signe; parce que dans ces deux cas les cercles d'aberration *(art. 471 de l'Ouvrage cité)* se couvriront exactement au fond de l'œil.

(9.) Or il est aisé de voir qu'on pourra toujours trouver

un oculaire qui produiſe cet effet; car ſi on a, par exemple, $\frac{dP'}{dP} = k' + \rho dP + \gamma dP^2$, & qu'on laiſſe ſubſiſter l'oculaire précédent, l'aberration reſtante ſera $(\rho dP^2 + \gamma dP^3) \times - \frac{R^2}{\lambda'}$ ſi dP eſt poſitif; & $(\rho dP^2 - \gamma dP^3) \times - \frac{R^2}{\lambda'}$ ſi dP eſt négatif; elle ſera donc tant ſoit peu plus grande ou plus petite dans le premier cas que dans le ſecond, ſelon que γ ſera de même ſigne que ρ ou de ſigne différent; donc ſi on ſuppoſe que $\rho' + d\rho'$ ſoit le rayon de l'oculaire, ρ' étant tel que $\frac{RR}{\lambda'} + \frac{k'R^2}{\lambda'} - \rho' = 0$, il faudra prendre $d\rho'$ telle que $- dP\,(\frac{\rho dP \cdot R^2}{\lambda'} + \frac{\gamma dP^2 \cdot R^2}{\lambda'} - d\rho')$ ſoit égal à $dP\,(- \frac{\rho dP \cdot R^2}{\lambda'} + \frac{\gamma dP^2 \cdot R^2}{\lambda'} - d\rho')$ & de même ſigne ou de ſigne différent. Or la première condition donne $- \frac{\gamma dP^2 \cdot R^2}{\lambda'} + d\rho' = + \frac{\gamma dP^2 \cdot R^2}{\lambda'} - d\rho'$, & par conſéquent 1.° $d\rho' = \frac{\gamma dP^2 \cdot R^2}{\lambda'}$, quantité qui ſera poſitive ou négative, ſelon que $\frac{\gamma}{\lambda'}$ ſera poſitif ou négatif; 2.° $- \frac{\rho dP \cdot R^2}{\lambda'}$ pour la valeur des deux aberrations reſtantes, égales & de même ſigne. La ſeconde condition donne, en changeant le ſigne d'une des deux quantités, & réduiſant, $\frac{\rho dP^2 \cdot R^2}{\lambda'} = 0$ ou $\rho = 0$, ce qui eſt contre l'hypothèſe; ainſi il ne faut prendre que l'équation tirée de la première condition; & comme on ſuppoſe que la valeur & le ſigne de γ ſont inconnus à l'Artiſte, il faudra pour déterminer l'oculaire qu'on cherche à avoir recours à un petit tâtonnement, en eſſayant ſucceſſivement quelques oculaires, les uns d'un foyer un peu plus long, les autres d'un foyer un peu plus court, & voir quel ſera celui qui conviendra le mieux à l'objectif

l'objectif proposé; il y a tout lieu de croire qu'on parviendra, par ce moyen, à former une lunette qui sera sensiblement exempte de couleurs.

§. X.

De la combinaison de deux oculaires avec l'objectif.

(1.) L'oculaire simple, que nous avons combiné dans le paragraphe précédent avec l'objectif achromatique, a cet avantage, qu'étant combiné avec cet objectif, l'aberration de réfrangibilité est détruite ou rendue insensible; mais l'aberration de sphéricité subsiste, & on ne peut la détruire qu'en employant deux oculaires de la même matière, suivant la théorie que nous allons donner.

(2.) Si on a deux lentilles de la même matière, placées très-près l'une de l'autre, on trouvera leur aberration de sphéricité par les formules des *Mém. de 1764*, §. *VIII, art. 1*; il suffira pour cela de remarquer 1.° que dans ces formules $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{r} - \frac{1}{\rho}$, & $\frac{1}{\lambda'}$ ou $-\frac{k}{\lambda} = \frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'}$; en sorte que si on fait $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{\Lambda}$, on aura $-\frac{k}{\lambda} = \frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{\lambda}$; 2.° que par conséquent dans ces formules il n'y aura qu'à substituer P à la place de P', m à la place de m', & $-\frac{1}{\Lambda} + \frac{1}{\lambda}$ à la place de $\frac{k}{\lambda}$, ce qui donnera, après les réductions, pour l'aberration en longueur,

$$\frac{\epsilon^2 (P-1)}{2}\Big[\frac{P+2}{Pr r\lambda} - \frac{1+2P}{r\lambda\lambda} + \frac{1}{\lambda^3}\left(\frac{2P^2-2}{P}\right) + \frac{1}{\Lambda\lambda^2} \times \frac{P+2}{P} + \frac{1}{\Lambda^2\lambda}(-1-2P) + \frac{P^2}{\Lambda^3} + \frac{2}{r'\Lambda\lambda} \times \frac{P+2}{P} + \frac{1}{r'\lambda^2}\left(\frac{2P^2-P-4}{P}\right) + \frac{1}{r\Lambda^2} \times (-1-2P) + \frac{1}{r'^2}\left(\frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{\lambda}\right)\left(\frac{P+2}{P}\right)\Big].$$

(3.) A l'égard de l'aberration en largeur, elle se trouvera

de même, après les réductions, égale à $\left(\frac{P-1}{2}\right)\left[\frac{P+1}{Pr\lambda}\right.$ $+\frac{P+1}{Pr'\Lambda}-\frac{P+1}{Pr'\lambda}-\frac{P+1}{P\lambda\lambda}+\frac{P+1}{P\lambda\Lambda}-\left.\frac{P}{\Lambda\Lambda}\right]$.

(4.) En faisant $\frac{1}{\Lambda}-\frac{1}{\lambda}=\frac{1}{l}$, on aura pour les deux aberrations, $\frac{\mathcal{C}^2(P-1)}{2}\left[\frac{P+2}{Prr\lambda}-\frac{1+2P}{r\lambda\lambda}\right.$ $+\frac{P^2}{\lambda^3}+\frac{(P-1)(3P-1-2m)}{l\lambda^2}-\frac{1+2P-3P^2}{\lambda l^2}$ $+\frac{P^2}{l^3}-\frac{4(P-m)}{r'\lambda l}-\frac{1+2P}{r'l^2}+\left.\frac{P+2}{Pr'^2l}\right]$; & $\frac{P-1}{2}\left[\frac{P+1}{Pr\lambda}+\frac{P+1}{Pr'l}-\frac{P}{\lambda^2}-\frac{P}{l^2}\right.$ $-\left.\frac{2P-1-m}{\lambda l}\right]$.

(5.) Si on fait l'aberration en largeur $=0$, on aura une valeur de $\frac{1}{r'}$ de cette forme $-\frac{l}{r\lambda}+\frac{Bl}{\lambda^2}+\frac{B}{l}+\frac{D}{\lambda}$, laquelle étant substituée dans l'aberration en longueur, la changera en une quantité de cette forme $\frac{A'}{rr\lambda}+\frac{B'}{r\lambda\lambda}+\frac{C'}{\lambda^3}$ $+\frac{D'}{l\lambda^2}+\frac{E'}{\lambda l^2}+\frac{F'}{l^3}+\frac{G'}{r\lambda l}+\frac{H'l}{rr\lambda\lambda}$ $+\frac{M'l}{r\lambda^3}+\frac{N'l}{\lambda^4}$; & multipliant cette quantité par λ^3 & la faisant $=0$, on aura une équation du second degré dont $\frac{1}{r}$ sera l'inconnue, & dont le dernier terme sera $C'+\frac{D'\lambda}{l}+\frac{E'\lambda^2}{l^2}+\frac{F'\lambda^3}{l^3}+\frac{N'l}{\lambda}$; faisons ce terme $=\omega$, le coëfficient de $\frac{1}{rr}$, savoir $A'\lambda\lambda+H'l\lambda=\mu$, & celui de $\frac{1}{r}$ ou $B'\lambda+\frac{G'\lambda^2}{l}+M'l=\nu$: il faut, pour que la valeur de $\frac{1}{r}$ soit réelle, que $4\omega\mu$ soit $<$ ou $=\nu\nu$; supposant donc $\lambda=lx$, on aura pour condition

$$4\,(A'xx + H'x)\,(C' + D'x + E'x^2 + F'x^3 + \frac{N'}{x}) < \text{ou} = (B'x + G'x^2 + M')^2.$$

(6.) On pourra trouver par cette formule les valeurs de x, qui ſatisferont à la queſtion propoſée, & qui donneront le moyen, en employant deux lentilles oculaires de la même matière, très-proches l'une de l'autre, de faire évanouir l'aberration de ſphéricité, tant en longueur qu'en largeur; nous pourrons par la ſuite, entrer dans de plus grands détails ſur ce ſujet.

(7.) En attendant le réſultat de ce calcul, qui pourra demander beaucoup de travail pour déterminer les cas les plus ſavorables, on peut s'en tenir à l'une des deux méthodes ſuivantes. 1.° Au lieu de former l'oculaire d'une ſeule matière, on le formera de deux lentilles de matière différente; la première, du côté de l'œil, ſera de verre commun, la ſeconde de criſtal d'Angleterre; & on donnera à ces lentilles les dimenſions & les courbures que les Géomètres leur ont déjà aſſignées *(voyez les Mémoires de l'Académie de 1762)*. 2.° On peut auſſi employer un oculaire ſimple d'une ſeule matière, ſuivant les dimenſions indiquées dans les paragraphes ſuivans.

§. XI.

Moyen de détruire, autant qu'il eſt poſſible, l'aberration latitudinale dans une lentille ſimple.

(1.) Nous avons vu *(art. 168 du III.e Vol. des Opuſcules)* qu'il eſt impoſſible de détruire l'aberration longitudinale de ſphéricité dans les lentilles formées d'une ſeule matière; mais il eſt toujours poſſible, ce qui mérite d'être remarqué, de détruire la partie de l'aberration longitudinale qui a pour coëfficient $\frac{2\alpha n}{\delta}$, ou celle de l'aberration latitudinale qui a pour coëfficient $\gamma^3 + n^2$: il ne faudra pour cela, en ſuppoſant δ infinie, que faire $\frac{p - m}{2r\lambda} + \frac{p - p^2}{2\lambda\lambda} = 0$, ce qui donne,

(en mettant pour m sa valeur $\frac{1}{P}$) $\frac{1}{r} = \frac{P^2}{\lambda\,(P+1)}$; & $\frac{1}{\rho}$, ou $\frac{1}{r} - \frac{1}{\lambda} = \frac{P^2 - P - 1}{\lambda\,(P+1)}$; or, dans cette lentille, on a $\frac{P-1}{\lambda} = \frac{1}{R}$, en appelant R la distance focale; donc $r = \frac{R\,(P^2-1)}{P^2}$, & $\rho = \frac{R\,(P^2-1)}{P^2 - P - 1}$.

(2.) Soit $P = \frac{3}{2}$, on aura $r = \frac{5R}{9}$, & $\rho = -5R$; ainsi une lentille simple de verre, convexe des deux côtés, dont le premier rayon seroit $\frac{5}{9}$ de la distance focale, & le second, égal à cinq fois la distance focale, auroit cette propriété, que l'aberration ne seroit pas plus grande pour les rayons qui partent d'un objet placé hors de l'axe, que pour ceux qui partent de l'axe même, en mettant à part (comme on le doit) la portion d'aberration latitudinale $\frac{2\alpha n}{2\delta R}$ qui ne sauroit jamais être détruite *(Mém. de 1764, §. IV & VII)* dans quelque objectif que ce soit, & qui est toujours la même pour tous les objectifs de même foyer.

(3.) Nous avons vu de plus *(art. 166 de l'Ouvrage cité)* que dans une lunette simple, l'aberration longitudinale pour les rayons partans de l'axe, est $\left(\frac{1-m}{\lambda}\right) \zeta^2 \times \left[\left(1 + \frac{1}{2m}\right)\frac{1}{rr} - \left(\frac{1}{2m} + \frac{1}{m^2}\right)\frac{1}{r\lambda} + \frac{1}{m^3\lambda\lambda}\right]$; donc mettant pour m sa valeur $\frac{1}{P}$ & pour $\frac{1}{r}$ sa valeur $\frac{P^2}{\lambda\,(P+1)}$, on trouvera, après les réductions, que l'aberration longitudinale est $= \frac{P^4}{2\lambda\lambda\,(P+1)^2} \times \frac{(P-1)\,\zeta^2}{P\lambda}$ dans ces sortes de lentilles; c'est-à-dire $\frac{P^4 \times (P-1)\,\zeta^2}{2P\,(P+1)^2\,(P-1)^3\,R^3} = \frac{P^3\,\zeta^2}{2\,(PP-1)^2\,R^3} =$ (en faisant $P = \frac{3}{2}$) $\frac{27}{25\,R^3}$. Or

l'aberration d'une lentille simple bi-convexe est *(art. 171 & 172 de l'Ouvrage cité)* $\frac{5}{3 R^3}$ à peu-près; d'où l'on voit que la lentille dans laquelle $\frac{1}{r} = \frac{P^2}{\lambda (P + 1)}$, & dans laquelle par conséquent l'aberration latitudinale est détruite *(art. 1)* autant qu'il est possible, a de plus l'avantage d'avoir une aberration longitudinale beaucoup moindre que celle d'une lentille simple bi-convexe isocèle.

(4.) Ainsi les lentilles simples de verre dans lesquelles $r = \frac{5 R}{9}$ & $\rho = - 5 R$, paroissent devoir être préférées aux lentilles simples bi-convexes isocèles dont on se sert ordinairement; mais voici de nouvelles considérations, qui doivent fortifier ces raisons de préférence.

§. XII.

Où l'on détermine la plus parfaite des lentilles simples.

(1.) On remarquera d'abord que pour avoir l'aberration totale en longueur dans une lentille simple, il faut, dans les *Mém. de 1764, §. VII, art. 2*, au lieu de $\gamma^2 + \eta^2$, mettre sa plus grande valeur β^2, β étant le demi-diamètre de l'ouverture; au lieu de η, sa plus grande valeur $\pm \beta$; & au lieu de $\frac{\alpha}{\delta}$, sa plus grande valeur $\frac{\beta}{r}$ ou $\frac{\beta (P - 1)}{\lambda}$, à cause de $\frac{P - 1}{\lambda} = \frac{1}{R}$; donc à cause de $\frac{P - m}{2 r \lambda^2} + \frac{P - P^2}{2 \lambda^3} = (\frac{P - 1}{P \lambda}) (\frac{P + 1}{2 r \lambda} - \frac{P^2}{2 \lambda \lambda})$, on aura l'aberration totale en longueur dans une lentille simple quelconque $= \frac{(P - 1) \beta^2}{P \lambda} \Big[(1 + \frac{P}{2}) \times \frac{1}{rr} - \frac{1}{r \lambda} (\frac{P}{2} + P^2) + \frac{P^3}{2 \lambda \lambda} \pm (\frac{P^2 - 1}{r \lambda}$

$-\frac{P^2(P-1)}{\lambda\lambda})]$; savoir $+$ lorsque $\frac{1}{r}$ est $>\frac{P^2}{\lambda(P+1)}$; & $-$ lorsque $\frac{1}{r}$ est $<\frac{P^2}{\lambda(P+1)}$, afin que la partie qui a le signe $\pm$ soit toujours positive; car 1.° la partie $(1+\frac{P}{2})\times\frac{1}{rr}-\frac{1}{r\lambda}(\frac{P}{2}+P^2)+\frac{P^3}{2\lambda\lambda}$ est toujours positive; comme il résulte des *art. 167 & 168* de l'Ouvrage cité, puisque cette partie est $=(1+\frac{P}{2})\left[(\frac{1}{r}-\frac{\frac{P}{2}+P^2}{(2+P)\lambda})^2+\frac{1}{\lambda\lambda}\times(P^3-\frac{P^2}{4}):(2+P)^2\right]$; 2.° si on ne rendoit pas positive l'autre partie $\pm[\frac{P^2-1}{r\lambda}-\frac{P^2}{\lambda\lambda}(P-1)]$, on n'auroit pas l'aberration totale dans sa plus grande valeur.

(2.) Voyons maintenant quelle est la lentille où cette aberration totale est la plus petite qu'il est possible; pour cela, nous supposerons d'abord la différentielle de la quantité $(1+\frac{P}{2})\times\frac{1}{rr}-(\frac{P}{2}+P^2)\frac{1}{r\lambda}+\frac{P^3}{2\lambda\lambda}+\frac{P^2-1}{r\lambda}-\frac{P^2}{\lambda\lambda}\times(P-1)$ égale à zéro, en ne faisant varier que r, & nous aurons $2(1+\frac{P}{2})\frac{1}{r}=\frac{\frac{P}{2}+P^2-P^2+1}{\lambda}$, ou $\frac{1}{r}=\frac{2+P}{(4+2P)\lambda}=\frac{1}{2\lambda}$, qui est évidemment $<$ que $\frac{P^2}{(P+1)\lambda}$, puisque $P+1$ est $<2P^2$; donc depuis $\frac{1}{r}=\infty$ jusqu'à $\frac{1}{r}=\frac{1}{2\lambda}$, la quantité dont il s'agit va en diminuant, puisqu'elle est infinie quand $\frac{1}{r}=\infty$, & que sa différence $=0$ lorsque $\frac{1}{r}=\frac{1}{2\lambda}$; donc elle va en diminuant depuis $r=0$ jusqu'à $r=2\lambda$, & à plus forte raison

jusqu'à $r = \frac{(P+1)\lambda}{P^2}$ qui est $< 2\lambda$, comme on vient de le voir; d'où il est évident que si on suppose $r < \frac{(P+1)\lambda}{P^2}$ ou $\frac{1}{r} > \frac{P^2}{(P+1)\lambda}$, l'aberration totale dans sa plus grande valeur, qui doit alors avoir $+ \frac{P^2-1}{r\lambda} - \frac{P^2(P-1)}{\lambda\lambda}$, sera plus grande que dans le cas où $r = \frac{(P+1)\lambda}{P^2}$.

(3.) Maintenant si $\frac{1}{r}$ est supposé $< \frac{PP}{(P+1)\lambda}$ ou $r > \frac{(P+1)\lambda}{P^2}$, il faudra, pour avoir l'aberration totale, supposer le signe $-$ à la quantité $\left(\frac{P^2-1}{r\lambda} - \frac{P^2(P-1)}{\lambda\lambda}\right)$; en ce cas, la plus petite valeur de $\left(1+\frac{P}{2}\right)\frac{1}{rr} - \left(\frac{P}{2} + P^2\right)\frac{1}{r\lambda} + \frac{P^3}{2\lambda\lambda} - \frac{P^2-1}{r\lambda} + \frac{P^2(P-1)}{\lambda\lambda}$, se trouvera en faisant $2\left(1+\frac{P}{2}\right)\frac{1}{r} = \frac{P^2+\frac{P}{2}+P^2-1}{\lambda}$ ou $\frac{1}{r} = \frac{4P^2+P-2}{(4+2P)\lambda}$. Cette quantité est évidemment plus grande que $\frac{PP}{(P+1)\lambda}$, puisque $2P^3+P^2$ est $> P+2$; donc la plus petite valeur de la quantité dont il s'agit répond à une valeur de r plus petite que $\frac{(P+1)\lambda}{PP}$; donc si on suppose $r > \frac{(P+1)\lambda}{PP}$, l'aberration totale (dans sa plus grande valeur qui doit alors avoir $- \frac{P^2-1}{r\lambda} + \frac{P^2(P-1)}{\lambda\lambda}$) sera plus grande que dans le cas où $r = \frac{(P+1)\lambda}{PP}$.

(4.) De-là, il est évident que si on fait $\frac{1}{r} > \frac{PP}{(P+1)\lambda}$ ou $r < \frac{(P+1)\lambda}{PP}$, l'aberration totale, représentée alors par

$(1 + \frac{P}{2}) \frac{1}{rr} - (\frac{P}{2} + P^2) \frac{1}{r\lambda} + \frac{P^3}{2\lambda\lambda}$ $+ \frac{P^2 - 1}{r\lambda} - \frac{P^2(P-1)}{\lambda\lambda}$, devient plus grande que dans le cas où $\frac{1}{r} = \frac{PP}{(P+1)\lambda}$; & que si on fait $\frac{1}{r}$ $< \frac{PP}{(P+1)\lambda}$ ou $r > \frac{(P+1)\lambda}{PP}$, l'aberration totale, représentée alors par $(1 + \frac{P}{2}) \frac{1}{rr} - (\frac{P}{2} + P^2) \frac{1}{r\lambda}$ $+ \frac{P^3}{2\lambda\lambda} - \frac{P^2 - 1}{r\lambda} + \frac{P^2(P-1)}{\lambda\lambda}$, est aussi plus grande que dans le cas où $\frac{1}{r} = \frac{PP}{(P+1)\lambda}$. Donc avant & après le cas où $\frac{1}{r} = \frac{PP}{(P+1)\lambda}$, l'aberration totale en longueur est plus grande qu'elle ne l'est dans le cas où $\frac{1}{r} = \frac{PP}{(P+1)\lambda}$; donc, dans ce dernier cas, l'aberration totale en longueur est la plus petite qu'il est possible.

(5.) De-là il résulte que la lentille simple de verre commun, dans laquelle $r = \frac{5R}{9}$ & $\rho = -5R$, est à tous égards la meilleure dans la supposition de $P = \frac{3}{2}$; & qu'en général, si on suppose $r = \frac{R(P^2-1)}{P^2}$ & $\rho = \frac{R(P^2-1)}{P^2 - P - 1}$, la lentille simple, construite sur ces dimensions, sera la plus parfaite de toutes.

(6.) Si on suppose $P = \frac{31}{20}$ ou 1,55 au lieu de $\frac{3}{2}$, ce qui est plus exact dans les lentilles ordinaires, on aura plus exactement $r = + \frac{R \times 561}{961}$ & $\rho = - R \times \frac{561}{59}$, ou $r = + R \times 0{,}58377$ & $\rho = - R \times 9{,}5085$; d'où l'on voit, ce qui mérite en passant d'être remarqué, que la valeur

valeur de ρ change presque du double, en supposant $P = \frac{31}{20}$ au lieu de $P = \frac{3}{2}$.

§. XIII.

Moyen de construire de très-bonnes lunettes de poche, avec un objectif & un oculaire simple.

(1.) Nous avons vu *(page 408 du Tome III des Opuscules)* comment on pourroit construire de petites lunettes de poche exemptes de l'aberration de réfrangibilité, en supposant que $P = 1,55$ fût le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant de l'air dans l'objectif, & $P' = 2,018$ ou $P' = 1,61$ le rapport des sinus, en passant de l'air dans l'oculaire; ces lunettes grossiroient l'objet de plus du double, savoir; la première en raison de 2640 à 1018 ou de 2,593 à 1; & la seconde en raison de 165 à 61 ou de 2,705 à 1.

(2.) Pour construire ces sortes de lunettes, on fera d'abord l'objectif de verre ordinaire & suivant les proportions marquées ci-dessus $r = + R \times 0,58377$ & $\rho = - R \times 9,5085$, R étant la distance focale de l'objectif; ensuite P' étant le rapport de réfraction dans la matière de l'oculaire, on fera cet oculaire concave des deux côtés; la surface extérieure aura pour rayon $\frac{R'(P'^2 - 1)}{P'^2}$ ou $\frac{RdP(P' - 1)^2(P' + 1)}{dP'(P - 1)P'^2}$, & l'intérieure $\frac{R'(P'^2 - 1)}{P'^2 - P' - 1}$ ou $\frac{RdP(P' - 1)^2(P' + 1)}{dP'(P - 1)(P'^2 - P' - 1)}$; R' étant $= - \frac{RdP(P' - 1)}{dP'(P - 1)}$ & $P = 1,55$. Cette lunette aura la propriété d'être sans aberration de couleurs, & d'avoir d'ailleurs l'aberration de sphéricité la plus petite qu'il sera possible.

(3.) En supposant $P' = 1,61$, les valeurs de $R'\left(\frac{P'^2 - 1}{P'^2}\right)$

& $\frac{R'(P'^2 - 1)}{P'^2 - P' - 1}$ feront $R' \times \frac{1,5921}{2,5921}$ & $R' \times \frac{1,5921}{-0,0179}$;
donc puisque $R' = -\frac{61\,R}{165}$, on aura $R' = -0,3697R$;
$R' \times \frac{1,5921}{2,5921} = R' \times 0,61421$; $R' \times \frac{1,5921}{0,0179} = R' \times 88,944$; on aura donc $0,22707\,R$ pour la première surface, qui doit être à l'extérieur, & $32,883\,R$ pour la seconde qui doit être intérieure, l'une & l'autre concaves.

(4.) Soit la longueur de la lunette $R + R' = 3^{\text{pouces}}$, on aura $0,6303\,R = 3^{\text{pouc.}}$ ou $R = 4,75965^{\text{pouc.}}$: on aura donc le rayon de la surface extérieure de l'oculaire $= 1,0808^{\text{pouc.}}$ & celui de l'intérieure $= 156,51^{\text{pouc.}}$; & les rayons de l'objectif seront dans la même hypothèse, le premier ou extérieur $= 2,7785^{\text{pouc.}}$, le second ou intérieur $= 45,257^{\text{pouc.}}$

(5.) Je crois qu'on pourra dans ce cas faire sans erreur sensible le rayon intérieur de l'objectif $= 4^{\text{pieds}}$, & celui de l'oculaire $= 13^{\text{pieds}}$ ou même $= \infty$.

§. XIV.

Formules générales pour les objectifs composés de tant de lentilles qu'on voudra.

(1.) Soient trois lentilles de différentes matières placées consécutivement; r, ρ les rayons de la première, r', ρ' ceux de la seconde, r'', ρ'' ceux de la troisième, $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{p}$, $\frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{p'}$, $\frac{1}{r''} - \frac{1}{\rho''} = \frac{1}{p''}$; enfin P, P', P'' les rapports de réfraction dans les trois matières, & $m = \frac{1}{p}$, $m' = \frac{1}{p'}$, &c.

(2.) On aura $\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{p'} + \frac{P''-1}{p''} = \frac{1}{R}$, $\frac{dP}{p} + \frac{dP'}{p'} + \frac{dP''}{p''} = 0$,

(3.) L'aberration en longueur pour les objets placés dans l'axe, sera (*Opusc. Tom. III, art. 439; & Mém. de 1764, paragraphe VII*) $= (\gamma^2 + n^2) \left[\frac{P + 1 - 2m}{2rrp} + \frac{1 + P - 2P^2}{2rp^2} + \frac{P^3 - P^2}{2p^3} + \frac{3P - 2m - 1}{2\delta\delta p} \right.$
$- \frac{4P - 4m}{2\delta rp} - \frac{1 + 2P - 3P^2}{2\delta pp} + \frac{P' + 1 - 2m'}{2r'r'p'}$
$+ \frac{1 + P' - 2P'^2}{2r'p'^2} + \frac{P'^3 - P'^2}{2p'^3} + \frac{3P' - 2m' - 1}{2p'}$
$\times \left(\frac{P-1}{p} + \frac{1}{\delta}\right)^2 - \frac{4P' - 4m'}{2r'p'} \times \left(\frac{P-1}{p} + \frac{1}{\delta}\right)$
$- \frac{1 + 2P' - 3P'^2}{2p'p'} \times \left(\frac{P-1}{p} + \frac{1}{\delta}\right) + \frac{P'' + 1 - 2m''}{2r''^2 p''}$
$+ \frac{1 + P'' - 2P''^2}{2r''p''^2} + \frac{P''^3 - P''^2}{2p''^3} + \frac{3P'' - 2m'' - 1}{2p''}$
$\left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{p'} + \frac{1}{\delta}\right)^2 - \frac{4P'' - 4m''}{2r''p''}$
$\times \left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{p'} + \frac{1}{\delta}\right) - \frac{1 + 2P'' - 3P''^2}{2p''^2}$
$\left. \times \left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{p'} + \frac{1}{\delta}\right) \right].$

(4.) Et l'aberration en largeur sera $= -(\gamma^2 + n^2)$
$\left[\frac{P - P^2}{2p^2} + \frac{P - m}{2rp} + \frac{1}{2\delta p}(1 + m - 2P) \right.$
$+ \frac{P' - P'^2}{2p'^2} + \frac{P' - m'}{2r'p'} + \frac{1 + m' - 2P'}{2p'}$
$\times \left(\frac{P-1}{p} + \frac{1}{\delta}\right) + \frac{P'' - P''^2}{2p''^2} + \frac{P'' - m''}{2r''p''}$
$\left. + \frac{1 + m'' - 2P''}{2p''} \times \left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{p'} + \frac{1}{\delta}\right) \right].$

(5.) Il y aura outre cela dans l'aberration en longueur; lorsque les objets seront hors de l'axe, 1.° un terme $\frac{2\alpha n S}{\delta}$, dont le coëfficient S sera le même que celui du coëfficient de $-(\gamma^2 + n^2)$ dans l'aberration en largeur: 2.° un terme $= \frac{\alpha^2}{\delta^2} \times \left(\frac{P - m}{2p} + \frac{P' - m'}{2p'} + \frac{P'' - m''}{2p''}\right)$, dans

lequel la quantité δ ne se trouvera pas : 3.° dans l'aberration en largeur un terme $- \frac{2\alpha n}{\delta} \left(\frac{P-1}{2p} + \frac{P'-1}{2p'} + \frac{P''-1}{2p''}\right) = - \frac{2\alpha n}{2R}$, qui ne sauroit jamais être détruit, & dans lequel la quantité δ ne se trouve pas non plus.

(6.) Enfin si on veut avoir égard aux épaisseurs ε, ε', ε'' des lentilles, & à leurs distances e, e', &c. on aura de plus, dans l'aberration longitudinale, les termes $+ \frac{\varepsilon}{m} \left(\frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta}\right)^2 + \frac{\varepsilon'}{m'} \left(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'}{\delta'}\right)^2 + \frac{\varepsilon''}{m''} \left(\frac{1-m''}{r''} \frac{m''}{\delta''}\right)^2 + e \left(\frac{P-1}{p} + \frac{1}{\delta}\right)^2 + e' \left(\frac{P'-1}{p'} + \frac{1}{\delta'}\right)^2$; & dans l'aberration latitudinale, les termes $+ \varepsilon \left(\frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta}\right) + \varepsilon' \left(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'}{\delta'}\right) + \varepsilon'' \left(\frac{1-m''}{r''} + \frac{m''}{\delta''}\right) + e \left(\frac{P-1}{p} + \frac{1}{\delta}\right) + e' \left(\frac{P'-1}{p'} + \frac{1}{\delta''}\right)$.

(7.) Si on suppose que la première & la troisième lentille soient de la même matière, en sorte que $P'' = P$, $m'' = m$, & qu'on fasse $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r''} - \frac{1}{\rho''} = \frac{1}{\lambda}$, on aura $\frac{P-1}{\lambda} + \frac{(P'-1)x-k}{\lambda} = \frac{1}{R}$; $\frac{1}{p'} = -\frac{k}{\lambda}$; & si on fait les deux aberrations égales à zéro, on trouvera après les substitutions, pour l'aberration en longueur, l'équation $\frac{P+1-2m}{2rrp} + \frac{1+P-2P^2}{2rp^2} + \frac{P'+1-2m'}{2r'r'\lambda} x - k + \frac{(1+P'-2P'^2)k^2}{2r'\lambda^2} + \frac{1}{2\lambda^3} [-k^3(P'^3 - P'^2) + P^3 - P^2 + k(P'-1)(1+2P-3P^2) + k^2(P'-1)^2(3P-2m-1)] + \frac{1}{2\lambda p^2} [-k(P-1)^2(3P'-2m'-1) + 3(P^3 - P^2) +$

$(3P - 2m - 1)([P-1]^2 + 2k[P-1][P'-1]) +$
$(1 + 2P - 3P^2)(2[P-1] + k(P'-1))] +$
$\frac{4k(P'-m)(P-1)}{2r'\lambda p} + \frac{1}{\lambda^2 p}[-k^2(P-1)(1 + 2P' - 3P'^2)$
$- 3(P^3 - P^2) + (3P - 2m - 1)$
$\times(-k^2[P-1]^2 - 2k[P-1][P'-1])$
$-(1 + 2P - 3P^2)(P - 1 + 2k[P'-1])]$
$+ \frac{1}{2r''r''}(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p})(P + 1 - 2m)$
$+ \frac{1}{2r''\lambda^2}(1 + 2P - 3P^2 + 4k[P-m]$
$\times[P'-1]) + \frac{1}{2r''\lambda p} \times (-2[1 + P - 2P^2]$
$-4[P-m][P-1] - 4k[P-m][P'-1])$
$+ \frac{1}{2r''p^2}[1 + P - 2P^2 - 4.(P-m)(P-1)]$
$+ \frac{1}{2p^3}[3P - 2m - 1 - (P-1)^2 - (P-1)$
$\times(1 + 2P - 3P^2)] = 0.$

(8.) Et pour l'aberration en largeur, on aura l'équation
$\frac{1}{2p^2}[2P - 2P^2 + (1 + m - 2P)(-P + 1)]$
$+ \frac{1}{2pr}(P - m) + \frac{1}{2\lambda^2}[k^2(P' - P'^2)$
$+ P - P^2 + k(P'-1)(2P - 1 - m)]$
$- \frac{1}{2r'\lambda}[k(P' - m')] + \frac{1}{2p\lambda}[k(P-1)(2P' - 1 - m')$
$- 2(P - P^2) + (P-1)(1 + m - 2P)$
$- k(P'-1)(2P - 1 - m)] + \frac{1}{2r''\lambda}(P - m)$
$+ \frac{1}{2r''p}(m - P) = 0$; & on peut encore remarquer que le coëfficient du premier terme ſe réduit à $(1 + m)(-P + 1) = -P + m$.

(9.) On peut conſidérer auſſi, pour ſimplifier le calcul,

que $P + 1 - 2m = \frac{P - 1}{P}(P + 2)$; $1 + P - 2P^2$ $= (P - 1)(-2P - 1)$; $1 + 2P - 3P^2$ $= (P - 1)(-3P - 1)$; $3P - 2m - 1$ $= \left(\frac{P - 1}{P}\right)(3P + 2)$. Je donnerai dans un autre Mémoire, des moyens faciles de calculer les coëfficiens des formules des *articles 7 & 8:* ces moyens ſont analogues à ceux qui ont déjà été employés dans les *Mém. de 1764, §. IX, art. 3 & ſuiv.* pour déterminer les coëfficiens dans un objectif à trois lentilles.

(10.) Lorſqu'on ſuppoſe les trois lentilles un peu écartées l'une de l'autre, ce qui donne la liberté de ne pas rendre égaux les rayons des ſurfaces voiſines, on a pour lors ſix inconnues, & par conſéquent deux de plus que dans le cas du §. *X des Mém. de 1764.*

(11.) Pour déterminer ces deux inconnues de la manière la plus favorable à la perfection de l'objectif, on conſidérera que comme la quantité k eſt celle où on peut commettre la plus grande erreur, il faut tâcher que cette erreur influe le moins qu'il ſera poſſible, ſur l'aberration qui vient de la ſphéricité : c'eſt pourquoi on différenciera l'aberration en longueur & l'aberration en largeur, en ne faiſant varier que la ſeule quantité k: on fera enſuite chacune de ces différentielles égales à zéro, ce qui donnera deux nouvelles équations, par le moyen deſquelles on déterminera les deux rayons qui reſtoient arbitraires.

(12.) Si on forme l'objectif de cinq lentilles ſéparées, alors on aura quatre inconnues de plus que dans le cas précédent, & ſix de plus que dans le cas de trois lentilles appliquées l'une contre l'autre. Pour déterminer ces ſix inconnues de la manière la plus avantageuſe, on différenciera les deux aberrations en ne faiſant varier que P, P' & k; on fera dans chacune les coëfficiens de dP, dP', dk, égaux à zéro, & l'on aura

ſix nouvelles équations. Par ce moyen, les petites erreurs qu'on pourra commettre dans la meſure de k, & dans celle de P & de P', n'empêcheront pas que l'aberration ne ſoit ſenſiblement nulle.

(13.) Il y a en général de l'avantage à multiplier les lentilles qui compoſent l'objectif (pourvu que cette multiplication ne ſoit pas portée à l'excès) & à ne pas donner le même rayon aux ſurfaces voiſines de ces lentilles. Par-là on aura un beaucoup plus grand nombre d'inconnues, qui mettront à portée de donner aux différentes ſurfaces la courbure la plus propre pour anéantir, au moins preſqu'entièrement, l'inconvénient qui naîtroit de ces différentes erreurs. L'expérience fait voir que cette multiplication des lentilles, pourvu qu'elle ne ſoit pas trop grande, eſt peu nuiſible à la vivacité de l'image, dont elle peut d'ailleurs augmenter beaucoup la netteté.

(14.) Cette multiplication a de plus un autre avantage, c'eſt qu'elle offre un plus grand nombre de combinaiſons pour la diſpoſition des lentilles, & par conſéquent pour trouver l'arrangement le plus avantageux qu'on puiſſe leur donner: car ſi on n'a que deux lentilles, l'une de verre commun & l'autre de criſtal d'Angleterre, on ne peut les changer d'ordre qu'en deux manières, en mettant l'une ou l'autre devant l'objet. Mais ſi on prend trois lentilles, il eſt clair qu'on peut en avoir deux de verre commun & une de criſtal d'Angleterre, ou deux de criſtal d'Angleterre & une de verre commun; & que chacun de ces deux cas produit trois arrangemens différens, puiſque les lentilles de même matière peuvent être ou placées de ſuite, ayant l'autre lentille devant ou derrière elles, ce qui fait deux combinaiſons, ou avoir l'autre lentille entr'elles, ce qui en fait une troiſième: donc ſi on a trois lentilles, on aura ſix combinaiſons différentes, ou 2×3.

(15.) Par la même raiſon, ſi on prend quatre lentilles, il eſt clair qu'il y a d'abord trois cas différens, ſavoir, trois lentilles de verre commun & une de criſtal d'Angleterre, ou trois de criſtal & une de verre, ou deux de verre & deux

de criſtal, & que chacun de ces cas donne quatre arrangemens différens; ce qui donne 3 × 4 combinaiſons: d'où il eſt clair que ſi *n* eſt le nombre des lentilles de deux matières, celui des combinaiſons ſera $(n - 1)n$, & qu'ainſi le nombre des combinaiſons ira croiſſant, ſuivant la progreſſion arithmétique 2.4.6.8, &c.

(16.) On n'a ſuppoſé que deux matières différentes pour la formation des lentilles; mais ſi on ſuppoſoit autant de matières différentes que de lentilles, alors le nombre des combinaiſons ſeroit encore plus grand; il ne ſeroit à la vérité pour trois lentilles, qu'égal à 2 × 3, comme dans l'*art. 14*, mais il ſeroit pour quatre lentilles 2 × 3 × 4, pour cinq lentilles 2 × 3 × 4 × 5, & ainſi de ſuite.

(17.) L'effet avantageux qui réſultera de cette multiplication de lentilles, pourra encore augmenter beaucoup, ſi on s'applique enſuite à perfectionner ſur le même plan la théorie du rapport des ouvertures avec les oculaires. J'ai déjà fait voir * combien la théorie donnée juſqu'ici par les Opticiens, pour le rapport des oculaires & des ouvertures aux objectifs, étoit fautive & imparfaite, & j'y ai ſubſtitué des formules beaucoup plus exactes, au moyen deſquelles on pourra déterminer ce rapport d'une manière bien plus sûre & plus avantageuſe.

* *Opuſcules, Vol. III, p. 211 & ſuiv.*

(18.) Je ne doute pas que par ces différens moyens on ne parvienne à donner aux lunettes achromatiques de nouveaux degrés de perfection très-conſidérables, & peut-être juſqu'à un point dont on n'auroit oſé ſe flatter. Je ſais qu'un illuſtre Géomètre a paru douter qu'il ſoit poſſible de porter ces lunettes à un grand degré de perfection. La raiſon principale qu'il en apporte, c'eſt que le *crownglaſs* étant verdâtre & par conſéquent, ſelon lui, ne laiſſant paſſer ſenſiblement que les rayons verts, il n'eſt pas étonnant qu'il paroiſſe moins écarter les rayons colorés que le *flintglaſs* ou criſtal d'Angleterre; d'où notre Savant conclud que la meſure du rapport de diffuſion qu'on trouve entre ces deux matières par le moyen de l'expérience, eſt illuſoire & fautive, & par conſéquent auſſi la théorie qui en

en résulte pour les objectifs achromatiques. Il est facile de répondre à cette objection, par l'expérience, qui fait voir que les objectifs déjà construits d'après la théorie sont excellens, & qui ne laisse point douter qu'ils ne puissent le devenir encore davantage. D'ailleurs quand le *crownglass* auroit l'inconvénient, par sa couleur verdâtre, d'absorber quelque partie des rayons rouges ou violets, cet inconvénient n'auroit pas lieu en se servant de notre verre commun qui est blanc, & qui par conséquent laisse passer tous les rayons: je crois par cette raison que notre verre commun doit être encore plus avantageux que le *crownglass*, dans la construction des objectifs achromatiques.

Je réserve pour un troisième Mémoire la suite de ces Recherches, ainsi que beaucoup de détails relatifs à l'objet de celui-ci, & que j'en ai supprimés pour ne pas le rendre trop long.



TROISIÈME MÉMOIRE
SUR LA
CIRCULATION DU SANG
DANS
LE FOIE DU FŒTUS HUMAIN.

Par M. BERTIN.

PREMIÈRE PARTIE.

JE me ſuis borné dans mes deux premiers Mémoires à déterminer avec le plus d'exactitude qu'il m'a été poſſible la ſtructure & la diſtribution des veines, qui à la façon des artères, portent le ſang dans les ſciſſures * & dans la ſubſtance du foie; j'ai développé le grand nombre de veines auxquelles la veine ombilicale donne naiſſance; la ſtructure de cette veine m'a autoriſé à proſcrire un confluent que tous les anatomiſtes avoient placé dans le grand tronc veineux qui eſt logé dans la ſciſſure tranſverſe, confluent qui, diſoit-on, étoit formé par la veine-porte & par la veine ombilicale; à ce confluent j'en ai ſubſtitué un autre qui répond au lobe droit de ce viſcère, & qui eſt placé à l'extrémité droite de la ſciſſure longitudinale, & qui change tellement les idées ſur le cours du ſang, que j'ai lieu d'eſpérer que ceux qui voudront bien réfléchir ſur la ſtructure que j'ai expoſée & ſur les conſéquences qui me reſtent à en déduire, avec un eſprit dégagé de toute prévention pour l'opinion d'Harvey & de tous ſes ſucceſſeurs juſqu'à moi, regarderont le cours du ſang que je vais décrire, comme une circulation toute nouvelle.

* Je prie d'obſerver que contre le langage ordinaire, j'appelle *ſciſſure tranſverſe du foie*, celle qui va de devant en arrière & qui partage le foie en lobe droit & en lobe gauche, & que je nomme *ſciſſure longitudinale*, celle qui va du lobe droit au lobe gauche.

J'ai fait voir dans mon premier Mémoire, 1.° que l'idée d'un ſinus dans la veine-porte du fœtus eſt contraire à tout ce que l'Anatomie nous offre de plus poſitif; 2.° que le vaiſſeau qu'on a pris juſqu'à ce jour pour la branche gauche de ce ſinus eſt la tige ou la plus grande des branches de la veine ombilicale, & que cette grande branche ou vaiſſeau veineux dans le fœtus humain ne peut à aucuns égards être regardée comme branche de la veine-porte, & que par conſéquent il n'y a nul rapport, nulle communication, nulle dépendance mutuelle entre le canal veineux d'Arantius & entre la veine-porte; article ſur lequel tous les Anatomiſtes ont été dans l'erreur. 3.° J'ai fait connoître que la veine-porte ne répand pas un ſeul rameau ni dans le lobe gauche, ni dans le lobe de Spigel, ni dans une très-grande partie du lobe droit. 4.° Enfin j'ai prouvé dans mon premier Mémoire & j'ai démontré à l'Académie, que le nouveau confluent placé à l'extrémité droite de la ſciſſure longitudinale eſt formé par la veine ombilicale & par la veine-porte, & qu'il eſt l'origine commune de toutes les veines qui ſe diſtribuent dans une étendue du lobe droit, qui répond à peu-près à la moitié de la ſubſtance totale de ce viſcère.

C'eſt l'intérêt de la vérité & non le deſir de m'élever contre des Ouvrages utiles d'ailleurs & dont je reſpecte les auteurs, qui m'inſpire le projet de dévoiler & de diſſiper les erreurs qu'ont fait naître ſur le cours du ſang dans le foie du fœtus les écrits des Anatomiſtes modernes, tels que M.rs Tauvri, Needham, Bianchi, Heiſter, Morgagni & de tant d'autres dont il ſeroit inutile de rapporter les noms & les paſſages; je me bornerai à en citer quelques-uns tirés des deux plus célèbres Anatomiſtes de l'Italie, M.rs Bianchi & Morgagni.

Bianchi dit expreſſément * qu'aucun véritable Anatomiſte n'a vu la veine ombilicale ſe répandre en rameaux dans le chemin qu'elle parcourt dans le foie: *cui unquam*, dit cet auteur, *vero Anatomico contigerit perſpicere venam umbilicalem ſuo per hepar itinere in ramos faceſſere.* Ce paſſage n'eſt point de ces traits qui échappent par mépriſe de la plume d'un Écrivain;

* *Hiſt. Hep. tome VIII.*

il se trouve dans l'ouvrage le plus étendu que nous aions sur la structure du foie.

On dira peut-être que dans ce passage l'auteur ne prétend parler que du foie de l'adulte; mais 1.° on sait que dans l'adulte il n'y a pas de veine ombilicale; 2.° il est très-certain d'ailleurs que quoique Bianchi se soit proposé pour principal objet de développer la structure de l'adulte, il parle dans le passage que je viens de citer du foie du fœtus, car cet Anatomiste y attaque l'explication que M. Lancisi a donné de la première figure de la planche XXVII d'Eustachi, dans laquelle la veine ombilicale n'est pas bien représentée.

M. Lancisi avance avec raison qu'Eustachi représente dans cette figure, non-seulement la veine ombilicale, mais même les branches que cette veine répand dans le foie. Bianchi persuadé que la veine ombilicale ne répand point de branches dans la substance du foie, prétend qu'Eustachi n'eut jamais dessein de représenter dans cette figure la veine ombilicale; c'est cette persuasion qui le fit s'écrier, *quel est l'Anatomiste qui a jamais vu la veine ombilicale donner des rameaux dans le chemin qu'elle parcourt dans le foie !* car c'est précisément comme si M. Bianchi disoit, *tous les véritables Anatomistes conviennent que la veine ombilicale ne donne point de rameaux dans la substance du foie:* or le vaisseau recourbé *t*, désigné par M. Lancisi * pour être la veine ombilicale, donne les rameaux *r r r* dans la substance du foie; donc ce vaisseau a été sans raison & contre le sentiment de l'auteur de la figure indiquée par Lancisi pour être la veine ombilicale.

* *Planche XVII, par* Albinus.

Un Anatomiste célèbre, auquel nous avons l'obligation de pouvoir décider du mérite de la plupart des Anatomistes qui l'ont précédé & de ses contemporains, M. Morgagni *, dit « que le sentiment de ceux qui avancent que la veine ombilicale s'étant revêtue de la capsule de Glisson dans le foie, » imite la veine-porte dans la distribution des rameaux *(b)* que » cette dernière veine répand dans le foie, & que la veine om-

* *Advers prima page 24.*

(b) C'est cependant le sentiment de Gallien & d'Aquapendente, & de M.rs Chefelden & Haller.

bilicale se distribue avec la veine-porte dans toute la substance «
de ce viscère, ne mérite pas plus la peine d'être réfuté que le «
sentiment de quelques autres qui prétendent que la veine om- «
bilicale se divise auprès du foie en deux branches dont l'une se «
termine dans la veine-cave & l'autre dans la veine-porte ».

On voit très-clairement que dans ce passage M. Morgagni parle de la veine ombilicale du fœtus, de sa description & des figures qu'on en a données; on voit encore que cet auteur rejette la double terminaison de la veine ombilicale dans la veine-cave & dans la veine-porte proposée par Fabricius *ab aquap* * & adoptée par M.rs Winslow, Haller & Cheselden; ce passage prouve de plus que M. Morgagni est très-éloigné de penser que la veine ombilicale se distribue dans le foie comme la veine-porte & avec la veine-porte; ses vrais sentimens sur ce sujet se font encore mieux connoître dans sa première lettre anatomique.

* *De format. fœt.*

M. Morgagni entreprend dans cette lettre de défendre Lancisi contre la critique que fait Bianchi de l'explication que le premier Médecin de la Cour de Rome donne de la première figure de la planche XXVII.e d'Eustachi, figure dans laquelle il s'agissoit, ainsi que je l'ai dit, de décider si Eustachi avoit représenté la veine ombilicale par le rameau recourbé *t*.

Aucun Anatomiste contemporain n'ignore les égards que M. Morgagni a toujours eu pour l'illustre Lancisi, les liens de la plus tendre amitié unissoient le premier Professeur de l'Université de Padoue & le premier Médecin du souverain Pontife; M. Morgagni ne souffroit qu'avec contrainte aucun trait capable d'affoiblir l'éclat de la réputation de M. Lancisi; cependant Morgagni convient avec Bianchi qu'il s'est glissé dans l'explication de Lancisi une faute considérable: or pourroit-on penser que si M. Morgagni avoit eu quelqu'idée de la distribution de la veine ombilicale dans le foie, telle que je l'ai donnée, il n'en eût pas su tirer avantage pour venger un ami de la critique peu méritée de son adversaire; on doit sans doute convenir que l'aveu que fait M. Morgagni de la faute qui, selon M. Bianchi, s'est glissée dans l'explication de Lancisi,

prouve que M.rs Morgagni & Bianchi ſont du même ſentiment ſur la ſtructure de la veine ombilicale dans le foie du fœtus; M. Morgagni perſuadé que la veine ombilicale ne répand aucune branche dans le foie, ne croit pas que les égards dûs aux places & à l'amitié doivent tenir contre les intérêts de la vérité, il convient ſincèrement que l'explication de Lanciſi porte à faux; dans l'impoſſibilité de juſtifier entièrement l'explication de ſon illuſtre ami, il rejette la faute ſur ſes ſecrétaires ou ſur la multitude des grandes affaires dont il étoit occupé.

Il eſt certain, 1.° que la critique de M. Bianchi & l'apologie de M. Morgagni tombent également devant la ſtructure que j'ai expoſée; 2.° il eſt clairement prouvé par cette ſtructure que les grandes occupations de M. Lanciſi ne l'ont pas empêché de développer la véritable idée d'Euſtachi & que ſes yeux ont entrevu la vérité, pendant que les deux plus célèbres Profeſſeurs de l'Italie ſe tiennent les yeux fermés devant cette vérité annoncée dans ſes ouvrages, M. Bianchi critique ſans fondement M. Lanciſi; M. Morgagni qui prend la plume pour défendre ſon ami, prend la vérité pour l'erreur, de ſorte que s'il étoit vrai que ſes ſecrétaires euſſent en effet, ſans la participation de M. Lanciſi, avancé qu'Euſtachi a voulu repréſenter par le rameau recourbé *t* la veine ombilicale, nous devrions plutôt à des ſecrétaires qu'à celui qui dirigeoit leur plume, la véritable explication des idées d'Euſtachi; car il eſt évident par la ſtructure que j'ai développée dans mon premier Mémoire, qu'Euſtachi n'a pas voulu indiquer autre choſe par le canal recourbé *t* que la veine ombilicale & quelques-unes des branches qu'elle répand dans le foie.

Il me ſeroit impoſſible de me renfermer dans les bornes fixées aux Mémoires de l'Académie, ſi je voulois rapporter toutes les citations que je pourrois faire valoir pour prouver que tous les Anatomiſtes modernes regardent le grand canal placé dans la ſciſſure tranſverſe du foie, comme un confluent dans lequel le ſang de la veine-porte ſe mêle avec celui de la veine ombilicale; mais il me ſeroit impoſſible d'en citer aucun ſur la ſtructure & l'uſage du confluent que j'ai découvert à

l'extrémité droite de la ſciſſure longitudinale : je ne crains point d'avancer que perſonne n'a bien connu ce canal qui eſt l'origine de toutes les veines qui ſe répandent dans la plus grande partie du lobe droit du foie; tous les Anatomiſtes penſent unanimement que le ſang de la veine-porte ſe mêle avec celui du canal veineux, & avec celui de la veine ombilicale, pour circuler enſemble dans toute l'étendue du foie; je prouve au-contraire dans le cours de cet Ouvrage que le ſang de la veine-porte ne paſſe point dans le canal veineux, qu'il n'entre point dans le grand ſinus ombilical, qu'il ne ſe répand point du tout dans le lobe gauche ni dans une partie conſidérable du lobe droit; enfin que c'eſt le ſang de la veine ombilicale qui paſſe de gauche à droite pour s'unir à celui de la veine-porte, & circuler avec lui dans une partie du foie, qui répond à peu près à la moitié de ce viſcère, & non celui de la veine-porte qui paſſeroit de droite à gauche pour traverſer avec le ſang ombilical le canal veineux, & circuler enſemble dans toute l'étendue du foie.

J'ai cru devoir entrer dans ces diſcuſſions critiques afin que l'état de la queſtion fût plus ſolidement conſtaté, je vais maintenant expoſer de ſuite, 1.° le cours du ſang dans le foie du fœtus avant ſa naiſſance.

2.° Quelques réflexions ſur les rapports des quantités reſpectives du ſang qui paſſe par le tronc de la veine-porte & par celui de la veine ombilicale, & par les branches des deux veines.

3.° Le cours du ſang dans le foie de l'enfant après la naiſſance.

SECONDE PARTIE.

Cours du ſang dans le foie du Fœtus humain.

IL ne paſſe pas une goutte de ſang de la mère à l'enfant qui ne ſuive les mouvemens & les directions que je vais développer, & de-là on peut ſentir toute l'importance de la queſtion; elle ne ſera point ornée d'Algèbre ni de calculs, je me

bornerai à préſenter à l'eſprit des conſéquences tirées de proche en proche de la ſtructure des deux veines qui apportent le ſang au foie, de la grandeur de leur diamètre, de la différence reſpective, des vîteſſes du ſang de la veine ombilicale & de celui de la veine-porte, & enfin des loix les plus ſimples que ſuivent les fluides dans des vaiſſeaux dont on ne peut connoître les ſurfaces que par des ſuppoſitions arbitraires.

Tout le ſang qui paſſe de la mère au fœtus, ou pour parler plus exactement encore, tout le ſang qui vient au fœtus de ſon placenta, eſt apporté au foie par la grande veine ombilicale; ce grand vaiſſeau verſe continuellement ce ſang dans le ſinus qu'il forme dans la ſciſſure tranſverſe du foie, le ſang parcourt par un mouvement rapide toute la longueur de ce ſinus qui eſt terminé, ainſi que je l'ai dit dans mon premier Mémoire, par une eſpèce de tête; dans cet endroit deux grands vaiſſeaux lui préſentent leurs ouvertures; le premier *a*, part du bout de cette tête, & plus à droite qu'à gauche, & ſe termine après un travers de doigt de chemin dans la veine-cave inférieure *a a* ou dans un des principaux troncs des veines hépatiques, c'eſt le canal veineux; le ſecond *b* naît de la partie latérale droite de la tête de la veine ombilicale & après un court chemin de gauche à droite, s'unit avec la veine-porte *p* pour ne former avec elle qu'un ſeul & même confluent *ſ*.

Une partie du ſang ombilical pouſſé par des jets continuels, entre dans le canal veineux *w* & pénètre dans le tronc de la veine-cave inférieure *a a* auprès de l'oreillette droite du cœur; la réſiſtance que lui oppoſe le ſang de cette veine eſt un obſtacle trop foible pour empêcher un fluide qui eſt pouſſé par les forces de la reſpiration de la mère & par celles du cœur du fœtus, & par les battemens des artères ombilicales, de porter au cœur du fœtus par une voie très-courte, ſa nourriture & les inſtrumens de ſon développement ultérieur; l'obliquité de l'inſertion de ce canal dans le tronc de la veine-cave, la vîteſſe avec laquelle le ſang ombilical parcourt le ſinus ombilical, les inconvéniens qui s'enſuivroient ſi on ſuppoſoit dans le fluide qui paſſe pour le canal veineux, un mouvement contraire

contraire à celui qui eſt unanimement reconnu, ſont les principales raiſons phyſiques qui déterminent les fonctions du canal d'Arantius.

La quantité du ſang ombilical qui paſſe par le canal veineux eſt conſidérable ſi on la compare avec celle qui paſſe 1.° par chacune des autres branches d'égale ou de moindre grandeur, qui naiſſent du ſinus ombilical, parce qu'il eſt raiſonnable de penſer que la colonne du ſang qui remplit la veine-cave, lui oppoſe beaucoup moins de réſiſtance que celui qui remplit les ramiſications que l'ombilicale répand dans le foie. 2.° Parce que l'ouverture de ce canal eſt plus dans la direction du courant du ſang ombilical qu'aucune des autres branches qui naiſſent du ſinus; ainſi la colonne du ſang qui ſe préſente à l'ouverture du canal veineux, n'a rien perdu de ſon mouvement ſur les ſurfaces du ſinus ombilical; ſemblable aux eaux des fleuves, qui coulent plus rapidement dans le milieu de leur courant que près le rivage, elle pénètre avec force & par une propulſion preſque directe, & par des ſecouſſes alternatives dans le canal d'Arantius & ſe jette dans l'inſtant dans le tronc de la veine-cave ſans avoir rien perdu de ſon mouvement que ce qu'elle en a communiqué au ſang de la veine-cave.

Le canal veineux ne s'inſère pas le plus ordinairement dans la veine-cave immédiatement & par une ouverture qui n'appartienne qu'à lui, il s'unit en ſe jetant dans la veine-cave avec le tronc d'une des veines hépatiques gauches, ainſi les forces qui amènent le ſang du canal veineux & celles qui ſont avancer le ſang dans le tronc des veines hépatiques, auquel ce canal s'unit, ſe réuniſſent & ſurmontent avec plus de ſupériorité la réſiſtance oppoſée par le ſang de la veine-cave, réſiſtance qui ne laiſſe pas d'être grande dans le temps que les ſinus des deux veines-caves ſe contractent, & qui le font vraiſemblablement un peu rétrograder.

Une autre partie du ſang ombilical, partie quatre fois plus grande que celle qui pénètre dans le canal veineux, ſi on l'eſtime par la différence du diamètre, mais qui eſt aſſez manifeſtement le quart de la quantité totale du ſang veineux

qui circule dans la totalité des branches hépatiques de la veine ombilicale & de la veine-porte, s'insinue dans la tige *b* de la veine ombilicale *uu*, marche de gauche à droite conformément à la direction du canal *b*; semblable au canal artériel qui est plus dilaté à son ouverture dans l'artère pulmonaire qu'à son ouverture dans l'aorte, le canal *b* ou la tige de la veine ombilicale, est plus dilaté à son ouverture dans le sinus ombilical qu'à son ouverture dans le confluent indiqué *f*, dans lequel il se termine pour donner naissance aux veines *qq* & à leurs rameaux *rrrr*, tout le sang de la tige de la veine ombilicale, excepté une très-légère quantité qui entre dans le lobule de Spigel par un à deux rameaux qu'elle lui donne, entre dans le confluent *f*: on y découvre une structure qui, à bien des égards, est la même que dans le confluent du canal veineux & du tronc d'une des grandes veines hépatiques gauches, & on est fondé à conclure de cette structure, que la colonne du sang de la tige de l'ombilicale s'associe à celle de la veine-porte, comme celle du canal veineux s'unit à celle d'une des veines hépatiques, & que les forces qui animent le sang ombilical & celles qui font monter le sang de la veine-porte se réunissent, & qu'au lieu de se faire des obstacles en se heurtant de front, comme cela arriveroit si le sang de la veine-porte pénétroit dans le sinus ombilical, obstacles qui éteindroient un mouvement très-utile, ces puissances réunies se prêtent des secours mutuels qui les rendent capables de franchir les résistances des surfaces, des angles, des détours, de la figure conique des vaisseaux *rrrr* que le sang doit parcourir; de même que les forces du sang du canal veineux conspirent avec celles du sang hépatique, à vaincre les résistances que leur oppose le sang de la veine-cave.

Les deux colonnes de sang, dont l'une coule de gauche à droite par la tige *b* de la veine ombilicale, & l'autre marche pareillement de gauche à droite par la veine-porte *p*, réunies dans le confluent *f* en sortent par deux à trois troncs *qq* qu'il produit, & continuent de couler de gauche à droite dans tous les rameaux *rrrr* qui naissent de ces deux troncs. Comme

tous ces rameaux ſe répandent dans une certaine étendue du lobe droit du foie, qui répond à peu près à la moitié de la ſubſtance de ce viſcère; il ſuit 1.° que le ſang qui coule par la tige *b* de la veine ombilicale, & par la veine-porte *p* dans le confluent *ſ* & dans ſes branches *qq* & dans les rameaux *rrrr* circule dans la moitié à peu-près de la ſubſtance du foie par un mouvement de gauche à droite. 2.° Que le ſang qui circule dans toute cette étendue du foie, eſt un ſang mêlé, c'eſt-à-dire qu'il appartient à la veine ombilicale & à la veine-porte, car il eſt hors de doute que le ſang de la tige *b* de la veine ombilicale ſe mêle avec celui de la veine-porte dans le confluent *ſ*. 3.° Que ce n'eſt que dans l'étendue du foie, que je viens de déterminer, que le ſang de la veine ombilicale circule mêlé avec celui de la veine-porte. 4.° Que c'eſt le ſeul ſang de la veine ombilicale & nullement celui de la veine-porte, qui paſſe par le canal veineux & qui circule dans le lobe gauche du foie *ccccc* & dans la partie du lobe droit, arroſée par les branches *iii*, & dans laquelle les branches du confluent *ſ* ne vont point du tout.

En effet, pour que le ſang de la veine-porte *p* paſsât par le canal veineux *w*, & pour qu'il circulât mêlé avec le ſang de la veine ombilicale dans le lobe gauche du foie, il faudroit néceſſairement qu'il coulât de droite à gauche par le canal indiqué *b* dans le ſinus ombilical *y*; car il n'y a pas d'autre veine qui aille du ſinus ombilical à la veine-porte: or un tel mouvement eſt contraire à la ſtructure, car 1.° ſi le ſang de la veine-porte *p* paſſoit par un mouvement de droite à gauche dans le ſinus ombilical pour entrer de là dans le lobe gauche & dans le canal veineux *w*; ſi ce ſang, dis-je, paſſoit de droite à gauche par la tige *b*, les veines *qq* & leurs rameaux *rrrr* ne ſeroient plus remplies d'une quantité de ſang ſuffiſante: ce que j'avance eſt prouvé par la comparaiſon du diamètre de la veine-porte avec celui de la veine ombilicale & de la veine indiquée *b* & du confluent *ſ*; car il réſulte de cette comparaiſon qu'en ſuppoſant égales les vîteſſes du ſang de la veine ombilicale & de la veine-porte, il ne paſſe par la veine-porte

que la quatrième partie du ſang veineux qui circule dans le foie, & que la moitié de la quantité néceſſaire pour fournir aux deux troncs *qq* & à leurs rameaux *rrrr*.

2.° C'eſt que la capacité du confluent *ſ* étant le double, ainſi qu'il eſt prouvé par l'inſpection du calibre de la veine-porte, il eſt contraire à la raiſon de penſer qu'il y paſſe moins de ſang que par le tronc de la veine-porte, & c'eſt cependant ce qui arriveroit ſi le ſang de la veine-porte, par un mouvement de droite à gauche entroit par la veine *b* dans le ſinus ombilical pour paſſer de ce ſinus dans le canal veineux & dans les veines *ccccc* du lobe gauche du foie & dans les veines *iii* du lobe droit.

3.° Enfin, c'eſt que le diamètre de la veine indiquée *b* étant au moins égal à celui de la veine-porte *p*, il eſt évident qu'en ſuppoſant dans le ſang ombilical & dans celui de la veine-porte des vîteſſes égales, il paſſe autant de ſang par la veine indiquée *b* que par la veine-porte; or ſi le ſang qui coule dans la veine *b* lui étoit fourni par la veine-porte *p*, il en paſſeroit beaucoup moins qu'il n'en paſſe par la veine-porte, car il en faudroit ſouſtraire toute la quantité que la veine-porte donneroit aux branches *qq* & aux rameaux *rrrr* de ces branches qui ſeuls exigent une quantité de ſang double de celle qui paſſe par la veine-porte *p*: or il eſt prouvé par la meſure du diamètre de la veine *b* & de celui de la veine-porte *p* qu'ils ſont à peu-près égaux; donc la veine-porte ne fournit pas le ſang qui paſſe par la veine *b*, d'où il ſuit que c'eſt la veine ombilicale qui donne le ſang qui paſſe par la veine *b* & de cette veine dans le canal *ſ*, & que le ſang qui coule dans la veine *b* & dans le canal *ſ*, a un mouvement de gauche à droite, & qu'enfin le ſang de la veine-porte s'unit au ſang du canal *b* dans le canal *ſ* pour entrer avec lui dans les branches *qq* par un mouvement de gauche à droite; au lieu qu'on a cru juſqu'à préſent qu'une grande partie du ſang de la veine-porte coule par un mouvement de droite à gauche & dans le canal veineux & dans le ſinus ombilical & dans les branches *ccccc* de ce ſinus.

4.° Si le ſang de la veine-porte couloit de droite à gauche par le canal *b*, la veine-porte *p* fourniroit autant & plus de ſang que la veine ombilicale; car il eſt évident que dans cette ſuppoſition elle donneroit elle ſeule le ſang qui paſſe par le canal *ſ*, par les veines *qq*, par les rameaux *rrrr* des veines *qq* qui ſe répandent dans la moitié à peu-près de la ſubſtance du foie; & de plus la même veine-porte donneroit dans la cavité du ſinus ombilical *y* par la veine *b*, une quantité de ſang égale & même plus grande que celle qui paſſe par le canal veineux *w*, car l'ouverture de la veine *b* eſt double de celle du canal veineux: or en ſuppoſant les vîteſſes & les réſiſtances égales, il eſt contre toute raiſon de prétendre qu'il paſſe plus de ſang par la veine-porte que par la veine ombilicale; car l'ouverture de la veine-porte eſt 4 ou 400, & celle de la veine ombilicale eſt 9 ou 900, d'où il ſuit qu'il paſſe cinq fois plus de fluide par la veine ombilicale que par la veine-porte.

Il n'y a pas de raiſon ſolide qui autoriſe à m'objecter que le ſang de la veine-porte ayant plus de vîteſſe que celui de la veine ombilicale, il paſſe aſſez de ſang par la veine-porte pour fournir aux branches *qq*, à leurs rameaux *rrrr*, à la veine indiquée *b* & aux petits rameaux que cette veine donne au lobule, & pour vaincre l'effort que fait le ſang ombilical pour s'inſinuer dans la veine indiquée *b*; car en effet s'il y a quelque différence entre la vîteſſe & la quantité de mouvement du ſang de la veine ombilicale, & entre la vîteſſe & la quantité de mouvement de la veine-porte, cette différence eſt favorable au cours du ſang que j'annonce dans cet ouvrage; continuons de ſuivre le ſang ombilical & celui de la veine-porte mêlés enſemble dans le confluent *ſ*, dans les troncs *qq* & dans leurs branches *rrrr*.

Ce ſang avant d'arriver aux extrémités des rameaux *rrrr* entre en partie par les anaſtomoſes que j'ai fait connoître dans mon ſecond Mémoire, dans les rameaux des veines hépatiques de la veine-cave, il pénètre enſuite juſqu'aux extrémités des rameaux *rrrr* & s'inſinue dans les ouvertures inviſibles des

veines hépatiques après avoir déposé la bile dans les ouvertures invisibles des pores biliaires; jusqu'aux origines invisibles des veines hépatiques, branches de la veine-cave, le sang a suivi dans son cours depuis la sortie du tronc de la veine ombilicale & de celui de la veine-porte, les loix que suit le sang des artères, il a continuellement coulé des canaux plus larges dans des canaux plus étroits; ici par un changement subit il ne coule plus jusqu'à ce qu'il arrive au cœur, que dans des vaisseaux dont les rameaux presque invisibles se réunissent en des troncs, & ceux-ci dans le tronc de la veine-cave inférieure, c'est-à-dire qu'il ne coule plus que de canaux plus étroits dans des canaux plus larges.

Une partie du sang qui coule dans ces veines singulières (je parle de ces veines qui naissent du confluent *f*) & qui par conséquent sont autant formées par la veine ombilicale que par la veine-porte, n'arrivent pas toutes jusqu'aux grains glanduleux du foie; elle est portée dans les petites branches des veines hépatiques, par les arcades de communication dont j'ai parlé dans mon second Mémoire & qui naissent des petites branches de la veine ombilicale & de la veine-porte, & se terminent dans les petites branches des veines hépatiques de la veine-cave; par cet artifice de la Nature la partie la plus grossière du sang hépatique n'entre point dans les grains glanduleux du foie, elle ne trouble point l'ouvrage paisible de la sécrétion de la bile, & les sucs nourriciers mêlés avec elle arrivent plus promptement au cœur de l'enfant.

Non-seulement le sang, le seul sang de la veine ombilicale passe du sinus ombilical dans la veine-cave *aa* par le canal veineux *w*, & de ce même sinus *y* dans la veine indiquée *b*, dans le confluent *f* où il se joint à la colonne du sang de la veine-porte *p*, & dans les branches *qq* de ce confluent & dans les rameaux *rrrr* de ces branches, mais encore il passe seul & sans mélange, 1.° dans les branches *iii* qui naissent du bord droit du sinus ombilical *y* & se répandent dans une portion considérable du lobe droit du foie, & la direction de ce sang est de gauche à droite, ainsi que celle du sang du

confluent; enfin le ſang de la veine ombilicale *uu* circule ſeul & ſans mélange dans les branches *ccccc* qui naiſſent du bord gauche du ſinus ombilical & dans leurs rameaux, une certaine quantité de ce ſang entre de ces rameaux dans les rameaux des veines hépatiques branches de la veine-cave, par les arcades de communication dont j'ai parlé dans mon ſecond Mémoire; le reſte de ce même ſang arrive aux dernières ramifications inviſibles des branches *ccccc* & entre d'une manière inviſible dans les origines imperceptibles & très-nombreuſes des veines hépatiques branches de la veine-cave; c'eſt-à-dire que le ſeul ſang de la veine ombilicale circule ſans ſe mêler avec celui de la veine-porte dans toute l'étendue du lobe gauche du foie & dans une partie du lobe droit; car pour que le ſang de la veine-porte *p* circulât dans le canal veineux, dans les branches *iii* du lobe droit & dans les branches *ccccc* du lobe gauche, il faudroit que cette veine répandît quelqu'une de ſes branches dans le lobe gauche & dans la partie antérieure du lobe droit, ou qu'elle communiquât avec la cavité du ſinus ombilical *y*: or il eſt prouvé par la ſtructure, 1.° que la veine-porte ne fournit aucune branche ni à la partie antérieure du lobe droit ni à tout le lobe gauche; 2.° qu'elle ne communique avec la cavité du ſinus ombilical *y* que par la veine indiquée *b*, par laquelle nous avons prouvé que le ſang de la veine-porte *p* ne peut paſſer dans le ſinus ombilical *y*, d'où il ſuit manifeſtement que le ſeul ſang de la veine ombilicale entre dans le canal veineux, dans la veine *b*, dans la partie antérieure du lobe droit & dans toute l'étendue du lobe gauche.

Mais (je le répète ici) pendant que la plus grande partie du ſang ombilical entre des rameaux inviſibles des branches *iii* & *ccccc* dans les origines nombreuſes des veines hépatiques branches de la veine-cave, une certaine quantité de ce ſang s'inſinue par des canaux veineux preſque ſemblables à celui d'Arantius, dans la cavité des veines hépatiques branches de la veine-cave, ſans paſſer dans les plus petits rameaux de ces veines.

Juſqu'à préſent je n'ai parlé du cours du ſang de la veine-porte qu'autant que cette veine ſe confond, pour ainſi-dire, avec la tige *b* de la veine ombilicale, & que le ſang de cette veine s'unit & ſe mêle à celui de la veine ombilicale dans le confluent *ſ*, je vais maintenant parler ſpécialement du cours du ſang dans le tronc & les branches hépatiques de la veine-porte.

Le ſang de la veine-porte monte des trois racines de cette veine, qui ſont la veine ſplénique, la veine hémorroïdale interne & la veine méſentérique ſupérieure, le long du tronc *p*; la direction du ſang dans cette aſcenſion n'eſt pas ſeulement de bas en haut, mais un peu obliquement de gauche à droite.

Le ſang, au ſortir du tronc *p* de la veine-porte, pénètre dans le confluent *ſ* formé, ainſi que je l'ai dit pluſieurs fois, par le tronc de la veine-porte & par la tige *b* de la veine ombilicale, il prend dans le confluent une direction tranſverſale de gauche à droite; preſque tout l'effort de la colonne du ſang de la veine-porte eſt employé à faire avancer celui qui remplit les branches *qq* qui naiſſent de l'extrémité droite du confluent *ſ*, une partie de la colonne du ſang de la veine-porte frappe l'éperon angulaire formé par la réunion de la tige *b* de la veine ombilicale avec le tronc *p* de la veine-porte, & cet éperon eſt un des obſtacles qui l'empêche d'entrer dans la cavité de la tige *b* de la veine ombilicale; de plus il dirige le cours du ſang des deux veines *p* & *b*, je veux dire de la tige *b* de la veine ombilicale & du tronc *p* de la veine-porte vers l'extrémité droite du confluent *ſ* & vers les branches *qq* qui en naiſſent, & vers les rameaux *rrrr* de ces branches.

Cette direction que je donne au ſang de la tige *b* de la veine ombilicale & du tronc *p* de la veine-porte, eſt tellement fondée ſur la ſtructure & ſur les loix générales que ſuivent nos fluides qu'il paroît abſolument impoſſible que tandis que la veine ombilicale eſt pleine de ſang (& elle l'eſt toujours) il puiſſe s'inſinuer un ſeul globule de ſang de la veine-porte dans la veine indiquée *b*, & par conſéquent

dans

dans une branche du ſinus ombilical *y*; car en effet la veine indiquée *b* eſt la ſeule veine du foie qui communique d'une part avec la veine ombilicale dont elle eſt une continuation, & d'autre part avec la veine-porte, l'Anatomie ne donnera jamais d'atteinte à cette vérité : ainſi ſi la veine *b* n'apporte pas dans la veine ombilicale le ſang de la veine-porte, il eſt abſolument impoſſible que le ſang de la veine-porte pénètre dans la cavité du ſinus ombilical ni dans aucune des veines qui naiſſent de ce ſinus.

TROISIÈME PARTIE.

Réflexions ſur les rapports des quantités reſpectives du ſang qui paſſe par le tronc de la veine-porte & par celui de la veine ombilicale, & par les branches de ces deux veines.

Il ſeroit ſans doute à ſouhaiter qu'on pût déterminer par un calcul exact la quantité du ſang, qui dans un temps donné, parcourt tous les canaux veineux dont j'ai décrit la diſtribution, & chacun d'eux en particulier; il n'y a pas d'Anatomiſte qui ne fût bien aiſe de connoître exactement, 1.° le rapport de la quantité de ſang qui dans un temps donné paſſe par la veine ombilicale avec celle qui dans le même temps paſſe par la veine-porte.

2.° Le rapport de la quantité du ſang, qui dans un temps donné, paſſe par le canal veineux, 1.° avec celle qui dans le même temps paſſe par la veine indiquée *b*, 2.° avec celle qui paſſe par le tronc de la veine-porte, 3.° avec celle qui dans le même temps paſſe par la totalité des branches de la veine ombilicale.

3.° Le rapport de la quantité du ſang, qui dans un temps donné, paſſe par la veine indiquée *b* avec celle qui dans le même temps paſſe par la veine-porte *p*.

4.° Le rapport de la quantité du ſang qui paſſe par le confluent indiqué *ſ* avec celle qui paſſe par les branches latérales qui naiſſent du ſinus ombilical.

Mais il faudroit pour arriver à cette exactitude, 1.° que le rapport des troncs de la veine-porte & de la veine ombilicale entre eux & des principales branches entre elles, ne fût sujet à aucunes variétés, & il ne laisse pas d'y en avoir.

2.° Il est très-difficile que les mesures de ces vaisseaux expriment bien exactement leur grandeur absolue & leur grandeur respective; en effet, on ne peut guère faire ces mesures que sur des foies injectés, & nous savons que la cire poussée avec plus ou moins de force ou avec plus ou moins de consistance ou de fluidité, ou qui trouve plus ou moins d'obstacles dans son cours, augmente trop ou ne distend pas assez la capacité naturelle des vaisseaux.

3.° Il faudroit exactement connoître les vîtesses absolues & les vîtesses respectives du sang de la veine-porte & du sang de la veine ombilicale, c'est ce que nous ne connoissons que très-imparfaitement, nous ne pouvons donc apercevoir que par approximation les rapports entre les quantités du sang qui, dans un temps égal, parcourent les deux troncs & les principales branches des deux veines du foie du fœtus, la veine-porte & la veine ombilicale.

[a] *Mém. Acad. année 1753, page 358.*

[b] *Comment. vol. VII, p. 309.*

J'ai dit dans mon premier Mémoire [a] que M. Haller a trouvé l'ouverture de la veine ombilicale 900 & le canal veineux 196; suivant les mesures de ce même Anatomiste [b], le canal veineux est au canal que j'ai indiqué *b* comme 121 à 400: ce rapport s'accorde avec celui que Ridley a trouvé, car suivant Ridley le sinus de la veine-porte est quatre fois plus grand que le canal veineux, mais M.rs Haller & Ridley n'ont point indiqué quelle partie du sinus ils ont mesurée.

[c] *Mém. Acad. ann. 1753, page 358.*

Voici les rapports que j'ai établis [c].

Le tronc de la veine ombilicale *u u*	9	ou	900.
Le sinus ombilical *y*	12	ou	1200.
La tige *b* de la veine ombilicale	4	ou	400.
La veine-porte	4	ou	400.
Le canal veineux	2	ou	200.
Le confluent indiqué *f*	8	ou	800.

Je ne doute nullement qu'il ne ſe trouve pluſieurs ſujets où le ſinus ombilical eſt 1300 & même plus, & où l'ouverture de la veine ombilicale eſt plus que 900.

Pour donner quelqu'idée du développement des vaiſſeaux qui naiſſent de la veine ombilicale & de la veine-porte, j'ai ajouté que du ſinus ombilical 1200 ou 12, quatre parties ou 400 ſont employées à former avec la veine-porte eſtimée 4 ou 400, le confluent indiqué *ſ* & eſtimé 8 ou 800, les 8 ou 800 parties reſtantes du ſinus ombilical forment les vaiſſeaux de l'autre moitié du foie & le canal veineux.

En ſuppoſant les vîteſſes & les réſiſtances du ſang ombilical égales à celles du ſang de la veine-porte, il eſt certain, 1.° qu'il paſſe autant de ſang dans un temps égal, par la tige de la veine ombilicale *b* eſtimée 4 ou 400, que par le tronc de la veine-porte 4 ou 400.

2.° Il eſt prouvé par l'Anatomie, que la tige *b* exprimée 4 ou 400, fournit le quart des vaiſſeaux veineux *(c)* de la ſubſtance du foie, ainſi il eſt évident, 1.° que la quantité du ſang qui paſſe par cette veine eſt le quart de la quantité totale du ſang que la veine ombilicale & la veine-porte répandent dans la ſubſtance de ce viſcère; 2.° que cette quantité eſt la moitié de la quantité totale qui paſſe par le confluent indiqué *ſ* & exprimé 800 *. * *Voyez mon 1.er Mémoire.*

3.° Il eſt prouvé par l'Anatomie, que la veine-porte exprimée 4 ou 400 fournit environ le quart des vaiſſeaux veineux de la ſubſtance du foie, ainſi il eſt évident que la quantité du ſang qui paſſe par le tronc *p* de la veine-porte eſt le quart de la quantité totale du ſang veineux qui circule dans la ſubſtance du foie.

3.° Il eſt prouvé par l'Anatomie, que toutes les branches (abſtraction faite de la veine indiquée *b* & du canal veineux *w*) qui naiſſent de la circonférence du ſinus ombilical, ſe répandent dans la moitié de toute la ſubſtance du foie & ſont les vaiſſeaux de cette moitié; ainſi il eſt évident que la

(c) On ne prétend point parler ici du ſang qui circule dans les veines hépatiques branches de la veine-cave.

quantité du ſang qui circule dans toutes les branches qui naiſſent des deux côtés & de toute la circonférence du ſinus ombilical eſt la moitié de la totalité du ſang veineux qui circule dans les vaiſſeaux du foie.

5.° Il eſt prouvé par l'Anatomie, que le confluent indiqué *ſ*, & exprimé 8 ou 800, fournit la moitié à peu près des vaiſſeaux veineux du foie; ainſi il eſt évident que la quantité du ſang qui paſſe par le confluent eſt à celle qui paſſe par les branches *iii, ccccc* qui naiſſent du ſinus ombilical, comme 8 : : 8, ou comme 800 : : 800, c'eſt-à-dire égale.

Ainſi en eſtimant 16 ou 1600 la quantité totale du ſang veineux, qui dans un temps donné parcourt la ſubſtance du foie, la quantité du ſang que la veine ombilicale fournit, eſt à celle que donne la veine-porte comme 12 : : 4, ou comme 1200 : : 400.

Il ſuit encore de cette ſuppoſition, & de ce qui a été dit ci-deſſus, que la quantité du ſang qui paſſe par la tige *b* de la veine ombilicale, & exprimé 400 en ſuppoſant les vîteſſes & les réſiſtances égales, eſt à la quantité du ſang qui paſſe dans le même temps par la veine-porte exprimé 4 ou 400 comme 4 : : 4, ou comme 400 : : 400, c'eſt-à-dire égale.

3.° Il ſuit que la quantité du ſang qui paſſe par la tige de la veine ombilicale *b* exprimé 4 ou 400 ou par la veine-porte *p* exprimée 4 ou 400, eſt à celle qui paſſe par toutes les branches hépatiques qui naiſſent du ſinus ombilical comme 4 : : 12, ou comme 400 : : 1200.

Mais dans cette ſupputation il n'a point été fait mention du ſang qui paſſe par le canal veineux *w*, ainſi il eſt néceſſaire d'exprimer par quelque terme au-deſſus de 12 ou 1200 la quantité du ſang qui, dans un temps donné, paſſe par la veine ombilicale dont le canal veineux eſt une branche; les réflexions ſuivantes conduiſent à ce terme inconnu.

Il eſt prouvé, par les meſures du canal veineux *w* & par celles de la tige *b* de la veine ombilicale, qu'il eſt la moitié de cette tige, c'eſt-à-dire que quand la tige *b* eſt 4 ou

400, le canal veineux eſt 2 ou 200; par conſéquent, en ſuppoſant les vîteſſes & les retenues égales, il paſſe par le canal veineux 2 ou 200, quatre fois moins de ſang qu'il n'en paſſe par la tige *b* de l'ombilicale.

Or il a été prouvé par la comparaiſon * de l'étendue & de la maſſe du foie dans laquelle la tige *b* de la veine ombilicale répand ſes branches avec celle où elle ne les répand pas, que le quart de la totalité du ſang veineux qui ſe diſtribue dans la ſubſtance du foie, c'eſt-à-dire quatre parties des 16, ou 400 des 1600 que nous avons ſuppoſées être le terme exprimant toute la quantité du ſang, qui dans un temps donné parcourt toute la ſubſtance du foie, paſſe par la tige *b* de la veine ombilicale; d'où il ſuit que la quantité qui paſſe dans ce même temps par le canal veineux, équivaut à un treizième de la quantité totale du ſang veineux, qui dans ce même temps paſſe par les vaiſſeaux veineux du foie, c'eſt-à-dire par la veine ombilicale & par la veine-porte, & que 100 eſt le terme qui exprime cette quantité.

* *Voyez mon 1.er Mémoire*

Mais des 1600 molécules de ſang que nous avons ſuppoſé paſſer dans un temps donné, par les vaiſſeaux veineux du foie, il en paſſe 1200 par la veine ombilicale; & cette veine eſt la ſeule qui donne le ſang au canal veineux, d'où il ſuit que 1300 eſt le terme qui exprime toute la quantité du ſang qui paſſe par la veine ombilicale, & que la quantité du ſang qui paſſe par la veine-porte, eſt à la quantité du ſang de la veine ombilicale comme 400 :: 1300, & que la quantité totale du ſang des veines qui paſſe par leurs troncs reſpectifs dans un temps égal, en ſuppoſant les vîteſſes & les réſiſtances égales, peut être exprimée 1700, ſavoir 1300 pour la veine ombilicale & 400 pour la veine-porte.

Ainſi, pendant qu'il paſſera 1300 globules de ſang par la veine ombilicale, eſtimée 900 à ſon tronc & 1200 à ſon ſinus, il en paſſera 400 par la veine-porte exprimée 400; pendant qu'il en paſſera 400 par la tige de la veine ombilicale, il en paſſera 100 par le canal veineux; pendant qu'il en paſſe 800 par toutes les branches qui naiſſent des deux

bords du ſinus ombilical, (abſtraction faite de la quantité qui paſſe par la tige *b* & par le canal veineux) il en paſſe 400 par la tige *b* de la veine ombilicale, 400 par la veine-porte & 800 par le confluent indiqué *ſ*.

Cette ſupputation eſt fondée ſur ſix ſuppoſitions.

La première eſt l'égalité des vîteſſes & des réſiſtances que le ſang éprouve dans les vaiſſeaux que je compare les uns aux autres.

La ſeconde ſur cette règle, qu'il paſſe quatre fois moins de fluide dans un vaiſſeau dont la capacité eſt plus petite du double que celle du vaiſſeau auquel il eſt comparé, mais je ne me ſers de cette règle que ſur le canal veineux.

Dans la troiſième je ſuppoſe que la tige *b* de la veine ombilicale fournit le quart des vaiſſeaux veineux qui, à la façon des artères, ſe diſtribuent dans le foie.

Dans la quatrième je ſuppoſe que la veine-porte fournit le quart des vaiſſeaux veineux du foie.

Dans la cinquième je ſuppoſe que les vaiſſeaux qui naiſſent des deux bords du ſinus ombilical, fourniſſent de vaiſſeaux la moitié reſtante de la ſubſtance du foie.

Dans la ſixième je ſuppoſe que l'aire de la tige *b* de la veine ombilicale eſt double de l'aire du canal veineux.

La troiſième, la quatrième & la cinquième ſuppoſition ſont fondées ſur l'Anatomie *, car après avoir ſuivi avec le plus d'exactitude qu'il m'a été poſſible les branches de la tige *b* de la veine ombilicale, celles du tronc de la veine-porte & toutes les branches qui naiſſent du ſinus ombilical, il m'a paru ſur pluſieurs ſujets que l'étendue de la ſubſtance du foie qui eſt arroſée par les branches de la tige *b* de la veine ombilicale & par celle de la veine-porte *p* réunie dans un ſeul confluent *ſ*, avec la tige *b*, répond à peu-près à la moitié de la ſubſtance du foie, & enfin que celle qui eſt fournie de ſang par toutes les branches latérales qui naiſſent du ſinus ombilical répond à peu près à l'autre moitié.

La ſixième eſt fondée ſur la meſure du canal veineux comparée à celle de la tige *b* de la veine ombilicale.

* *Voy. mon 1.er Mémoire, année 1753.*

La première est fautive, car il est certain que le sang ombilical étant poussé par les forces de la circulation, c'est-à-dire par le cœur & les artères de l'enfant, & par la respiration de la mère, a plus de vîtesse & peut-être du double que le sang de la veine-porte qui est extrêmement petite & dont le sang n'est poussé que par les forces du cœur de l'enfant & par les artères mésentériques & cœliaques qui sont d'une extrême ténuité dans le fœtus : cette différence ne sauroit être exprimée par un juste terme.

Il en est à peu-près de même du canal veineux, il paroît assez certain que quoique le diamètre de ce canal soit plus petit du double ou que celui de la tige *b* de la veine ombilicale, ou que celui de la veine-porte, il peut y passer une quantité de sang égale à celle qui passe par la tige *b* de la veine ombilicale, ou par le tronc *p* de la veine-porte, car le sang du canal veineux éprouve moins de résistance à parcourir sa petite cavité qui n'a que 7 à 8 lignes de longueur, que le sang de la veine *b* & de la veine-porte n'en éprouve à parcourir les longs détours du foie depuis la concavité de ce viscère jusqu'à ses bords les plus éloignés, & depuis ses bords jusqu'à la veine-cave où il faut qu'il revienne; d'où il suit que la quantité du sang qui parcourt ce canal dans un temps donné, est plus grande que celle qui dans le même temps parcourt la cavité des autres branches de la veine ombilicale & de toutes celles de la veine-porte.

Cette différence toute grande qu'elle est, le devient encore plus si on fait attention que son ouverture dans la cavité du sinus ombilical est dans la direction du courant du sang qui coule, je crois, très-rapidement de devant en arrière dans la cavité du sinus ombilical; car il doit arriver de-là, que le plus grand effort de la colonne du sang ombilical porte sur l'ouverture du canal veineux, & qu'ainsi le sang entre dans la cavité par une propulsion directe.

De ces réflexions, il suit que la quantité du sang qui, dans un temps donné, coule par la veine ombilicale exprimée 900, comparée avec celle qui coule par la veine-porte

exprimée 400, doit être indiquée par un terme beaucoup au-dessus de 1300; mais ce terme est difficile à trouver, parce qu'on ne sait pas au juste l'excès des vîtesses du sang ombilical sur celles du sang de la veine-porte, & par ce qu'on ne voit pas d'une manière qui puisse être bien exactement exprimée, le moins de résistance que le sang du canal veineux éprouve.

Quoiqu'on ne puisse pas trouver un terme qui exprime au juste l'excès des vîtesses du sang ombilical sur celles du sang de la veine-porte dans le fœtus, cet excès est cependant très-réel, nous nous bornerons à en prouver la réalité, & de-là il suit, 1.° que dans un temps égal il passe plus de sang par la veine indiquée *b*, exprimée 400, que par la veine-porte dont l'ouverture est pareillement exprimée 400, & que par conséquent la veine ombilicale fournit plus de sang au confluent indiqué *f*, aux veines *qq* & aux rameaux *rrrr* de ces deux veines que la veine-porte, & que cette différence doit être comme celles des vîtesses, puisque les résistances sont les mêmes, & que le diamètre de la veine indiquée *b* est le même que celui de la veine-porte.

2.° Que quand même le tronc de la veine-porte auroit une ouverture un peu plus grande (c'est ce qui n'est point dans toutes mes recherches) que la veine indiquée *b*, il ne s'ensuivroit pas que le sang de la veine-porte fit rebrousser chemin ou rétrograder le sang, qui, selon tout ce qui a été dit ci-dessus, coule de gauche à droite par la tige *b* de la veine ombilicale; car quand même la structure du canal indiqué *f*, des branches *qq* de ce canal & des rameaux *rrrr* de ces branches, ne décideroient pas la question, l'excès des vîtesses du sang ombilical qui coule dans la veine indiquée *b* sur celles du sang de la veine-porte seroit plus grand que l'excès de la masse du sang de la veine-porte, sur celle du sang ombilical de la tige *b*; mais il est besoin de prouver que le sang de la veine ombilicale a en effet plus de vîtesse que celui de la veine-porte.

C'est une vérité reçue en Physiologie, que sans le secours des

des organes de la reſpiration, le ſang de la veine-porte dans l'adulte ou dans l'enfant après la naiſſance, ne franchiroit point les obſtacles qu'il éprouve dans les branches hépatiques de cette veine; & on ne doute point que dans le fœtus, les organes de la reſpiration de la mère accélèrent le cours du ſang dans les racines, dans le tronc & dans les branches hépatiques de la veine ombilicale, non pas autant, mais à peu près autant que les organes de la reſpiration de l'enfant après ſa naiſſance, accélèrent le cours du ſang dans les racines, le tronc & les branches hépatiques de la veine-porte.

Ce ſeroit une foible objection de dire que la longueur des artères & de la veine ombilicale comparée à celle des troncs, des artères & des veines méſentériques & cœliaques, eſt de beaucoup plus grande, & que par conſéquent la différence des vîteſſes entre le ſang de la veine ombilicale & entre le ſang de la veine-porte, doit être comme la différence de la longueur des eſpaces parcourus; c'eſt-à-dire que plus la longueur des eſpaces parcourus par le ſang de la veine ombilicale l'emporte ſur la longueur des eſpaces parcourus par le ſang de la veine-porte, moins le ſang ombilical en arrivant au foie du fœtus doit avoir de vîteſſe relativement au ſang de la veine-porte.

Je crois répondre ſuffiſamment à cette objection & même donner de nouvelles preuves de l'excès des vîteſſes du ſang ombilical ſur celles du ſang de la veine-porte, en diſant, 1.° que la Nature a tellement contourné les artères ombilicales autour de la veine, & réciproquement la veine autour des artères, qu'à chaque contour que font les artères autour de la veine, elles impriment une vélocité nouvelle au ſang de la veine ombilicale; en effet, tous ces contours artériels ſont dilatés à la fois par la ſiſtole du cœur du fœtus, & par conſéquent la veine ombilicale dans le placenta & depuis le placenta juſqu'à l'ombilic eſt preſqu'autant reſſerrée que chaque artère eſt dilatée; d'où il ſuit, 1.° que le ſang de la veine ombilicale marche par des jets alternatifs comme le ſang artériel; car en effet chaque contour artériel doit, pour ainſi dire, être regardé comme un ſecond cœur qui donne une nouvelle impulſion

au ſang de la veine, & il me ſemble certain que cette impulſion eſt plus grande que celle qu'il reçoit immédiatement de la contraction du cœur. 2.° Il ſuit de-là que la longueur des artères ombilicales & leurs contours multipliés autour de la veine, ſont des moyens que la Nature a mis en uſage pour augmenter la vélocité du ſang ombilical & non pour la retarder. 3.° Il ſuit encore que c'eſt dans le temps de la ſyſtole des artères que la veine ombilicale eſt dilatée.

2.° La Nature, il n'eſt pas permis d'en douter, veut que les ſucs nourriciers de la mère paſſent au fœtus avec célérité, ce deſſein eſt digne de ſa ſageſſe & il éclate dans la ſtructure du cordon ombilical, telle que je viens de la tracer, on l'aperçoit encore dans la ſtructure même du placenta, car 1.° on découvre dans les ramifications preſqu'innombrables des artères & de la veine ombilicale, qui ſe plongent dans le placenta, les mêmes contours ſerpentans que nous avons remarqués dans le cordon ombilical. 2.° Il n'y a aucune partie du corps où le ſang paſſe auſſi facilement des artères dans les veines que dans le placenta: or on ne peut nier qu'une telle ſtructure ne conſerve au ſang qui entre des artères dans les veines la vélocité du ſang artériel : voici quelques expériences ſur leſquelles cette liberté du paſſage du ſang artériel dans les capillaires veineux eſt appuyée.

Toutes les fois que j'ai mis dans l'eau chaude le placenta que j'ai injecté, l'injection a paſſé avec la plus grande facilité des artères ombilicales dans les ramifications de la veine, & l'injection groſſière a preſque toujours auſſi facilement pénétré que la fine.

Il m'eſt ſouvent arrivé, après avoir rempli d'eau les artères, de la faire paſſer dans les veines, en promenant ſimplement la main ſur la ſurface du placenta, & de vider entièrement les artères remplies d'eau en les preſſant un peu, & de même en paſſant la main ſur les artères remplies, j'ai fait entrer avec facilité l'eau & l'air dans les artères. Enfin je me ſuis pluſieurs fois long-temps arrêté à faire paſſer & repaſſer l'eau ou la liqueur colorée des injections, des artères dans les veines & des veines

dans les artères, sans avoir eu recours à d'autres moyens qu'à des compressions légères que je faisois en promenant la main sur le placenta.

On voit par ces expériences, que les forces de la circulation & de la respiration de la mère ne sont pas les seules puissances qui accélèrent le sang ombilical dans son cours, mais que la Nature par les communications des artères avec les veines, plus libres & plus amples dans le placenta que par-tout ailleurs, fait conspirer très-efficacement à cet ouvrage les forces du cœur du fœtus.

Ces expériences prouvent sans doute la célérité du cours du sang ombilical, mais comme elles ne prouvent pas assez l'excès des vîtesses de ce sang sur celui du sang de la veine-porte, je vais rapporter des expériences qui en sont de nouvelles preuves.

1.° Il ne m'est que très-rarement arrivé de faire passer des artères cœliaques & mésentériques les injections grossières dont on se sert ordinairement pour suivre & développer les artères, sans avoir mis pendant quelque temps le fœtus dans l'eau chaude.

2.° En prenant cette précaution, j'ai fait à la vérité passer la liqueur des artères dans la veine-porte, mais ceci n'est point particulier aux artères mésentériques & cœliaques, car j'ai souvent rempli toutes les veines du corps en poussant des injections, même grossières, dans la courbure de l'aorte, après avoir laissé pendant quelque temps le corps dans l'eau chaude, mais toujours avec plus de difficulté que des artères ombilicales dans la veine.

3.° Je n'ai jamais fait passer l'air des artères mésentériques dans la veine-porte, & je l'ai fait passer avec facilité des artères ombilicales dans la veine.

Il est prouvé par ces expériences, que le mouvement du sang dans le tronc & dans les branches supérieures de la veine ombilicale est d'autant plus rapide que les passages de ce fluide des artères ombilicales dans la veine, sont plus libres dans le placenta que dans aucune autre partie du corps, & sur-tout que

des artères mésentériques & cœliaques dans la veine-porte, & que par conséquent le sang ombilical a plus de vîtesse que le sang de la veine-porte.

C'est sans doute cette liberté du passage des liqueurs colorées des artères ombilicales dans la veine, qui a déterminé plusieurs Anatomistes à établir des anastomoses visibles entre les artères & les veines du placenta; certainement on ne peut nier qu'il n'y ait de véritables anastomoses entre ces vaisseaux, mais je puis assurer avec Hobolkenus * qu'elles ne sont pas visibles.

* Orat. Vep. pag. 16.

De toutes les raisons qui prouvent que le sang ombilical a beaucoup plus de vîtesse que celui de la veine-porte, & de la différente capacité de ces deux veines, on doit conclure; 1.° qu'il coule peu de sang par la veine-porte du fœtus & qu'il en coule une quantité énorme par la veine ombilicale. 2.° Que le sang de la veine-porte se mêle avec celui de la veine ombilicale dans le confluent indiqué *f*, non pas pour aller de droite à gauche dans le canal veineux *w* & dans le sinus ombilical *y*, ainsi que M. Winslow l'avance; car il ne pourroit faire cette route qu'en faisant rebrousser chemin au sang de la veine indiquée *b*, ou qu'en empêchant le sang ombilical d'entrer dans cette veine, ce qui est évidemment impossible, mais pour aller de gauche à droite avec le sang ombilical & pour recevoir de ce sang qui passe par la veine *b* dans le confluent *f* une quantité de mouvement suffisante pour lui faire franchir les obstacles que lui opposent les détours du foie; sa lenteur extrême exige un tel secours pour vaincre d'aussi grandes résistances.

QUATRIÈME PARTIE.

Cours du sang dans le foie de l'enfant après sa naissance.

HARVEI & tous les Anatomistes célèbres qui ont paru depuis lui, ont été frappés des changemens qui arrivent dans le cours du sang, dans le poumon, dans le cœur & dans l'aorte de l'enfant d'abord qu'il est né; ceux qui arrivent dans

le cours du ſang hépatique n'ont point été apercus, ou du moins on s'eſt borné à ceux qui arrivent au canal veineux, & on croyoit unanimement que toute la veine ombilicale, même la portion de cette veine qui entre dans le foie, devenoit, ainſi que le canal veineux, un véritable ligament. Cela n'eſt point étonnant, comme les Anatomiſtes, excepté Fabricius, Cheſelden, Haller, ignoroient la vraie diſtribution de la veine ombilicale, & comme aucun d'eux ne connoiſſoit la direction que ſuit le ſang des deux veines du foie du fœtus pendant les neuf mois de ſa formation, ils n'avoient garde d'apercevoir les directions nouvelles que prend le ſang de la veine-porte après que l'enfant eſt né. Je vais développer dans cette quatrième partie ces directions nouvelles, & diſſiper l'obſcurité qui a tenu cachées des vérités tout auſſi intéreſſantes que celles qu'on a découvert dans les vaiſſeaux pulmonaires de l'enfant nouveau né.

A peine l'enfant eſt né qu'on lie le cordon, c'eſt-à-dire les deux artères & la veine ombilicale; cette ligature ſans laquelle l'enfant éprouveroit une hémorrhagie mortelle, prive le foie d'une grande quantité du ſang qui circuloit dans ſa ſubſtance pendant que l'enfant étoit dans le ſein de ſa mère; car il eſt évident qu'après la ligature il ne coule plus de ſang par le tronc de la veine ombilicale : or nous avons prouvé ci-deſſus que cette veine fourniſſoit au moins les trois quarts de la quantité totale du ſang veineux qui circuloit dans le foie du fœtus avant ſa naiſſance; après la ligature de la veine ombilicale, la veine-porte devient la ſeule veine du foie : nous avons prouvé que dans le fœtus, cette veine ne fournit tout au plus que le quart des vaiſſeaux veineux du foie, & que par conſéquent elle ne peut fournir tout au plus que le quart de la quantité totale du ſang veineux qui circule dans ce grand viſcère, en ſuppoſant les vîteſſes & les réſiſtances du ſang de la veine-porte égales aux vîteſſes & aux réſiſtances du ſang de la veine ombilicale; il eſt donc évident qu'après la ligature il ne circule dans le foie de l'enfant que le quart de la quantité du ſang qui circuloit dans le foie de cet enfant pendant qu'il

étoit fœtus, c'eſt-à-dire la moitié de la quantité qui paſſoit par le confluent *f*, car l'autre moitié de cette quantité que la veine indiquée *b* lui fourniſſoit, n'y arrive plus.

Cette modique quantité de ſang ſe partage après la naiſſance en deux colonnes qui doivent, ſans doute, être bien foibles dans l'inſtant du partage, dont l'une continue de couler de gauche à droite par l'extrémité droite du confluent *f*, qui commence à être la branche droite du ſinus de la veine-porte, par les veines *q q* & par leurs branches *rrrr*, conformément à la direction que le ſang ſuivoit dans ces veines avant la ligature de la veine ombilicale; l'autre colonne de ſang de la veine-porte prend une route nouvelle & qui lui étoit inconnue, & une direction oppoſée à celle qu'elle avoit ſuivie, car elle entre par un mouvement de droite à gauche dans la tige *b* de la veine ombilicale dans laquelle elle fournit du ſang à deux petits rameaux qui en naiſſent & vont au lobule de Spigel: elle entre de plus par un mouvement de droite à gauche de la tige *b* de la veine ombilicale, qui commence à devenir la branche gauche du ſinus de la veine-porte dans le grand canal qui, avant la ligature, s'appeloit le ſinus ombilical : cette foible colonne de ſang coule enſuite de derrière en devant, conformément à la direction du ſinus ombilical dans lequel le ſang ombilical avoit ſuivi juſqu'à ce temps une direction de devant en arrière, elle ſe mêle dans ce vaſte ſinus avec le réſidu du ſang ombilical, elle l'anime & elle devient le principe de ſon mouvement, elle ſe mêle auſſi avec le ſang qui doit refluer des branches hépatiques du ſinus dans ſa cavité, ſon propre mouvement s'affoiblit en ſe communiquant au ſang ombilical, qui n'étant plus renouvelé par le ſang du placenta, ni agité par les mouvemens de la reſpiration de la mère, reſteroit dans le repos & ſe coaguleroit.

La circulation ſeroit ſans doute prête à s'éteindre dans les vaiſſeaux veineux du foie, ſi dans le même temps que ces merveilles s'opèrent, les organes de la reſpiration de l'enfant n'imprimoient pas une nouvelle activité aux fluides du foie & de tous les viſcères du bas-ventre de l'enfant & ne faiſoient pas

ſur les vaiſſeaux du foie ce que les organes de la reſpiration de la mère faiſoient ſur les vaiſſeaux du placenta, c'eſt-à-dire des ballottemens alternatifs, des compreſſions variées, qui pouſſent les fluides dans les vaiſſeaux preſque vides du foie, qui leur ſont préparés, mais à peine l'enfant eſt-il né qu'il éternue, qu'il reſpire; le méconium irrite les nerfs des inteſtins, les muſcles du bas-ventre ſe contractent avec force & impriment au ſang de la veine-porte une nouvelle activité.

D'ailleurs les deux artères ombilicales étant liées, le ſang de l'aorte inférieure n'y paſſe plus, & par conſéquent il entre en plus grande quantité dans les artères méſentériques & dans l'artère cœliaque, ainſi que dans la veine-porte & dans le foie; ces artères & cette veine ſe dilatent peu à peu & reçoivent une grande partie du ſang, qui avant la naiſſance de l'enfant, entroit dans les artères ombilicales; car comme alors les vaiſſeaux du foie ſont preſque vides, le ſang de la veine-porte n'y trouve pas de réſiſtance: or moins le ſang des veines trouve de réſiſtance dans ſon cours, plus eſt grande la quantité du ſang que les artères leur fourniſſent; la veine-porte reçoit donc alors plus de ſang, & les branches inférieures & comme flottantes de cette veine étant continuellement, tantôt plus, tantôt moins preſſées par les organes de la reſpiration de l'enfant, le ſang circule dans cette veine avec plus de célérité dans ſon tronc & dans ſes branches ſupérieures.

Le canal que nous avons indiqué *ſ* ne peut plus depuis la naiſſance de l'enfant, être regardé comme le confluent de la veine-porte & de la tige *b* de la veine ombilicale, mais comme la partie moyenne & droite d'un ſinus nouveau que la veine-porte prépare au ſang qu'elle doit elle ſeule fournir au foie de l'enfant pendant le cours de ſa vie.

Nous avons vu le ſang de la veine-porte changer deux fois de direction dans ſon cours & marcher dans deux routes qui lui étoient inconnues, ſavoir du canal indiqué *ſ* dans le canal *b* par un mouvement de droite à gauche, & du canal *b* dans le vaſte ſinus ombilical *y*, par un mouvement nouveau de derrière en devant; continuons de ſuivre ce nouveau ſang dans ſon cours.

Le ſang de la veine-porte, après avoir pris ces deux directions nouvelles & avoir en partie rempli la cavité du vaſte ſinus ombilical *y*, prend encore de nouvelles directions dans ſon cours; car 1.° une partie de ce ſang entre dans les branches *iii* qui naiſſent du bord droit du ſinus ombilical, & il marche obliquement de derrière en devant & de gauche à droite dans ces branches, conformément à leur direction: il n'en eſt pas tout-à-fait ainſi des deux premières branches que le ſinus ombilical donne en entrant dans la ſciſſure tranſverſe, car le ſang de la veine-porte marche obliquement de devant en arrière dans ceux-ci, conformément à leur direction.

2.° Une autre partie de ce ſang, & celle-ci eſt la plus conſidérable, entre de la cavité du ſinus ombilical dans les branches *ccccc* qui naiſſent du bord gauche de ce ſinus, & ſe diſtribuent dans toute l'étendue du lobe gauche, & il y ſuit un mouvement de droite à gauche, conformément à leur direction.

On voit ici les phénomènes les plus ſinguliers que l'économie animale puiſſe étaler aux yeux de la Phyſique dans les premiers inſtans de notre naiſſance, c'eſt-à-dire, 1.° la totalité du ſang veineux du plus grand de nos viſcères, réduite pendant quelque temps à un quart de ſa quantité.

2.° Une veine, c'eſt-à-dire la veine-porte, après n'avoir fourni pendant neuf mois que le quart des vaiſſeaux veineux du foie devient tout-à-coup la ſeule veine du foie, parce qu'elle s'approprie toutes les branches hépatiques d'une autre veine, près de quatre fois plus grande qu'elle, je veux dire de la veine ombilicale.

3.° Cette veine-porte enrichie des dépouilles de la veine ombilicale, fournit elle ſeule après la naiſſance de l'enfant tout le ſang veineux qui circule dans toute la ſubſtance du foie après n'avoir fourni pendant neuf mois que le quart du ſang qui a circulé dans ce grand viſcère pendant tout ce temps.

4.° Le ſang de la veine-porte, après avoir conſtamment circulé de gauche à droite pendant neuf mois, entre par un mouvement de droite à gauche dans la veine indiquée *b*, dans

laquelle

laquelle il n'étoit jamais entré; il pénètre ensuite dans le sinus *y*, dans lequel il n'étoit jamais entré; il y suit une direction de derrière en devant, c'est-à-dire opposée à celle qu'avoit suivie le sang ombilical. Il marche obliquement de gauche à droite dans les branches *iii* du lobe droit dans lesquelles il n'étoit jamais entré, il coule par un mouvement de droite à gauche dans les branches *ccccc* du lobe gauche dans lesquelles il n'étoit jamais entré.

Tous ces phénomènes sont nouveaux en Physique, ils découlent si naturellement des loix nouvelles que suit le sang dans son cours, pendant que le fœtus est renfermé dans le sein de sa mère, & de la ligature de la veine ombilicale & de la distribution de cette veine & de la veine-porte dans le foie du fœtus, qu'il seroit superflu de m'arrêter à en développer plus amplement les causes, & à montrer la liaison qu'ils ont avec elles.

Mais en finissant ce Mémoire, deux phénomènes plus connus fixeront pour un instant nos regards, c'est le desséchement du canal veineux d'Arantius & celui de la veine ombilicale.

Tous les Anatomistes pensent que la veine ombilicale se dessèche entièrement en peu de jours & dans toute son étendue, dans le foie aussi-bien que jusqu'à l'ombilic de l'enfant, & que le canal veineux se dessèche depuis la naissance qu'on lui suppose, de la branche gauche du sinus de la veine-porte jusqu'à son insertion dans la veine-cave.

Mais, 1.° pour ce qui regarde la veine ombilicale, il est prouvé par tout ce que j'ai dit ci-dessus, & c'est un fait que j'ai vérifié sur plusieurs sujets, qu'elle ne se dessèche d'abord & dans les premiers temps après la naissance, que depuis l'ombilic de l'enfant jusqu'à l'endroit du foie où elle commençoit dans le fœtus à répandre des branches dans le foie, c'est-à-dire jusqu'à son entrée dans la scissure transverse. 2.° Il est évident que toutes les branches que la veine ombilicale donne dans le foie, ne se dessèchent jamais & qu'elles servent dans l'adulte comme dans le fœtus, à conduire le sang dans les trois quarts de la substance du foie, mais que ces branches cessent d'ap-

partenir à la veine ombilicale & commencent d'appartenir à la veine-porte d'abord que la veine ombilicale est liée.

L'extrémité hépatique de la veine ombilicale conserve long-temps après la naissance la vaste cavité de son sinus, quoique ce sinus ne lui appartienne plus, mais à la veine-porte, depuis l'instant de la ligature; il conserve long-temps la forme & le degré de dilatation qu'il avoit dans le fœtus; c'est le nouveau sang de la veine-porte qui empêche pendant quelque temps les parois de ce vaste sinus de revenir sur elles-mêmes, de se rétrécir, de se coller, de se dessécher; c'est aussi ce même sang qui empêche pendant le cours de la vie de l'enfant, les branches du sinus ombilical, devenu branche gauche du sinus de la veine-porte, de se dessécher.

Pour se convaincre que la cavité du grand sinus ombilical est conservée long-temps après que celle du tronc de la veine ombilicale est abolie, depuis l'ombilic de l'enfant jusqu'à l'entrée de cette veine dans le foie, il suffit d'examiner la veine-porte bien injectée, dans un enfant d'un à deux ans; car 1.° la cire injectée dans le tronc de cette veine, remplit exactement les rameaux *rrrr* & les branches *qq*, qui dans le fœtus naissent du confluent *f*. 2.° La veine indiquée *b* est remplie de cire & elle commence d'être bien dilatée & de devenir la branche gauche d'un sinus que la veine-porte acquiert aux dépens du sinus ombilical, dont la cavité diminue à mesure que celle de la branche indiquée *b* augmente en toutes ses dimensions.

3.° La cavité du grand sinus ombilical, quoique diminuée, se trouve pareillement remplie de cire & conserve encore une grande partie de sa cavité, & même de sa première forme & direction; il se termine à l'entrée de la scissure transverse par une extrémité arrondie qui ressemble au bout d'un doigt, & il reçoit en cet endroit l'extrémité de la veine ombilicale changée en ligament; si on fait ces recherches sur un enfant plus avancé en âge, ce doigt vasculaire est de beaucoup plus court & plus reculé vers le centre de la concavité du foie, & on conçoit que cela doit être, parce que d'une part le foie a augmenté, & que d'autre part la cavité du sinus ombilical

a diminué à meſure que la branche indiquée *b* en a agrandi ſa ſienne, & alors le ligament ombilical eſt plus long & plus avancé vers le milieu de la cavité du foie.

Je reviens à l'enfant d'un an; on conçoit facilement que le ſinus ombilical a dès ce temps perdu une partie de ſa cavité, parce que ne recevant dans les premiers temps que le huitième de la quantité totale du ſang qu'il recevoit avant ſa naiſſance, ſes parois ſe ſont reſſerrées peu à peu par leur propre reſſort & parce qu'elles ont été plus preſſées par les organes de la reſpiration de l'enfant qu'elles n'ont été dilatées par une quantité de ſang auſſi modique & qui a circulé avec lenteur.

Enfin ſi on continue les mêmes recherches ſur pluſieurs enfans de différens âges, on s'apercevra que la cavité du ſinus ombilical continue de diminuer, & qu'une portion de ſes parois eſt employée à l'agrandiſſement de la branche gauche *b* du ſinus de la veine-porte, & qu'enfin le bout du ligament ombilical, qui dans les premiers temps ſe terminoit au bord antérieur du foie, s'eſt prolongé juſqu'au milieu de ce viſcère, & alors il eſt tel qu'il eſt repréſenté dans les figures des Anatomiſtes, & on le voit réellement attaché à la branche gauche du ſinus de la veine-porte.

On remarque quelquefois deux à trois petites veines noyées dans la ſubſtance de ce ligament, qui ſe répandent dans les deux lobes du foie, ſemblable aux artères, qui des artères ombilicales changées en ligamens, deſcendent dans la veſſie urinaire. Euſtachi a repréſenté ces veines dans la *Planche XXVIII. fig. 1.*

C'eſt ainſi que la branche gauche du ſinus de la veine-porte acquiert la figure que nous lui trouvons dans l'adulte, figure ſi différente de ce qu'elle eſt dans le fœtus & même dans les premiers temps de l'enfance, qu'il faut avoir vu & ſuivi avec la plus grande attention dans ſes commencemens & dans ſes progrès cette métamorphoſe ſingulière, pour que l'eſprit puiſſe s'en former une juſte idée; c'eſt cette différence preſqu'incompréhenſible qui a induit en erreur les Anatomiſtes, & j'oſe dire tous les Anatomiſtes qui donnent à la veine-porte du fœtus un ſinus, & qui ſuppoſent un mélange du ſang de cette

veine avec celui de la veine ombilicale dans la cavité même du ſinus ombilical.

Après avoir fait voir que toutes ou preſque toutes les veines que la grande veine ombilicale donne au foie, conſervent leurs cavités, & qu'elles deviennent branches de la veine-porte d'abord que le ſang de la mère ceſſe de couler dans la veine ombilicale; je vais ajouter quelques réflexions ſur les cauſes qui changent les artères, la veine ombilicale & le canal veineux en ligamens.

C'eſt une loi générale dans l'économie animale que tout vaiſſeau quelque long, quelque grand qu'il ſoit, perd ſa cavité d'abord que le fluide qu'elle laiſſoit couler ceſſe de la parcourir. On voit facilement la raiſon qui empêche le ſang d'entrer dans la veine ombilicale, c'eſt la ligature; mais la ligature faite à l'ombilic de l'enfant n'empêche ni le ſang de la veine-porte d'entrer dans la veine ombilicale depuis la veine-porte juſqu'à l'ombilic, ni le ſang de l'aorte inférieure d'entrer dans les artères ombilicales, & cependant cette veine & ces deux artères ſe deſsèchent & ſe changent en ligamens, c'eſt que, comme je l'ai déjà dit, il ne ſuffit pas qu'un vaiſſeau ne manque pas de ſang pour qu'il ne ſe deſsèche pas, il faut de plus que le ſang ſoit renouvelé; s'il n'eſt pas renouvelé, il devient lui-même avec le temps un corps ſolide, & les parois des vaiſſeaux qui le renferment ſe collent enſemble: or les artères & la veine ombilicale n'ayant point de rameaux, les artères juſqu'à l'ombilic, la veine depuis l'ombilic juſqu'au foie, & leurs extrémités étant liées, le ſang dont elles ſont remplies dans le temps qu'on les lie ne peut être renouvelé, ainſi il devient un corps ſolide & forme une eſpèce de tampon qui empêche le nouveau ſang d'y entrer, & par conſéquent d'écarter leurs parois. Rien ne s'oppoſe à leur retour ſur elles-mêmes que cette eſpèce de cylindre de lymphe & de ſang grumelé qui diminue peu à peu, & qui enfin s'anéantit par la diſſipation de ſes parties les plus fluides; le peu qu'il en reſte devient une eſpèce de colle qui aide la ſoudure & la réunion des parois des vaiſſeaux entre elles.

Mais ſi on voit la cauſe qui empêche le ſang, non pas

d'arriver à l'entrée de la veine & des artères ombilicales, mais de parcourir leurs cavités & d'en sortir; on ne voit pas celle qui peut empêcher le sang de parcourir la cavité du canal veineux après la naissance de l'enfant; car ce canal d'abord que l'enfant est né devient, ainsi que toutes les veines du lobe gauche du foie, une branche de la veine-porte: or toutes ces veines, excepté le canal veineux, conservent leur cavité. La question se réduit donc à savoir pourquoi les veines que la veine ombilicale donnoit dans le foie du fœtus conservant leur cavité, le canal veineux perd la sienne.

Je crois satisfaire à cette question en disant que le canal veineux ne versoit son sang dans la veine-cave avant la naissance de l'enfant, que parce que premièrement le sang ombilical animé par les organes de la respiration de la mère & par sa masse, qui étoit très-considérable, avoit assez de force pour vaincre la résistance que lui opposoit la colonne du sang de la veine-cave; sa masse & sa vîtesse étoient alors très-grandes.

Après la ligature la masse totale du sang qui arrive au foie est réduite à un huitième, & on peut dire la même chose & rien de plus de sa vîtesse. La quantité de son mouvement est donc extrêmement diminuée après la naissance; il est donc plus que vraisemblable que le sang du canal veineux ne peut plus se dégorger dans la veine-cave; il doit donc subir avec le temps la loi générale que subissent les vaisseaux dont les cavités cessent d'être parcourues; car d'un autre côté le sang de la veine-cave ne peut pas entrer dans le canal veineux, car comme ce canal se termine dans la veine-cave par une ouverture commune avec une des plus grandes veines hépatiques, & que le sang de ces veines est animé par la propulsion directe du sang des artères hépatiques, la colonne du sang de cette veine s'oppose suffisamment à l'entrée du sang de la veine-cave dans le canal veineux; d'ailleurs ce canal s'insérant dans cette veine hépatique par un angle très-oblique, l'éperon angulaire formé par une telle obliquité devient une espèce de valvule qui ferme d'autant plus facilement l'ouverture postérieure du canal veineux, qu'il n'y a presque pas de sang dans ce canal.

Il n'en eſt pas ainſi des branches hépatiques de la veine ombilicale, devenues depuis la naiſſance de l'enfant branches de la veine-porte; car, 1.° les organes de la reſpiration de l'enfant preſſent inégalement, c'eſt-à-dire tantôt plus tantôt moins toutes leurs ſurfaces, qui ſont incomparablement plus grandes que celles du canal veineux; 2.° les battemens des artères hépatiques qui les accompagnent excitent ſur le ſang qu'elles contiennent des propulſions latérales; 3.° ces artères s'anaſtomoſant avec les veines hépatiques, verſent par des propulſions directes leur ſang dans les veines hépatiques branches de la veine-cave, & facilitent le dégorgement des branches de la veine-porte dans les veines hépatiques branches de la veine-cave, & celui des veines hépatiques dans la veine-cave.

Certainement on ne peut pas dire que le ſang des artères hépatiques, que les battemens alternatifs de ces artères impriment du mouvement à la foible quantité du ſang que la veine-porte donne au canal veineux.

On ne peut pas même dire que les organes de la reſpiration de l'enfant agiſſent beaucoup ſur le canal veineux; car, 1.° ſa ſituation eſt très-profonde & très-reculée auprès de l'épine; 2.° il ne donne point de rameaux, & il eſt très-court & très-étroit; il ne préſente donc qu'une ſurface très-petite ſi on la compare à celle de la moindre des branches qui naiſſent du ſinus ombilical devenu la branche gauche du ſinus de la veine-porte.



Pl. 1.

N,

l

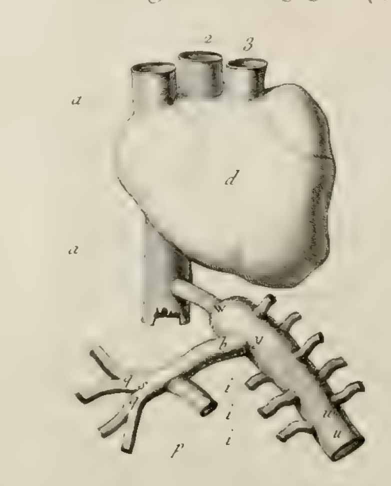
l

e.

es

nt

PLANCHE pour servir au III.[eme] MÉMOIRE de M. BERTIN, sur la circulation du sang dans le foye du fœtus humain.



EXPLICATION DE LA FIGURE.

d..... le cœur et les oreillettes........

a a .la veine cave coupée..........

2..... l'aorte coupée...............

3..... l'artere pulmonaire coupée.....

b..... tige ou branche capitale de la veine ombilicale..........

u u la veine ombilicale..........

v.. ..le sinus de cette veine........

w..... le canal veineux ....

s..... le confluant de la veine porte p. et de la tige b. de la veine ombilicale

p.... la veine porte coupée.

i i i. rameaux que le sinus ombilical donne au lobe droit du foye.

ccccc. branches que le sinus ombilical donne au lobe gauche du foye.

q. q... les deux branches capitales que le confluant s. donne au lobe droit du foye.

r.r.r.r. rameaux principaux que les deux branches q. q. du confluant s. donnent au lobe droit.

NOUVELLES RECHERCHES

Sur la cause générale du chaud en Été & du froid en Hiver, en tant qu'elle se lie à la chaleur interne & permanente de la Terre;

En supplément & correction au Mémoire qui fut donné sur ce sujet dans le Volume de 1719, page 104.

Par M. DE MAIRAN.

1. LE but de ce Mémoire étoit de montrer qu'il y a dans tous les climats un principe de chaleur, actuellement indépendant de la cause générale de la vicissitude des saisons ou de l'action immédiate du Soleil sur la Terre, & sans lequel l'Été & l'Hiver que nous éprouvons, le degré de chaleur dans l'un, le degré de froid ou de moindre chaleur dans l'autre, & leurs rapports, tels qu'ils nous sont indiqués par le thermomètre, deviennent absolument inexplicables, & contradictoires avec tout ce que nous avons d'expériences sur ce sujet.

2. La théorie de ce principe est fondée sur ce que la différence qui se trouve entre la chaleur que le Soleil nous communique en Été, & celle qu'il nous communique en Hiver, est très-grande, tandis que la différence de la chaleur absolue de l'Été à celle de l'Hiver est très-petite. D'où naît la conséquence, qu'il y a donc réellement une très-grande cause de chaleur, & réellement une très-grande chaleur, dont les émanations s'ajoutent sans cesse à la cause générale de la vicissitude des saisons, & sur laquelle, comme base, s'élèvent alternativement les degrés de la chaleur simplement solaire en Été & le degré de chaleur de même espèce en Hiver, dont les sommes doivent être entre elles dans le rapport de la chaleur absolue de l'Été à la chaleur absolue de l'Hiver.

3. Par exemple, les degrés de chaleur en Été, par la ſeule action annuelle du Soleil, dans le climat ou à la latitude de Paris, comparés au degré de chaleur de l'Hiver, ont été trouvés dans le Mémoire, en raiſon de 66 à 1 ; & par les obſervations de M. *Amontons*, ſur ſon Thermomètre expoſé aux rayons du Soleil, dans les deux ſolſtices, les plus grandes chaleurs de l'Été du même climat, ainſi meſurées, ne diffèrent du froid de l'Hiver quand l'eau ſe glace, que comme 60 diffère de 51 $\frac{1}{2}$, ou, à très-peu près, comme 7 de 6; puiſque 60 : 51 $\frac{1}{2}$: : 7 : 6 $\frac{1}{120}$. Or d'où viendroit une ſi prodigieuſe différence entre ces deux rapports, ſi ce n'eſt de ce feu intérieur quelconque qui agit ſans ceſſe vers la ſurface de la Terre, en Été & en Hiver, & dans tous les climats, abſtraction faite des variations que les circonſtances locales & accidentelles peuvent y apporter.

4. De l'Été, ou de la chaleur ſolſticiale abſolue d'Été, ſelon M. *Amontons*, alors mon unique guide, par ſon Thermomètre & par ſes obſervations, s'enſuivoit, relativement à la chaleur ſolſticiale abſolue d'Hiver égalée à 1, la valeur d'environ 393 degrés pour la chaleur émanée du fond de la Terre, & par-là 392 fois plus grande que la chaleur communiquée en Hiver par la ſeule action du Soleil.

5. Voilà l'eſprit, & un précis de mon ancien Mémoire, lû dans l'Aſſemblée publique d'après Pâques 1719. En voici l'Analogie conſtitutive que je réſumai en finiſſant, & que je crois à propos de rapporter ici, pour une plus parfaite intelligence de ce qui ſuit ; après quoi on pourra ſe paſſer de recourir davantage à ce Mémoire.

6. *Comme l'excès de la chaleur de l'Été, provenant ſeulement de la cauſe générale de la viciſſitude des ſaiſons, qui eſt le Soleil, ſur la chaleur de l'Hiver provenant de la même cauſe,*

Eſt à cette chaleur de l'Hiver;

Ainſi l'excès de la chaleur totale de l'Été ſur la chaleur totale de l'Hiver, provenant du concours de toutes les cauſes,

Eſt

Est à une quatrième proportionnelle, qui étant ôtée de la chaleur totale de l'Hiver, il restera la quantité de chaleur fondamentale qui demeure ordinairement sur la Terre dans le climat où les observations ont été faites.

7. « C'est une Analyse, une espèce d'inverse, par laquelle on remonte du rapport donné de la chaleur totale de l'Été à celle « de l'Hiver total, résultans du concours de toutes les causes, « & du rapport de celles qui ne dépendroient que des rayons « du Soleil, à la chaleur propre du climat, indépendante de « l'action journalière du Soleil. »

8. Il n'en falloit pas davantage pour prouver la réalité de ce fonds permanent de chaleur propre à chaque climat. Mais un principe de cette importance, & si fécond en matière de Physique & de Météorologie, n'ayant pu manquer de se présenter à moi depuis en mille occasions, & sous mille formes différentes, j'ai cru devoir enfin le remanier avec plus d'ordre & de détail, & en montrer plus particulièrement l'accord avec les phénomènes les plus remarquables de l'Été & de l'Hiver.

9. Un de ces phénomènes sur lequel j'insisterai davantage, observé par M. de *Reaumur,* & connu depuis que son thermomètre a été porté dans les quatre parties du Monde, quatorze ou quinze ans après la lecture de mon Mémoire, est celui de la chaleur sensiblement égale entre les Étés de tous les climats; tandis que le froid ou la chaleur moindre des Hivers y diffère communément d'autant plus d'un climat à l'autre, que la latitude en est plus différente. Cette égalité, dis-je, que personne, que je sache, n'a tenté d'expliquer, ni de contredire, confirmée ici par de nouvelles observations, y sera ramenée enfin à son principe, & sera l'une des plus importantes parties de ces Recherches.

10. Je lûs à l'Académie deux années après mon Mémoire*, & sur mon Mémoire, un éclaircissement qui avoit pour objet la solution de ce Problème,

* *Voy. Mém. de l'Acad. 1721, p. 8.*

Le rapport de deux degrés ou quantités de lumière du Soleil vu sur l'horizon à travers l'Atmosphère, à deux hauteurs différentes & connues, étant donné, trouver quelle partie de la lumière absolue du Soleil nous est interceptée par l'Atmosphère, à telle hauteur qu'on voudra. Problème qui eut le bonheur d'engager M. *Bouguer* à écrire son excellent *Essai d'Optique sur la Graduation de la lumière,* à l'occasion d'une expérience que j'y avois indiquée, & dont il a bien voulu me faire honneur dans sa préface & dans le corps de l'ouvrage.

11. Je démontrai aussi dans cet Éclaircissement, & relativement aux observations que j'y employois, que *des vapeurs de même nature & de même densité doivent donner une réfraction d'autant plus grande, que la couche qu'elles forment sur la surface de la Terre est moins épaisse.*

On verra assez en son lieu l'usage qu'on peut faire de ces deux propositions.

12. Quant aux preuves de l'existence du Feu central, que j'ajoutai dans la dernière édition de ma Dissertation sur la Glace en 1749, par l'application de ce Feu à la congélation même, & à plusieurs autres phénomènes, je ne ferai pas difficulté de les rappeler, & d'en employer encore ici quelques-unes, comme à leur véritable place, & comme plus fortes à la suite d'un principe mieux développé & plus approfondi.

13. Commençons par établir la cause générale de la vicissitude des saisons, la valeur, l'énergie de cette cause. Elle a fait la première partie de mon ancien Mémoire, elle fera de même celle de ces nouvelles Recherches. Mais, pour y procéder avec plus de clarté, fixons la signification des termes dont nous aurons le plus fréquemment à nous servir dans tout cet Écrit.

DÉFINITIONS & Avertissemens.

14. La cause générale de la vicissitude des saisons dans tous les climats est visiblement le Soleil, par son cours annuel entre les Tropiques. Je nommerai donc *Été solaire,* & *Hiver*

solaire l'Été & l'Hiver qui ne seroient produits que par la seule action du Soleil aux deux solstices, sans l'intervention d'aucune autre cause. Ils pourroient encore être appelés *Astronomiques,* comme résultans des hauteurs, des distances, & de la demeure du Soleil sur l'horizon, telles que l'Astronomie nous les apprend.

15. *L'Été & l'Hiver réels,* ou proprement dits, & que j'appellerai aussi quelquefois tout simplement l'*Été* & *l'Hiver,* seront ceux que l'expérience nous a fait connoître, & que les observations nous indiquent sur le Thermomètre, en des temps quelconques, les plus chauds & les plus froids, qui se trouvent communément dans les saisons nommées *Été* & *Hiver;* mais que nous supposerons toujours ici, de même que l'Été & l'Hiver solaires, transportés aux deux jours solsticiaux qui y répondent: on en verra la raison. L'Été réel sera donc le plus grand chaud en intensité, & l'Hiver réel le plus grand froid rapportés aux deux jours solsticiaux, année commune, par toutes les causes réunies, astronomiques, physiques & locales du climat, par l'action des rayons du Soleil, & sur-tout par l'émanation de chaleur qui provient du feu intérieur de la Terre.

16. Le Printemps & l'Automne sont des saisons intermédiaires que nous pouvons regarder comme des extensions de l'Hiver & de l'Été, & que je réunirai toujours à celles-ci.

17. L'Été & l'Hiver réels de M. *Amontons,* que j'avois seuls employés dans mon ancien Mémoire, ne diffèrent de ceux dont je viens de parler, qu'en ce qu'ils ne sont déterminés que par la chaleur immédiate des rayons solaires, observée sur son Thermomètre, & produite en même temps par toutes les causes physiques & locales qui s'y compliquent & qui les modifient, dans les deux jours des solstices, à midi.

18. Nous devons enfin imaginer un autre Été & un autre Hiver, qui, selon toute apparence, n'existent rigoureusement parlant nulle part, mais dont la considération est ici indispensable & de la plus grande importance: savoir, l'Été & l'Hiver qui règneroient dans chaque climat à raison de sa latitude, &

par les ſeules cauſes générales, tant du Feu intérieur de la Terre que de l'action du Soleil, abſtraction faite de tout ce qui s'y mêle de local & d'accidentel. Je nommerai cet Été & cet Hiver *Rationnels.* Et nous verrons peut-être que la Nature s'écarte bien moins aujourd'hui de cette régularité, qu'on ne l'auroit cru d'une première vue, ſi l'on en excepte les pays couverts de montagnes ou d'épaiſſes forêts.

19. Comme nous n'avons juſqu'ici nulle connoiſſance exacte de la chaleur conſidérée en elle-même, & que nous n'en ſaurions exprimer la quantité, qu'en la comparant à telle ou telle autre chaleur, c'eſt-à-dire, à telle ou telle raréfaction d'un corps fluide ou ſolide, & par-là à tel ou tel Thermomètre, nous devons ſoigneuſement diſtinguer toutes les eſpèces de commune meſure dont nous nous ſervirons pour en déterminer les rapports. Or cette commune meſure ou ces degrés de chaleur relative ſe préſenteront ici principalement ſous ces deux aſpects.

1.° Simplement, comme nombres réſultans des ſinus de hauteur ſolaire, & autres élémens qui en dépendent, & ſous cet aſpect, je les nommerai *degrés* ou *parties Trigonométriques.*

2.° Comme *Thermométriques;* en quoi nous convertirons toutes les expreſſions de chaleur, ainſi que j'avois fait par rapport au thermomètre de M. *Amontons,* & que je ferai dans la ſuite pour celui de M. de *Reaumur.* Mais cette converſion n'aura lieu qu'après que j'aurai donné en degrés de ce dernier les Étés & Hivers réels, & lorſqu'il s'agira d'en établir le rapport par une commune meſure, tant avec les émanations du Feu intérieur de la Terre, qu'avec les Étés & Hivers Rationnels. Je n'emploierai donc juſque-là, & à l'égard des ſolaires, que les degrés ou parties trigonométriques.

20. Enfin, j'entends par les Émanations du Feu intérieur de la Terre, la partie de ce Feu ou de cette chaleur profonde, qui ſe fait ſentir dans tous les climats; & je les qualifierai de *centrales,* en ce qu'elles agiſſent *centralement,* comme ſi en effet elles partoient du centre du globe, ſans que je prétende par

cette qualification déterminer le lieu, ni l'origine de ce qui les produit. Ce n'eſt pas que l'opinion d'un feu véritablement central, & peut-être de même nature que celui du Soleil, en un mot, que le petit Soleil *encroûté* de Deſcartes, bien entendu, ne me paroiſſe auſſi ſoutenable qu'aucune autre hypothèſe de cette eſpèce, & ne ſemble percer ici de toutes parts. L'objection de *Gaſſendi*, ſi ſouvent répétée dans quelques livres modernes, & cependant ſi peu ſolide, que *le feu ne ſauroit ſubſiſter en un lieu où l'air & l'aliment lui manquent*, tomberoit par-là d'elle-même; car eſt-ce l'air proprement dit, ou un air ſemblable au nôtre qui fait l'aliment du Soleil? Et n'y a-t-il point d'autre feu dans la Nature que celui de nos foyers? D'autre principe de chaleur, qui ne puiſſe être nourri & entretenu par des ſubſtances, ſoit fluides, ſoit ſolides, différentes de l'air qui environne la Terre, & que nous reſpirons? Le feu électrique, par exemple, qui pourroit bien n'être qu'une émanation particulière du feu central ou très-profond, ne ſubſiſte-t-il que dans l'air & par l'air? Ce qui eſt certain, c'eſt qu'*il coule avec plus de facilité & plus abondamment dans le vide que dans l'air de l'Atmoſphère (a)*; mais je veux affranchir ces Recherches de toute hypothèſe ſur ce ſujet. Cependant pour abréger, ou par manière d'exemple, je ne ferai pas difficulté de nommer *Feu central* le principe quelconque de chaleur, dont je viens de parler, & quelquefois auſſi de donner ce nom aux émanations même par où il ſe manifeſte, lorſqu'il n'en pourra naître aucune équivoque.

Ordre & diviſion de cet Ouvrage.

21. Je le diviſerai en trois ſections, relativement aux trois ſortes d'Été & d'Hiver que je diſtingue dans les définitions précédentes.

(a) *Éclairciſſemens ſur pluſieurs faits concernant l'Électricité, par M. l'Abbé Nollet, Mém. de l'Acad. 1747, p. 196.* Ce qui eſt confirmé enſuite dans ſes Lettres ſur la même matière en 1753, & par de nouvelles expériences, p. 74, 75 : *Le fluide électrique*, dit-il, *ſe meut avec une merveilleuſe facilité dans le vide ... & ce feu y brille de toute une autre manière que dans l'air*, &c.

L'Été & l'Hiver purement Solaires, Astronomiques, & indépendans de toute autre cause que le Soleil, occuperont la première partie.

L'Été & l'Hiver Réels, qui dépendent de toutes les causes, tant physiques & particulières, qu'astronomiques, d'après les observations les plus exactes que j'en ai pu recueillir, feront le sujet de la seconde.

Je traiterai enfin dans la troisième des Étés & des Hivers Rationnels, & plus particulièrement du Feu central, qui n'en est pas moins la base que des Réels.

Tout ceci étoit à peu-près dans le même état & avoit été lû à l'Académie dès 1757 ou 1758, & je n'en avois différé l'impression que dans l'attente des nouvelles observations météorologiques que j'espérois me procurer, mais dont je n'ai obtenu que partie & bien tard. Ainsi les calculs déjà faits, les Tables déjà construites, en quoi consistent principalement ces Recherches, s'y borneront toujours à l'année 1756 inclusivement, en remontant de-là jusqu'au commencement du siècle. Et je m'y suis encore déterminé par la circonstance, que les observations météorologiques qui se faisoient à l'Observatoire par ordre de l'Académie, & qui constituent ici le terme de comparaison avec toutes les autres, ont éprouvé depuis une assez longue interruption.

PREMIÈRE SECTION,

DE L'ÉTÉ ET DE L'HIVER SOLAIRES.

Élémens, valeur & rapport de cet Été & de cet Hiver, pour un Climat ou pour une latitude quelconque.

22. JE supposerai par-tout avec *Newton (b)*, que *la force du Soleil, pour échauffer un Climat, est proportionnelle à sa lumière, & sa lumière à la densité ou quantité de ses rayons dans un même espace.*

(b) Princ. Math. *Lib. 3, Prop. 8, Cor. 4; & Prop. 41, pag. 508,* 3.me Édit.

Car de quelque façon qu'on entende la différence qu'il y a de la chaleur à la lumière, & quels que soient les agens secondaires que les rayons du Soleil mettent en mouvement, les effets en seront toujours proportionnels à la cause.

23. Soit *LN* un plan horizontal ou la commune section de ce plan avec le méridien *PQH*, décrit du centre *A*; Z sur la verticale *AZ*, le zénith du lieu; *XAP* l'axe du Monde; *EAQ*, perpendiculaire à cet axe, l'Équateur; & les parallèles *RI*, *OY*; à égale distance de part & d'autre les deux Tropiques, savoir, *RI* le Tropique du Cancer, & *OY* celui du Capricorne. Fig. 1.

Si des points *I*, *Y*, on abaisse les sinus *IS*, *YC*, sur l'horizontale *AH*, ces sinus donneront les hauteurs du Soleil aux deux solstices *I*, *Y*, savoir *IS* au solstice du Cancer ou d'Été, pour l'hémisphère Boréal auquel seul ici nous faisons d'abord attention, & *YC* au solstice du Capricorne ou d'Hiver.

Ayant donc mené sur *AZ* les sinus de complément *YD*, *IV* des hauteurs *YC*, *IS*, & par les points *Y*, *I*, les sécantes *AT*, *At* des angles *ZAT*, *ZAt*, cosécantes des sinus *YC*, *IS*, elles exprimeront les directions d'incidence des rayons solaires sur le plan *LN*, & *ZT*, *Zt*, menées par le Zénith Z, en seront les cotangentes (*c*).

24. Soient *MGF*, *mgf*, les couches, tant supérieures qu'inférieures, de l'atmosphère terrestre, au-dessus du plan *LAN*, auquel elles sont parallèles. Les cosécantes *AT*, *At* exprimeront aussi les chemins parcourus *FA*, *fA*, & *GA*, *gA*, par les rayons du Soleil dans l'atmosphère à travers toutes les couches d'air ou de vapeurs qui la composent, & par-là les différentes quantités de rayons interceptés à leur rencontre, dans tous les cas où ces couches pourront être prises pour sensiblement planes, & s'éloigneront peu du Zénith. Mais on voit bien que la seconde de ces deux conditions, la proximité du Zénith, ne pouvant avoir lieu que dans un fort

(*c*) Je mesurerai toujours ces directions, ainsi que les obliquités, par l'angle que fait le rayon d'incidence avec l'horizontale.

petit nombre de cas, la méthode seroit trop imparfaite, & que nous serons obligés d'y en substituer une autre plus générale & plus exacte.

25. Nous ferons entrer dans le calcul des forces du Soleil pour échauffer un climat à l'un & à l'autre Solstice, les différentes distances de cet astre à la Terre.

26. Et enfin la longueur des jours d'Été, comparée à la brièveté des jours d'Hiver, ou la demeure du Soleil sur l'horizon, en vertu des amplitudes de l'Astre, & proportionnelle aux arcs semidiurnes que nous en donnent les Tables.

27. Voilà donc quatre facteurs & autant d'Élémens qui composeront le rapport total de l'Été à l'Hiver solaires d'un climat.

Les sinus de hauteur,

Le plus ou le moins de force ou de rayons qui restent à la lumière après son passage par l'atmosphère,

Les distances ou les proximités du Soleil,

Et la longueur des jours ou les arcs semi diurnes;

Mais dont il convient de spécifier & de discuter plus particulièrement la valeur & les effets.

PREMIER ÉLÉMENT.

28. *Les sinus des hauteurs solaires à l'un & à l'autre solstice, abstraction faite de toute autre cause.*

C'est ainsi que je simplifie aujourd'hui cet Élément, malgré les raisons apparentes & les autorités qui me l'avoient fait évaluer autrefois par ses quarrés. Question importante, & qui mérite assurément d'être approfondie.

29. Deux hommes célèbres, M. *Halley*, & M. *Fatio de Duillier*, peuvent être mis à la tête de ces deux hypothèses; M. *Halley* en faveur des *simples sinus*, dans un Mémoire qu'il donna en 1693 à la Société Royale de Londres, *sur la*

chaleur

chaleur proportionnelle du Soleil dans toutes les latitudes (d). M. *Fatio* en faveur *des quarrés des ſinus*, dans ſon Traité *des murs inclinés à l'horizon pour les arbres fruitiers (e)*, imprimé ſix années après dans la même ville.

30. Du reſte, on convient de part & d'autre, que la quantité des rayons qui tombent ſur un plan quelconque eſt proportionnelle aux ſinus de la hauteur ſolaire d'où ils y tombent.

31. Si le plan *LN*, qui repréſente la ſurface de ce climat, étoit parfaitement uni & mathématique, il n'y auroit pas de doute à l'hypothèſe de la raiſon doublée ou des quarrés des ſinus; puiſque ſelon la loi de Mécanique ou d'Hydroſtatique, tout corps, ſolide ou fluide, qui vient frapper un plan ſous une direction quelconque, agit ſur lui, 1.° en raiſon de ſa maſſe, de ſa quantité, ou, comme on peut l'imaginer ici à l'égard de la lumière, du nombre de ſes filets, toujours proportionnel au ſinus de leur incidence ſur ce plan. 2.° En raiſon du choc qu'ils y exercent dans le rapport de ces mêmes ſinus; d'où naiſſent leurs quarrés. Et c'eſt-là auſſi tout ce qu'en dit M. *Fatio*, ſans autre explication. Fig. 1.

32. Mais la plaine la plus parfaite & le terrain le plus uni n'étant à la rigueur, & eu égard à la ténuité preſque infinie de la lumière, qu'un aſſemblage de creux & d'éminences, qu'un tiſſu de plans différemment inclinés que les rayons du Soleil viennent frapper ſous toutes les directions poſſibles, quelles que ſoient les hauteurs d'où ils y tombent, il eſt évident qu'on ne ſauroit plus évaluer l'action du Soleil ſur le terrain, non plus que la chaleur totale qui en réſulte, ſelon la loi de Mécanique, ni par conſéquent en raiſon doublée des ſinus de hauteur. Le Soleil n'agira donc ſur ce plan ou ſur le climat, que par la quantité plus ou moins grande des rayons qui tombent ſur ſa ſurface, dans l'un & dans l'autre ſolſtice.

(d) The proportional Heat of the ſun in all Latitudes; *Philoſ. Tranſact.* n.° 203.

(e) Fruit Wals improved by inclining them tho the Horizon, *p. 39.*

Et voilà l'hypothèse des simples sinus, qui sera désormais notre premier & principal Élément.

Voyons cependant tout ce qu'on peut alléguer contre ; il en résultera un nouveau jour sur cette théorie.

OBJECTIONS ET RÉPONSES.

33. *I.re OBJECTION.* On sait aujourd'hui que ce n'est pas de la surface grossière & palpable des corps que se fait la réflexion de la lumière, mais d'une surface invisible, & un peu avant que de les toucher, comme s'ils étoient couverts d'une atmosphère, d'un vernis délié qui en remplit les vides, & en effaçât les éminences. L'expérience journalière du miroir, d'où les rayons se réfléchissent presque tous selon la loi de l'angle de réflexion égal à celui d'incidence, en est une preuve incontestable. Eh ! qu'est-ce pourtant à l'égard de la lumière que la surface du miroir le plus poli, qu'un amas de rugosités & de sillons ? Mais écoutons là-dessus M. *Newton,* qui en a fait le titre & le sujet d'une des plus importantes Propositions de son Optique *(f)*. *La cause*, dit-il, *de la réflexion n'est pas l'incidence de la lumière sur les parties solides ou impénétrables des corps, comme on l'a toujours cru jusqu'ici. . . .* « Si la réflexion des rayons de la lumière se faisoit par le choc » contre les parties solides des corps, ces rayons ne seroient pas » réfléchis par les corps polis aussi régulièrement qu'ils le sont... » car si la lumière étoit ainsi réfléchie, elle seroit autant dispersée » par le verre le plus poli, que par le plus raboteux . . . . . » Et l'on ne peut résoudre le Problème qu'en disant, que la ré- » flexion d'un rayon est produite, non par un point particulier » du corps réfléchissant, mais par quelque puissance du corps, » qui est également répandue sur toute sa surface, & par laquelle le corps agit sur le rayon sans le toucher immédiatement ». Quelle que soit la cause, le fait n'est pas douteux. Le choc de la lumière sera donc proportionnel au sinus de son incidence sur des surfaces sensiblement planes dans leur totalité ; & l'on

(f) *Prop. 8, l. 2, part. III* de la traduction de M. *Coste*, revue par M. *Varignon.*

pourra imaginer un pays de plaine comme un vaste miroir, où les petites inégalités s'évanouissent, & même les grandes, les montagnes & les forêts si elles n'y sont qu'en petit nombre.

34. *Réponse.* Mais il est clair que tout ce raisonnement & la conclusion qu'on en tire, ne portent que sur cette supposition tacite, savoir, que l'épaisseur de cette atmosphère ou de cette enveloppe au-dessus de laquelle agit la puissance quelconque des corps réfléchissans, est proportionnelle à leur masse, ou à leur volume; tandis qu'elle n'est pas vraisemblablement plus grande sur le plus gros rocher, qu'autour du plus petit grain de sable; comme il est visible ou comme on peut s'en convaincre de mille manières différentes. Qu'on jette en effet quelques grains de sable ou de poussière, de verre même, sur ces corps polis dont parle *Newton*, ou qu'on les sillonne de quelques rainures, on y verra bientôt disparoître la réflexion générale sensiblement régulière, & uniquement dûe au fluide subtil qui en remplissoit les cavités insensibles. Eh comment cette atmosphère quelconque, dont je ne prétends pas d'ailleurs rejeter l'existence, rempliroit-elle les vides, couvriroit-elle les éminences d'un terrain qui n'est presque jamais, & sur-tout dans les climats qui font notre principal objet, qu'un assemblage de mottes de terre, de cailloux, de fossés, de tertres & de collines, d'herbages, d'arbres & de bois? La réflexion régulière & le choc relatif au plan mathématique, étant donc ici manifestement impossibles, & l'analogie du miroir au pays de plaine, purement imaginaire, l'hypothèse des quarrés demeure sans fondement, & celle des simples sinus la seule admissible.

35. *II.me Objection.* La lumière n'a pas seulement la propriété de se réfléchir à la rencontre des corps qui s'opposent à son passage, elle a encore celle de les pénétrer plus ou moins, à raison de leur contexture, & selon qu'ils sont plus ou moins perméables à ses rayons. L'or même, de tous les métaux le plus dense, & certainement très-opaque, n'est pas exempt de cette pénétrabilité, puisque étant réduit en feuille, il laisse passer des rayons d'un bleu verdâtre, en

même temps qu'il nous en réfléchit de jaunes. Or les rayons les moins obliques au plan du climat ne pénétreront-ils pas plus avant dans le terrain quelconque qui le compose, ou, ce qui revient au même, n'en échaufferont-ils pas une couche plus profonde ou plus épaisse que ceux qui y sont plus obliques, en raison des sinus de la hauteur d'où ils y tombent? Et puisqu'en même temps ils y tombent en plus grande quantité, & dans le même rapport, n'échaufferont-ils pas le climat en raison doublée ou comme les quarrés de ces mêmes sinus?

36. *RÉPONSE.* Ce raisonnement est fondé sur l'égalité de deux rapports; le premier, entre les épaisseurs des couches pénétrées & les sinus de la hauteur solaire, qui est réel; le second, entre les pénétrations ou les chemins parcourus dans ces couches par les rayons avec les épaisseurs de ces couches, qui est faux ou équivoque, &, en général, incompatible avec le premier. Mais c'est ce qu'on ne voit pas d'abord, & qui mérite éclaircissement.

S'il étoit vrai que les chemins parcourus dans les couches par les rayons fussent proportionnels aux épaisseurs, &, comme le renferme l'objection, aux sinus de hauteur, ces rayons y choqueroient donc, y ébranleroient & y échaufferoient d'autant plus de parties, qu'elles seroient plus épaisses en raison des sinus; & cette circonstance venant à se compliquer avec celle du nombre des rayons d'autant plus grand en semblable raison, il est clair qu'il en résulteroit par-là sur le climat une chaleur totale en raison doublée, ou comme les quarrés des sinus. La conséquence est juste, & seroit concluante si le principe n'étoit pas faux.

37. Ce qui jette ici le plus d'obscurité, ce sont les réfractions inévitables de la lumière à son passage d'un milieu dans l'autre, de l'air dans le terrain; c'est-à-dire, dans un milieu composé d'une infinité d'autres milieux, de réfringence & de pénétrabilité différentes, & qui de plus présente extérieurement à ses rayons une infinité d'éminences, de cavités & de faces différemment inclinées à l'horizon: car tel est le plan physique &

général d'une campagne, & du climat le plus uniforme. Et quelle direction, quelle longueur de chemins parcourus dans le terrain adopterons-nous d'après toutes ces pénétrabilités, ces réfringences & ces réfractions différentes ? Difficulté cependant qui n'infirme pas davantage notre hypothèse des simples sinus, que celle de leurs quarrés ou l'objection même, & que nous devons éclaircir indépendamment de toute objection & de toute hypothèse.

38. J'observe donc, 1.° Que parmi tous ces plans réfringens, il y en aura toujours un nombre infini qui se trouveront perpendiculaires aux rayons incidens, ainsi qu'à la direction générale du faisceau de ceux qui partent de la même hauteur, & où, par conséquent la réfraction, nulle à cet égard, se confondra avec la ligne sensiblement droite qu'ils parcouroient dans l'air avant la rencontre du nouveau milieu.

2.° Qu'il y aura donc en général, autant d'espèces de rayons véritablement rompus, & en nombre à peu près égal dans chaque espèce, qu'il y en a de part & d'autre qui s'écartent plus ou moins de la direction rectiligne du faisceau, soit au-dessus, soit au-dessous de cette direction.

3.° Que nous devons considérer ces deux classes de rayons, l'une au-dessus, l'autre au-dessous de la direction rectiligne & continue où le détour de la réfraction n'a pas lieu, comme deux poids ou deux forces qui se balancent réciproquement par leurs quantités ou par leurs effets: car le chemin parcouru des uns de ces rayons, en tant qu'ils sont plus ou moins obliques à l'horizon & au terrain, compensera le nombre plus ou moins grand des autres; selon que la direction rectiligne & continue se rapprochera ou s'écartera davantage du plan horizontal. Et voilà enfin le cas que nous choisirons, comme moyen entre tous les autres, & d'après lequel nous chercherons le rapport que les chemins parcourus dans le terrain & dans des couches plus ou moins épaisses, doivent avoir entr'eux.

4.° Que si pour quelque doute, ou quelque point de vue particulier, on vouloit adopter à la place de ce cas moyen,

celui d'un rayon rompu quelconque, il n'y auroit alors qu'à le ramener à une ſemblable conſtruction, par le prolongement de la partie réfractée dans le terrain juſqu'au point radiant: comme on eſt cenſé le pratiquer en Aſtronomie dans les hauteurs corrigées & par rapport au paſſage de la lumière de l'Éther dans l'atmoſphère terreſtre. Il en naîtroit ſeulement, avec cette hauteur corrigée & d'autres épaiſſeurs de couches, & d'autres chemins parcourus; ſans quoi les données du Problème deviendroient contradictoires.

39. Or cela poſé, la prétendue égalité des deux rapports, en quoi conſiſte toute la force de l'objection, tombe d'elle-même, & je dis, que les chemins parcourus dans les couches, & quelle que ſoit la hauteur ſolaire, bien loin de ſe trouver en raiſon des ſinus ou des épaiſſeurs de ces couches, ſeront abſolument égaux entr'eux.

Ce qui va être mis ſous les yeux dans la figure ſuivante, qui n'eſt autre choſe que la première (décrite ci-deſſus *n.° 23*) & retracée en partie dans l'angle droit, oppoſé par ſon ſommet à ZAH.

Fig. 2. Car imaginons au-deſſous du plan horizontal AS, & parallèlement à ce plan, les deux couches données $ApmH$, $APnH$, dont les épaiſſeurs Ap, AP, ſont en raiſon des ſinus CY, SI, des hauteurs Q, R, d'Hiver & d'Été; ou, ce qui revient au même, ſoient les épaiſſeurs de ces couches ſuppoſées égales aux ſinus de hauteur qui les repréſentent, $CY = AD$, $SI = AV$, & qui donnent $ADMH$, $AVNH$.

Il eſt évident par les triangles ſemblables ADY, AZT; AVI, AZt, qu'on aura toujours AD ou $CY : AI$ ou $AZ :: AZ : AT$; AV ou $SI : AI$ ou $AZ :: AZ : At$; & $(AZ)^2 = (AY)^2 = (CY \times AT)$; $(AZ)^2 = (AI)^2 = (SI \times At)$ &c. c'eſt-à-dire, les chemins quelconques AY, AI, parcourus dans leurs couches $ADMH$, $AVNH$, toujours égaux au ſinus total AZ, moyen proportionnel entre le ſinus de hauteur donné & ſa coſécante, AT, At.

Donc tous les chemins parcourus quelconques, toujours égaux au rayon *AZ*, *AY* ou *AI*, seront absolument égaux entr'eux. Fig. 2.

Et il n'est pas moins clair, que si du centre *A*, on décrit le quart-de-cercle *hyz*, dont le rayon *Az*, soit aux épaisseurs *Ap*, *AP* des couches *pH*, *PH*, immédiatement données, comme *AZ* est à *AD*, *AV*, on y retrouvera les mêmes analogies, & la même égalité de pénétrations & de chemins parcourus *Ay*, *Ai*, &c.

Donc tout l'avantage du solstice d'Été sur le solstice d'Hiver se réduit, dans la question présente & d'après notre premier Élément, à la seule quantité plus ou moins grande des rayons solaires, *RA*, *ra*; *QA*, *qa*, qui tombent de l'un & de l'autre solstice sur le même espace *Aa*, du plan horizontal *AH*, dans le rapport des sinus de hauteur, qui est précisément celui des faisceaux ou des baguettes de lumière *RAar*, *QAaq*, qui expriment ces quantités, conformément à l'hypothèse des simples sinus.

40. *III.e OBJECTION.* On demandera peut-être enfin, si, malgré l'autorité de M. *Newton (n.o 22)* & l'opinion commune, il est absolument hors de doute que la force du Soleil, pour échauffer un climat, soit proportionnelle à sa lumière ou au nombre des rayons qui en tombent sur un même espace? Et si la communication, la complication de chaleur, qui résulte de leur nombre, n'en rend pas les effets supérieurs à leur rapport numérique?

41. *RÉPONSE.* A quoi je ne saurois mieux répondre qu'en rapportant les expériences que je fis il y a quelques années sur ce sujet.

Je m'étois fait construire une machine composée de trois miroirs plans & quarrés, d'environ 8 pouces de côté, semblables entr'eux de tout point, & mobiles en tous sens. De façon qu'ayant reçu la lumière du Soleil sur un de ces miroirs, sur deux, ou sur tous les trois, on pouvoit la faire retomber par réflexion sur tels objets qu'on vouloit, ou la faire coïncider

ſur un ſeul & même objet. C'eſt comme un extrait des miroirs brûlans de M. de *Buffon* *, conſtruit d'après la même mécanique & par le même Artiſte, M. *Paſſemant*, qui n'étant pas moins capable de me donner de bons avis ſur ces expériences, que d'en exécuter la machine, a bien voulu m'y aider par ſon adreſſe, & de ſes lumières. Ce fut vers la fin du mois de Mai que nous nous tranſportames dans ce deſſein au haut du pavillon du Louvre, qui regarde le nord & le couchant d'Été. J'y avois fait placer d'avance & à l'ombre, cinq à ſix thermomètres de M. de *Reaumur*, tant à mercure qu'à eſprit-de-vin. Nos expériences, commençant à quatre heures du ſoir, y étoient continuées juſqu'à ſix ou ſept heures. Nous faiſions réfléchir les rayons du Soleil ſur les boules des thermomètres, tantôt ſéparément, tantôt ſur deux, trois ou quatre raſſemblées dans un petit eſpace, & alternativement par un ſeul miroir, par deux, & par tous les trois enſemble, & nous les y tenions fixés juſqu'à ce que la liqueur ou le mercure demeuraſſent comme ſtationnaires au point où la chaleur de ces rayons les avoient fait monter, depuis le degré correſpondant à l'ombre.

* Voy. Mém. de l'Acad. 1747, page 82.

42. Or ces expériences ainſi répétées & le même jour, & un ſecond jour, nous en tirames ce réſultat, & avec plus de préciſion que je n'euſſe oſé l'eſpérer, que la montée de la liqueur ou du mercure, par la nouvelle chaleur qui leur étoit communiquée & qui n'alloit guère qu'à 2, 3 ou 4 degrés de plus par un ſimple miroir, étoit toujours proportionnelle au nombre des miroirs qui l'avoient produite, double ou triple; c'eſt-à-dire que ſi un ſeul miroir avoit fait monter l'eſprit-de-vin ou le mercure, par exemple, de 3 degrés, deux miroirs réunis les faiſoient monter de 6, & trois miroirs de 9 degrés. Ce qui nous redonne viſiblement la Propoſition de *Newton*, & d'une manière d'autant plus concluante que les matériaux de l'expérience, & l'opération même, renferment tous les accidens de la lumière énoncés dans les articles précédens, la Réflexion, la Pénétration & la Réfraction.

C'eſt

C'eſt après un tel examen que je n'ai pas cru devoir balancer davantage ſur la queſtion, & en faveur des ſimples ſinus.

43. Comme nous aurons à tenir compte des Réfractions dans l'évaluation des hauteurs ſolaires, j'avertis que je prendrai toujours ces Réfractions, ainſi que la plupart des autres élémens du calcul aſtronomique, dans le livre de la *Connoiſſance des Temps,* année 1757, où j'ai commencé de lire ces Recherches à l'Académie. La Réfraction horizontale y eſt ſuppoſée de 32 minutes 20 ſecondes, comme elle l'eſt depuis bien des années, & notamment, depuis les derniers voyages de nos Académiciens vers l'Équateur, & vers le Nord, pour la meſure de la Terre. Une minute de plus ou de moins ne ſauroit influer ici foncièrement ſur nos concluſions.

SECOND ÉLÉMENT.

Les différentes Intenſités de la Lumière, après ſon paſſage plus ou moins oblique dans l'Atmoſphère.

Ce ſecond Élément n'eſt guère moins ſuſceptible de diſcuſſion que le premier.

44. Car 1.° la raiſon inverſe des coſécantes, pour exprimer les rayons interceptés par l'Atmoſphère ſuppoſée plane, à différentes hauteurs du Soleil, eſt trop imparfaite & trop bornée à un petit nombre de cas pour nous arrêter, comme on a vu ci-deſſus, *n.* 24.

45. 2.° Le rapport des chemins parcourus par les rayons du Soleil dans l'atmoſphère conçue comme ſphérique & concentrique à la Terre, nous donneroit quelque choſe de plus général, & de plus approchant du vrai, mais qui à mon avis n'eſt pas exempt d'erreur.

Et comme c'eſt encore ici un article du ſavant Géomètre *(g)*, dont je viens de m'écarter dans l'évaluation du premier élément, il eſt à propos de montrer de même ce qui favoriſe ſa méthode à cet égard, & ce qu'il y a de défectueux.

(g) M. Fatio, ubi ſup. Fruit Wals, &c. *p.* 53.

Fig. 3. 46. Soit *ARBD* le Globe terreſtre, dont le centre eſt *T*, le diamètre *AB*, *MFEO* ſon atmoſphère, ſuppoſée concentrique à *ARB*, & par-tout de même hauteur *AM*. Ayant mené par le point *A* l'horizontale & tangente *LAN*, prolongée en *H*, juſqu'à la ſuperficie de l'atmoſphère, & décrit du centre *A*, dans le plan de la figure & du méridien, le cercle *LZN*, que, pour plus de facilité, nous ſuppoſerons de même diamètre que la Terre *ARD*, ſoit pris l'angle donné *HAY*, de la hauteur du Soleil ſur l'horizon, dont le ſinus eſt *YC*, moitié de la corde *AD*, & où la droite *AG* qui rencontre la ſuperficie de l'atmoſphère en *G*, abſtraction faite des réfractions, repréſente le chemin parcouru par les rayons ſolaires.

47. Il eſt clair par cette conſtruction, qu'on pourra toujours avoir géométriquement la longueur des chemins *AG*, & immédiatement en parties du diamètre terreſtre. Car la propriété du cercle ou des lignes *ME*, *GO*, qui ſe coupent au point *A* de la circonférence *ARD*, donnera toujours $AG = \frac{AM \times AE}{AO}$, d'où, & de ce que $AE = AB + BE = AB + AM$, $AO = AD + DO = AD + AG$, & $AD = 2\,YC$, on formera une équation du ſecond degré, dont la racine poſitive eſt

$$AG = -YC + \sqrt{[YC^2 + AM^2 + (AM \times AB)]}.$$

Où, moyennant la valeur hypothétique de *AM*, aſſignée à l'atmoſphère, & l'égalité du ſinus total $AZ = AT$, tout eſt connu en parties du diamètre terreſtre.

48. Mais quelqu'avantage que cette méthode, qui eſt celle de M. *Fatio*, promette par-là, elle pèche en ce que les chemins *AG* ne ſauroient être entr'eux comme les maſſes d'air qui s'y rencontrent, ni par conſéquent comme les quantités de la lumière interceptée, & perdue pour le point *A*, & encore moins dans le rapport de celle qui parvient à ce point. Il faudroit pour cela que ces chemins, ou les rayons ſolaires qu'ils repréſentent, y rencontraſſent ſous le même angle toutes

les couches ſphériques *mf*, *μφ*, *MF*, de différente hauteur, Fig. 3.
& par-là de différente denſité, qui compoſent l'atmoſphère; ce qu'il eſt viſible qu'ils ne font pas, à cauſe de l'excentricité de ces couches relativement au point *A*; les plus baſſes *mf*, *μφ*, y étant rencontrées plus obliquement que les plus hautes *MF*, & de plus, ſelon que toute l'atmoſphère & ces couches ſeront ſuppoſées moins épaiſſes & plus près de la Terre: comme on peut le déduire de l'énoncé du Théorème ci-deſſus, *n. 11*, indépendamment de la réfraction, & comme je l'ai démontré dans les Mémoires de l'Académie de 1721.

49. Il n'y a donc ici d'autre reſſource que l'obſervation immédiate des quantités de lumière qui parviennent au point *A* de différentes hauteurs; & je ne vois rien de mieux à faire en ce cas, que d'adopter les obſervations & les expériences qu'en a faites M. *Bouguer*, & que j'ai tout lieu de croire auſſi exactes qu'ingénieuſes. Il les a réſumées à la fin de ſon *Eſſai d'Optique ſur la gradation de la Lumière*, dans une Table à trois colonnes, dont la première donne les *hauteurs apparentes de l'Aſtre* ſur l'horizon de 10 en 10 degrés, depuis le zénith juſqu'à 70^d, de 5 en 5 depuis 70 juſqu'à 20, & de degré en degré depuis 20 juſqu'à zéro ou à l'horizontale. La ſeconde colonne contient les *Maſſes d'air exprimées en toiſes, par des épaiſſeurs équivalentes d'air groſſier d'ici bas*, & la troiſième *les Forces* ou les intenſités *de la lumière des Aſtres, lorſqu'elle parvient à nous,* le tout dans la ſuppoſition que *le nombre 10000 exprime la force qu'a la lumière avant que d'entrer dans l'atmoſphère.* Ainſi chacun des nombres de la troiſième colonne de M. *Bouguer*, retranché de 10000 exprimeroit la force perdue de la lumière à ce paſſage. Mais nous n'avons beſoin ici que des forces actuelles & poſitives qui reſtent à la lumière après ſes pertes, & ce n'eſt auſſi que la colonne qui les exprime, jointe à celle des hauteurs ſolaires, que nous retiendrons de ſa Table, dans l'extrait qui ſuit.

50. *TABLE des Forces restantes à la Lumière après son passage dans l'Atmosphère, sa force totale, avant que d'y entrer, étant exprimée par 10000.*

Hauteurs appar. de l'Astre.	FORCES de la LUMIÈRE.	DIFFÉRENCES.	Hauteurs appar. de l'Astre.	FORCES de la LUMIÈRE.	DIFFÉRENCES.	Hauteurs appar. de l'Astre.	FORCES de la LUMIÈRE.	DIFFÉRENCES.
					477.			323.
90.	8123.		25.	6136.		10.	3149.	
		25.			662.			352.
80.	8098.		20.	5474.		9.	2797.	
		82.			158.			374.
70.	8016.		19.	5316.		8.	2423.	
		65.			173.			392.
65.	7951.		18.	5143.		7.	2031.	
		85.			189.			415.
60.	7866.		17.	4954.		6.	1616.	
		107.			201.			415.
55.	7759.		16.	4753.		5.	1201.	
		135.			218.			399.
50.	7624.		15.	4535.		4.	802.	
		170.			234.			348.
45.	7454.		14.	4301.		3.	454.	
		217.			251.			262.
40.	7237.		13.	4050.		2.	192.	
		274.			277.			145.
35.	6963.		12.	3773.		1.	47.	
		350.			301.			41.
30.	6613.		11.	3472.		0.	6.	
		477.			323.			

Cette Table, extraite de l'Essai d'Optique imprimé en 1729, a été corrigée depuis en trois ou quatre endroits, de l'avis de M. Bouguer, *& confrontée par moi en sa présence avec le manuscrit destiné à une seconde édition de son Ouvrage.*

TROISIÈME ÉLÉMENT.

Les différentes distances du Soleil à la Terre.

51. La différence la plus marquée de ces distances se trouve en Apogée & en Périgée, ou, ce qui revient au même, de l'Aphélie de la Terre à son Périhélie. Elle est à peu de chose près aussi grande d'un solstice à l'autre; parce que ces deux derniers points ne s'éloignent des deux premiers que d'environ 8 ½ degrés, en 0 ♋, & 0 ♑, tout proche des Tropiques, où le changement de déclinaison est presque insensible; comme ils faisoient au commencement du siècle. De manière que selon les Tables de M. *Cassini*, ainsi que dans les plus modernes, la distance du Soleil à la Terre, dans le solstice d'Été, étant de 10166 ½ parties, dont la moyenne est 10000, n'est, dans le solstice d'Hiver, que 9833 ½ de ces mêmes parties, en raison à peu-près de 30 à 29. D'où, & de ce que les intensités de la lumière, ou les densités de ses rayons, sont réciproquement entre elles comme les quarrés des distances au corps lumineux; il suit que la force du Soleil pour échauffer la Terre au solstice d'Été en ♋, sera moindre qu'au solstice d'Hiver en ♑, & au contraire pour l'hémisphère austral, en raison de $(9833\frac{1}{2})^2$ à $(10166\frac{1}{2})^2$, ou de $(29)^2$ à $(30)^2$, ou enfin d'environ 841 à 900, qui diffèrent peu de 14 à 15.

52. Cet Élément est constant pour les deux solstices; tandis que les autres y varient à raison des latitudes locales; & il y a encore cela de particulier, qu'il tend à diminuer la valeur de notre Été, & à augmenter celle de notre Hiver dans l'hémisphère boréal où nous sommes, & tout au contraire dans l'austral. Remarquons cependant que de ces mêmes distances, qui constituent ce troisième Élément, naît en partie un autre principe de chaleur tout opposé, & qui semble devoir tempérer les effets du précédent; savoir, la lenteur & la vîtesse réciproques du mouvement annuel apparent, en vertu duquel & du réel qui s'y mêle, le Soleil emploie 8 jours de plus à

parcourir les signes septentrionaux que les méridionaux. C'est-à-dire, que le Soleil passe 186 jours $\frac{1}{2}$ dans notre hémisphère, & seulement 178 $\frac{1}{2}$ dans l'hémisphère opposé. Ce qui en général, ne peut manquer de répandre un peu plus de chaleur sur l'Été du premier, & un peu moins sur son Hiver. Mais comment apprécier la partie de ce plus & celle de ce moins qui tombent sur les jours solsticiaux, auxquels seuls nous faisons attention, & en déterminer le rapport avec les autres causes? car il se mêle encore ici des circonstances astronomiques, telles que la longitude & l'ascension droite, qui peuvent en altérer considérablement la distribution. Il paroît seulement au premier coup d'œil, que le résultat en sera peu de chose, & bien inférieur à l'énergie de notre troisième Élément en raison doublée.

53. Mais il y a plus; c'est que si l'on en vient au calcul, on trouvera, 1.° que le jour vrai du sostice d'Été dans l'hémisphère boréal, n'est plus long que le jour moyen que de 12 à 13 secondes, tandis que le jour vrai du solstice d'Hiver surpasse le moyen de 30 secondes, & l'emporte par-là sur celui d'Été de 17 à 18 secondes; ce qui, toutes choses d'ailleurs égales, doit certainement y procurer un peu plus de chaleur. 2.° Que si, en vertu du quatrième Élément, dont nous allons parler, on vouloit tenir compte de la chaleur des jours précédens, en tant que communicable au jour solsticial, ou savoir en général quelle est la chaleur de cette partie de l'Été, par exemple, un mois avant & un mois après le solstice, on trouveroit encore à cet égard & par un semblable calcul, qu'aux 30 jours vrais avant le solstice d'Été, la somme des longueurs au-delà de celle des jours moyens, est de 5′ 2″, & après, de 4′ 34″, tandis que la somme pareille des jours vrais autour du solstice d'Hiver, est de 12′ 30″ avant, & de la même quantité après. Ce qui donne sur le total 15′ 24″ de différence, & à l'avantage du solstice d'Hiver.

Or quelques petites que soient ces quantités, toujours sont-elles directement opposées au résultat contraire & le balancent plus ou moins. De manière que tout considéré, & vu en

effet la petiteſſe de ces quantités, je n'aurai ici aucun égard aux 8 révolutions de plus que fait le Soleil dans notre hémiſphère, relativement au jour du ſolſtice.

QUATRIÈME ET DERNIER ÉLÉMENT.

Des quarrés des Arcs ſemi-diurnes ou de la longueur des jours.

54. Voici enfin un Élément qui ſe lie & s'incorpore avec tous les autres, qui en tire toute ſa force, & qui va conjointement en redoubler l'énergie & les effets.

La raiſon & l'expérience concourent à prouver que la chaleur imprimée à l'air & au terrain du climat, dans un jour & à une heure quelconques, y deviendra d'autant plus grande, que le Soleil aura plus long-temps ſéjourné auparavant ſur l'horizon. La chaleur du jour ſolſticial, le plus long de tous & précédé des plus longs jours, dont il participe, ſera donc par-là une des principales cauſes de la ſupériorité de l'Été ſur l'Hiver. C'eſt une ſérie croiſſante depuis le ſolſtice d'Hiver juſqu'à celui d'Été, & décroiſſante depuis le ſolſtice d'Été juſqu'à celui d'Hiver. Nous pouvons du moins la conſidérer ſous cet aſpect: car quoique le *maximum* & le *minimum* n'en ſoient pas toujours à la même place, qu'ils dûſſent, en général, ſe trouver plus ou moins au-delà des ſolſtices, & que la marche de la progreſſion, abſtraction faite des cauſes accidentelles, en dût devenir conſtante de l'un à l'autre terme par ſucceſſion de temps, nous ne laiſſerons pas de ſuppoſer ici le jour ſolſticial le plus chaud de tous, par lui-même en raiſon de l'arc diurne ou ſemi-diurne proportionnel à ſa durée, & de plus, comme précédé des jours les plus chauds; & ainſi de ſuite à l'égard de ceux-ci juſqu'au *minimum.* D'où naîtra une progreſſion ſemblable à celle de la force croiſſante ou décroiſſante des corps qui deſcendent ou qui montent, par l'accélération, ou par le retardement du mouvement, & que j'évaluerai auſſi de même par les quarrés des temps. Ainſi, par exemple, l'arc ſemi-diurne du jour ſolſticial d'Été à Paris, étant à peu-près double de l'arc ſemi-diurne du jour ſolſticial d'Hiver, j'en

conclurai l'expreſſion de cet Élément à peu-près en raiſon de 4 à 1, pour les deux ſoſtices, & ainſi de tous les autres climats, relativement à leurs latitudes & à l'arc ſemi-diurne qui y répond.

Sans l'effet rétroactif de cette puiſſante cauſe, il feroit plus de froid, du moins dans notre hémiſphère, au lever & au coucher du Soleil en Été & le jour même du ſolſtice, que dans le plus fort de l'Hiver, & réciproquement plus de chaud au lever & au coucher du Soleil en Hiver qu'en Été; puiſque tout le reſte demeurant égal ou nul de part & d'autre, & abſtraction faite de la chaleur imprimée les jours précédens, la diſtance du Soleil à la Terre eſt plus grande en Été qu'en Hiver d'environ un million de lieues. D'où il ſuit, que le calcul de notre Été & de notre Hiver, ſeroit défectueux, ſi nous ne faiſions réſulter ce quatrième Élément que du ſimple arc ſemi-diurne.

Je prendrai auſſi les valeurs de cet arc dans le Livre de la *Connoiſſance des Temps*, où l'on a eu égard aux réfractions *(n. 43)*; car c'eſt ici ſur-tout que les réfractions influent ſur le temps diurne, en tant qu'horizontales.

55. Du reſte, j'ai eu bien des raiſons pour rapporter conſtamment tous ces Élémens au midi des jours de ſolſtice, & pour y concentrer en quelque ſorte le plus grand chaud des Étés & le plus grand froid des Hivers, tant ſolaires que réels & rationnels.

1.° Pour reprendre le fil de mon ancien Mémoire, où je n'étois parti que des obſervations de M. *Amontons*, toutes relatives aux deux ſolſtices.

2.° Parce que les deux extrêmes du chaud & du froid de l'Été & Hiver réels, précèdent quelquefois ces deux points de l'année.

3.° Par la variation & l'incertitude de leurs diſtances aux deux ſolſtices, & parce que quand même on pourroit fixer ces diſtances, année commune, au moyen d'une nombreuſe ſuite d'obſervations faites dans un climat, tel, par exemple, que celui

celui de Paris, il n'y auroit encore rien de certain à en conclure pour les autres climats que nous avons à comparer avec celui-là; car pour peu qu'on jette les yeux ſur les obſervations qu'on a de ces extrêmes à différentes latitudes, on s'apercevra, qu'en général, ces diſtances diminuent en allant de la Zone tempérée vers l'Équateur, & qu'elles augmentent en ſens contraire, ainſi que les différences du chaud de l'Été au froid ou au moindre chaud de l'Hiver, comme on voit en effet que cela doit arriver; c'eſt-à-dire, qu'au-delà de Paris, par exemple, & vers la Zone torride, les jours de plus grande & de moindre chaleur de l'année ſe rapprochent des ſolſtices; que la différence de l'Été à l'Hiver y devient de plus en plus moins ſenſible, & qu'elle s'évanouit totalement ſous l'Équateur ou tout proche de l'Équateur.

4.° Je ne pouvois donc appliquer ces Recherches à tous les climats, les mettre en règle, les ſoumettre au calcul, ſans y faire élection de deux points fixes, d'Été & d'Hiver, & l'on voit aſſez par tout ce que je viens de dire, qu'il n'y en avoit pas de plus convenable que les ſolſtices.

5.° C'eſt par les mêmes raiſons que je fixe encore ces points au midi du jour ſolſticial, quoique la plus grande intenſité de la chaleur du jour doive ſe trouver & ſe trouve en effet d'ordinaire au-delà du midi.

6.° C'eſt ainſi enfin qu'en ont uſé avant moi les plus ſavans Aſtronomes, & les Phyſiciens Géomètres qui ont traité du chaud & du froid des deux ſaiſons, quoique ſous des aſpects d'ailleurs très-différens par l'objet & par la méthode, mais dont il ſeroit trop long de ſpécifier ici les différences.

56. Quant au nombre & à l'évaluation des Élémens que je viens d'établir & que je crois indiſpenſables, on verra dans la ſuite, que quelque changement qu'on voulût y faire, entre les limites que comporte le ſujet, les conſéquences que j'en dois tirer n'en demeureroient pas moins eſſentiellement les mêmes,

FORMULE GÉNÉRALE de l'Été & de l'Hiver solaires.

57. Cette formule, qu'on peut regarder comme double, par rapport aux deux hémisphères, le boréal & l'austral, ne consiste que dans l'analogie de l'Été solaire *(E)* & de l'Hiver solaire *(H)* à deux produits dont les quatre Élémens précédens seront les Facteurs.

Nommant donc S la hauteur solsticiale d'Été ou le sinus de cette hauteur en ♋, & s le sinus de la hauteur solsticiale d'Hiver en ♑ *(n. 28)*; I la force ou l'intensité de la lumière *(n. 50)* après son passage dans l'atmosphère au solstice d'Été, & i au solstice d'Hiver; D & d les distances du Soleil *(n. 51)* ou plutôt les densités * de ses rayons, qui s'ensuivent de ces distances en raison inverse de leurs quarrés; savoir D^2 en ♑, & d^2 en ♋, & enfin R^2, r^2, pour les arcs semi-diurnes d'Été & d'Hiver *(n. 54)*; on aura les deux Analogies ou Formules suivantes, qui ne diffèrent que par la transposition des D^2, d^2 d'un hémisphère à l'autre.

Pour l'hémisphère Boréal.

58. $E : H :: SId^2R^2 : siD^2r^2$.

Pour l'hémisphère Austral.

59. $E : H :: SID^2R^2 : sid^2r^2$.

APPLICATION de ces Formules à divers climats.

Au climat de Paris, Latitude Boréale de 48d 50′ 10″.

60. La hauteur de l'Équateur, qui répond à cette Latitude, savoir, 41d 9′ 50″, & l'obliquité moyenne de l'Écliptique, 23d 28′ 20″, étant données, on trouvera la hauteur solsticiale S, de 64d 38′ 10″, & avec la réfraction (27″)

* Je les considère sous cet aspect en raison directe, pour conserver à la majuscule D, l'expression de la plus grande des deux forces de même genre; comme dans les trois autres Élémens.

qui convient à cette hauteur, $64^d\ 38'\ 37''$, dont le logarithme du ſinus eſt 9,9560057. La hauteur ſolſticiale *s*, de $17^d\ 41'\ 30''$, & avec la réfraction ($3'\ 4''$) de $17^d\ 44'\ 34''$, dont le logarithme 9,4839354.

L'intenſité *I* de la lumière en ♋, eſt par une proportionnelle priſe dans la Table (*n. 50*) 7945, ou plus exactement $7944\frac{94}{100}$, dont le logarithme eſt 3,9000905; & en ♑, $5094\frac{38}{100}$, dont le logarithme eſt 3,7070913.

Les racines *d*, *D* des denſités, en inverſe des diſtances, ſeront conſtamment de $9833\frac{1}{2}$ en ♋, dont le logarithme eſt 3,9927081, & le quarré d^2, 7,9854162; & en ♑, de $10166\frac{1}{2}$ dont le logarithme eſt 4,0071714, & le quarré D^2, 8,0143428.

Enfin l'arc ſemi-diurne d'Été eſt à Paris en ♋, de 8 heures environ 3 minutes, & en ♑ de 4 heures 5 minutes ou de 483′ dans l'un, & de 245′ dans l'autre, dont les logarithmes ſont 2,6839471, 2,3891661, & ceux de leurs quarrés, 5,3678942, 4,7783322.

Et ces nombres, ou leurs logarithmes rangés en deux ſommes, la première au-deſſous du ſolſtice de l'hémiſphère qui a l'Été indiqué ici par *E* en 0 ♋, ou ſimplement par *E* en ♋, la ſeconde au-deſſous du ſolſtice de ſon Hiver, ou de *H* en ♑, donneront dans la forme ſuivante, les valeurs & le rapport,

E en ♋.		*H* en ♑.	
S. . . .	9,9560057.	*s*.	9,4839354.
I.	3,9000905.	*i*.	3,7070913.
d^2. . . .	7,9854162.	D^2. . .	8,0243428.
R^2. . . .	5,3678942.	r^2. . . .	4,7783322.
∫	27,2094066.	∫	25,9837017.

61. Où retranchant la petite ſomme de la grande, il vient 1,2257049, qui eſt le logarithme de $16\frac{82}{100}$.

On aura donc, pour le rapport de l'Été à l'Hiver ſolaire du climat de Paris, $E : H :: 16\frac{82}{100} : 1$.

62. Ce rapport, ainſi réduit, à l'unité pour conſéquent, &

que je déſignerai auſſi toujours par le nom de *rapport réduit*, ſera le ſigne diſtinctif de chaque climat. Ce qui nous ſuffiroit ici, ſi nous n'avions à conſidérer qu'un ſeul climat, tel, par exemple, que celui de Paris, comme dans l'ancien Mémoire; mais attendu que nous les y comprendrons tous, & que, pour en comparer les Étés aux Étés & les Hivers aux Hivers, il en faut établir la commune meſure, nous abaiſſerons les caractériſtiques des deux ſommes, de E & de H, d'un nombre conſtant d'unités, que je crois à propos de fixer à 23, & nous aurons par-là ces deux ſommes réduites à 4,2094066, 2,9837017, dont les nombres correſpondans ou les *Parties Trigonométriques* (*n. 19*) ſeront $16196\frac{4}{100}$, $963\frac{17}{100}$. Où nous trouverons le même rapport $16\frac{82}{100} = \frac{16196\frac{4}{100}}{963\frac{17}{100}}$, & la différence $15232\frac{87}{100}$ dont nous aurons auſſi beſoin, ou, plus ſuccintement & ſans fractions.

$$E : H :: 16196 : 963, \text{ \& } E - H = 15233.$$

63. Car on peut d'autant plus négliger ici les fractions Trigonométriques, que, comme nous le verrons en ſon lieu, une de ces parties ne vaut tout-au-plus que la 476me du degré thermométrique de M. de *Reaumur*, dont nous nous ſervirons.

VALEUR & rapport de l'Été & Hiver ſolaires, pour la Latitude auſtrale de 48^d 50' 10" ou de Paris imaginé à ſes Antipodes.

64. On voit aſſez que je ſuppoſe ici par-tout la Terre comme parfaitement ſphérique, ſans quoi la qualification d'Antipodes, ſelon l'acception ordinaire de ce mot, & que je donne au point diamétralement oppoſé à Paris, ne ſeroit pas exacte, le Zénith & le Nadir de ces deux points ne pouvant concourir ſur la même verticale prolongée de part & d'autre du centre, que ſur la ſphère (*h*). Du reſte la conſidération de la Terre, un peu aplatie vers ſes Pôles, ſeroit tout-à-fait ſuperflue à cet égard, & ne changeroit rien à nos réſultats.

(*h*) Hiſtoire de l'Académie des Sciences, *année 1741, page 128.*

De quelque nature que ſoit le Méridien ou la courbe génératrice d'un tel ſphéroïde, le rayon de la Développée, dirigé vers le Soleil pour en déterminer la hauteur relativement au climat, s'y trouvera toujours parallèle au rayon du Méridien circulaire inſcrit ou circonſcrit. Mais pour éviter là-deſſus toute équivoque, nous entendrons ici par Antipodes les lieux qui d'un hémiſphère à l'autre ſe trouvent ſitués à même longitude & à même diſtance angulaire de l'Équateur.

64 *. Cela poſé, & par la ſeule tranſpoſition des membres du troiſième Élément D^2, d^2, (n. 59), nous aurons à l'Antipode de Paris.

E en ♑.	*H* en ♋.
S.....9,9560057.	s.....9,4839354.
I.....3,9000905.	i.....3,7070913.
D^2....8,0143428.	d^2....7,9854162.
R.....5,3678942.	r^2....4,7783322.
$\int$ 27,2383332.	$\int$ 25,9547751.

Dont les ſommes réduites à 4,2383332, 2,9547751, donnent,

$E : H :: 17311 : 901 :: 19\frac{21}{100} : 1$, & $E - H = 16410$.

64 * *. La différence de l'Été ſolaire en ♑ à l'Été ſolaire en ♋ eſt donc ici de 1115 parties Trigonométriques en excès, & celle de l'Hiver ſolaire en ♋ à l'Hiver ſolaire en ♑, de 62 en défaut; & ainſi de ſuite de plus en plus & de moins en moins, ſelon les Latitudes & la grandeur des Étés & des Hivers, ſavoir, de plus en plus en remontant vers le Pôle pour les Étés, & de moins en moins pour les Hivers; & tout au contraire en allant vers l'Équateur, où la différence des Étés d'un hémiſphère à l'autre diminue juſqu'à s'y évanouir, ou que la chaleur des Hivers y augmente juſqu'à l'égalité avec les Étés; c'eſt-à-dire, & comme nous l'expliquerons en ſon lieu, juſqu'à la Latitude de $1^d\ 47'\ 30''$ en deçà de l'Équateur.

MANIÈRE abrégée de convertir les Étés & Hivers ſolaires d'un hémiſphère en ceux de l'autre.

65. S'il s'agit de convertir le boréal en auſtral, comme dans l'exemple précédent du climat de Paris, prenez la différence logarithmique des deux nombres D^2, d^2 du troiſième Élément, ajoutez cette différence (0,0289266) à la ſomme (4,2094066) de E en ♋ *(n. 62)* & ôtez-là de celle de H (2,9837017). Il eſt évident que vous aurez par-là les mêmes ſommes de E *en* ♑ $=$ 4,2383332, & *de* H *en* ♋ $=$ 2,9547751, que ci-deſſus *(n. 64*)* ſans qu'il ſoit néceſſaire d'en aſſembler les quatre Élémens avec la tranſpoſition du troiſième; & l'opération contraire donnera la converſion de l'auſtral au boréal.

66. Où il eſt à remarquer, 1.° que la quantité dont les Étés ſolaires de l'hémiſphère auſtral ſont plus grands que ceux du boréal, ſurpaſſera toujours celle dont les Hivers ſont plus petits ou plus froids, en raiſon compoſée du rapport de l'Été ſolaire boréal à ſon Hiver, & de la différence $D^2 - d^2$ à l'unité. Et cela en vertu de la multiplication & de la diviſion repréſentées par l'addition & par la ſouſtraction logarithmiques de l'opération précédente, comme on peut s'en convaincre par un léger calcul, & qu'on le trouvera dans l'exemple *(n. 64)* ou $1115 : 62 :: \frac{E \text{ bor.}}{H \text{ bor.}} \times (D^2 - d^2) : 1$; & environ :: 18 : 1 pour cette latitude. 2.° Que les Hivers ſolaires devenant négatifs, de poſitifs qu'ils étoient, comme ils feront après le 67me degré 4 minutes de latitude boréale, il faudra ajouter la différence logarithmique de D^2 à d^2, avec le ſigne —, à la valeur négative qui a le même ſigne, pour la converſion du boréal à l'auſtral. Car il eſt clair que la valeur poſitive & totale de l'Hiver réel diminuera d'autant plus que ſa partie ſolaire & négative augmentera davantage.

Revenons à l'hémiſphère Boréal.

Des climats méridionaux ou plus ſeptentrionaux que celui de Paris. Lat. Bor.

67. On y appliquera les mêmes Élémens & la même ſorme de calcul qu'au climat de Paris ; ce qui ne ſouffre aucune difficulté, du moins entre le Tropique & le Cercle polaire & dans la zône tempérée. Ainſi, par exemple,

Le 30me degré de latitude donnera,

$$E:H::13771:4022::3\tfrac{42}{100}:1, \& \ E-H=9749.$$

Le 60me degré.

$$E:H::18978:66::286:1, \& \ E-H=18912.$$

Et ainſi de ſuite de part & d'autre.

Quant aux doutes qui en pourroient naître à l'égard des autres Zones, la Torride & la Polaire, ils s'évanouiront par la théorie ſuivante, où nous allons réduire le tout, depuis l'Équateur juſqu'au Pôle, à la plus grande uniformité & ſimplicité que puiſſe comporter le ſujet.

De la Zone Torride.

68. Il n'y a point de lieu, point de parallèle dans cette Zone, au Zénith duquel le Soleil ne paſſe deux fois chaque année ; ſavoir, en allant & en revenant de l'un à l'autre ſolſtice. Cette ſingularité a fait penſer à d'habiles Géographes *(i)* qu'il falloit compter deux Étés & deux Hivers dans la Zone torride, ainſi que deux Printemps & deux Automnes. Je ne verrois pas d'inconvénient à cette diſtribution particulière des ſaiſons ; les dénominations ſont arbitraires, & celle-ci ne manqueroit pas de raiſons plauſibles pour être admiſe ſous cet aſpect : mais la méthode obſervée dans tout ce Mémoire, & l'analogie demandent que nous y dérogions, & que nous nous en tenions dans la Zone torride comme dans toutes les

(i) V. Bern. Vareni, *Geogr. gen. lib. 2, cap. XXVI.*

autres, à l'Été solaire toujours placé au solstice d'Été de chacun de ses hémisphères, par les raisons que nous en avons données *n. 55.* Cette forme générale est d'autant plus légitime que le long séjour & la lenteur du Soleil autour des solstices y doit bien plus tôt qualifier l'Été & l'Hiver, que la rapidité avec laquelle il passe, quoique verticalement, sur la plupart des points intermédiaires de cette Zone. Et s'il m'est permis d'en apporter ici en preuve l'Été réel, dont le solaire fait partie, on verra dans presque toutes les relations de la Zone torride, que l'Été & l'Hiver, qui n'y sont guère distingués que par des causes accidentelles & locales, comme certaines pluies réglées & périodiques, & certains vents, s'y manifestent communément vers les temps des solstices. Aussi en est-il de même de l'Été & de l'Hiver solaires. A quoi j'ajouterai, qu'ayant calculé l'un & l'autre de ceux-ci d'après l'hypothèse du double Été & du double Hiver dont je viens de parler, j'ai trouvé que le résultat de leur complication ne différoit pas bien sensiblement de celui que fournit la méthode générale de l'Été & de l'Hiver solaires uniques, & toujours rapportés aux solstices.

69. Toute la différence qu'il y aura donc de la Zone torride aux autres Zones pour nos calculs, c'est que le solstice d'Été ou le Tropique qui le désigne se trouvant alors entre le Pôle & le point donné de latitude, la hauteur de ce solstice y sera toujours égale au quart de cercle ou à 90 degrés, moins la déclinaison de l'Écliptique, plus la latitude; & la hauteur du solstice d'Hiver, égale à 90 degrés moins la déclinaison & la latitude. Tandis que dans les autres Zones, où le solstice d'Été se trouve toujours entre la latitude donnée & l'Équateur, c'est la hauteur équatoriale, plus la déclinaison de l'Ecliptique, qui déterminent la hauteur solsticiale d'Été, & moins la déclinaison de l'Écliptique, qui donne la hauteur solsticiale d'Hiver. En voici l'exemple.

RAPPORT

Rapport de l'Été à l'Hiver solaire,
Latitude Boréale de 10 degrés.

70. Par l'article précédent, on a 90^d — (23^d 28′ 20″) + 10^d + la Réfraction 14″, le tout = 76^d 31′ 54″ pour la hauteur solsticiale d'Été, & 90^d — (23^d 28′ 20″) — 10^d + la Réfr. 39″ = 56^d 32′ 19″ pour la hauteur solsticiale d'Hiver.

La Table des intensités de la lumière, donne pour ces deux hauteurs, $I = 8069\frac{43}{75}$, $i = 7791\frac{95}{100}$.

Les Distances inverses ou les densités de la lumière, sont toujours les mêmes que ci-dessus.

Et les Arcs semi-diurnes valent, au solstice d'Été, 6^h $19'\frac{1}{2}$, & au solstice d'Hiver, 5^h $44'\frac{1}{2}$, ou $379\frac{1}{2}$, $344\frac{1}{2}$ minutes.

Ayant donc pris les logarithmes de ces Élémens, on aura,

E en ♋.		*H* en ♑.	
S....	9,9878890.	s.....	9,9213002.
I....	3,9068507.	i.....	3,8916450.
d^2...	7,9854162.	D^2...	8,0143428.
R^2...	5,1584228.	r^2....	5,0743776.
$\int$	4,0385787.	$\int$	3,9016656.

D'où résultent

$E:H::10929:7974::1\frac{37}{100}:1$, & $E - H = 2955$.

Des Tropiques & de l'Équateur.

71. Quant aux lieux situés sous les Tropiques, considérés comme les derniers parallèles de la Zone torride, il n'y a rien de particulier à y observer, sinon que la latitude y étant égale à la déclinaison de l'Écliptique, ces lieux y auront le Soleil à leur zénith dans le solstice d'Été, & du double de cette déclinaison moins élevé au solstice d'Hiver.

72. Mais à l'égard de l'Équateur, considéré comme premier Parallèle, commun aux deux hémisphères, & qui partage

la Zone torride en deux parties égales, il eſt à remarquer, que malgré cette égalité des hauteurs ſolſticiales d'Été & d'Hiver, des intenſités de la lumière, & des arcs ſemi-diurnes de part & d'autre aux deux ſolſtices, la chaleur ſolaire de l'Hiver à l'Été n'y ſera pourtant pas égale, mais plus grande lorſque le Soleil eſt en ♑, que lorſqu'il eſt en ♋, par l'inégalité conſtante des termes D^2, d^2 du troiſième Élément, comme il a été expliqué en ſon lieu.

73. D'où il ſuit, que le rapport de l'Été à l'Hiver allant toujours en diminuant d'un Pôle quelconque vers l'Équateur, & diminuant juſqu'à y devenir renverſé, il y aura donc un *minimum*, un point, un parallèle en deçà de l'Equateur vers le Pôle boréal, où l'égalité de la chaleur ſolaire entre l'Eté & l'Hiver ſera parfaite; & l'on trouvera que ce point doit être, d'après nos données, autour de 1d 47′ 30″ de latitude boréale. Deux cas ſinguliers qui méritent d'être couchés ici tout au long.

RAPPORT d'inégalité entre l'Été & l'Hiver ſolaires ſous l'Équateur, ou 0 de latitude.

74. Par le *n. 71*, on a les hauteurs ſolſticiales $S = s = 90^d - 23^d\ 28'\ 20'' = 66^d\ 31'\ 40''$, & avec la réfraction $66^d\ 32'\ 5''\frac{1}{2}$. Par la Table *(n. 50)* des forces ou intenſités de la lumière, $I = i = 7971$; les D^2, d^2 demeurant toujours les mêmes; & enfin $R^2 = r^2 = (6^h\ 3')^2$ ou $(363')^2$.

Ayant donc pris les logarithmes de ces quantités, on aura

E en ♋.		*H* en ♑.	
S. . . .	9,9625122.	*s*.	9,9625122.
I. . . .	3,9015091.	*i*.	3,9015091.
d^2. . .	7,9854162.	D^2. . .	8,0143428.
R^2. . .	5,1198132.	r^2. . . .	5,1198132.
∫	3,9692507.	∫	3,9981773

Qui donnent *E* en ♋ : *H* en ♑ :: 9316 : 9958,

dont la différence eſt 642, ou plus exactement $E : H$ :: $9316 \frac{45\frac{1}{2}}{100} : 9958 \frac{12}{100}$, & la différence $641 \frac{67}{100}$, dont le rapport ſe réduit ſenſiblement à celui de 1 à $1 \frac{7}{100}$. De manière que ſi l'Équateur eſt cenſé appartenir à l'hémiſphère boréal, il faudra dire que la valeur de l'Été y eſt moindre que celle de l'Hiver, & tout le contraire ſi l'on a l'hémiſphère auſtral pour objet & comme terminé à l'Équateur. Où l'on peut auſſi obſerver que les deux ſommes de E & de H, ainſi exprimées $9316 \frac{45}{100}$, $9958 \frac{12}{100}$, ou par leurs logarithmes, ſe trouvent être ici exactement dans le même rapport que les d^2, D^2, qui conſtituent toute l'inégalité des deux Saiſons équatoriales.

RAPPORT d'égalité entre l'Été & l'Hiver Solaires, Latitude boréale $1^d\ 47'\ 30''$.

75. Car *(n. 69)* la hauteur ſolſticiale en ♋, ou $S = 90 - (23^d\ 28'\ 20'') + (1^d\ 47'\ 30'') = 68^d\ 19'\ 10''$, & avec la réfraction $23'' \frac{36}{100} = 68^d\ 19'\ 33'' \frac{36}{100}$; l'intenſité I, de la lumière $7994 \frac{24}{100}$; l'arc ſemi-diurne R, $365 \frac{58}{100}$. Et de même s en ♑ $= 64^d\ 44'\ 10''$, & avec la réfraction $27'' \frac{37}{100} = 64^d\ 44'\ 37'' \frac{37}{100}$; $i = 7946 \frac{65}{100}$; $r = 359' \frac{61}{100}$, les d, D demeurant toujours les mêmes. Et en ayant pris les logarithmes, ainſi que des quarrés d^2, D^2, R^2, r^2, on en tirera

E en ♋.		*H* en ♑.	
S....	9,9681558.	s.....	9,9563645.
I....	3,9027771.	i.....	3,9001841.
d^2...	7,9854162.	D^2...	8,0143428.
R^2...	5,1259648.	r^2....	5,1114220.
∫	3,9823139.	∫	3,9823134.

Dont les ſommes logarithmiques ne diffèrent entre elles que de 5 au dernier chiffre; ce qui donne en effet le point d'égalité autour de $1^d\ 47'\ 30''$ de latitude boréale, l'Été ſolaire

$E = 9600\frac{24}{100}$, ne différant de l'Hiver $H = 9600\frac{93}{100}$, que de $\frac{1}{100}$, & pouvant être pris l'un & l'autre pour 9601 parties trigonométriques.

76. Je nommerai donc le point de cette latitude boréale de $1^d\ 47'\ 30''$, le point ou *le parallèle d'Égalité*, & ce parallèle *l'Équateur des Étés & Hivers ſolaires*, *le point d'origine de ces* Étés & de ces Hivers, ou en ſens contraire, *le dernier terme de leur cours*, à compter depuis chacun des Pôles; ou enfin, généralement, *l'Équateur des Étés & des Hivers;* car il aura lieu auſſi pour les rationnels, qui ne ſont autre choſe que les réels, abſtraction faite des cauſes étrangères & variables.

77. L'hémiſphère auſtral eſt donc à cet égard plus grand que le boréal de toute la quantité $(1^d\ 47'\ 30'') \times 2$ couchée par moitié de part & d'autre de l'Équateur terreſtre proprement dit. Ce qui donne une Zone de $3^d\ 35'$. Donc tous les lieux compris dans cette petite Zone, tant en deçà qu'au-delà de l'Équateur terreſtre, appartiendront en ce ſens à l'hémiſphère auſtral, & auront en effet leur Été en ♑, & leur hiver correſpondant en ♋, puiſque, ſelon nos définitions & l'acception ordinaire des termes, le temps où un climat quelconque reçoit une plus grande chaleur du Soleil en vertu de ſa poſition aſtronomique, doit être qualifié d'Été & répondre au Solſtice de même dénomination que l'hémiſphère dont il eſt l'Été.

78. Donc enfin, ce ſera autour du point d'origine des Étés & des Hivers, $1^d\ 47'\ 30''$, latitude boréale, & à l'entrée de la petite Zone de $3^d\ 35'$, qui ſépare les deux ſegmens ſphériques pôlaires égaux, que ſe fera la converſion des Étés en Hivers, & des Hivers en Étés d'un hémiſphère à l'autre, par un paſſage graduel, & d'autant plus inſenſible, que chacune des parties trigonométriques qui en conſtituent les termes, les différences & la marche, ne vaudra pas la 476me du degré thermométrique de nos Étés ou Hivers réels, comme il ſera expliqué en ſon lieu.

Des Zones glaciales ou polaires.

79. La difficulté de déterminer la valeur & le rapport des Etés & des Hivers ſolaires de ces Zones tombe principalement ſur la manière d'en évaluer les arcs ſemi-diurnes, relativement aux jours continus & ſans mélange de nuits, dont elles jouiſſent autour du ſolſtice d'Été; & réciproquement aux nuits continues & ſans interruption qui y règnent autour du ſolſtice d'Hiver. Ces jours y ſeront donc de 24 heures, & leurs arcs, tant ſemi-diurnes que ſemi-nocturnes par rapport aux nuits, de même durée de 12 heures, conſtamment & dans toute la Zone autour de ces deux points.

80. Mais ne mettrons-nous aucune différence à cet égard, & toutes choſes d'ailleurs égales, entre un jour ſolſticial continu, précédé & ſuivi de 30 ou 40 autres jours ſemblablement continus, & un jour ſolſticial qui n'eſt précédé & ſuivi que de 3 ou 4 ſemblables jours ? n'en réſultera-t-il qu'une égale énergie de chaleur pour l'un que pour l'autre ? Nous n'admettrions donc ici aucune gradation proportionnelle au nombre des jours précédens, non plus qu'aux latitudes, ſoit pour les Étés, ſoit pour les Hivers de deux climats différens ? Ce ſeroit, à mon avis, pécher manifeſtement contre l'analogie & l'eſprit même de cet Élément. L'arc ſemi-diurne des Zones polaires croîtra donc, variera donc ici, relativement à ſon énergie, & avec les latitudes, comme dans les autres Zones, & par les mêmes raiſons *(n. 54)*.

81. Pour exprimer cette ſérie alternativement croiſſante de l'Hiver à l'Été, & décroiſſante de l'Été à l'Hiver, j'imaginerai les grands arcs ſemi-diurnes & ſemi-nocturnes des Zones polaires, comme ſi le Soleil ralenti ſur l'horizon ou ſous l'horizon, y ſéjournoit plus de 12 heures avant & après le midi, de toute la quantité repréſentative des jours pendant leſquels il ne s'eſt point couché avant ſon arrivée au ſolſtice d'Été, & réciproquement, de toute la quantité de ceux où il ne s'eſt point levé avant ſon arrivée au ſolſtice d'Hiver. De manière que,

nommant Z la quantité excédante & variable d'Été & de jour, & z la quantité excédante & variable d'Hiver ou de nuit, on aura $R + Z$ pour l'arc ſemi-diurne d'Été, & $r + z$ pour l'arc ſemi-diurne ou ſemi-nocturne d'Hiver, & enfin $(R + Z)^2$, $(r + z)^2$ pour le quatrième facteur de nos formules, en tant qu'applicables aux Zones Polaires. Ce qui joint aux autres ſingularités que nous obſerverons dans ces Zones, demande, à mon avis, un plus ample éclairciſſement.

82. Les Aſtronomes & les Géographes qui ont traité des climats proprement dits, n'ont pas manqué de parler des jours continus & des nuits continues des Zones polaires; quelques-uns mêmes en ont donné des Tables. Mais, ſans approfondir davantage ce qu'ils en ont dit, & ayant encore à conſidérer ces Zones ſous d'autres aſpects, je crois devoir remonter ici moi-même au principe, & refondre toute cette théorie relativement à mon ſujet & à ce nouveau point de vue des jours continus. Je m'arrête à la pôlaire boréale qui ne diffère de ſa pareille, dans l'hémiſphère oppoſé, que par la tranſpoſition des D^2, d^2 du troiſième Élément.

Fig. 4. 83. Soit $EPQ\pi$ le Méridien, qui ſe confond ici avec le colure des ſolſtices. $PA\pi$ le colure des Équinoxes, où le premier point du Bélier eſt en A; P le Pôle viſible ou boréal & π l'auſtral, EAQ l'Équateur, ST le tropique du Cancer, HAR l'horizon, Z le Zénith, N le Nadir, & AXT la moitié de la partie boréale de l'Écliptique; la hauteur donnée du Pôle HP, & ſon complément ou la hauteur de l'Équateur $HE = RQ$.

Soit HXL le parallèle où le centre du Soleil parvenu, en venant de l'Équinoxe A, commence à ne plus couper l'horizon, à le toucher ſeulement en H, & par conſéquent à ne le plus toucher. Je l'appellerai *le parallèle de limite des jours continus*, dont la déclinaiſon QL ſera toujours égale au complément de latitude ou à la hauteur RQ de l'Équateur.

84. Cela poſé, ſi du Pôle P, & par le point X où ce parallèle coupe l'Écliptique, on décrit le cercle de déclinaiſon

P X D, il en résultera le triangle sphérique *A D X*, rectangle en *D*, & dont le côté *D X* = *Q L*, & l'angle opposé *D A X* = *Q A T*, étant connus, on en tirera l'hypothénuse *A X*, & son complément au quart de cercle *X T*, par cette analogie. Fig. 4.

Comme l'obliquité T A Q *de l'Écliptique*,
Est au complément de Latitude Q L,
Ainsi l'angle droit D *ou le sinus total*,
À l'hypothénuse A X *du triangle* A D X,
dont le complément au quart-de-cercle A T,
donnera l'arc X T.

85. C'est cet arc *X T*, portion toujours apparente de l'Écliptique sur l'horizon *H R*, qui nous représentera le temps de lumière continue, pendant que le Soleil le parcourt dans son mouvement annuel de *X* en *T*, & à peu-près en autant de jours qu'il contient de degrés. Et c'est enfin cet arc qui étant réduit en temps, & ajouté à l'arc semi-diurne réel & constant *R*, de 180^d ou de 12 heures, nous donnera, abstraction faite de la parallaxe & de la réfraction, l'arc semi-diurne analogique & variable *R* + *Z*, que nous avons assigné à la Zone polaire.

86. Nous pouvons négliger ici la Parallaxe du Soleil, qui ne va guère au-delà de 10 secondes, tandis que nous ne tenons compte que des minutes ou des grandes fractions de minute sur la valeur des arcs semi-diurnes, conformément à la Table du Livre de *la Connoissance des Temps*, que nous avons suivie. Mais il n'en est pas de même de la Réfraction. Elle peut, en tant qu'horizontale, y donner plusieurs jours de lumière ou de nuit de plus, & nous ne saurions nous dispenser de la faire entrer dans l'évaluation de nos arcs semi-diurnes de la Zone polaire, comme un accessoire des plus essentiels.

87. Or, sans entrer dans la discussion si les Réfractions astronomiques sont plus grandes ou plus petites dans la Zone

Polaire que dans la Tempérée & dans la Torride, ou ſi, comme il y a lieu de le penſer aujourd'hui, elles ſont par-tout à peu-près égales dans un ciel ſerein, je ſuppoſerai toujours la Réfraction horizontale de 32′ 20″ *(n. 43)*. Ayant donc Fig. 4. pris $Hh = 32' \, 20''$ ſur l'arc HE du Méridien, au-deſſous de l'horizon & du point du contact H de ce cercle avec le Parallèle de Limite HL; ſoit mené par h un nouveau Parallèle hxl, que je nommerai le *Parallèle de Limite corrigé*, & qui coupe l'Écliptique en x. Soit auſſi décrit le nouveau cercle de déclinaiſon Pxd qui vienne couper l'Équateur en d. Il eſt clair qu'il en naîtra le nouveau triangle ſphérique adx, à peu-près ſemblable à ADX, qu'on réſoudra de même par l'analogie précédente, en y prenant au ſecond terme l'arc de complément de Latitude plus petit de la quantité $Ll = Hh$ de la Réfraction horizontale, & dont on tirera xT complément à l'hypothénuſe Ax; & il n'eſt pas moins clair que ce nouvel arc xT ſera celui que nous devons ſubſtituer à XT, pour nous repréſenter le nombre vrai ou phyſique des jours continus qu'aura la Latitude donnée dans la Zone Polaire, moyennant la Réfraction.

88. Maintenant, ſi l'on imagine que la ſphère, devenue tranſparente, laiſſe voir ſous l'horizon dans la partie auſtrale, tous ces cercles & tous ces arcs ſemblablement projetés ſur le plan du Méridien ou du colure des Solſtices $EPR\pi$, on y déterminera de même l'arc ſemi-nocturne de 180 degrés ou de 12 heures, augmenté de l'arc $\Xi\tau$ ou $\xi\tau$, repréſentatif des nuits continues de l'Hiver, &c. tous les points ſemblables de cet hémiſphère étant déſignés dans la figure par de ſemblables caractères grecs qui répondent à ceux de l'hémiſphère ſupérieur.

89. Où il faut cependant obſerver cette différence entre les deux hémiſphères HZR, HNR.

1.° Qu'au lieu que le ſecond terme de l'analogie *(n. 84)* doit être diminué de tout l'arc $Ll = Hh$ de la Réfraction horizontale dans l'hémiſphère HZR pour l'Été, ce ſecond

terme

terme doit être augmenté de la même quantité $\Lambda\lambda$ dans l'hémiſphère correſpondant pour l'Hiver *HNR*.

2.° Que dans celui-ci, la Réfraction abrège plus le temps $\Xi\tau$ des nuits continues autour du Solſtice d'Hiver τ, qu'elle ne prolonge le temps *XT* des jours continus autour du Solſtice d'Été *T*; & cela, par la circonſtance que le Parallèle de Limite corrigé, $\rho\lambda$, y eſt pris encore au-deſſous du Parallèle de Limite non corrigé $R\Lambda$, & plus près du Tropique $\sigma\tau$, & du Solſtice τ que dans l'hémiſphère ſupérieur, où le Parallèle *hl* s'éloigne au contraire davantage, & du Tropique *ST*, & du Solſtice *T*. De manière qu'entre les intervalles de déclinaiſon $R\rho$, *Hh*, l'arc $\Xi\xi$ doit être plus grand que l'arc *Xx*, la déclinaiſon du point ξ étant plus grande que celle du point *x*.

90. D'où il ſuit, qu'en général, & dans l'un & l'autre hémiſphère, le ſupérieur & l'inférieur, l'arc *Xx* ou $\Xi\xi$ de l'Écliptique, compris entre le double parallèle de limite *HL*, *hl*, ou $R\Lambda$, $\rho\lambda$, ſera d'autant plus grand & répondra à un d'autant plus grand nombre de jours de lumière continue dans l'un, & de nuits continues dans l'autre, que ces doubles parallèles de limites approcheront davantage du ſolſtice, ou que leur déclinaiſon, ſoit ſeptentrionale, ſoit méridionale, ſera plus grande, à raiſon de la latitude donnée dans la Zone.

91. Il faut donc reconnoître dans la Zone polaire deux effets de la réfraction très-différens, l'un par lequel elle ne fait qu'y avancer le lever du Soleil, & en retarder le coucher de quelques minutes, tant que cet aſtre, en venant de l'un ou de l'autre Équinoxe, eſt encore dans l'arc *AX* ou $A\Xi$, de l'Écliptique; l'autre par lequel elle augmente le nombre des jours continus, ou diminue celui des nuits continues, dès que le Soleil eſt parvenu aux points *x* ou Ξ de l'Écliptique, l'un qui ne conſiſte que dans la petite portion de l'arc diurne que le Soleil décrit, ſoir & matin, par ſon mouvement journalier, au-deſſous de l'horizon rationnel; l'autre qui réſulte d'un

arc que le Soleil parcourt ſur l'Écliptique dans ſon mouvement annuel.

92. Cependant on peut ſe diſpenſer de ces ſpéculations, & de toute correction au ſecond terme de l'analogie ci-deſſus (*n. 84*) dans la pratique de notre arc ſemi-diurne, par une ſuppoſition bien ſimple. Il ne faut qu'imaginer d'abord la latitude donnée, plus grande de la quantité $H h$ de la réfraction horizontale pour l'Été, & plus petite d'autant pour l'Hiver, & procéder enſuite d'après les arcs $A X$, $X T$, & $A \Xi$, $\Xi \tau$, qui ſe trouvent dès-lors être les mêmes que $A x$, $x T$ & $A \xi$, $\xi \tau$, ſans ſonger davantage aux parallèles de limite d'Été ou d'Hiver, corrigés ou non corrigés, ni à la réfraction. Les corrections s'en enſuivent toutes faites, puiſque les complémens qui conſtituent le ſecond terme de l'analogie diminuent ou augmentent toujours en raiſon inverſe des latitudes. C'eſt pourquoi ce ſera encore la même choſe, ſi, ſans autre ſuppoſition ni correction, on tourne ainſi cette analogie.

93. *Comme l'obliquité* T A Q *de l'Écliptique,*
Eſt au complément de Latitude Q L *ou* D X,
moins la Réfraction horizontale H h, *pour l'arc ſemi-diurne d'Été, plus la même Réfraction pour l'arc ſemi-diurne d'Hiver,*
Ainſi l'angle droit D *ou le ſinus total,*
Eſt à l'hypothénuſe A X *du triangle* A D X,
dont le complément au quart-de-cercle donnera l'arc $X T$.

94. Mais ce qu'il y a de plus important à remarquer ſur les Zones polaires, c'eſt que tous les Élémens s, i, D^2 ou d^2, & r^2, de leurs Hivers ſolaires, deviennent non-ſeulement, & phyſiquement o par l'abſence du Soleil, mais encore moindres que o ou qu'infinimens petits, de tout l'enfoncement du Soleil ſous l'horizon, & de tout ce que ce premier élément s, influe ſur les autres. L'Hiver ſolaire des Zones

glaciales ſera donc exprimé par une grandeur négative ou affectée du ſigne *moins*, quel que ſoit le nombre pair ou impair de ſes Élémens, en tant que leur produit repréſente la quantité dont il s'en faut que le Soleil ne ſoit ſur l'horizon, & qu'il n'y échauffe actuellement l'air & le terrain par ſa préſence. Quantité qui, quelque négative & au-deſſous du *zéro* qu'elle ſoit, ne ſe réaliſera pas moins par ſes effets; puiſque n'y ayant jamais de froid abſolu ſur la Terre, la chaleur quelconque de l'Hiver réel ſera toujours, & toutes choſes d'ailleurs égales, d'autant plus petite que l'Hiver ſolaire qui en fait partie dans les autres Zones aura été plus négatif dans celles-ci, c'eſt-à-dire, que le Soleil y aura été plus long-temps & plus profondément caché ſous l'horizon.

95. D'où il ſuit enfin, que le rapport réſultant de l'Été ſolaire à ſon Hiver défectif, dans ces Zones, après avoir paſſé par l'infini, au point de latitude où l'Hiver toujours décroiſſant de valeur s'évanouit à *zéro*, & le rapport augmentant de plus en plus en approchant du Pôle, ſera *plus qu'infini (k)*. Ce qui bien entendu, & de quelque nom qu'on qualifie un ſemblable rapport, ſe réduira toujours ici à deux termes finis, dont l'un exprime la préſence du Soleil & ſes effets ſur l'horizon de l'hémiſphère donné, & l'autre ſon abſence ſur cet hémiſphère, ou ſa préſence ſur l'hémiſphère oppoſé. Et c'eſt auſſi ce qu'on pourroit ſe mettre ſous les yeux, par les deux ordonnées à une courbe, de part & d'autre de l'axe, l'une poſitive & l'autre négative; mais abrégeons ces détails, & venons aux exemples.

(k) Ce n'eſt pas ici le lieu de m'étendre ſur cette eſpèce d'infinis, non plus que ſur la diſpute qu'ils firent naître au commencement de ce ſiècle, entre M. *Varignon* & le P. *Grandi*, Profeſſeur de Mathématique à Piſe, & dans laquelle entrèrent auſſi quelques autres ſavans Géomètres. La manière dont je m'explique ſur cet article, prévient toute difficulté. *Voyez* Varig. *Mém. de l'Acad. 1706, ſur les eſpaces* (Hyperboliques & Aſymptotiques) *plus qu'infinis de M. Wallis;* Grandi, *Lib. de infinitis infinitorum;* Varig. *Reſponſ. ad Grand. Act. Lipſ. 1712;* Carré, *Calc. intégr.* Sect. I, Cor. prop. 23; Parent. *Rech. de Phyſ. & de Math. t. II, p. 552*, &c.

VALEUR & RAPPORT de l'Été & de l'Hiver solaires, Latitude Boréale de 75 degrés.

96. Il n'y a d'abord rien à changer aux trois premiers élémens de l'Été S, I, d^2, qu'on trouvera comme dans la Zone tempérée, savoir $S = 15° + 23° 28' 20''$, & avec la Réfraction $(1' 13''\frac{1}{2}) = 38^d 29' 33''\frac{1}{2}$, dont le logarithme est 9,7940793; $I = 7154\frac{1}{3}$, dont le logarithme est 3,8545725; & d^2 constant.

Reste le quatrième $(R + Z)^2$, que donnera l'analogie (*n. 93*), exempte de toute correction,

Comme l'obliquité de l'Écliptique TAQ......	9,6002151,
Au complément de Latitude $15^d - 32' 20''$..	9,3974582,
Ainsi le sinus total......................	10,0000000,
À l'hypothénuse AX, *qu'on cherche*........	9,7972331;

Laquelle donne un arc d'environ $38^d 49' 30''$. D'où, & par
Fig. 4. la soustraction de celui de 90^d, on tirera $XT = 51^d 10' 30'' = Z$, qui étant ajouté à celui de 180 degrés, & en tout de $231^d 10' 30''$, nous donnera l'arc semi-diurne cherché $R + Z$, pour la Latitude de 75 degrés, avec tout ce qu'y exigeoit la Réfraction. Il n'y aura donc plus qu'à le convertir en temps $15^h 24' 42''$, ou $924'\frac{2}{3}$, dont le logarithme est 2,9659961.

97. Les Élémens défectifs s, i, D^2, r^2 de l'Hiver, seront trouvés conformément à l'article ci-dessus & de la manière qui suit; savoir $s = -(7^d 56') = \lambda\tau = \rho\sigma$: car ajoutant les trois grandeurs qui constituent ici la hauteur solsticiale en ♑, c'est-à-dire la hauteur de l'Équateur 15 degrés, moins la déclinaison de l'Écliptique $23^d 28' 20''$, & plus la Réfraction horizontale $(32' 20'')$ qui éléveroit le Soleil de λ en A à l'Observateur placé au Zénith, si le globe étoit ransparent, il en résultera $-(7^d 56')$; hauteur dont il s'en faut que s ne soit positif, ou simplement $= 0$, & dont le Logarithme est 9,1399445.

Le ſecond Élément i ſera donc, relativement à cette hauteur, $2396 \frac{87}{100}$, dont le Logarithme eſt 3,3796443.

Le troiſième, D^2 conſtant, ainſi que d^2.

Et enfin le quatrième r^2, ſera trouvé par la même analogie *(n. 93)*, en y prenant le ſecond terme convenablement à l'Hiver, de $47^d\,44' + 180^d = 227^d\,44'$, & réduit en temps de $15^h\,10'\,56'' = 910\frac{93}{100}$, dont le Logarithme eſt 2,9594850.

98. Raſſemblant maintenant tous ces Logarithmes ſelon la méthode générale, on aura la valeur de l'Été & celle de l'Hiver ſolairés de la Zone Polaire, Latitude 75 degrés, dans le rapport logarithmique des deux ſommes ſuivantes,

	E en ♋.		*H* en ♑.
S	9,7940793.	s	9,1399445.
I	3,8545725.	i	3,3796443.
d^2	7,9854162.	D^2	8,0143428.
$(R+Z)^2$.	5,9319922.	$(r+z)^2$.	5,9189700.
$\int$	4,5660602.	$\int$	3,4529016.

D'où l'on tirera le rapport numérique *(n. 62)*

$E : H :: 36818 : -2837 :: 12\frac{98}{100} : -1$.

99. Il n'y aura donc, pour avoir la valeur & le rapport des Étés & des Hivers ſolaires dans les Zones Glaciales, qu'à prendre d'abord tous leurs Élémens, & les ſommes logarithmiques, ou les produits numériques de ces Élémens, comme ſi c'étoient des grandeurs finies & même poſitives, comme elles le ſont en effet, n'étant conſidérées que dans leur rapport numérique, & enſuite ajouter ſeulement le ſigne négatif à l'Hiver. Ce qui rendra leur différence finie & poſitive, excepté à leur paſſage par o ou du poſitif au négatif, & redonnera, comme dans l'exemple ci-deſſus, dans la Zone Polaire Boréale $E : H :: 36818 : -2837$. Tandis qu'à

l'Auſtrale, ce ſeroit :: 39354 : 3033, &c. par la tranſpoſition de D^2 à l'Été, & de d^2 à l'Hiver, ainſi qu'il a été expliqué ci-deſſus, *nn. 65, 66.*

100. Et ſi l'on veut ſavoir, d'après les déterminations précédentes, pendant combien de jours de l'année les habitans du 75e degré de latitude jouiſſent de la préſence continue du Soleil en Été, & pendant combien de jours ils en ſont privés en Hiver, on n'a qu'à chercher la valeur de Z ou de l'arc XT de l'Écliptique, converti en temps & tout corrigé, comme il eſt ici par l'opération du *n. 93*, & toujours apparent ſur l'horizon; ou, ſelon la méthode ordinaire, prendre dans les Éphémérides le temps que le Soleil emploie à parcourir cet arc, & ſon égal après le Solſtice T pour l'Été, & l'on y trouvera près de 108 jours, année commune telle que celle-ci 1757. Tandis qu'en Hiver, & en vertu de l'arc oppoſé $\Xi\tau$, le temps d'abſence ou du Soleil entièrement caché ſous l'horizon, n'eſt, comme on le trouvera de même, que d'environ 94 jours. D'où il ſuit, conformément à la ſeconde remarque du *n. 89*, que le temps d'obſcurité continue eſt plus court que celui de lumière continue, & d'environ 14 jours pour cette latitude, dans la Zone Polaire boréale; & ainſi de tous les autres points de cette Zone, à raiſon de leurs latitudes, par rapport à ces jours de préſence ou d'abſence continue du Soleil juſqu'au Pôle, qui en eſt le *maximum.*

Fig. 4.

101. Il y a cependant une exception à faire, de la partie adjacente au Cercle pôlaire vers le Nord, où le Soleil ſe montre encore ſur l'horizon après le Solſtice d'Hiver, en vertu de la réfraction : car ce cercle n'appartenant pas moins à la Zone tempérée qu'à celle dont il emprunte le nom & qu'il en ſépare, doit participer auſſi des phénomènes de l'une & de l'autre. De la Tempérée, en ce qu'il a un Hiver ſolaire poſitif; de la Polaire, en ce qu'il donne en Été des jours continus, au moyen de la réfraction horizontale qui y élève le Soleil à minuit de tout ſon diamètre vertical à une vingtaine de ſecondes près. Il eſt vrai auſſi, qu'indépendamment

de la Réfraction, le centre du Soleil y raseroit l'horizon au solstice d'Hiver, & que la moitié du disque y resteroit par conséquent au-dessus; mais c'est à quoi nous ne ferons point attention ici, n'ayant considéré jusqu'à présent le disque solaire que comme absolument réuni à son centre. Ce qui étant posé, nous aurons encore sur le Cercle polaire, latit. 66^d 31′ 40″, comme dans l'intérieur de la Zone tempérée, & par la même méthode, $E = 31337$, & H positif $= \frac{7}{1000}$, d'où l'on tirera,

$$E : H :: 31337 \frac{7}{1000} :: 4476714 : 1, \& \; E - H = 31336 \frac{993}{1000}$$

102. Mais où placerons-nous donc le point de passage du positif au négatif? Il est clair par l'article précédent, que ce doit être à la latitude du Cercle polaire augmentée des 32′ 20″ de la réfraction, c'est-à-dire, au 67me deg. 4 min. Car le complément ou la hauteur solsticiale de l'Hiver, qui répond à cette latitude, étant 22^d 56′; si l'on ajoute à celle-ci la réfraction horizontale, 32′ 20″, il vient 23^d 28′ 20″ qui sont précisément la déclinaison de l'Écliptique ou du solstice d'Hiver qu'il falloit en ôter, & d'où résulte visiblement la hauteur solsticiale d'Hiver $= 0$. Mais cette hauteur $s = 0$, fait évanouir tous les autres Élémens de la formule s, i, D^2, r^2 de l'Hiver; donc la latitude de 67^d 4′ donne $H = 0$, & par conséquent son point de passage du positif au négatif. Du reste, l'Été correspondant ayant été trouvé comme à l'ordinaire $= 32620$, & devenant par-là infini (∞) par rapport à l'Hiver; on aura ici, latitude 67^d 4′,

$$E : H :: 32620 : 0, \text{ ou } :: \infty : 1.$$

Ce même point déterminera donc aussi la latitude où commencent les nuits continues d'Hiver.

103. Et observez que, malgré la transposition de l'Élément des distances & des densités *(n. 65)* ce point se trouvera encore à la même latitude dans l'hémisphère Austral que dans le Boréal; attendu que $s = 0$, y fera toujours également disparoître tout ce qui le complique dans la formule de

cet hémiſphère, & que le Soleil n'y aura pas moins les mêmes hauteurs à pareilles latitudes, quelles que ſoient ſes diſtances de la Terre & les denſités de ſes rayons.

104. Nous trouverons au contraire, & conformément à la ſeconde remarque du *n. 89*, que la continuité des jours, qui ne commencent aſtronomiquement qu'au Cercle polaire, lat. $66^d\ 31'\ 40''$, ou $32'\ 20''$ au-deſſous de $67^d\ 4'$, doit commencer encore phyſiquement de la même quantité au-deſſous de ce cercle; ſavoir à $65^d\ 59'\ 20''$. Ce qui donne $(32'\ 20'') \times 2 = 1^d\ 4'\ 40''$, ainſi que la latitude $67^d\ 4'$ des nuits continues. Et à l'égard de l'Été & Hiver ſolaires qui en réſultent, on en trouvera la valeur & le rapport par le complément à cette latitude, $24^d\ 0'\ 40''$.

105. Prenant donc l'arc ſemi-diurne ſelon les règles preſcrites, & ôtant de ce complément $39'\ 20''$, reſte $23^d\ 28'\ 20''$, pour le ſecond terme de l'analogie *(n. 93,)* égal à la déclinaiſon de l'Écliptique, qui en fait le premier terme. D'où l'on tirera $AX = 90$, & $XT = 0$, avec l'arc ſemi-diurne de 12 heures, & $E : H :: 27862 : \frac{53}{1000} :: 525698 : 1$, & $E - H = 27861\ \frac{947}{1000}$.

106. Il eſt encore à remarquer dans cette Zone, féconde en paradoxes de cette eſpèce, qu'elle contient les plus grands Étés ſolaires de l'hémiſphère, & dont le *maximum*, entre ſes plus grands, eſt de 36871 parties trigonométriques autour du 74me degré 1 minute de latitude, c'eſt-à-dire, près de 4 fois auſſi grands que les Étés ſolaires de la Zone torride tout proche de l'Équateur, ſon *minimum*, 26988, étant encore ſous le Pôle, près de trois fois auſſi grand que ſous le point d'origine des Étés & Hivers ſolaires.

107. Mais c'en eſt aſſez, & je termine cette ſection par une Table générale, où l'on verra plus parfaitement, & d'un coup d'œil, la marche, les valeurs croiſſantes & décroiſſantes de ces Étés & de ces Hivers, leurs différences & leurs rapports, ainſi que tous ces points ſinguliers obſervés ci-deſſus, & placés à leurs latitudes.

108. *TABLE*

108. *TABLE DES ÉTÉS ET HIVERS SOLAIRES* DE L'HÉMISPHÈRE BORÉAL, *&, moyennant la correction*, n. 65, *de l'*AUSTRAL.

LATITUDES.	ÉTÉS solaires.	HIVERS solaires.	DIFFÉRENCE des Étés aux Hivers solaires.	RAPPORTS RÉDUITS des Étés aux Hivers solaires.
0d 0′ 0″	9316.	9958.	642.	1 : 1,07.
1..........	9453.	9757.	304.	1 : 1,03.
1. 47. 30.	9601.	9601.	0.	1 : 1.
2..........	9640.	9553.	87.	1,01 : 1.
3..........	9800.	9347.	453.	1,05 : 1.
4..........	9956.	9141.	815.	1,09 : 1.
5..........	10135.	8961.	1174.	1,13 : 1.
6..........	10314.	8781.	1533.	1,17 : 1.
7..........	10463.	8574.	1889.	1,22 : 1.
8..........	10639.	8389.	2250.	1,27 : 1.
9..........	10814.	8181.	2633.	1,32 : 1.
10..........	10929.	7974.	2955.	1,37 : 1.
11..........	11100.	7768.	3332.	1,43 : 1.
12..........	11270.	7606.	3664.	1,48 : 1.
13..........	11438.	7396.	4042.	1,55 : 1.
14..........	11600.	7189.	4411.	1,61 : 1.
15..........	11726.	6983.	4743.	1,68 : 1.
16..........	11879.	6780.	5099.	1,75 : 1.
17..........	12030.	6595.	6435.	1,82 : 1.
18..........	12179.	6389.	6790.	1,91 : 1.
19..........	12325.	6186.	6139.	1,99 : 1.
20..........	12469.	5985.	6484.	2,08 : 1.
21..........	12609.	5787.	6822.	2,18 : 1.
22..........	12747.	5589.	7158.	2,28 : 1.
23..........	12881.	5389.	7492.	2,39 : 1.
23. 28. 20.	12944.	5296.	7648.	2,44 : 1.
24..........	13009.	5193.	7816.	2,51 : 1.
25..........	13161.	5000.	8161.	2,63 : 1.
26..........	13277.	4795.	8482.	2,77 : 1.
27..........	13423.	4606.	8817.	2,91 : 1.

LATITUDES.	ÉTÉS solaires.	HIVERS solaires.	DIFFÉRENCE des Etés aux Hivers solaires.	RAPPORTS RÉDUITS des Étés aux Hivers solaires.
28d 0' 0"	13532.	4402.	9130.	3,07 : 1.
29..........	13670.	4217.	9453.	3,24 : 1.
30..........	13771.	4022.	9749.	3,42 : 1.
31..........	13934.	3846.	10088.	3,62 : 1.
32..........	14027.	3645.	10382.	3,85 : 1.
33..........	14182.	3469.	10713.	4,09 : 1.
34..........	14294.	3276.	11018.	4,36 : 1.
35..........	14430.	3100.	11330.	4,65 : 1.
36..........	14561.	2929.	11632.	4,97 : 1.
37..........	14654.	2759.	11895.	5,31 : 1.
38..........	14808.	2581.	12227.	5,74 : 1.
39..........	14924.	2409.	12515.	6,20 : 1.
40..........	15035.	2237.	12798.	6,72 : 1.
41..........	15140.	2080.	13060.	7,28 : 1.
42..........	15272.	1918.	13354.	7,96 : 1.
43..........	15433.	1758.	13675.	8,78 : 1.
44..........	15515.	1613.	13902.	9,62 : 1.
45..........	15654.	1465.	14189.	10,68 : 1.
46..........	15819.	1326.	14493.	11,93 : 1.
47..........	15944.	1194.	14750.	13,35 : 1.
48..........	16086.	1062.	15024.	15,15 : 1.
48. 50. 10.	16196.	963.	15233.	16,82 : 1.
49..........	16235.	941.	15294.	17,25 : 1.
50..........	16397.	823.	15574.	19,92 : 1.
51..........	16584.	712.	15872.	23,29 : 1.
52..........	16761.	609.	16152.	27,52 : 1.
53..........	16965.	510.	16455.	33,26 : 1.
54..........	17153.	422.	16731.	40,65 : 1.
55..........	17360.	340.	17020.	51,06 : 1.
56..........	17624.	267.	17357.	66,01 : 1.
57..........	17910.	204.	17706.	87,79 : 1.
58..........	18218.	149.	18069.	122 : 1.
59..........	18575.	102.	18473.	182 : 1.
60..........	18978.	66,39	18912.	286 : 1.
61..........	19470.	39,25	19431.	496 : 1.
62..........	20083.	20,45	20063.	982 : 1.

LATITUDES.	ÉTÉS solaires.	HIVERS solaires.	DIFFÉRENCE des Étés aux Hivers solaires.	RAPPORTS RÉDUITS des Étés aux Hivers solaires.
63d 0′ 0″	20853.	8,92	20844.	2338 : 1.
64..........	21878.	2,95	21875.	7416 : 1.
65..........	23488.	$\frac{61}{100}$	23487.	38505 : 1.
65. 59. 20.	27862.	$\frac{53}{1000}$	27862.	525698 : 1.
66..........	28388.	$\frac{50}{1000}$	28388.	567760 : 1.
66. 31. 40.	31337.	$\frac{7}{1000}$	31337.	4476714 : 1.
67..........	32488.	$\frac{36}{1000000}$	32488.	902444444 : 1.
67. 4. 0.	32620.	0.	32620.	32620 : 0.
68..........	34060.	— 4,57	34065.	7453 : — 1.
69..........	35075.	— 41,84	35117.	838 : — 1.
70..........	35771.	— 160.	35931.	224 : — 1.
71..........	36260.	— 400.	36660.	90,65 : — 1.
72..........	36593.	— 787.	37380.	46,50 : — 1.
73..........	36800.	— 1324.	38124.	27,79 : — 1.
74..........	36870.	— 2014.	38884.	18,31 : — 1.
74. 1. 0.	36871.	— 2026.	38897.	18,20 : — 1.
75..........	36818.	— 2837.	39655.	12,98 : — 1.
76..........	36683.	— 3796.	40479.	9,66 : — 1.
77..........	36472.	— 4882.	41354.	7,47 : — 1.
78..........	36192.	— 6077.	42269.	5,96 : — 1.
79..........	35809.	— 7383.	43192.	4,85 : — 1.
80..........	35328.	— 8787.	44115.	4,02 : — 1.
81..........	34792.	— 10275.	45067.	3,39 : — 1.
82..........	34205.	— 11856.	46061.	2,88 : — 1.
83..........	33571.	— 13527.	47098.	2,48 : — 1.
84..........	32828.	— 15279.	48107.	2,15 : — 1.
85..........	31980.	— 17117.	49097.	1,87 : — 1.
86..........	31095.	— 19025.	50120.	1,63 : — 1.
87..........	30175.	— 20997.	51172.	1,44 : — 1.
88..........	29225.	— 22983.	52208.	1,27 : — 1.
89..........	28161.	— 25069.	53230.	1,12 : — 1.
89. 55. 10.	27083.	— 27083.	54166.	1 : — 1.
90..........	26988.	— 27264.	54252.	$\frac{99}{100}$: — 1.

Au reste, je n'avois d'abord dressé cette Table que de 5 en 5 degrés, en y ajoutant seulement les points intermédiaires les plus remarquables, expliqués dans la section, & la plupart désignés dans la Table par les minutes & secondes qui les accompagnent.

Cependant je m'aperçus bientôt combien la suite non interrompue de tous les degrés, depuis l'Équateur jusqu'au Pôle, en rendroit l'inspection plus instructive. La voilà donc sous cette forme; & c'est ce que je dois aux soins de M. l'abbé Charlier, *Maître de Mathématique à Paris, qui a bien voulu m'épargner ce pénible travail, & qui s'en est acquitté, comme il m'a paru après bien des vérifications, avec beaucoup d'exactitude & d'intelligence.*

SECONDE SECTION.

DE L'ÉTÉ ET DE L'HIVER RÉELS.

109. ON a vu dès le commencement de ces Recherches, & par nos définitions, que toutes les causes du chaud & du froid, c'est-à-dire, du plus ou du moins de chaleur qu'on éprouve alternativement sur la Terre, se réunissoient dans la formation de l'Été & de l'Hiver réels. Ces causes en tant que physiques & accidentelles, politiques même & morales, telles que la population & la culture particulières à chaque pays, sont innombrables; mais en tant que générales & communes à l'Été & à l'Hiver de tous les climats, se réduisent à deux; savoir, à la chaleur purement solaire, & aux émanations du feu central. L'une de théorie, l'autre d'expérience, l'une & l'autre inconnues en elles-mêmes ou dans leurs valeurs absolues *(n. 19)* mais l'une & l'autre relativement susceptibles de calcul dans la comparaison de leurs effets, sur de grandes masses de temps & d'observations. Quelle que soit une chaleur quelconque, on pourra donc toujours comparer la chaleur de l'Été solaire à celle de l'Hiver solaire d'un climat ou d'un parallèle donné, & en exprimer numériquement le rapport, comme nous venons de faire dans la Section précédente, & de même la chaleur totale de l'Été réel à celle de l'Hiver réel du même climat, comme nous ferons dans celle-ci. Or c'est du rapport composé de ces deux rapports que résulte *(nn. 2, 3, 4,)* la certitude d'une chaleur fondamentale & actuellement indépendante de l'action du Soleil, en un mot le Feu central, dont nous évaluerons aussi les émanations, plus exactement & plus généralement que dans notre ancien Mémoire, par l'application que nous en devons faire à toutes les latitudes, tant de l'hémisphère Austral que du Boréal.

*REMARQUES préliminaires sur le Climat * de Paris, & sur les Thermomètres dont on s'est servi pour en déterminer la température, relativement à un point fixe de chaleur.*

110. On observoit il y a plus de quatre-vingts ans, dans l'Observatoire Royal de Paris, le chaud & le froid sur un thermomètre de M. *de la Hire*, & l'on donnoit chaque année un extrait ou le résultat des observations qu'on y avoit faites, dans les Mémoires de l'Académie, & dans le livre de *la Connoissance des temps*, imprimé sous les ordres de cette Compagnie. En 1732, on commença d'y joindre celles du thermomètre de M. *de Reaumur*, & l'on a continué depuis jusqu'à aujourd'hui. C'est de ces deux sources que je tirerai la Table que je dois donner ici des Étés & des Hivers réels du climat de Paris sur un intervalle de 56 ans, intervalle qui m'a paru suffisant, & qu'il seroit peut-être dangereux de pousser plus loin; car il y a tout lieu de croire qu'il n'est guère de climat qui ne change plus ou moins sensiblement d'un siècle à l'autre, soit par les atterrissemens qui s'y accumulent, soit par les inondations qui en enlèvent une partie du terrain; &, s'il est cultivé, par le dessèchement des étangs & des marais, par la coupe ou par le *plantement* des bois, & par cent autres causes de cette espèce.

111. Il est visible que la Terre a souffert autrefois des changemens considérables, des déluges, des incendies & d'affreux

* Le mot de Climat proprement dit & conçu à la manière des Géographes est une partie, une petite Zone du globe terrestre, comprise entre deux cercles parallèles à l'Équateur. C'est en ce sens qu'il est pris dans la section précédente de l'Été & Hiver solaires, où l'action du Soleil porte également sur tous les points du Parallèle donné de Latitude; & c'est encore ainsi que nous l'entendrons dans la section suivante, des Étés & Hivers Rationnels, par la régularité de figure & l'uniformité de terrein que nous y supposerons toujours à la Terre : mais on voit bien que le climat va exprimer ici un pays beaucoup plus limité en Longitude. Il y pourra être pris même quelquefois pour un seul point du Parallèle qui en détermine la Latitude.

bouleversemens; que des continens entiers engloutis y ont fait place à de nouvelles mers, tandis qu'ailleurs & du fond des mers, il s'est élevé des montagnes & de nouveaux continens, où les productions marines se montrent encore. Mais quoi qu'il en soit de ces anciennes catastrophes, arrêtons-nous à l'état présent où nous voyons notre globe depuis quelques milliers d'années. Il ne change que lentement, insensiblement, & de proche en proche, mais toujours; car enfin tout est en mouvement dans la Nature, tout y tend sans cesse à l'équilibre, tout y parvient & rien n'y demeure; tout n'a que des instans, mais les sommes, quoiqu'infinies, de ces instans, nous donnent des périodes finies & sensibles qui nous guident pour l'avenir, & où l'inconstance même a ses loix. Si les siècles passés nous avoient laissé un assez grand nombre d'observations météorologiques exactes, & sur divers climats, telles que nous commençons d'en avoir depuis soixante ou quatre-vingts ans, il y a grande apparence que la totalité des pluies, par exemple, des vents & des autres météores, n'y différeroit pas bien sensiblement d'un siècle à l'autre, dans le même climat, ou que s'il s'y trouvoit d'assez grandes différences par les causes physiques & accidentelles que nous avons indiquées ci-dessus, un plus grand nombre de siècles nous en dévoileroit les compensations. Les pièces de la machine terrestre ne sont pas infinies, & leurs révolutions doivent nous donner tôt ou tard à peu-près les mêmes effets, ou nous montrer les causes de variation, d'accroissement d'un côté & de dépérissement de l'autre, qui en troublent les retours. L'Asie, l'Afrique & l'Amérique nous fournissent mille exemples de grandes contrées, où il tombe en certains temps de l'année des pluies réglées auxquelles on s'attend, & sur lesquelles il est rare qu'on se trompe. Ces contrées sont pour la plupart comprises entre les Tropiques, ou s'en éloignent peu. L'Europe qui en général ne nous offre rien de pareil, occupe au contraire le milieu d'une Zone tempérée; mais aussi ses parties les plus septentrionales sont assez régulièrement chargées de neiges pendant sept à huit mois de l'année, & l'Été qui succède à ce long &

rude Hiver eſt communément aſſez uniforme. Les vents ſont toujours plus réglés par leurs durées, par leurs directions & par les temps de l'année où ils ſoufflent, dans la Zone Torride, & dans la Pôlaire qui nous eſt le mieux connue, que dans la Tempérée qui eſt entre ces deux extrêmes. On y prédit même les tempêtes & certains ouragans preſque au jour marqué. Peu s'en faut que les variations du Baromètre ne diſparoiſſent entièrement ſous l'Équateur. Or ſi le dérèglement des pluies, des vents & des ſaiſons, peut être ramené à quelque choſe de fixe & d'uniforme dans les extrêmes, n'eſt-il pas à préſumer que la même conſtance & la même uniformité ſubſiſtent & ſe retrouvent tôt ou tard dans les climats moyens qui en participent, quoique ſous une forme plus compliquée & plus difficile à démêler.

112. Après cette digreſſion que je n'ai pas crue inutile; j'en reviens au climat de Paris, comme à l'un des plus aſſidûment obſervés, & des moins déréglés que je connoiſſe à ſemblable latitude dans la diſtribution du chaud & du froid des ſaiſons. Et puiſque c'eſt à ce climat que je vais rapporter tous les autres, diſons encore un mot des principaux Thermomètres dont on y a fait uſage, & d'après leſquels nous devons en établir la température.

Comparaison & correſpondance des Thermomètres de M.rs de la Hire *&* Amontons *avec celui de M.* de Reaumur, *par rapport à leur graduation.*

113. C'eſt à la graduation de ce dernier *(l)* que je réduirai, non-ſeulement celle des deux précédens, mais encore celle de tous les autres Thermomètres dont les Obſervateurs ſe ſont ſervis en différens climats. Je le ſuppoſerai toujours placé à l'ombre & tourné vers le nord, comme l'a enſeigné M. de *Reaumur*, & comme on le pratique communément par-tout où l'on s'en ſert. C'eſt ainſi qu'il eſt placé à l'Obſervatoire avec celui de M. de *la Hire.*

(l) Voyez-en la conſtruction, *Mém. de l'Acad. 1730, page 452*, & *1731, page 250.*

114. La marche réciproque de ces deux Thermomètres est en raison de 18 à 10 ou de 9 à 5; c'est-à-dire que 18 degrés de celui de M. de *la Hire* en valent sensiblement 10 de celui de M. *de Reaumur.* Ce rapport est pris d'après M. de *la Hire* lui-même *(m)* sur l'intervalle le plus exactement observé, savoir, de la congélation de l'eau, qui répond au 30me degré de son Thermomètre & au 1000me de celui de M. *de Reaumur,* jusqu'au 48me du premier, & au 1010me du second où la liqueur demeure constamment dans les caves de l'Observatoire, qu'on prend pour le tempéré. Ce même rapport est constaté dans *la Connoissance des Temps,* aux premières années où l'on se servit du thermomètre de M. de *Reaumur* conjointement avec celui de M. de *la Hire* *; & cet accord, relativement aux premières instructions de M. de *la Hire,* nous fournit encore une preuve, que son thermomètre, qui est à esprit de vin, comme celui de M. *de Reaumur,* n'avoit point changé depuis le commencement du siècle *(n).*

* *Années 1732, 1733, 1734, &c.*

115. Le thermomètre de M. *Amontons,* sur lequel je m'étois réglé dans mon ancien Mémoire, est divisé par pouces & par lignes du pied de Roi. La congélation de l'eau y est marquée au 51 $\frac{1}{2}$ pouce ou degré, & la température des caves de l'Observatoire au 54me. Intervalle de 2 $\frac{1}{2}$ qui répond exactement aux 10 degrés de celui de M. *de Reaumur.* D'où il suit, 1.° que chacun des degrés de M. *Amontons* en vaut 4 de ceux de M. *de Reaumur,* & réciproquement que chaque degré de celui-ci ne fait que le $\frac{1}{4}$ ou 3 lignes de ceux de l'autre.

(m) Mémoires 1702, 1703, & dans presque toutes ses Observations Météorologiques. Il y avertit aussi que les observations du plus grand froid ont été faites au lever du Soleil, celles du plus grand chaud vers les deux ou trois heures après midi, & *que dans l'Été le thermomètre s'élève ordinairement de 11 degrés vers les 2 ou 3 heures après-midi plus haut que le matin au lever du Soleil.* Sur quoi je me suis réglé, lorsque je n'ai trouvé que l'observation du matin pour le grand chaud.

(n) Certifié dans *la Connoissance des Temps, 1733, page 197,* pour le chaud & le froid de 1731, en ces termes : *le thermomètre scellé hermétiquement dont on se sert pour faire ces observations, est toujours le même ; il s'est conservé depuis plus de 60 ans, & il est fixé dans le même endroit depuis plus de 35 ans.*

l'autre. 2.° Que le point primitif ou o de la graduation de M. *Amontons* répond au 794me degré de l'échelle de M. *de Reaumur*, ou, ce qui revient au même, que les 51½ degrés de M. *Amontons* répondent à 206 degrés pris au-dessous de 1000 du terme de la congélation sur le thermomètre de M. *de Reaumur.* Mais ce qu'il y a de plus important à observer sur le thermomètre de M. *Amontons*, & qui le distingue de ceux qui avoient précédé, c'est que ce premier point de la graduation, le o de degré, y représente en quelque sorte le froid absolu, ou, comme l'auteur s'exprime, *le froid extrême..... qui réduiroit l'air à ne soutenir aucune charge par son ressort* *. Et c'est sur quoi aussi nous ferons bientôt quelques réflexions.

* Voy. Mém. de l'Acad. 1703, p. 52.

116. Mais en attendant, & pour ne nous point écarter de l'observation immédiate dans la table suivante, nous nous en tiendrons uniquement au thermomètre de M. de *la Hire*, & à celui de M. *de Reaumur*, le tout réduit à la théorie & à la graduation de ce dernier. J'ai répété tout au long, à la tête de chaque tranche horizontale de cette Table, les nombres qui expriment sur ce pied-là les valeurs des Étés & des Hivers, plutôt que d'y sous-entendre l'expression abrégée de *plus* ou de *moins* relativement au terme de 1000 : soit parce qu'il s'agit toujours ici d'une chaleur positive, tant au-dessous qu'au-dessus de ce terme fondamental, soit par rapport aux opérations que nous aurons à faire sur ces quantités, soit enfin pour ne pas donner lieu un instant à l'erreur, que deux Étés, par exemple, dans l'un desquels le thermomètre de M. *de Reaumur*, seroit monté à 24 degrés au-dessus de la congélation, & à 20 seulement dans l'autre, fussent entre eux comme ces nombres, 24 & 20, ou leurs proportionnels, 6 & 5; tandis qu'ils sont réellement, selon ce Thermomètre, en raison de 1024 à 1020, ou, réduction faite, de 256 à 255.

Les fractions de degré, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. que les observations ont données y sont converties par-tout en centésimales, pour la commodité de la sommation.

117. *TABLE DE L'ÉTÉ ET DE L'HIVER RÉELS DE PARIS, ou du plus grand chaud & du plus grand froid qu'il a fait à l'Obſervatoire de Paris, depuis le commencement du ſiècle (1701) juſqu'en l'année 1756 incluſivement.*

Selon le Thermomètre de M. *DE REAUMUR.*

ANNÉES.	ÉTÉS RÉELS.	HIVERS RÉELS.
1701.	1019. 75.	999. 75.
2.	22. 75.	91. 25.
3.	19.	97. 75.
4.	24.	92. 25.
5.	27. 75.	97. 25.
1706.	1029. 50.	994. 75.
7.	27. 75.	98. 66.
8.	21. 25.	98. 75.
9.	25.	85.
10.	27.	92.
1711.	1022.	994. 50.
12.	25. 50.	97. 50.
13.	23.	93. 25.
14.	24. 50.	94. 75.
15.	25. 50.	93. 33.
1716.	1018. 33.	985. 83.
17.	25. 56.	96. 67.
18.	28. 89.	95. 33.
19.	29. 20.	98. 33.
20.	32.	1000.
1721.	1023. 33.	993. 93.
22.	23. 33.	97. 33.
23.	25.	92. 74.
24.	27. 78.	1000.
25.	25. 57.	997. 78.
1726.	1026. 11.	994. 49.
27.	27. 78.	98. 89.
28.	25.	95.
29.	26. 67.	88. 75.
30.	25. 56.	96. 11.
1731.	1028. 56.	995.
32.	24. 50.	94.
33.	22.	98. 25.
34.	25. 50.	96.
35.	23. 50.	98. 50.
1736.	1028. 50.	997. 75.
37.	25. 50.	96.
38.	29. 50.	94.
39.	27.	95.
40.	22. 50.	90.
1741.	1027.	993.
42.	29.	87. 88.
43.	26.	94. 50.
44.	25.	91. 50.
45.	24. 50.	89. 75.
1746.	1026. 50.	992. 25.
47.	27. 50.	88. 25.
48.	29. 50.	89. 88.
49.	29. 50.	93. 25.
50.	27. 50.	94. 50.
1751.	1029. 50.	990.
52.	27.	94. 75.
53.	30. 50.	90. 25.
54.	27. 50.	88. 50.
55.	29. 50.	88. 66.
1756.	1028. 50.	992. 50.
Som. 56.	57457. 96.	55665. 51.
An. com.	1026.	994.

ÉTÉ & Hiver réels du Climat de Paris, année commune.

118. Prenant maintenant la ſomme des Étés, $57457 \frac{96}{100}$, & celle des Hivers $55665 \frac{51}{100}$, telles qu'on les trouve à la fin de cette Table, & diviſant l'une & l'autre par la ſomme des années (56), on trouvera l'Été moyen ou année commune de $1026 \frac{3+}{100}$ degrés, l'Hiver de $994 \frac{3-}{100}$, leur différence de $32 \frac{1-}{100}$; &, négligeant les petites fractions qui les accompagnent,

L'Été réel de Paris, à l'Obſervatoire......... 1026.
L'Hiver réel......................... 994.
Leur différence......................... 32.
Et enfin leur rapport 1026 : 994 :: 32 : $31 \frac{1}{513}$, ou, négligeant le $\frac{1}{513}$ de degré :: 32 : 31.

Ainſi le plus grand chaud qu'il fait réellement à Paris en Été, année commune, ne diffère du plus grand froid qu'il y fait en Hiver que de $\frac{1}{32}$; tandis que l'Été & l'Hiver purement ſolaires y étant (*n. 61*) dans le rapport de $16 \frac{82}{100}$ à 1, y diffèrent de plus de 15 entiers, ou près de 500 fois davantage.

119. M. de *Fontenelle* diſoit à ce ſujet, & d'après l'Été & l'Hiver de M. *Amontons* (*ci-deſſus n. 3*). *Eut-on cru que le chaud qu'il fait aux rayons du Soleil à midi dans le ſolſtice d'Été, ne diffère du froid qu'il fait quand l'eau ſe glace, qu'environ comme 60 diffère de* $51\frac{1}{2}$, *ou 8 de 7; & que la même matière qui produit par ſon agitation les plus grandes chaleurs, & les plus inſupportables de notre climat, ayant alors 8 degrés de mouvement, elle en a encore 7 loſque nous ſentons un froid extrême (o)!* Eh! ne s'étonnera-t-on pas bien davantage que

(o) *Hiſt. de l'Acad. 1702, page 7.* Où l'illuſtre auteur auroit exprimé plus exactement ce rapport *de 7 à 6.* Petite inadvertance qui n'ôte preſque rien au paradoxe, & que je ne relève ici qu'en ce qu'elle eſt répétée dans l'extrait qu'il donna enſuite de mon Mémoire, dans tous les Journaux qui en font mention, & ailleurs. On a même jugé à propos que j'en avertiſſe.

cette matière en ait encore 31 ſur 32! Mais au fond il n'y a rien là de ſurprenant pour quiconque a un peu réfléchi ſur la nature de nos ſenſations, & ſur la cauſe externe, tout-à-fait hétérogène, qui les occaſionne. Des ſenſations différentes, même contraires, le plaiſir & la douleur, ne dépendent ſouvent que de l'altération la plus légère, d'un centième ou d'un millième de mouvement de plus ou de moins, dans l'objet qui les excite en nous par l'entremiſe de nos organes. Le ſon & ſes tons, la lumière & ſes couleurs, le toucher, le goût & l'odorat nous en fourniroient cent exemples.

120. Mais quoi qu'il en ſoit, & de quelque changement que ces rapports ſoient ſuſceptibles, on n'en ſauroit tirer aucune induction valable contre la théorie; ſans compter, qu'en d'autres latitudes on leur trouvera ſouvent de ſemblables valeurs, ou encore plus ſurprenantes qu'à celle de Paris; comme on peut s'en convaincre par la ſeule inſpection de la Table des Étés & Hivers ſolaires *(n. 108)* & par tout ce qui me reſte à dire ſur ce ſujet.

NOUVELLE comparaiſon entre les Thermomètres de M.rs Amontons *&* de Reaumur, *ſur la diſtance du terme de la congélation au point* zéro *de chaleur, ou ſur le plus grand froid que la Nature & l'Art aient pu nous faire connoître.*

121. On a vu *(n. 115)* que la graduation du thermomètre de M. *Amontons* partoit de *ce point, où le froid extrême réduiroit l'air à ne ſoutenir aucune charge par ſon reſſort;* & où l'on compte 0 de degré, comme ſi c'étoit-là en effet, c'eſt-à-dire, au 794me degré du thermomètre de M. de *Reaumur*, qu'on eût 0 de chaleur, & que répondît le froid abſolu. Idée vraiment ingénieuſe, mais purement hypothétique, qui ne doit pas nous faire illuſion ſur la diſtance & le lieu inaſſignables d'un ſemblable point. Le thermomètre de M. de

Reaumur, conſtruit ſur de tout autres principes, ne part au contraire du point o de degré, beaucoup plus éloigné, & de 1000 au-deſſous de la congélation, que pour donner une plus grande latitude au jeu des condenſations & des raréfactions de la liqueur dans le tube, ſans erreur ſenſible ſur la quantité qui en doit toujours reſter dans la boule, & indépendamment du point imaginaire quelconque du froid abſolu.

122. L'un & l'autre de ces Thermomètres, réduit à la même échelle & d'après la Table *(n. 117)* des Étés & Hivers réels de Paris, que je prends ici pour exemple, font également l'Été réel, année commune, de 26 degrés au-deſſus du terme de la congélation, & de 6 au-deſſous; mais par la différente diſtance de ces points à celui de leur origine ou de o, ſur les deux thermomètres, de 206 degrés ſeulement dans l'un, & de 1000 dans l'autre, il eſt clair qu'il en réſultera des rapports très-différens de l'Été à l'Hiver réels, & que tandis que le thermomètre de M. de *Reaumur* ne fait ce rapport que de 1026 à 994 ou de 32 à 31, le thermomètre de M. *Amontons* le fera de 232 à 200, ou de $7\frac{1}{4}$ à $6\frac{1}{4}$, en raiſon inverſe des diſtances hypothétiques du o d'origine au terme de la congélation. Ce qui ne peut manquer d'influer conſidérablement ſur l'évaluation des émanations centrales que nous en devrons tirer & qui conſtituent la baſe des chaleurs de ces deux ſaiſons.

123. Toute la queſtion ſe réduit donc à ſavoir quel eſt celui des deux thermomètres qui, à cet égard, ſe rapproche davantage de la Nature, ou du plus grand froid poſſible, tel que nous pouvons le conjecturer d'après nos connoiſſances ſur ce ſujet. Car pour le froid abſolu, le zéro de mouvement & de chaleur, c'eſt, à mon avis, un être chimérique qui n'exiſte en aucun lieu de l'Univers, une eſpèce d'aſymptote dont on pourra peut-être approcher de plus en plus, ſans y arriver jamais.

124. Or il eſt à préſumer que c'eſt au thermomètre de M. *de Reaumur* qu'il faut donner la préférence, tant à cet

égard que par rapport à quelques autres principes de conſtruction *(p)* dont il eſt inutile de parler ici.

Car 1.° nous ne ſaurions ſans injuſtice attribuer à M. *Amontons* d'avoir cru que *le froid extrême qui réduiroit l'air à ne ſoutenir aucune charge par ſon reſſort* fût le dernier période du froid que la Nature ou l'Art puſſent nous procurer. C'eſt ſeulement, & comme il s'en explique lui-même, *un degré de froid beaucoup plus conſidérable que celui que nous tenons pour très-froid (q).* Aſſertion qui n'exclud ni d'autres agens, ſoit naturels, ſoit artificiels, que la compreſſion & la raréfaction, ni d'autres ſubſtances douées d'une force élaſtique infiniment ſupérieure à celle de l'air, ni un froid indéfiniment plus grand que celui qui réduiroit l'air à ne ſoutenir aucune charge par ſon reſſort.

2.° La Règle de M. *Mariotte* ſur les compreſſions & les dilatations de l'air, ſur la chaleur qu'on y peut introduire, & ſur les poids dont il peut être chargé, ne porte, comme on ſait, que ſur les cas moyens. Cette Règle & la proportionnalité des compreſſions ou des dilatations avec les poids, ceſſe totalement dans les extrêmes où il n'y a plus de point fixe ni de bornes que nous connoiſſions. Tout ce qui vient après les cas moyens eſt donc abandonné à nos conjectures, & nos conjectures, dans la queſtion préſente, pourroient bien nous conduire au-delà même des 1000 degrés de M. *de Reaumur.*

3.° Le plus grand froid, & *que nous tenons* certainement *pour très-froid,* qu'on peut avoir éprouvé dans les pays ſeptentrionaux de l'Europe, n'a guère paſſé, que je ſache, les 32 ou 33 degrés au-deſſous du terme de la congélation. Le froid artificiel même, dont on ne voit pas les bornes, n'a pas été juſque-là, du moins en France, & dans les expériences que M. de *Reaumur* en a faites, lorſque ſon thermomètre ne

(p) Tel eſt, par exemple, le point de l'eau bouillante ſur lequel M. *Amontons* s'eſt réglé, & qu'on ſait aujourd'hui être ſenſiblement variable, ſelon le poids actuel de l'atmoſphère, indiqué ſur le baromètre. Point qu'on a déterminé au 80.me degré, lorſque le baromètre eſt autour du 28.me pouce.

(q) Ibid. Et immédiatement après, *Mém. de l'Acad. 1703, p. 52.*

marquoit tout-au-plus à l'air libre que la simple congélation *. Mais voici enfin, & sans que l'art y entre pour rien, des froids de 50, 60 & de 70 degrés au-dessous de ce terme, que M. *Gmelin* a observés en Sibérie *(r)*, dans l'espace de neuf à dix années qu'il y a demeuré. On vit cependant en Sibérie, les hommes, une infinité d'animaux & d'insectes y vivent, & la *Flore Sibérienne* de cet habile Naturaliste ne nous permet pas de douter qu'une infinité de plantes n'y croissent, n'y portent des fleurs & des fruits. Eh! combien de degrés de froid ne faudra-t-il pas encore admettre au-delà du degré où les animaux ni les plantes ne sauroient vivre, & avant que d'arriver à celui où la Nature, totalement engourdie, seroit sans mouvement!

* Voy. Mém. de l'Acad. 1734, p. 167.

125. C'est ainsi que je raisonnois, lorsque je lûs pour la première fois ces Recherches à l'Académie; mais j'avoue que je ne m'attendois pas à voir mon raisonnement si tôt justifié, & aussi bien qu'il vient de l'être, par les étonnantes expériences qui ont été faites à l'Académie impériale de Péterſbourg sur le froid artificiel, le 25 Décembre 1759, & le 6 Février 1760. Qu'il me soit permis d'en rapporter ici les principaux résultats d'après la Dissertation *De admirando frigore artificiali* de M. *Braun*.

126. Dans les premières de ces expériences, & après diverses tentatives, le froid artificiel parvint à 470 degrés du thermomètre de M. *de l'Isle*; d'où ôtant les 150 degrés qu'il y faut compter au-dessus du terme de la congélation, il en reste 320 au-dessous, lesquels étant réduits au thermomètre de M. *de Reaumur*, & d'après la Table que M. *de l'Isle* lui-même en a donnée dans nos Mémoires de 1749, sur le pied

(r) Jean-George Gmelin, Professeur en Chymie & en Histoire naturelle, de l'Académie Impériale de Péterſbourg, dans la grande & belle Préface de sa *Flora Siberica*. Les observations des plus grands froids s'y rapportent aux années 1735, 1736, 1737 & 1738, & ont été faites principalement au fort de Kiren, sur la Léna, & à la ville de Jéniſea, vers les 58 & $59^{d}\frac{1}{2}$ de latitude, selon l'*Atlas Russicus* publié en 1745. Et avec les thermomètres de M. *de l'Isle* & de *Fahrenheit*, toujours réduits ici au thermomètre de M. *de Reaumur*.

de 150 pour 80 de M. *de Reaumur*, reviennent à 170 $\frac{2}{3}$. Mais quelqu'énorme que nous paroiſſe un froid de 170 degrés au-deſſous du terme de la congélation, & qui ſurpaſſoit ſi prodigieuſement celui de 29 $\frac{1}{2}$ degrés qu'on ſentoit alors à Péterſbourg, nous l'allons voir ſurpaſſé d'environ 580 dans les expériences du 6 Janvier 1760. Il y fut porté de proche en proche au-delà de 720 degrés*, & l'on ne ſait juſqu'où ſeroit allé ce progrès ſi la boule du thermomètre de M. *Braun*, qui étoit déjà fêlée en quelques endroits, n'étoit tombée en morceaux à cette dernière épreuve. Auſſi le froid naturel qu'on jugeoit dès-lors exceſſif à 29 degrés, le 25 Décembre précédent, *qui gradus frigoris ſummus ad hoc uſque tempus*, avoit-il augmenté d'environ 2 degrés le 6 Janvier, c'eſt-à-dire, que le thermomètre expoſé à l'air libre y étoit deſcendu à 30 $\frac{14}{15}$ ou 31 de nos degrés. Le Mercure tombé avec la boule du thermomètre, & qui avoit commencé de ſe figer vers le 170me, fut donc trouvé alors dur & malléable comme du plomb dans toutes ſes parties. Découverte qui ſuffiroit ſeule pour rendre un nom célèbre. Mais prévenons les doutes que pourroit faire naître l'accident arrivé au thermomètre de M. *Braun*. Je me contenterai pour cela de renvoyer aux judicieuſes réflexions, comme aux expériences, que M. *Lomonoſow* fit ſur ce ſujet, & qu'on trouvera dans ſes *Meditationes de ſolido & fluido*, imprimées à Péterſbourg la même année (1760) que la Diſſertation de M. *Braun*. On y verra avec pluſieurs autres éclairciſſemens utiles, que le même jour 6 Janvier, un ſemblable thermomètre, plongé de même dans la neige avec l'eſprit de nitre fumant, y étoit deſcendu juſqu'à la valeur de 592 de nos degrés, ſans ſe rompre ni ſe fêler en aucune manière *(s)*. Nous voilà donc arrivés à plus de la moitié & près des $\frac{3}{5}$^{mes} des 1000 degrés hypothétiques de M. *de Reaumur*. Mais ſeroit-ce là le dernier terme du froid poſſible

* Therm. de M. *de l'Iſle*.

(s) M. *Poiſſonnier*, Médecin, alors à Péterſbourg, & témoin oculaire de tous ces faits, en écrivit ſur le champ à l'Académie des Sciences, conformément à ce que nous venons de dire d'après M.rs *Braun* & *Lomonoſow*, comme on le verra plus amplement dans l'hiſtoire de l'Académie de 1760.

possible dans la Nature, ou que l'art aidant la Nature pourroit nous indiquer? Une circonstance importante, & qui n'a pas échappé à M. *Braun* dans ces expériences, c'est que le froid artificiel y devient d'autant plus grand que l'intensité actuelle du froid naturel & local est plus grande. Or cela posé, avec tout ce qui vient d'être dit du froid extraordinaire de Péterſbourg, à 30 $\frac{14}{15}$ ou 31 degrés; & prenant, par exemple, pour la Sibérie celui de 53 degrés, bien au-dessous des plus extraordinaires du climat, & observé par M. *Gmelin*, le 11 Décembre 1736 vers les 3 heures après midi, nous aurons cette analogie,

Comme 31 degrés, froid naturel à Péterſbourg,
À 592 degrés, froid artificiel,
Ainsi 53 degrés, froid naturel en Sibérie,
À 1012 degrés, froid artificiel.

Où le quatrième terme donne à peu près, & en excès, les 1000 degrés de construction du thermomètre de M. *de Reaumur*. J'ignore si les instrumens, le verre, la neige, les esprits salins, &c. qu'il y faudroit employer, ne se refuseroient pas à une si forte épreuve. Quoi qu'il en soit, & en nous en tenant ici au seul degré de la congélation du mercure, on pourroit bien s'écrier comme a fait *Boërhaave*, à l'occasion de semblables expériences, mais bien inférieures, *Quis vero mortalium definiet, quale ultra frigus posset excitari, per alias hactenus in natura & in artis potestate latentes, vires* *!

* Chemia, édit. Par. T. I, p. 89.

127. Je ne ferai donc nulle difficulté d'admettre dans toute son étendue la graduation du thermomètre de M. *de Reaumur*, & de fixer hypothétiquement le premier degré l'infiniment petit de la chaleur, ou le *maximum* de ce que nous appellons le froid, à 1000 de distance du terme de la congélation; laissant d'ailleurs au Lecteur intelligent la liberté d'en raccourcir ou d'en prolonger l'intervalle selon ses lumières, & autant que les réflexions précédentes peuvent le permettre.

Suivons maintenant nos observations sur ce pied-là.

De l'ÉTÉ & HIVER RÉELS des Climats plus méridionaux ou plus ſeptentrionaux que celui de Paris, & premièrement de l'Été Réel en tant qu'il ſe trouve être ſenſiblement de la même intenſité de chaleur dans tous les Climats.

128. Cet Été, qu'on peut qualifier d'*univerſel,* & que nous avons annoncé *(n. 9)* comme le fruit & le principal objet des nombreuſes obſervations de M. *de Reaumur,* va être encore conſtaté ici par les nôtres. Nous en fixerons le terme à celui de Paris, entre les limites de 1, 2 ou 3 degrés au-deſſus ou au-deſſous de 1026 *(n. 118).* Différences viſiblement dûes aux circonſtances locales & accidentelles, & qui diſparoiſſent devant celles que les Hivers ont entr'eux : car, comme nous le verrons bientôt, celles de l'Été ſont également & indifféremment répandues ſur toutes les Latitudes, grandes & petites, tandis que celles des Hivers vont en augmentant plus ou moins, avec ces mêmes latitudes & au-deſſous des Étés, depuis 0, 20, 40 ou 50 & juſqu'à 70 degrés du thermomètre, à compter ſeulement de l'Équateur juſqu'au Cercle polaire, & ordinairement plus grandes en avançant juſqu'au Pôle.

129. Il n'eſt point encore ici queſtion du principe de cette égalité des Étés, que je renvoie à la ſection ſuivante : mais indépendamment de tout principe & de toute théorie, on pourra ſe convaincre par la ſimple obſervation, que les différences & l'irrégularité qui s'y rencontrent ſont, comme je l'ai dit, uniquement dûes aux circonſtances locales du climat donné.

1.° Lorſqu'on aura les obſervations de quelques autres lieux, ſitués ſur le même Parallèle ou à peu-près de même Latitude : car prenant alors l'Été moyen qui réſulte de tous ces points, où il eſt rare que les circonſtances ſoient les mêmes, cet Été ſera preſque toujours d'autant plus approchant du terme de comparaiſon ou de celui de Paris, que les obſervations auront été en plus grand nombre.

2.° Si de ſemblables obſervations nous manquent, & que celles du climat donné ne ſoient ni aſſez ſuivies, ni aſſez nombreuſes, comme il n'arrive que trop ſouvent, on verra ſi l'Été moyen de Paris de la même année ou des mêmes années, s'écarte en même ſens, en excès ou en défaut, de l'Été moyen général & complet du terme de comparaiſon; & dans ce cas, il eſt clair que l'excès ou le défaut, relativement aux limites ou même au-delà des limites que nous avons aſſignées à la variation des Étés réels, ne tirera point à conſéquence & ne ſort pas de la règle: car on a remarqué, & nous en donnerons des exemples, que ces mêmes excès de chaud ou de froid qu'on éprouve en certaines années, y règnent ordinairement ſur une grande étendue de pays & ſouvent ſur les plus lointains.

3.° Enfin l'inſpection immédiate du climat, la nature du terrein, l'élévation ou la dépreſſion de ce terrein, ſa ſituation relative aux climats adjacens, au Nord ou au Sud des pays montagneux ou couverts de forêts, l'éloignement ou la proximité des mers, ſa culture, &c. fourniront preſque toujours la cauſe de ces variations, ſans préjudice à l'égalité générale dont il s'agit.

Voilà le véritable ſens dans lequel il faut entendre l'égalité des Étés, en tant que déduite des obſervations & la balance qu'on doit toujours avoir en main ſur une matière ſi compliquée.

130. Du reſte, je n'ai point héſité d'attribuer la découverte de cet important phénomène à M. *de Reaumur.* Je ne dois pourtant pas omettre que M. *Halley* ſembleroit en avoir eu quelque connoiſſance dans ſon Mémoire *ſur la chaleur proportionnelle du Soleil dans toutes les latitudes,* donné à la Société Royale de Londres en 1693 *(t).* Mais quelle que ſoit l'occaſion qui lui fit naître cette idée, il eſt clair que ce ſont ici deux points de vue tout différens. L'Été de M. *de Reaumur* ne tombe que ſur les intenſités de la chaleur, & le Mémoire

(t) The proportionnal heat of the Sun in all Latitudes. Philoſ. Tranſact. n.° 203.

de M. *Halley* n'a pour objet que les ſommes & les durées de cette même chaleur; l'Été de M. *de Reaumur*, celui-là même que nous adoptons ici, réſulte de toutes les cauſes qui le produiſent, tant phyſiques qu'aſtronomiques, rapportées au midi ou au moment quelconque de la plus grande chaleur du jour, & ce n'eſt chez M. *Halley* que l'Été réſultant de l'action purement ſolaire, ainſi qu'il s'en explique à la tête de ce Mémoire. Enfin M. *de Reaumur* n'évalue la chaleur de ſon Été que d'après l'obſervation immédiate du thermomètre, tandis que M. *Halley* ne déduit celle du ſien que des ſinus de toutes les hauteurs ſolaires du jour, perpendiculairement élevés ſur l'arc de l'Horizon, qui en exprime le nombre, & de l'onglet cylindrique qui en eſt formé & qui en repréſente la ſomme. Et c'eſt ainſi qu'il entend que la plus grande durée des jours compenſe réciproquement les moindres hauteurs ſolaires des Latitudes. Idée vraiment digne de la ſagacité & du ſavoir de ce fameux Aſtronome, mais qui pêche en plus d'un point, & ſur-tout en ce qu'il n'y a pas tenu compte des pertes de la lumière à ſon paſſage plus ou moins oblique au travers de l'atmoſphère; Élément indiſpenſable à la compoſition des Étés de M. *Halley*, & qui ne pouvoit manquer d'en faire diſparoître l'égalité ou la *proportionnalité* qu'il y vouloit établir. Comme on peut s'en convaincre par l'inſpection de notre Table des Étés & Hivers ſolaires *(n. 108)*, où l'on trouvera grand nombre de ces Étés doubles, triples & quadruples de celui de l'Équateur.

131. Revenons donc à notre égalité de fait & d'expérience. M. *de Reaumur* en donna les premiers exemples dans les Mémoires de 1733. Les Savans en furent bientôt inſtruits, & c'eſt en citant ces Mémoires, publiés en 1735, que M. *Muſſchenbroek* demande dans ſa Phyſique *(u)*, ſi la chaleur eſt à peu près égale dans tous les pays, & ajoute auſſitôt, « les obſervations que M. *Coſſigny* *(x)* a faites dans ſon voyage des Indes Orientales nous apprennent, que la chaleur

(u) Eſſai de Phyſique . . . . traduit du Hollandois. *Tome I, chap. 26.*
(x) Correſpondant de l'Académie, Ingénieur du Roi.

n'avoit pas été plus grande en aucun endroit pendant son «
voyage, que celle qui avoit été observée par M. *de Reaumur* «
à Paris ». Et remarquez que la Zone torride, la Ligne & les Tropiques, dans l'un & l'autre hémisphère, faisoient le principal objet de la comparaison. Mais combien les preuves de cette égalité surprenante ne furent-elles pas multipliées par tout ce que M. *de Reaumur* y ajouta dans les années 1734, 1735, & tout de suite jusqu'en 1741, d'après de semblables observations de M. *Cossigny* & de ses autres Correspondans répandus en différens pays des quatre parties du Monde !

132. Quant aux observations que j'ai tâché de me procurer & que je rassemblai sur ce sujet, lorsque je remis la main à ces Recherches, le nombre n'en est guère moins grand ; mais je me contenterai d'en rapporter les résultats, & seulement des plus exactes & des plus importantes, par la circonstance des lieux & des latitudes: sans quoi je grossirois inutilement cet ouvrage au-delà du plan que je me suis fait.

ÉTÉS & HIVERS SOLAIRES de différens Climats, en confirmation des remarques précédentes sur l'égalité des Étés; & premièrement de la Zone Tempérée Arctique.

133. M. *Bouillet,* Médecin, Professeur Royal de Mathématiques, & Secrétaire de l'Académie des Sciences & Belles-Lettres de Béziers, m'envoya les observations Météorologiques qu'il avoit faites dans cette ville, depuis 1725 jusqu'à 1756 inclusivement, c'est-à-dire sur 32 années consécutives, & avec toutes les instructions nécessaires. Les ayant réduites sous la même forme que celles de Paris *(ci-dessus, n. 117)* j'en tirai par la même méthode, l'Été réel, année commune, de 1024 degrés, à $\frac{1}{8}$ près; & l'Hiver réel de $996\frac{1}{2}$, ce qui donne la différence de $27\frac{1}{2}$. D'où il suit que les chaleurs de l'Été y sont moindres qu'à Paris de 2 degrés, quoique sur un parallèle d'environ $5\frac{1}{2}$ degrés plus méridional, la latitude de cette ville étant de $43^d\ 20'\ 20''$; mais aussi les moindres chaleurs de son Hiver sont-elles de $2\frac{1}{2}$ degrés

plus grandes. Le sol du lieu où se faisoient les observations est élevé de 35 à 36 toises sur le niveau de la mer.

134. Il ne s'en faut que d'environ 2 $\frac{1}{2}$ minutes que Marseille (Latit. 43^d $17'$ $45''$) ne soit sur le même parallèle que Béziers. Voyons cependant quelle en sera la différente température. J'en ai des observations très-bien circonstanciées & très-exactes, sur 12 années consécutives, savoir depuis 1745 jusqu'en 1756 inclusivement, & immédiatement avec le thermomètre de M. *de Reaumur (y)*. Il s'en ensuit, & toujours par la même méthode, l'Été réel de 1027 $\frac{1}{6}$, & l'Hiver réel de 997 $\frac{3}{4}$.

135. La température de Montpellier (Latit. 43^d $36'$ $33''$) donne l'Été de 1027 $\frac{1}{13}$, & l'Hiver de 996, à $\frac{1}{19}$ près, sur 19 années consécutives, à compter depuis 1737 jusqu'à 1755, inclusivement *(z)*.

136. Si l'on prend donc maintenant la somme de ces trois Étés renfermés dans le 44me degré de latitude, comme il a été dit ci-dessus (*n. 129*, 1.°) & qu'on la divise par 3, on trouvera l'Été moyen, à très-peu près, de 1026 degrés, de la même intensité de chaleur que celui de Paris; &, par la même méthode, l'Hiver d'environ 2 $\frac{3}{4}$ degrés moins froid.

137. La latitude de Toulouse (43^d $35'$ $54''$) est renfermée dans les mêmes limites que les villes précédentes; mais les plus exactes observations météorologiques que nous

(y) Elles ont été faites par M. *Cathelin*, avec le thermomètre de M. de *Reaumur* à esprit de vin, & m'ont été envoyées par le P. *Blanchard*, Jésuite, au défaut du P. *Pézenas*, Professeur royal d'Hydrographie, à qui je les avois demandées.

(z) Par M. *Bon*, ancien premier Président de la Chambre des Comptes & Cour des Aides de Montpellier, Conseiller d'État. J'en suis redevable à M. de *Ratte*, Secrétaire de la Société Royale de cette ville, & à M. *Pitot*, de l'Académie des Sciences, & Directeur du canal royal de Languedoc. Ces observations sont en partie les mêmes que celles dont M. de *Reaumur* s'est servi, mais beaucoup plus complètes par les soins des deux savans Académiciens dont je viens de parler.

en ayons *(a)* ne portent que ſur les 10 dernières années de notre Table *(n. 117)* ſavoir, depuis 1747 juſque & y compris 1756. On pourroit auſſi jeter quelques doutes ſur le thermomètre avec lequel elles ont été faites. C'eſt celui qu'on nomme *de Lyon, dont l'eſpace entre le terme de l'eau bouillante & celui de la congélation eſt diviſé en 100 parties égales ;* eſpace communément eſtimé de 80 degrés au thermomètre de M. *de Reaumur*, & qui n'eſt pas exempt de la variation indiquée ci-deſſus *(Note (p) du n. 124)*. La réduction de l'un à l'autre thermomètre en ſera donc un peu douteuſe. Cependant, comme cette variation en plus & en moins, répandue ſur 10 années, n'eſt pas conſidérable, & que d'ailleurs l'habile obſervateur peut y avoir eu égard d'après le baromètre, & le poids actuel de l'atmoſphère· ſuppoſons ces obſervations exactement réductibles, & réduiſons-les en effet à notre thermomètre, & à leur année moyenne, ſuivant l'analogie de 100 à 80 ou de 5 à 4. Elles nous donneront l'Été réel de Toulouſe de 1028 $\frac{40}{100}$ degrés, ſupérieur à celui de Paris de près de 2 $\frac{1}{2}$ degrés. Mais par le ſecond article du *n. 129*, voyons ce que les mêmes 10 années, ſéparées des 46 qui les précèdent dans notre Table, nous auroient donné à Paris. Nous trouverons, à un quart de degré près, que c'eſt la même quantité de chaleur moyenne, ſavoir de 1028 $\frac{65}{100}$. Il eſt donc à préſumer juſqu'ici, que l'Été de Toulouſe, de Béziers, de Montpellier & de Marſeille, & vraiſemblablement de toute l'étendue longitudinale des parallèles renfermés dans la petite Zone de leurs latitudes, eſt ſenſiblement égal à celui de Paris.

Par les mêmes obſervations, & ſelon la même méthode, l'Hiver de Toulouſe eſt de 994 $\frac{80}{100}$.

138. Malte, Alger & Cadiz, de 8 degrés plus méridionales que les villes précédentes, & toutes trois compriſes dans

(a) Par M. de *Marcorelle*, Correſpondant de l'Académie royale des Sciences de Paris, & Membre de celle de Toulouſe, qui a eu la bonté de me les communiquer. On les trouvera imprimées depuis dans le *quatrième tome des Mémoires de Mathématique & de Phyſique, préſentés à l'Académie royale des Sciences par divers Savans.*

le 36me degré de latitude, vont nous donner encore un semblable accord de leur Été avec celui de Paris.

Il ne neige ni ne gèle presque jamais à Malte (Lat. 35^d 54'). Les plus grandes chaleurs de l'Été n'y vont guère au-dessus du 1027me degré du thermomètre de M. *de Reaumur*, non plus que les Hivers au-dessous de 1002 ou 1003 *(b)*.

Le plus haut point où la liqueur du thermomètre ait monté à Alger *(c)*, (Latitude 36^d 49' 30") en 1736, est à 27 degrés au-dessus de la congélation. Elle monta cette même année à Paris, à 28 $\frac{1}{2}$. On pourroit donc encore *(nn. 129 & 137)* abaisser l'Été commun d'Alger à celui de Paris.

Cadiz (Latit. 36^d 31' 7") approche beaucoup de la température de Malte, en ce que l'Hiver n'y va presque jamais à la gelée; mais l'Été y est moins chaud d'environ 2 degrés du thermomètre de M. *de Reaumur*, n'y montant guère au-delà de 1025 degrés *(d)*.

Ayant donc pris la somme de ces trois Étés, conformément à ce qu'en donnent les observations, & le tiers de cette somme, on aura l'Été moyen de 1026 $\frac{1}{3}$, &, si l'on abaisse l'Été d'Alger à ce terme commun, de 1026 tout juste *(e)*.

139. Je m'arrête principalement à ces grands intervalles de latitudes, des côtes méridionales de France, de Malte, &c. relativement à Paris, & d'autant plus concluans en faveur de l'égalité des Étés, qu'ils approchent davantage de la Zone torride, où l'on sait, & nous l'allons voir bientôt plus particulièrement, que les variations du chaud & du froid, ainsi que

(b) D'après l'instruction qui m'en a été donnée par M. *Prepaud*, né à Malte, où il a passé une grande partie de sa vie, aujourd'hui Ministre à la Cour de France de M. le Cardinal évêque de Spire.

(c) Selon la remarque de M. de *Reaumur*, sur les observations de M. *Granger. Mém. Acad. 1736, p. 482.*

(d) D'après la note que M. *Godin* m'en a donnée.

(e) Depuis que tout ceci avoit été écrit, M. le Chevalier *Turgot* présentement (1765) de l'Académie des Sciences, qui a fait un long séjour à Malte, & grande attention à la température du climat de cette île, sur les vents, les pluies, &c. a bien voulu m'en donner un état abrégé pour ces Recherches. Il en résulte qu'à Malte le thermomètre de M. de *Reaumur* est souvent en Hiver à la même hauteur

que celles du Baromètre & du poids de l'atmoſphère, diſparoiſſent preſque entièrement. Mais avant que d'entrer dans cette Zone unique à tous égards, & qui ne mérite pas moins d'attention ici, par ſes Étés réels, qu'elle en a mérité dans notre première ſection, par ſes Étés ſolaires, remontons vers le Pôle.

140. Parmi les obſervations faites à quelques degrés au-deſſus de Paris, je ne veux pas omettre celles que nous a données M. *Guettard*, dans la relation de ſon voyage en Pologne, & notamment à Varſovie, latitude de 52ᵈ 14′, pendant les années 1760, 1761 & 1762, imprimées depuis avec les Mémoires de l'Académie de cette dernière année. Les plus grandes chaleurs de l'Été qu'il y ait obſervées, ſur le thermomètre de M. *de Reaumur* conſtruit à Paris, ont été dans le même ordre 1024 $\frac{1}{2}$, 1026 $\frac{1}{2}$ & 1027, & les plus grands froids ou moindres chaleurs d'Hiver 992, 985, 988. D'où réſulte la grande chaleur moyenne de l'Été, 1026 degrés, tout juſte, & le plus grand froid de l'Hiver d'environ 12 degrés au-deſſous du terme de la glace, ou de 6 degrés plus froid qu'à Paris. C'eſt de cinquante ou ſoixante obſervations bien détaillées que je tire ce réſumé, ainſi que de tout ce que M. *Guettard* a pu apprendre de la température de Varſovie par la tradition du pays.

141. Nous avons de très-amples obſervations météorologiques, & miſes dans un très-bel ordre, faites à la Haie depuis 1744 juſqu'à 1765 incluſivement, Latitude 52ᵈ 5′, & par-là ſur le même parallèle que Varſovie à 9 minutes près,

hauteur qu'aux caves de l'Obſervatoire, c'eſt-à-dire à 10 degrés au-deſſus du terme de la glace, que très-rarement y deſcend-il à ce terme, *ce qui ne dure que deux ou trois jours*, & n'y arrive *que lorſque le vent eſt conſtamment au Nord*; que la température ordinaire depuis la fin de Mars juſqu'à la fin de Mai y eſt d'environ 18 degrés, & qu'enfin celle de l'Été n'y va guère que de 20 à 25, quelquefois à 30; & qu'au mois de Juillet 1751, elle alla juſqu'à 31, où elle ſe ſoutint quinze jours. Or la moyenne arithmétique de ces quatre hauteurs de l'Été, donne 1026 $\frac{1}{2}$, ce qui revient toujours ſenſiblement aux concluſions précédentes.

mais plus occidentales de 16 à 17 degrés. M. *Gabry*, Docteur en Droit & Correspondant de l'Académie, les publie tous les ans sur de grandes feuilles imprimées qu'il a la bonté de m'envoyer. Ce qui m'avoit empêché jusqu'ici de les employer, c'est qu'il s'y sert principalement du thermomètre à mercure de M. *Prins*, fait à Amsterdam, & dont j'ignorois la marche relativement à nos autres thermomètres. Mais sur la demande que je lui en ai faite, il a bien voulu me donner là-dessus tout ce que je desirois, & y joindre une Table de ses vingt-deux années complètes d'observations, telle à peu-près que celle que j'ai construite ci-dessus pour l'Été & l'Hiver réels de Paris. D'où je conclus, toutes réductions faites, la plus grande chaleur de l'Été à la Haie de $1024 \frac{27}{100}$ de nos degrés de M. *de Reaumur*, & le plus grand froid, ou moindres chaleurs de l'Hiver, d'environ 986, année commune.

142. Mais venons enfin au 60.me degré de Latitude, plus décisif, à tous égards, que ces intermédiaires. Nous y trouverons la ville & l'Académie Impériale de Péterſbourg, & à 4′ 10″ au-dessous, la ville & la Société Royale des Sciences d'Upsal *(f)*. C'est, dis-je, à 4′ près le même parallèle, mais à $12^d\ 35'$ de différence longitudinale.

Or, selon ce que j'ai pu recueillir de plus exact sur les plus grandes chaleurs & les plus grands froids qu'il fait communément à Péterſbourg, soit d'après les observations météorologiques que M. de l'Isle y avoit faites, soit d'après un excellent Mémoire que M. *Braun* vient de nous donner sur ce sujet *(g)*,

(f) Péterſbourg, à $59^d\ 56'$ de latitude; & Upsal, à $59^d\ 51'\ 50''$, selon la Table de la Connoissance des temps, *année 1757*.

(g) Novi comment. Acad. scient. Imp. Petrop. Tom. IV. M. *Braun* y fait un dépouillement raisonné de tout ce qu'on trouve d'observations météorologiques, des hauteurs du baromètre, du chaud & du froid, dans les anciens Mémoires de cette Académie, *tomes IX, XIII, XIV*; il y détermine la hauteur du sol de l'observatoire de Péterſbourg sur le niveau de la mer Baltique, de 51 pieds de Paris, &c. & il résume ainsi ce qui regarde la température du chaud & du froid sur une trentaine d'années, savoir depuis 1726 jusqu'en 1756. *Frigus maximum, quod hîc Petroburgi adhuc est observatum, est 200..... Quum igitur hoc superet gradum 182, hoc anno 1744 observatum,*

je trouve, toutes réductions faites du thermomètre de M. *de l'Isle* à celui de M. *de Reaumur (h),* l'Été réel de 24 $\frac{8}{15}$ degrés au-dessus de la congélation, & l'Hiver de 25 à 26 degrés au-dessous.

143. C'est sur les instructions de M. *Ferner (i),* Astronome de la Société Royale d'Upsal, Professeur de Mathématiques, & l'un de nos plus savans *Correspondans*, que je détermine l'Été réel de cette ville, année commune, de 27 à 28 degrés au-dessus de la congélation, & son Hiver, comme celui de Péterſbourg, de 25 à 26 au-dessous du même terme, réduction faite au thermomètre de M. *de Reaumur,* tant pour les anciennes observations de la Société, que pour les nouvelles, & pour celles que M. *Ferner* y avoit faites. Un ou deux degrés de plus ou de moins aux Étés de Péterſbourg & d'Upsal, comparés à celui de Paris, ne tireroit assurément pas à conséquence sur l'égalité générale dont il s'agit : mais la circonstance du plus d'un côté & du moins de l'autre, nous donne cette égalité presque absolue pour tout le parallèle commun : car prenant l'Été d'Upsal entre 1027 & 1028, ou de 1027 $\frac{50}{100}$, & celui de Péterſbourg demeurant fixé à 1024 $\frac{8}{15}$, ou 1024 $\frac{53}{100}$, il en résultera précisément l'Été moyen de Paris 1026 $\frac{3}{100}$ *(n. 118).*

manet idem gradus adhuc maximus, qui Petroburgi sit notatus. Maximus caloris gradus, qui hic est observatus, adhuc fuit 104, qui sæpius est observatus, & maximus mansit usque ad 1756, quo anno, ut sequentibus patebit, majores sunt observati. C'est pourquoi je prends celui-là (104) pour le plus grand chaud des Étés, année commune. Je n'en ai pu si sûrement connoître les Hivers; mais ils sont moins importans à notre objet.

(h) J'en avois donné ici les rapports dans une note qui a été refondue ci-dessus dans la digression du froid artificiel *(n. 126)* où l'on peut les voir.

(i) Et qu'il a bien voulu me donner en partie par écrit pendant son séjour à Paris. On se servoit du thermomètre d'*Hauksbée* dans les premières observations météorologiques de la Société, comme on peut voir par les *Acta litteraria Sueciæ,* à commencer depuis 1720. Les dernières & celles de M. *Ferner* ont été faites sur celui de J. BIRD, *London*, qui diffère peu, dans les principes de sa construction, de celui de M. de *Reaumur.* Je l'ai eu plusieurs jours entre les mains, M. *Ferner* l'ayant apporté à Paris.

144. A l'égard du Cercle polaire ou tout auprès, je n'en ai que les obſervations qui furent faites à Torno dans la Laponie (Latitude 65ᵈ 50′ 50″) en 1737, par ceux de nos Académiciens qui s'y étoient tranſportés pour la meſure de la Terre. Le thermomètre à mercure, car l'eſprit-de-vin s'étoit gelé dans les autres, y deſcendit en Hiver à 37 degrés au-deſſous de la congélation ; & au jour le plus chaud de l'Été, où ces Meſſieurs faiſoient leurs obſervations des triangles de deſſus de la petite montagne d'*Ava-Saxa*, 7 à 8 minutes ſeulement en deçà du Cercle polaire, & au-deſſus du hameau de *Couïta-Peri*, le même thermomètre s'y trouva de 23 à 24 degrés au-deſſus de la congélation.

La montagne peut avoir 80 ou 100 toiſes de hauteur, & il eſt à préſumer que le thermomètre auroit monté de quelques degrés plus haut dans la plaine. Mais que conclure à ce ſujet des obſervations d'une ſeule année ?

De l'intérieur de la Zone polaire Arctique, & tout près du Pôle.

145. Il n'eſt donc plus queſtion ici d'obſervations thermométriques : mais grâces aux tentatives réitérées qu'on a faites depuis la fin du XVI.ᵐᵉ ſiècle, pour découvrir un paſſage du Nord aux grandes Indes, & vers la mer Pacifique, nous connoiſſons dans cette Zone deux phénomènes dignes de remarque, & qui, bien entendus, la ramènent ſenſiblement à notre théorie générale, ſur-tout à l'égard de l'Été ; car ce n'eſt guère qu'au fort de l'Été qu'on navigue dans ces parages.

Le premier de ces phénomènes, & qu'on place à quelques degrés au-delà du Cercle polaire, eſt la Mer glaciale proprement dite, & réellement glacée, c'eſt-à-dire, entrecoupée de terres, îles, caps ou continens, & de glaçons immenſes, partie flottans, partie adhérens à ces terres, Eſt & Oueſt, le long des côtes ſeptentrionales d'Europe & d'Aſie, & d'Amérique.

Le ſecond, & en quelque ſorte contradictoire au premier, eſt une Mer *ouverte & libre de glaces, unie & profonde*, qu'on

trouve ensuite & *à mesure qu'on approche davantage du Pôle*, avec un *temps doux & tempéré, & même plus chaud que tempéré*, sous les 75, 80 & 82 ou 83 degrés de latitude, jusqu'où il est bien certain qu'on a pénétré. Et c'est ce qu'attestent les plus célèbres Navigateurs du Nord, les uns comme témoins oculaires, les autres d'après des Journaux & des Mémoires dignes de foi, ou sur des inductions très-vraisemblables.

Sur quoi je renvoie au *Recueil des voyages au Nord*, & au VIme livre de l'*Histoire générale des voyages* de M. *Prevôt.*

146. L'ancien préjugé touchant les Zones polaires, inhabitables, & glacées dès l'origine du monde *(k)*, & dont on étoit à peine revenu il y a deux ou trois cents ans, fit aisément admettre les froids excessifs & les glaces de la Zone pôlaire arctique, comme un effet de sa position sur le globe & de la cause générale des saisons; mais cette mer libre & ouverte, ce temps doux & plus chaud que tempéré qu'on y trouva en avançant vers le pôle, parut alors, & paroîtra peut-être encore d'une première vue un vrai paradoxe. C'est cependant tout le contraire qu'il en faut penser, & selon mes principes, & d'après l'expérience.

Je dis donc que la mer glaciale est un phénomène accidentel, une exception à la règle & à l'ordre connu de la Nature, & qu'au contraire cette mer ouverte & profonde, ce temps doux & plus chaud que tempéré qu'on éprouve en quelques autres endroits de la Zone, dans les mois de Juin, Juillet & Août, ne sont que la suite des causes générales qui se manifestent dans les deux Zones, torride & tempérée, qui précèdent.

Car, 1.° on sait aujourd'hui & depuis près de deux cents ans, que la mer ne gèle qu'à 20 ou 25 lieues au-delà des terres adjacentes, ou, pour parler plus exactement, les eaux salées & pesantes de la mer n'y gèlent presque jamais. Les

(k) *Infesto rigore & ÆTERNO GELU premitur omne quidquid est subjectum duabus extremis* (Zonis) *utrimque circa vertices, &c.* Plin. lib. 2, c. 68.

glaces qu'on y rencontre ne résultent que des eaux douces & légères des fleuves & des rivières qui s'y mêlent à sa superficie, & qui y surnagent. Circonstance à laquelle on n'avoit pas fait attention avant *Guillaume Barentz (l)*, fameux Navigateur Hollandois, & l'un des plus obstinés à chercher un passage du Nord vers la Chine & le Japon. La Mer glaciale n'est donc véritablement dûe qu'à des causes particulieres & accidentelles, relativement au lieu, entrecoupé de terres, qu'elle occupe sur le globe terrestre.

2.° Et cela posé, la Mer ouverte qu'on trouve au-delà vers le Pôle, ainsi que la chaleur qui s'y fait sentir en Été, rentre dans l'ordre de l'Été réel & par-tout le même que nous avons trouvé jusqu'aux extrémités de la Zone tempérée. Ce qui doit être; comme on le verra plus particulièrement en son lieu, par la cause physique & générale de l'égalité des Étés réels & rationnels : car il n'est pas possible que les Zones polaires, qu'on ne sauroit affranchir de cette cause, ne participent aussi des mêmes effets avec tout le reste du Globe.

3.° Il semble enfin, d'après notre Table des Étés & Hivers solaires, que si quelque chose pouvoit interrompre l'analogie qui règne entre les trois Zones de l'hémisphère boréal, ce seroit bien plutôt les trop grandes chaleurs de sa Zone polaire que sa Mer glaciale : puisque l'Été solaire, qui fait partie du réel, & qui croît depuis l'Équateur jusqu'au commencement du 75me degré de latitude, où il arrive à son *maximum*, y est près de quatre fois aussi grand qu'à son origine & triple encore sous le Pôle où il va en décroissant. Mais, comme il sera particulièrement expliqué dans la section suivante, les émanations centrales, complémens aux Étés solaires, & dont la marche est réciproquement pro-

(l) *Dict. géog.* de la Martinière, *au mot* Zemble. *Et prenez garde que* Barentz *eut tout le loisir de faire attention à cette circonstance*, les glaces l'ayant surpris dans son troisième voyage, où il fut obligé d'hiverner sur les côtes de la nouvelle Zemble vers le soixante-dix-huitième degré de latitude septentrionale, comme je le trouve aussi dans le *Rec. des voyages au Nord. Disc. prelim. p. XXIII.*

portionnelle à ces Étés, y rétablissent sensiblement le tout dans l'égalité.

La Mer ouverte, ce temps plus doux que tempéré, qu'on trouve autour du Pôle arctique, n'est donc qu'une suite de la loi générale; & il est aussi plus que probable que les deux Zones polaires jouissent du même Été que les autres Zones, abstraction faite des causes particulières & locales.

147. Quant aux limites de cette Mer ouverte, à ses différentes distances du Pôle, au degré de chaleur qui s'y fait sentir en Été, & si elle ne s'étend pas jusqu'au Pôle, il seroit difficile d'en dire quelque chose de bien positif au-delà de ce que j'en ai rapporté. La diversité des relations, & la fausse idée qu'on s'est faite des Zones polaires, dites *Glaciales*, n'ont pas peu contribué à jeter là-dessus bien des doutes. Observons cependant qu'on peut en dissiper quelques-uns par la seule inspection de la Mer glaciale même, telle que la plupart des Cartes géographiques nous la représentent. On y voit que les plus grandes dimensions de cet assemblage de Mer & de terre en latitude, gisent vers l'Est, autour de la nouvelle Zemble, vis-à-vis & tout proche de l'embouchure des fleuves & des rivières immenses, de l'Irtis, de l'Obi, de la Jenissea & de la Lena, & l'on n'aperçoit rien de pareil vers l'Ouest entre le Cercle polaire & le Groenland. Il est donc très-possible que de deux Navigateurs qui font voile sur le même parallèle au dedans de la Zone & à même distance du Pôle, l'un soit arrêté par les glaces, & éprouve un froid extrême en navigant sur ce parallèle vers l'Est, tandis que l'autre n'y trouvera qu'une Mer ouverte, & comme on l'a dit quelque part, *un temps comparable au chaud qu'il fait à Amsterdam*, parce qu'il navigue vers l'Ouest. *Barentz*, dont nous venons de parler, & *Henri Hudson*, autre habile Navigateur & son compatriote, nous en fournissent l'exemple; le premier est arrêté à la hauteur du 78me degré, le second ne l'est pas. Il n'en faut pas davantage pour concilier la contradiction apparente entre les deux relations.

J'invite ceux qui seront curieux d'un plus grand détail, à lire le *Mémoire* que M. *Buache* nous a donné depuis peu *sur les différentes idées qu'on a eues de la traversée de la mer Glaciale Arctique* *. M. le Président *de Brosses* a aussi touché cette matière, & l'a fort bien discutée dans le premier livre de son *Histoire des Navigations aux Terres Australes.*

* *Voy. Mém. de l'Acad. 1754.*

*De l'*ÉTÉ *&* HIVER *Réels dans la Zone torride.*

148. La Zone torride a cet avantage sur les autres Zones, qu'elle renferme les moindres différences, les moindres variations de chaleur, tant diurnes qu'annuelles, & qu'elle aboutit de part & d'autre au *parallèle d'égalité* des Étés aux Hivers *(n. 76)*, où toutes ces différences s'évanouissent sensiblement pour les Étés & Hivers Réels, ainsi que pour les solaires, &, comme nous le verrons, que pour les Rationnels. Avantage inestimable par rapport à notre objet, & tel qu'une ou deux années d'observations météorologiques autour de ce terme, équivalent peut-être à cinquante ans de celles qui ont été faites entre le Tropique & le Pôle: du reste j'entends ici par les variations diurnes celles qui tombent sur pareille heure du jour, & d'un jour à l'autre; car à les considérer du matin au soir, elles sont assez marquées, & par les variations ou différences annuelles, celles de l'Hiver à l'Été, & d'une année à l'autre. C'est sous ce double aspect & par rapport à l'Été & Hiver Réels que la chaleur varie à peine annuellement de trois ou quatre degrés dans la Zone torride, & principalement autour de l'*Équateur ou parallèle d'égalité*, à concurrence de neuf à dix degrés de latitude. Ce n'est pas qu'en effet, & conformément à ce qui en a été déterminé dans notre première partie sur l'Été & Hiver solaires, il ne dût y avoir toujours une différence réelle entre ces deux saisons, en deçà & au-delà de cet *Équateur*, & toujours croissante avec les latitudes; mais elle y est peu sensible, & y disparoît le plus souvent par les circonstances locales ou accidentelles qui la couvrent. Elle ne se manifeste pour l'ordinaire, & comme nous l'avons déjà dit, que par des pluies périodiques ou par certains vents réglés, les

les brises, les moussons; c'est par-là qu'on y désigne ou l'Hiver ou l'Été, indépendamment du lieu du Soleil, de la partie australe ou de la boréale, & de l'un ou de l'autre solstice.

Entrons dans le détail.

149. M. *Bouguer*, avec qui je me suis entretenu bien des fois sur ce sujet, dit expressément dans sa *Relation abrégée du voyage fait au Pérou, &c.* (m) *Il ne paroîtra pas extraordinaire que le pays que je décris soit très-chaud, puisqu'il est comme de niveau avec la mer, & qu'il est placé dans le milieu de la Zone torride. Cependant le thermomètre de M. de Reaumur n'y montoit l'après-midi qu'à 26, 27 ou 28 degrés tout au plus. Le matin, un peu avant le lever du soleil, il se trouvoit ordinairement à 19, 20 ou 21. C'est sans doute*, ajoute-t-il, *la continuité de la chaleur qui la fait paroître si grande dans la Zone torride, puisque nous voyons assez souvent en France le même thermomètre monter considérablement plus haut.* C'est donc le vingt-sixième degré de l'après-midi, qui fait, comme je l'apprends encore de M. *Bouguer*, la température la plus ordinaire de toutes ces côtes sous l'Équateur, & à quelques deux ou trois degrés de latitude ou environ, autant que j'en puis juger par tout ce qui en est dit dans les trois grands ouvrages *(n)* que nous avons sur ces contrées, à l'occasion de la Mesure de la Terre.

150. Je ne vois pas même que vers le neuf ou dixième degré de latitude, les chaleurs y varient guère autrement que par ces pluies, & sur-tout par ces vents réglés qui en déterminent presque toujours l'intensité. M.rs *George Juan* & *Antoine de Ulloa*, attentifs à ces circonstances, nous rapportent qu'étant à Panama (selon *Herrera*, 8d 58′ 50″ lat. Nord), ils y observèrent *en divers jours avec le thermomètre, sans qu'on remarquât*

(m) A la tête du livre *de la figure de la Terre, p. XXI.*

(n) Savoir celui que je viens de citer de M. Bouguer, le *journal du voyage fait par ordre du Roi à l'Équateur*, par M. de la Condamine, & le *Voyage historique de l'Amérique méridionale, fait par ordre du roi d'Espagne*, par Don George Juan & par Don Antoine de Ulloa, traduit de l'Espagnol.

aucune variation entre un jour & l'autre, & qu'ils trouvèrent *le 5 & le 6 de Janvier 1736, qu'à six heures du matin la liqueur étoit à 1020 ½, à midi à 1023 ½, & le soir à trois heures, à 1025. Mais,* ajoutent-ils, *il faut remarquer que c'est-là le temps où les brises commencent à règner, & que la chaleur n'est pas alors aussi grande que dans les mois d'Août, de Septembre & d'Octobre* [a], où ces vents se font le plus sentir.

[a] *Voyage historiq. &c. Tome I, page 105.*

151. Les mêmes Observateurs rapportent que le climat de Carthagène en Amérique (Latitude septentrionale 10^d 26′ 35″), *est excessivement chaud; puisque,* disent-ils, *par les observations que nous y fimes au moyen d'un thermomètre de la façon de M. de Reaumur, le 19 Novembre 1735, la liqueur se soutint aux 1025 ½ parties, sans varier dans les épreuves réitérées que nous en fimes à diverses heures, que depuis 1024 jusqu'à 1026.* A quoi ils ajoutent que *dans les observations faites la même année à Paris avec un thermomètre de l'invention du même Auteur, la liqueur monta le 16 Juillet à trois heures du soir, & le 20 Août à trois & demi à 1025 ½, & que ce fut la plus grande chaleur qu'on sentit à Paris de toute cette année.* D'où ils tirent cette conséquence, *que la chaleur du jour le plus chaud du climat de Paris est continuelle à Carthagène* [b]. L'intensité n'y est donc pas plus grande.

[b] *Ibid. p. 38.*

152. Siam est de trois ou quatre degrés plus loin de l'Équateur que Carthagène, & l'on ne laisse pourtant pas de s'y ressentir encore de l'incertitude que les pluies & les vents réglés de la Zone torride jettent dans les saisons. Selon ce que nous en apprend M. *de la Loubère (o),* les Siamois, qui ne donnent point d'autres noms à leurs mois que *premier, second mois,* &c. distribuent ainsi les trois saisons qu'ils comptent dans l'année, & qui sont l'Hiver, le petit & le grand Eté. *Les deux premiers mois, qui répondent à peu près à nos mois de Décembre & de Janvier, sont,* dit-il, *tout leur Hiver; le troisième, le quatrième & le cinquième appartiennent à leur petit Eté, & les sept autres à leur grand Eté. Ainsi ils ont l'Hiver en même*

(o) Dans son voyage du *royaume de Siam, p. 65, 67.*

temps que nous, parce qu'ils sont au nord de la Ligne comme nous; mais leur plus grand Hiver est pour le moins aussi chaud que notre plus grand Été. Et il remarque bientôt après, que *pendant l'Été des Siamois, lorsque le Soleil est au Nord, les vents de midi qui y soufflent toujours, y causent des pluies continuelles, ou font au moins que le temps y est toujours tourné à la pluie, laissant la plupart des gens en doute, si ce n'est pas la saison des pluies qu'on doit appeler l'Hiver de Siam.* M. *Barrere*, l'un des Correspondans de l'Académie, nous en dit autant à cet égard de la Cayenne, *c'est ce temps de pluie qu'on y appelle communément l'Hiver (p).*

Voilà l'espèce de dérèglement que les circonstances locales produisent communément dans la Zone torride, mais que la constance du retour périodique caractérise presque toujours.

153. Cependant la loi générale des différences de l'Été à l'Hiver s'y manifeste ordinairement par quelque endroit. La Martinique, dont la latitude boréale ne diffère pas d'un demi-degré d'avec celle de Siam, & qu'on sait être au *cul-de-sac Robert,* de $14^d\ 43'\ 9''$, nous en fournit l'exemple. L'Été & l'Hiver réels y sont très-décidés, & la différence en est à peu près telle qu'elle doit être à pareille latitude; savoir, l'Été, année commune de $1027\frac{1}{2}$, & l'Hiver de $1015\frac{1}{2}$, dont résulte la différence 12, comme je le conclus des observations que M. *Thibaut de Chanvallon*, Correspondant de l'Académie & Conseiller au Conseil supérieur de cette île, y a faites depuis les six derniers mois de 1751 jusqu'à la fin de 1755, & qu'il a bien voulu me communiquer, en attendant qu'il les donne lui-même au Public dans un plus grand détail *(q),* avec une description générale de toute l'île. Il est à remarquer, avec M. *de Chanvallon,* que ces observations ayant été faites dans le bourg du fort Saint-Pierre, où le chaud est ordinairement plus grand que dans les terres, la chaleur moyenne de la Martinique doit aussi être comptée un peu moindre que

(p) Dans sa Relation de la France équinoxiale, *p. 62.*

(q) Comme il a fait en 1763.

ci-dessus, & son Été se rapprocher davantage du terme de 1026.

* *Voy. Mém. de l'Acad. Sup. p. 131.*

154. Les observations de M. *Cossigny* * aux Isles de France, de Bourbon, de Madagascar, &c. comprises dans l'hémisphère Austral & dans la Zone torride, si l'on en excepte la pointe australe de Madagascar, qui porte au-delà sur la tempérée, suppléeront ce qui manque pour cette partie. Ces observations n'y donnent communément aux plus grandes chaleurs de l'Été, que 1026 ou 1026 $\frac{1}{2}$ degrés au-dessus de la congélation, rarement davantage & souvent un peu moins, & aux moindres chaleurs de l'Hiver, que 1009 ou 1010. En quoi elles s'accordent parfaitement avec tout ce qui a été trouvé ci-dessus pour l'hémisphère Austral.

155. Enfin je ne veux pas omettre deux nouvelles déterminations qui me sont venues depuis peu sur la température de la Zone torride. L'une approchant des bords de cette Zone, dans la partie australe & orientale; l'autre dans sa partie boréale & occidentale, tout proche de l'Équateur.

La première de M. *Pingré*, de cette Académie, d'après le séjour de deux années (1761, 1762) qu'il a fait dans les Isles Rodrigue, de France & de Bourbon; où il a trouvé les plus grandes chaleurs moyennes de 1026 degrés thermométriques, à $\frac{1}{3}$ de degré près; savoir de 1024 dans l'Isle Rodrigue (Lat. $19^d\ 40'\ 40''$), de 1025 dans celle de France (Lat. $20^d\ 9'\ 45''$), & de 1028 dans celle de Bourbon (Lat. $20^d\ 51'\ 43''$) qui se réduisent *(n. 129, 1.°)* à 1025 $\frac{2}{3}$ de chaleur moyenne. Quant aux Hivers ou moindres chaleurs, elles ont été dans ces Isles & pendant ces deux années d'environ 1016.

La seconde, de la part de M. *Prepaud* le fils, depuis peu à Caïenne (Lat. bor. $4^d\ 56'\ 0''$); d'où il mande, que *depuis le 25 Janvier jusqu'au 13 Avril 1766, le thermomètre n'avoit jamais été au-delà de 25 degrés, ni au-dessous de 21;*

mais ce qui est plus décisif, c'est *que M.* le Moine, *qui a été 15 ans Intendant à Cayenne, l'avoit assuré n'y avoir jamais vu le thermomètre au-dessus de 25 degrés pendant ces 15 années.*

DE L'ÉTÉ ET DE L'HIVER RÉELS de la Zone tempérée Australe, & des prétendus froids excessifs de l'hémisphère Austral.

156. Les observations en règle pour cette Zone me manqueroient totalement, si je n'avois celles que M. l'abbé *de la Caille*, y a bien voulu faire en ma faveur, pendant son séjour au cap de Bonne-espérance, en 1751 & 1752. Elles me tiendront lieu de plusieurs autres par l'avantage d'un tel observateur, & par la circonstance d'une latitude ($33^d\ 55'\ 15''$) qui s'éloigne peu de la Zone torride, où l'on sait qu'en général la variation des saisons est à peine sensible d'une année à l'autre. M. l'abbé *de la Caille* y observoit donc soigneusement le thermomètre au jour des Solstices, & quelques jours avant & après; savoir l'après-midi pour le Solstice d'Été (en ♑), & vers les sept à huit heures du matin pour le Solstice d'Hiver (en ♋), comme je l'en avois prié. Or de ces observations écrites de sa main, & qu'il me remit, au nombre de dix ou douze, peu de jours après son retour, résultent 1025 degrés de chaleur moyenne pour l'Été, & 1007 pour l'Hiver dans l'année 1751; & 1025 $\frac{4}{5}$ degrés pour l'Été dans l'année 1752, & 1006 $\frac{1}{2}$ pour l'Hiver, toujours au-dessus du terme de la congélation : car comme il l'a remarqué depuis dans son Mémoire imprimé en 1755, & qu'il avoit inséré d'avance dans le volume de l'Académie de 1751*, *il n'a jamais vu de glace* au Cap, *ni le thermomètre plus bas que 4 $\frac{1}{2}$ degrés au-dessus de la congélation*, quoique les nuits y paroissent extrêmement froides en Hiver. Résumant donc le tout selon la méthode ordinaire & d'après les deux résultats ci-dessus, je trouve l'Été réel du cap de Bonne-espérance, année commune de 1025 $\frac{2}{5}$ degrés; l'Hiver réel de 1006 $\frac{3}{4}$, & la différence de 18 $\frac{13}{20}$. Et voilà jusqu'ici

* Page 442.

la Zone tempérée Auſtrale ſenſiblement de même température que la boréale, du moins dans ſes Etés réels *(r)*.

157. Mais que doit-on penſer de l'opinion communément reçue ſur ce ſujet & de ces froids exceſſifs de l'hémiſphère Auſtral, que quelques Navigateurs s'accordent à exagérer, en comparaiſon de ceux qu'on éprouve dans le Boréal? C'eſt un préjugé moderne qu'on peut mettre à côté de celui des Anciens ſur la Zone torride, comme ſur les Polaires, & dont on commence auſſi à revenir de même depuis qu'il a été diſcuté. Je m'en rapporte donc à ce qu'en ont dit M. *de Buffon*, dans ſon *Hiſtoire Naturelle* *, & M. le Préſident *de Broſſes*, dans ſon *Hiſtoire des Navigations aux Terres auſtrales* *, où ils ſont entrés dans cette diſcuſſion. On y verra combien la comparaiſon qu'on a faite des deux hémiſphères ſur la foi de ces Navigateurs, eſt imparfaite, & la concluſion qu'on en a tirée invalide; que tout ce qu'on allègue en faveur de ces froids extrêmes ſe réduit à des exceptions locales ou accidentelles qui ſe rencontrent pareillement, & quelquefois plus marquées dans l'hémiſphère boréal; que ces exceptions n'ont pas échappé à d'autres Navigateurs plus éclairés ou plus réſervés, parmi leſquels il en eſt qui ont oſé combattre de front l'erreur commune, & pluſieurs enfin qui ſemblent l'ignorer, ou la déſavouer par leur ſilence. Le Capitaine *Drak*, « qui avoit pénétré plus loin que perſonne vers le Pôle » auſtral, ne s'y plaint ni du froid exceſſif, ni des glaces, quoi-

ᵃ *T. I, p. 214.*

ᵇ *T. I, p. 46.*

(r) Il eſt bon d'avertir que tout cet article du Mémoire de M. l'abbé *de la Caille*, intitulé *De la température de l'air du Cap*, ne roule d'ailleurs que ſur quelques ſingularités du climat, & ſur quelques chaleurs extraordinaires qu'il y avoit éprouvées, par exemple, de 32, 33 & juſqu'à 35 degrés au-deſſus du terme de la congélation, comme on en éprouve quelquefois à Paris, & ne renferme nullement les obſervations manuſcrites ſur leſquelles je viens d'évaluer l'Été & l'Hiver moyens. *Le Cap en général*, dit-il, p. 446, *n'eſt pas un pays chaud; il arrive quelquefois que les chaleurs y ſont exceſſives, mais leur durée eſt toujours fort courte. Ces jours chauds ſont ceux où il n'y a pas de vent, depuis le mois de Novembre juſqu'au mois de Mars, &c.* Le climat tient encore en cela de ces retours annuels & périodiques ſi communs dans la Zone torride & dans les pays qui en approchent, comme nous l'avons remarqué plus d'une fois dans ces Recherches.

qu'il ſe ſoit diſertement expliqué à cet égard en parlant du détroit de Magellan. *Browers*, *Sharp*, *Beaucheſne*, &c. ont paſſé ſans difficulté à Mer ouverte au-delà du cap de Horn. Ce dernier rapporte, que le temps étoit beau, la mer calme & unie comme un étang ». Et ſi l'on veut quelque choſe de plus moderne, « le *Hen-Brignon*, qui vient d'y paſſer en 1747, & d'y repaſſer dans la ſaiſon du Printemps, le 22 Octobre 1748, dit que l'air étoit froid à la vérité, mais non pas à l'excès, & que l'on auroit eu peine à diſtinguer ſi l'on étoit dans une Mer pacifique ou au-delà du cap de Horn, tant l'air étoit tempéré & la mer unie *(s)* ». Un Navigateur Auſtralien qui viendroit pour la première fois dans notre hémiſphère, & que le haſard, la tempête ou l'émulation des découvertes auroient pouſſé juſqu'à la côte des Eſquimaux, dans le détroit ou dans la baie d'Hudſon, ne ſe perſuaderoit-il pas que les froids de ces parages ſeptentrionaux ſont bien ſupérieurs à ceux des Terres Magellaniques & du cap de Horn ? Eh ! que ſeroit-ce, s'il avoit été arrêté dans ſa courſe par les montagnes de glaces du détroit de Weigats & de la nouvelle Zemble, en un mot s'il avoit pénétré juſqu'à la Mer glaciale !

DES TERRES AUSTRALES proprement dites, & de la Zone Polaire antarctique.

158. Remarquons d'abord que tout ce qui a été obſervé ci-deſſus pour la Zone polaire arctique, eſt applicable à l'antarctique, & à ſa Mer glaciale, ſuppoſé qu'elle en ait une; à cela près qu'il faudra ſeulement ajouter environ un demi-degré de froid de plus à ſon Hiver, aſſez avant vers le Pôle, en conſéquence du plus grand éloignement du Soleil ou de la tranſpoſition du troiſième Élément, ce qui ne ſauroit, comme nous le verrons bientôt, y apporter de différence bien ſenſible. Mais je ne ſache pas qu'aucun des Navigateurs qui ont parcouru l'hémiſphère Auſtral y ait été au-delà du

(s) *Hiſt. des Navig. &c.* de M. le Préſident de *Broſſes*, *Tome I*, *page 75*.

cap de Horn & du 60me degré de latitude, ni par conséquent qui ait pénétré dans l'intérieur de la Zone polaire Antarctique. Nous ne connoissons de ces Terres ou de ces Mers, vaguement qualifiées d'*australes* & d'*inconnues*, soit en deçà, soit au-delà du Cercle polaire, que ce qui s'en est conservé d'après la *Relation* du fameux Capitaine de *Gonneville*, pièce judiciaire & *authentique — mise au Greffe de l'Amirauté* de Honfleur, *suivant l'ancienne coutume — le 19 Juillet 1505*. On n'a pu la retrouver dans ce siècle-ci, quelques recherches qu'on en ait fait à ma prière sous les ordres de M. le comte de Toulouse, Amiral de France, & par les soins de M. de *Valincourt*, alors Secrétaire de la Marine; mais nous en avons un précis
* A la fin du Vol. p. 465. dans la *Relation de l'île de Madagascar*, par *Flacourt* *, imprimée à Paris en 1661; & de plus, il en fut inséré un grand morceau en *propres paroles de l'original* dans le livre *(t)* qui parut deux années après celui de *Flacourt*, par un descendant d'*Essomeric*, Australien fils de Roi, que *Gonneville* avoit emmené en France, & qui y fut marié. C'est de ces deux ouvrages, dont le dernier est très-rare, que je tire alternativement ce qu'on vient de lire, & les réflexions suivantes.

159. 1.° La partie des Terres australes, où le Capitaine de *Gonneville* aborda, doit être prise au-dessous de l'Afrique & de l'Asie, vers le Pôle antarctique; puisque ce fut bientôt après avoir doublé *le cap Tourmenteux* ou de Bonne-espérance de l'Ouest à l'Est, qu'*ils se trouvèrent jetés aux côtes des Terres australes*. Or, on sait par les routes des Navigateurs, tracées sur nos cartes, que les Terres australes qui peuvent s'étendre de ce côté dans la Zone tempérée, y avancent

(t) Qui a pour titre *Mémoires touchant l'établissement d'une mission chrétienne dans le troisième Monde, autrement appelé la* Terre australe, *&c. Par un Ecclésiastique originaire de la même terre, à Paris, 1663*. Le nom de l'auteur, indiqué par les initiales I. P. D. C. à la fin de son épitre dédicatoire au Pape *Alexandre VII*, étoit *Jean Paulmyer de Courthonne*; ce nom de *Paulmyer* lui venant d'*Essomeric*, qui, à son baptême eut pour parrain le Capitaine *Gonneville*, autrement dit *Binot Paulmier*, de la famille des Seigneurs du *Ruschet*, fief dans la paroisse de Gonneville-lez-Honfleur.

beaucoup

beaucoup moins que de l'autre côté du globe dans la Mer pacifique. Par conséquent, & selon l'opinion commune, *Gonneville* & son équipage y devroient avoir éprouvé un très-grand froid.

2.° *Gonneville* & son équipage partirent de Honfleur en 1503, c'est-à-dire, peu d'années après la découverte du nouveau Monde par *Christophe Colomb*, & avant que le préjugé des froids extrêmes de l'hémisphère austral eût gagné les esprits. D'où il suit qu'ils en auroient dû être d'autant plus frappés & en avoir fait mention, ce qu'ils n'ont point fait.

3.° Mais je trouve, au contraire, que *Gonneville* & son équipage *passèrent fort tranquillement six mois dans le pays, & auprès d'un fleuve* qu'on ne dit pas même avoir été gelé.

4.° Que les habitans *y alloient mi-nus, les jeunes & communs spécialement.*

5.° Et enfin, comme *Flacourt* nous l'assure, que *la Relation ne dit rien au préjudice de la température du pays, loue sa fertilité, & décrit les habitans comme gens remplis de la simplicité du siècle d'or, raisonnables, curieux, & qui reçurent les François avec admiration, respect & amour.* Si ce ne sont-là que des preuves négatives, je dirai qu'il n'y a que des observations faites & réitérées le thermomètre en main, qui puissent infirmer des preuves négatives de cette espèce.

160. Tout ce qu'on peut alléguer de plus fort contre l'égalité sensible de température entre les deux hémisphères & pour les prétendus froids excessifs de l'austral, c'est l'inégalité de leurs Étés & Hivers solaires, par le différent éloignement du Soleil à la Terre, dans les Solstices correspondans de l'un & de l'autre; de manière que cet éloignement étant plus grand en ♋ qu'en ♑, il s'ensuit que les Étés solaires de l'hémisphère Austral doivent être plus chauds, & ses Hivers solaires plus froids que ceux du boréal. Ce qui, toutes choses d'ailleurs égales, ne peut manquer d'influer sur leurs Étés & Hivers réels, dont les Solaires font partie. Et je ne doute pas que cette circonstance, purement astronomique, mais vaguement entendue, & faute d'admettre ou de bien distinguer

ces deux ſortes d'Étés & d'Hivers, n'ait beaucoup contribué à maintenir l'opinion commune ſur les froids exceſſifs de l'hémiſphère Auſtral, même chez des Auteurs d'ailleurs très-éclairés.

161. Il eſt vrai cependant, & en rigueur, que les Hivers réels de l'hémiſphère Auſtral doivent être par-là un peu plus froids que ceux du Boréal; mais la quantité en eſt ſi petite, qu'on peut la regarder comme inſenſible, & que ce n'eſt pas ſûrement cette petite quantité qui a donné lieu au préjugé ſur ce ſujet: car, enfin, apprécions-là, & prenons pour exemple le Parallèle antipode à celui de Paris, latitude $48^{d}\ 50'\ 10''$, plus grande que la plupart des latitudes où nos Navigateurs ſe ſont le plus récriés ſur les froids exceſſifs de l'hémiſphère Auſtral. Nous y trouverons *(nn. 65, 66)* la chaleur ſolaire d'Hiver de 62 parties trigonométriques, moindre que dans le boréal: mais, comme nous le verrons bientôt, & que nous l'avons déjà ſuppoſé, 476 de ces parties ne valant tout au plus qu'un de nos degrés thermométriques, il eſt clair que 62 part. trig. ne ſont qu'environ la 8.me partie du degré therm. Quantité de beaucoup trop petite pour entrer ici en ligne de compte.

162. On ſeroit plus fondé à croire les chaleurs de l'hémiſphère Auſtral ſenſiblement plus grandes que celles du Boréal; puiſque par la même cauſe, & dans le même exemple, l'Été ſolaire y ſurpaſſe celui de Paris de 1115 part. trig. ou d'environ $2\frac{1}{2}$ degrés therm. Mais enfin, les Navigateurs dont il s'agit, n'en ſont pas mention, & la plupart même ont affirmé le contraire.

163. De manière que tout ce que nous pouvons conclure de plus certain ſur ce ſujet, en attendant de nouvelles obſervations, c'eſt, comme nous l'apprennent celles de M. *Coſſigny*, que l'Été réel de l'hémiſphère Auſtral eſt ſenſiblement de même valeur que celui du Boréal à Paris. A quoi reviennent auſſi les obſervations de M.rs *Don George Juan*, & *Don Ant. de Ulloa* en Amérique, de M. l'abbé de *la Caille* en Afrique & au cap de Bonne-eſpérance, & celles de M. *Pingré* aux iſles Rodrigue, de France & de Bourbon.

164. S'il eſt donc un point de Phyſique intéreſſant, & conſtaté par mille obſervations différentes, c'eſt celui de cette intenſité de chaleur à peu près égale entre les Étés de tous les climats de la Terre. Point qui ſe lie encore inſéparablement avec la théorie du Feu central & les Émanations centrales, comme on verra dans la Section ſuivante.

TROISIÈME SECTION.

DE L'ÉTÉ ET DE L'HIVER RATIONNELS.

165. PAR la définition que nous en avons donnée *(n. 18)*, l'Été & l'Hiver rationnels ne ſont autre choſe que l'Été & l'Hiver réels qui règneroient ſur tout le Globe terreſtre, à raiſon de ſes latitudes, & par les ſeules cauſes générales, abſtraction faite de tout ce qui s'y mêle ordinairement de local & d'accidentel.

166. Donc, n'y ayant point ſur la Terre d'autres cauſes générales de la chaleur, & de la viciſſitude des ſaiſons que l'action du Soleil *(u)*, & celle du Feu central par ſes émanations, l'Été & l'Hiver rationnels ne ſeront autre choſe que les ſommes de l'Été & Hiver ſolaires, ajoutées à l'Émanation centrale propre à chaque climat.

167. Donc l'Été & l'Hiver rationnels ſeront conſtans & uniformes ſur la circonférence entière de chacun des Parallèles terreſtres qui déterminent la latitude du climat : car tels ſeroient en effet les Étés & Hivers réels, dégagés de tout ce que les cauſes particulières & accidentelles y apportent d'irrégularité & d'inconſtance.

168. Donc telles ſeront auſſi les Émanations centrales relativement à chaque climat, & ſur toute l'étendue du

(u) La chaleur qui nous vient des autres Aſtres ne méritant pas d'entrer ici en ligne de compte, comme on le verra ci-après, & celle des fermentations ſouterraines qu'on pourroit alléguer, ne pouvant avoir lieu ſans un Feu permanent quelconque préexiſtant, comme on le verra encore.

Parallèle; car d'où leur viendroit l'irrégularité & l'inconſtance dans ces ſuppoſitions?

169. Et puiſque dans ce cas les différences de l'Été à l'Hiver rationnels de chaque climat ou Parallèle ne ſauroient tomber que ſur l'Été & l'Hiver ſolaires, il s'enſuit que les différences de l'Été à l'Hiver rationnels ſeront toujours égales à celles de l'Été & de l'Hiver ſolaires correſpondans, & qui, par leur nature, ſont invariables ſur chaque Parallèle. Principe de calcul fécond en conſéquences, & où il eſt bon d'obſerver,

170. Que bien qu'on en pût dire autant des différences entre l'Été & l'Hiver réels, il n'en eſt pourtant pas tout-à-fait de même, en ce que celles-ci participent des cauſes locales & accidentelles, inſéparables de ces Etés & de ces Hivers, & que ces cauſes s'y compliquent avec l'Été & l'Hiver ſolaires, ainſi qu'avec l'Émanation centrale, dont elles déguiſent les valeurs. Ces différences ne ſeroient donc plus dès-lors purement relatives à la chaleur ſolaire & à l'Émanation centrale, dont les ſommes compoſent uniquement l'Été & l'Hiver rationnels.

171. Mais ce que nous avons ici de plus important à remarquer pour l'intelligence de toute cette théorie, & pour la détermination des quantités rationnelles, c'eſt cet Été conſtant & univerſel que les obſervations nous indiquent, & qui devient à ſi juſte titre véritablement rationnel.

172. Car de-là, & des différences communes naiſſent les Hivers rationnels, par la ſeule ſouſtraction des différences ſolaires qui y répondent.

173. Et de-là ſuit enfin l'Émanation centrale de chaleur propre à chaque climat, par une ſouſtraction ſemblable de l'Eté ou de l'Hiver ſolaires, ſoit de l'Eté, ſoit de l'Hiver rationnels.

174. C'eſt d'après ces données que je conſtruirai une Table générale des Étés & Hivers rationnels, où je refondrai celle des Étés ſolaires, & qui ſera en même temps un réſumé de preſque tout ce qui a déjà été dit dans ces Recherches.

Mais fixons auparavant, 1.° l'Été & l'Hiver du climat, qui va nous ſervir de terme de comparaiſon pour trouver tous les autres : car la Nature, dans ſon état actuel, ne nous en indique aucun qui ait en rigueur & démonſtrativement toutes les qualités requiſes à cette fonction. 2.° Établiſſons une meſure commune à toutes ces quantités de chaleur, ou eſpèces d'Été & d'Hiver ſolaires, réels & rationnels, ainſi qu'aux Émanations centrales. 3.° Et réduiſons enfin tous ces préliminaires à des formules ſuccinctes.

Été & Hiver hypothétiques de comparaiſon.

175. On voit bien que ce ſeront, comme ils l'ont été juſqu'ici, l'Été & l'Hiver moyens du climat de Paris, évalués *(n. 118)*, l'un à 1026, l'autre à 994 degrés du thermomètre de M. de *Reaumur*, ſur 56 années conſécutives d'obſervation. Et peut-être ne manque-t-il à cet Été & à cet Hiver que d'avoir été déduits d'un plus grand nombre de points du même Parallèle, & ſur tous les hémiſphères, Oriental & Occidental, Boréal & Auſtral, pour être réputés exactement rationnels, ainſi que nous allons le ſuppoſer déſormais. On peut cependant y en ſubſtituer tel autre qu'on jugera plus convenable. Ma théorie, non plus que les réſultats qui s'en enſuivent, toujours proportionnels au terme adopté quelconque, n'en ſouffriront aucune atteinte. Mais je doute qu'on puiſſe m'alléguer un autre climat plus aſſidûment obſervé, & plus approchant du vrai hypothétique que comporte le ſujet. Je ne vois que le milieu de la Zone torride ou l'Équateur même, qui, à l'abri de tout reproche national, & par la raiſon que j'en ai donnée *(n. 148)*, pût mériter quelque préférence à cet égard. Mais adoptons-le dès-à-préſent, ce climat unique & équatorial; qu'en arrivera-t-il ici de plus ou de moins? C'eſt, à en juger par tout ce qui a été rapporté dans les deux Sections précédentes, & toutes proportions de latitude gardées, le climat même de Paris dans lequel nous allons retomber.

Mesure commune, ou conversion réciproque des Parties trigonométriques en Degrés thermométriques.

176. Quant à la meſure commune de toutes ces eſpèces de chaleur d'Étés & d'Hivers, & d'Émanations centrales, l'opération ſe réduit à convertir les parties trigonométriques de l'Été & de l'Hiver ſolaires en degrés thermométriques. Ce que nous obtiendrons encore au moyen des différences égales entre l'Été & l'Hiver ſolaires, & les réels du climat adopté.

177. Car ayant trouvé, par exemple *(n. 62)* d'un côté 15233 parties trigonométriques de différence entre l'Été & l'Hiver ſolaires de Paris, & de l'autre *(n. 118)* 32 degrés thermométriques entre l'Été & l'Hiver réels de ce même climat pris déſormais pour rationnel, & par le *n. 169*, on aura 15233 *part. trig.* $=$ 32 *deg. therm.* D'où l'on tirera $\frac{15233}{32} = 476\frac{1}{32}$ *part. trig.* pour le degré thermométrique. Ainſi l'analogie de 15233 à 32, ou $\frac{15233}{32} = 476\frac{1}{32}$ $=$ 1 degré du thermomètre de M. *de Reaumur,* nous fournira de quoi convertir en pareils degrés toute la Table des Étés & Hivers ſolaires que pour plus de clarté nous ferons entrer ſous cette forme dans celle des Étés & Hivers rationnels.

178. Reſte l'article des Formules. Mon plan ſur ce ſujet eſt d'y faire d'abord abſtraction des préliminaires qu'on vient de voir ci-deſſus, des différences égales entre les Étés & les Hivers, tant des ſolaires que des réels ou des rationnels, de la converſion des parties trigonométriques en degrés thermométriques, ainſi que des autres connoiſſances qui ne portent guère que ſur la théorie des rationnels, & de rendre ces formules plus inſtructives, en y faiſant entrer toutes les grandeurs qui compoſent les uns & les autres de ces Étés & de ces Hivers, tant ſolaires que réels & rationnels. C'eſt à la formule des Émanations centrales de chaleur, comme la plus importante de toutes, que je les rapporterai, ou dont je les ferai partir, & je les ſimplifierai enfin d'après toutes ces connoiſſances pour m'en ſervir à la conſtruction de la Table générale des Étés & Hivers rationnels.

FORMULES de l'Émanation centrale de chaleur, en un climat & sur un Parallèle quelconques, relativement aux Étés & aux Hivers, tant réels que rationnels.

179. Nous avons nommé dans la première Section E, H l'Été & l'Hiver solaires, D leur différence. Soient maintenant a, b l'Été & l'Hiver réels ou rationnels, d leur différence, & φ l'Émanation centrale du climat.

180. Par l'Analogie du *n. 6* qu'il convient de remanier ici, on a $D : H :: d : \frac{dH}{D}$, dont le dernier terme étant retranché de l'Hiver, s'en ensuit l'Équation ou la Formule $\varphi = b - \frac{dH}{D}$, qui revient au même que $\varphi = b - \frac{(a - b) \times H}{E - H}$, & qui renferme par conséquent toutes les grandeurs qui constituent en général l'Été & l'Hiver. Et il n'est pas moins clair que si l'on substitue l'Été Solaire (E) à la place de son Hiver (H) dans le second terme de l'analogie, on en tirera de même $\varphi = a - \frac{dE}{D}$. De manière qu'on a par-là la double formule de l'émanation centrale,

$$\varphi = b - \frac{dH}{D} = a - \frac{dE}{D}.$$

qui a cet avantage, qu'elle donne tout d'un coup & sans autre préparation l'Émanation centrale en degrés thermométriques.

181. Car soit, par exemple, cette formule appliquée au climat de Paris *(nn. 108 & 118)* considéré ici simplement comme réel; on aura $\varphi = a - \frac{dE}{D} = 1026 - \frac{32 \times 16196}{15233}$ $= 994 - \frac{32 \times 963}{15233} = 992$ degrés thermométriques, sauf quelque petite fraction de 100.me négligée, qui réduit cette valeur de φ à environ $991 \frac{98}{100}$. Et il est évident, par la quantité soustractive & fractionnaire $(\frac{dE}{D}$ ou $\frac{dH}{D})$ du second membre de l'Équation, & qui n'est autre chose

que $(a - b) \times \frac{E}{D}$ ou $(a - b) \times \frac{H}{D}$, que ce ſont ici les mêmes degrés que ceux qui meſurent a & b *(n. 118)*, dont le nombre eſt ſeulement augmenté ou diminué par le facteur $\frac{E}{D}$ ou $\frac{H}{D}$.

182. La double Formule $\varphi = a - \frac{dE}{D} = b - \frac{dH}{D}$ de l'Émanation centrale du climat donné, nous fournira donc auſſi, & en ſemblables degrés, celles de l'Été & de l'Hiver de ce climat ; ſavoir

$$a = \varphi + \frac{dE}{D},$$

$$b = \varphi + \frac{dH}{D}.$$

Et nous en tirerions de même celles de toutes ces autres grandeurs, priſes tour à tour pour inconnues, $E = \frac{(a - \varphi) \times D}{d}$, &c. ce qui nous en montreroit la relation avec leurs correſpondantes. Je n'inſiſterai pas davantage ſur un détail qu'il eſt ſi facile de ſuppléer.

183. Mais paſſons à une autre Formule, qui, à cela près qu'elle ne donne pas l'Émanation centrale en degrés thermométriques, comme la précédente, ne laiſſe pas d'être commode & utile, ne fut-ce que pour voir ſur le champ les rapports de cette Émanation à l'Eté & à l'Hiver purement ſolaires. Elle naît de l'idée que je me fis d'abord de cette chaleur permanente, dans mon ancien Mémoire, & que j'ai cru devoir rappeler dès l'entrée de ces Recherches *(n. 2)*, comme d'*une baſe ſur laquelle s'élèvent alternativement les degrés de la chaleur ſimplement ſolaire en Été, & ceux de même eſpèce en Hiver, dont les ſommes doivent être entr'elles dans le rapport de la chaleur abſolue de l'Été à la chaleur abſolue de l'Hiver.*

184. Car de-là ſuit naturellement l'analogie

$\varphi + E : \varphi + H :: a : b$, & la formule

$$\varphi = \frac{bE - aH}{a - b},$$

qui

qui étant appliquée au même exemple du climat de Paris, donnera $\varphi = \frac{994 \times 16196 - 1026 \times 963}{1026 - 994} = \frac{15110786}{32}$ $= 472212$ parties trigonométriques, qu'on trouvera valoir 992 —, ou 991 $\frac{98}{100}$ degrés thermométriques.

185. De manière que, comparant le résultat 472212 de cette formule avec celui 991 $\frac{98}{100}$ de la précédente, & chacun de ces deux résultats étant égal à φ, elle nous fourniroit un nouveau moyen de convertir réciproquement ces deux expressions l'une en l'autre.

186. J'en reviens cependant à notre première Formule, désormais appliquée aux Étés & Hivers rationnels, & avec tout ce que ces Étés & ces Hivers supposent de connoissances préliminaires, de l'égalité des différences *(n. 169)* des parties trigonométriques converties en degrés thermométriques *(n. 172)*. Combien va-t-elle être encore simplifiée, toute simple qu'elle étoit? car dès-lors $d = D$ nous donne $\frac{d}{D} = 1$ égal à l'unité absolue, & par conséquent la quantité soustractive du second membre de l'Équation $\varphi = a - \frac{d}{D} \times E$, réduite à $-E$ ou $-H$. D'où résultent enfin ces trois Formules, de l'Émanation centrale, de l'Été & de l'Hiver rationnels,

187. $$\varphi = \begin{cases} a - E \\ b - H \end{cases}$$

$$a = \varphi + E$$
$$b = \varphi + H$$

qui ne font que nous remettre succinctement sous les yeux les énoncés des *nn. 166, 167,* &c. & d'après lesquels je construis la Table suivante, qu'on peut regarder comme le résumé général de ces Recherches.

188. *TABLE GÉNÉRALE* DES *ÉTÉS avec les Étés & Hivers solaires & les Émanations centrales qui les en Degrés* thermométriques, *pour l'hémisphère Boréal,*

LATITUDES.	ÉTÉS solaires.	HIVERS solaires.	ÉMANATIONS centrales.	ÉTÉS rationnels.	HIVERS rationnels.
0d 0′ 0″	19,57.	20,92.	1006,43.	1026.	1027,35.
1........	19,86.	20,50.	1006,14.	1026.	1026,64.
1. 47. 30.	20,10.	20,10.	1005,90.	1026.	1026.
2........	20,25.	20,07.	1005,75.	1026.	1025,82.
3........	20,58.	19,63.	1005,42.		1025,05.
4........	20,91.	19,20.	1005,09.		1024,29.
5........	21,29.	18,82.	1004,71.	1026.	1023,53.
6........	21,67.	18,45.	1004,33.		1022,78.
7........	21,98.	18,00.	1004,02.		1022,02.
8........	22,35.	17,62.	1003,65.	1026.	1021,27.
9........	22,72.	17,19.	1003,28.		1020,47.
10........	22,96.	16,75.	1003,04.		1019,79.
11........	23,32.	16,32.	1002,68.	1026.	1019,00.
12........	23,67.	15,98.	1002,33.		1018,31.
13........	24,03.	15,54.	1001,97.		1017,51.
14........	24,37.	15,10.	1001,63.	1026.	1016,73.
15........	24,63.	14,67.	1001,37.		1016,04.
16........	24,95.	14,24.	1001,05.		1015,29.
17........	25,27.	13,85.	1000,73.	1026.	1014,58.
18........	25,58.	13,42.	1000,42.		1013,84.
19........	25,89.	12,99.	1000,11.		1013,10.
20........	26,19.	12,57.	999,81.	1026.	1012,38.
21........	26,49.	12,16.	999,51.		1011,67.
22........	26,78.	11,74.	999,22.		1010,96.
23........	27,06.	11,32.	998,94.	1026.	1010,26.
23. 28. 20.	27,19.	11,12.	998,81.		1009,93.
24........	27,33.	10,91.	998,67.		1009,58.
25........	27,58.	10,50.	998,42.	1026.	1008,92.
26........	27,82.	10,07.	998,18.		1008,25.
27........	28,20.	9,68.	997,80.		1007,48.

ET DES HIVERS RATIONNELS, composent, les Différences, & les Rapports de toutes ces quantités, &, moyennant la correction n. 65, *pour l'Austral.*

Différences communes des Étés aux Hivers solaires & rationnels	Rapport réduit des Étés aux Hivers solaires.	Rapport réduit des Étés aux Hivers rationnels.	Rapport réduit des Émanations centr. aux Étés solaires.	Rapport réduit des Émanations centrales aux Hivers solaires.	LATITUDES.
1,35.	1 : 1,07.	1 : 1,001.	51,43 : 1.	48,11 : 1.	0d 0' 0"
0,64.	1 : 1,03.	1 : 1,0006.	50,66 : 1	49,08 : 1.	1.
0.	1 : 1.	1 : 1.	50,04 : 1.	50,04 : 1.	1. 47. 30.
0,18.	1,01 : 1.	1,0002 : 1.	49,67 : 1.	50,11 : 1.	2.
0,95.	1,05 : 1.	1,0009 : 1.	48,85 : 1.	51,22 : 1.	3.
1,71.	1,09 : 1.	1,002 : 1.	48,07 : 1.	52,34 : 1.	4.
2,47.	1,13 : 1.	1,002 : 1.	47,19 : 1.	53,38 : 1.	5.
3,22.	1,17 : 1.	1,003 : 1.	46,35 : 1.	54,44 : 1.	6.
3,98.	1,22 : 1.	1,004 : 1.	45,68 : 1.	55,78 : 1.	7.
4,73.	1,27 : 1.	1,005 : 1.	44,91 : 1.	56,96 : 1.	8.
5,53.	1,32 : 1.	1,005 : 1.	44,16 : 1.	58,36 : 1.	9.
6,21.	1,37 : 1.	1,006 : 1.	43,69 : 1.	59,88 : 1.	10.
7,00.	1,43 : 1.	1,007 : 1.	43,00 : 1.	61,44 : 1.	11.
7,69.	1,48 : 1.	1,008 : 1.	42,35 : 1.	62,72 : 1.	12.
8,49.	1,55 : 1.	1,008 : 1.	41,70 : 1.	64,48 : 1.	13.
9,27.	1,61 : 1.	1,009 : 1.	41,10 : 1.	66,33 : 1.	14.
9,96.	1,68 : 1.	1,01 : 1.	40,66 : 1.	68,26 : 1.	15.
10,71.	1,75 : 1.	1,01 : 1.	40,12 : 1.	70,30 : 1.	16.
11,42.	1,82 : 1.	1,01 : 1.	39,60 : 1.	72,25 : 1.	17.
12,16.	1,91 : 1.	1,01 : 1.	39,11 : 1.	74,55 : 1.	18.
12,90.	1,99 : 1.	1,01 : 1.	38,63 : 1.	76,99 : 1.	19.
13,62.	2,08 : 1.	1,01 : 1.	38,18 : 1.	79,54 : 1.	20.
14,33.	2,18 : 1.	1,01 : 1.	37,73 : 1.	82,20 : 1.	21.
15,04.	2,28 : 1.	1,01 : 1.	37,31 : 1.	85,11 : 1.	22.
15,74.	2,39 : 1.	1,02 : 1.	36,92 : 1.	88,25 : 1.	23.
16,07.	2,44 : 1.	1,02 : 1.	36,74 : 1.	89,82 : 1.	23. 28. 20.
16,42.	2,51 : 1.	1,02 : 1.	36,55 : 1.	91,54 : 1.	24.
17,08.	2,63 : 1.	1,02 : 1.	36,20 : 1.	95,09 : 1.	25.
17,75.	2,76 : 1.	1,02 : 1.	35,88 : 1.	99,12 : 1.	26.
18,52.	2,91 : 1.	1,04 : 1.	35,38 : 1.	103 : 1.	27.

LATITUDES.	ÉTÉS solaires.	HIVERS solaires.	ÉMANATIONS centrales.	ÉTÉS rationnels.	HIVERS rationnels.
28d 0' 0"	28,43.	9,25.	997,57.	1026.	1006,82.
29.........	28,65.	8,86.	997,35.		1006,21.
30.........	28,93.	8,45.	997,07.		1005,52.
31.........	29,27.	8,08.	996,73.	1026.	1004,81.
32.........	29,47.	7,66.	996,53.		1004,19.
33.........	29,79.	7,29.	996,21.		1003,50.
34.........	30,03.	6,88.	995,97.	1026.	1002,85.
35.........	30,31.	6,51.	995,69.		1002,20.
36.........	30,59.	6,15.	995,41.		1001,56.
37.........	30,78.	5,79.	995,22.	1026.	1001,01.
38.........	31,11.	5,42.	994,89.		1000,31.
39.........	31,35.	5,06.	994,65.		999,71.
40.........	31,58.	4,70.	994,42.	1026.	999,12.
41.........	31,80.	4,37.	994,20.		998,57.
42.........	32,08.	4,03.	993,92.		997,95.
43.........	32,42.	3,69.	993,58.	1026.	997,27.
44.........	32,59.	3,39.	993,41.		996,80.
45.........	32,88.	3,08.	993,12.		996,20.
46.........	33,23.	2,78.	992,77.	1026.	995,55.
47.........	33,49.	2,51.	992,51.		995,02.
48.........	33,79.	2,23.	992,21.		994,44.
48. 50. 10.	34,02.	2,02.	991,98.	1026.	994,00.
49.........	34,10.	1,98.	991,90.		993,88.
50.........	34,45.	1,73.	991,55.		993,28.
51.........	34,83.	1,49.	991,17.	1026.	992,66.
52.........	35,21.	1,28.	990,79.		992,07.
53.........	35,64.	1,07.	990,36.		991,43.
54.........	36,03.	0,89.	989,97.	1026.	990,86.
55.........	36,46.	0,71.	989,54.		990,25.
56.........	37,02.	0,56.	988,98.		989,54.
57.........	37,62.	0,43.	988,38.	1026.	988,81.
58.........	38,27.	0,31.	987,73.		988,04.
59.........	39,02.	0,21.	986,98.		987,19.
60.........	39,87.	0,14.	986,13.	1026.	986,27.
61.........	40,90.	0,08.	985,10.		985,18.
62.........	42,19.	0,04.	983,81.		983,85.

Différences communes des Étés aux Hivers solaires & rationnels	Rapport réduit des Étés aux Hivers solaires.	Rapport réduit des Étés aux Hivers rationnels.	Rapport réduit des Émanations centr. aux Étés solaires.	Rapport réduit des Émanations centrales aux Hivers solaires.	LATITUDES.
19,18.	3,07 : 1.	1,02 : 1.	35,09 : 1.	108 : 1.	28d 0′ 0″
19,79.	3,23 : 1.	1,02 : 1.	34,81 : 1.	113 : 1.	29.
20,48.	3,42 : 1.	1,02 : 1.	34,46 : 1.	118 : 1.	30.
21,19.	3,62 : 1.	1,02 : 1.	34,05 : 1.	123 : 1.	31.
21,81.	3,85 : 1.	1,02 : 1.	33,82 : 1.	130 : 1.	32.
22,50.	4,09 : 1.	1,02 : 1.	33,44 : 1.	137 : 1.	33.
23,15.	4,36 : 1.	1,02 : 1.	33,17 : 1.	145 : 1.	34.
23,80.	4,65 : 1.	1,02 : 1.	32,85 : 1.	153 : 1.	35.
24,44.	4,97 : 1.	1,02 : 1.	32,54 : 1.	162 : 1.	36.
24,99.	5,31 : 1.	1,02 : 1.	32,33 : 1.	172 : 1.	37.
25,69.	5,74 : 1.	1,03 : 1.	31,98 : 1.	184 : 1.	38.
26,29.	6,20 : 1.	1,03 : 1.	31,73 : 1.	197 : 1.	39.
26,88.	6,72 : 1.	1,03 : 1.	31,49 : 1.	203 : 1.	40.
27,43.	7,28 : 1.	1,03 : 1.	31,26 : 1.	228 : 1.	41.
28,05.	7,96 : 1.	1,03 : 1.	30,98 : 1.	247 : 1.	42.
28,73.	8,79 : 1.	1,03 : 1.	30,65 : 1.	269 : 1.	43.
29,20.	9,62 : 1.	1,03 : 1.	30,48 : 1.	293 : 1.	44.
29,80	10,68 : 1.	1,03 : 1.	30,20 : 1.	322 : 1.	45.
30,45.	11,95 : 1.	1,03 : 1.	29,88 : 1.	357 : 1.	46.
30,98.	13,34 : 1.	1,03 : 1.	29,64 : 1.	395 : 1.	47.
31,56.	15,15 : 1.	1,03 : 1.	29,36 : 1.	445 : 1.	48.
32,00.	16,84 : 1.	1,03 : 1.	29,16 : 1.	491 : 1.	48. 50. 10.
32,12.	17,22 : 1.	1, 3 : 1.	29,09 : 1.	501 : 1.	49.
32,72	19,91 : 1.	1,03 : 1.	28,78 : 1.	573 : 1.	50.
33,34.	23,39 : 1.	1,03 : 1.	28,46 : 1.	665 : 1.	51.
33,93	27,51 : 1.	1,03 : 1.	28,14 : 1.	774 : 1.	52.
34,57.	33,30 : 1.	1,03 : 1.	27,79 : 1.	925½ : 1.	53.
35,14.	40,48 : 1.	1,04 : 1.	27,48 : 1.	1112 : 1.	54.
35,75.	51,35 : 1.	1,04 : 1	27,14 : 1.	1394 : 1.	55.
36,46.	66,11 : 1	1,04 : 1.	26,71 : 1.	1766 : 1.	56.
37,19.	87,49 : 1.	1,04 : 1.	26,27 : 1.	2290 : 1.	57
37,96.	123 : 1.	1,04 : 1.	25,81 : 1.	3186 : 1.	58.
38,81.	186 : 1.	1,04 . 1.	25,29 : 1.	4700 : 1.	59.
39,73	285 : 1.	1,04 : 1.	24,73 : 1.	7044 : 1.	60.
40,82.	511 : 1.	1,04 : 1.	24,09 : 1.	12314 : 1.	61.
42,15.	1055 : 1.	1,04 : 1.	23,32 : 1.	24595 : 1.	62.

LATITUDES.	ÉTÉS solaires.	HIVERS solaires.	ÉMANATIONS centrales.	ÉTÉS rationnels.	HIVERS rationnels.
63d 0' 0"	43,81.	0,02.	982,19.	1026.	982,21.
64.........	45,96.	0,006.	980,04.		980,05.
65.........	49,34.	0,0013.	976,66.		976,66.
65. 59. 20.	58,52.	0,0001.	967,48.	1026.	967,48.
66.........	59,63.	0,0001.	966,37.		966,37.
66. 31. 40.	65,83.	0,000014.	960,17.		960,17.
67.........	68,25.	$0,(0042\frac{1}{2})^3$	957,75.	1026.	957,75.
67. 4. 0.	68,53.	0, 0.	957,47.		957,47.
68.........	71,55.	— 0,01.	954,45.		954,44.
69.........	73,68.	— 0,09.	952,32.	1026.	952,23.
70.........	75,14.	— 0,34.	950,86.		950,52.
71.........	76,17.	— 0,84.	949,83.		948,99.
72.........	76,87.	+ 1,65.	949,13.	1026.	947,48.
73.........	77,31.	+ 2,78.	948,69.		945,91.
74.........	77,45.	+ 4,23.	948,55.		944,32.
74. 1. 0.	77,45.	+ 4,25.	948,55.	1026.	944,30.
75.........	77,34.	+ 5,96.	948,66.		942,70.
76.........	77,06.	+ 7,97.	948,94.		940,97.
77.........	76,62.	+ 10,25.	949,38.	1026.	939,13.
78.........	76,03.	+ 12,76.	949,97.		937,21.
79.........	75,22.	+ 15,51.	950,78.		935,27.
80.........	74,21.	+ 18,46.	951,79.	1026.	933,33.
81.........	73,09.	+ 21,58.	952,91.		931,33.
82.........	71,85.	+ 24,91.	954,15.		929,24.
83.........	70,52.	+ 28,42.	955,48.	1026.	927,06.
84.........	68,96.	+ 32,10.	957,04.		924,94.
85.........	67,18.	+ 35,96.	958,82.		922,86.
86.........	65,32.	+ 39,97.	960,68.	1026.	920,71.
87.........	63,39.	+ 44,11.	962,61.		918,50.
88.........	61,39.	+ 48,28.	964,61.		916,33.
89.........	59,16.	+ 52,66.	966,84.	1026.	914,18.
89. 55. 10.	56,89.	+ 56,89.	969,11.		912,22.
90.........	56,69.	+ 57,27.	969,31.		912,04.

Différences communes des Étés aux Hivers solaires & rationnels	Rapport réduit des Étés aux Hivers solaires.	Rapport réduit des Étés aux Hivers rationnels.	Rapport réduit des Émanations centrales aux Étés solaires.	Rapport réduit des Émanations centrales aux Hivers solaires.	Latitudes.
43,79.	2190 : 1.	1,04 : 1.	22,42 : 1.	49109 : 1.	63d 0′ 0″
45,95.	7660 : 1.	1,05 : 1.	21,32 : 1.	163340 : 1.	64.
49,34.	37954 : 1.	1,05 : 1.	19,79 : 1.	751277 : 1.	65.
58,52.	585200 : 1.	1,06 : 1.	16,53 : 1.	9674800 : 1.	65. 59. 20
59,63.	596300 : 1.	1,06 : 1.	16,21 : 1.	9663700 : 1.	66.
65,83.	4702142 : 1.	1,07 : 1.	14,58 : 1.	68583571 : 1.	66. 31. 40.
68,25.	$(29967)^2$: 1.	1,07 : 1.	14,03 : 1.	$(112258)^2$: 1.	67.
68,53.	68,53 : 0.	1,07 : 1.	13,97 : 1.	957,47 : 0.	67. 4. 0.
71,56.	7155 : — 1.	1,07 : 1.	13,34 : 1.	95445 : — 1.	68.
73,77.	818 : — 1.	1,08 : 1.	12,93 : 1.	10581 : — 1.	69.
75,48.	221 : — 1.	1,08 : 1.	12,66 : 1.	2797 : — 1.	70.
77,01.	90,67 : — 1.	1,08 : 1.	12,47 : 1.	1131 : — 1.	71.
78,52.	45,75 : — 1.	1,08 : 1.	12,35 : 1.	575 : — 1.	72.
80,09.	27,81 : — 1.	1,08 : 1.	12,27 : 1.	341 : — 1.	73.
81,68.	18,31 : — 1.	1,09 : 1.	12,25 : 1.	224 : — 1.	74.
81,70.	18,21 : — 1.	1,09 : 1.	12,25 : 1.	223 : — 1.	74. 1. 0.
83,30.	12,98 : — 1.	1,09 : 1.	12,27 : 1.	159 : — 1.	75.
85,03.	9,66 : — 1.	1,09 : 1.	12,31 : 1.	119 : — 1.	76.
86,87.	7,47 : — 1.	1,09 : 1.	12,39 : 1.	92,62 : — 1.	77.
88,79.	5,96 : — 1.	1,09 : 1.	12,49 : 1.	74,45 : — 1.	78.
90,73.	4,85 : — 1.	1,10 : 1.	12,64 : 1.	61,30 : — 1.	79.
92,67.	4,08 : — 1.	1,10 : 1.	12,83 : 1.	51,56 : — 1.	80.
94,67.	3,39 : — 1.	1,10 : 1.	13,04 : 1.	44,16 : — 1.	81.
96,76.	2,88 : — 1.	1,10 : 1.	13,28 : 1.	38,30 : — 1.	82.
98,94.	2,48 : — 1.	1,11 : 1.	13,55 : 1.	33,62 : — 1.	83.
101,06.	2,15 : — 1.	1,11 : 1.	13,88 : 1.	29,81 : — 1.	84.
103,14.	1,87 : — 1.	1,11 : 1.	14,27 : 1.	26,66 : — 1.	85.
105,29.	1,63 : — 1.	1,11 : 1.	14,71 : 1.	24,04 : — 1.	86.
107,50.	1,44 : — 1.	1,12 : 1.	15,19 : 1.	21,82 : — 1.	87.
109,67.	1,27 : — 1.	1,12 : 1.	15,71 : 1.	19,98 : — 1.	88.
111,82.	1,12 : — 1.	1,12 : 1.	16,34 : 1.	18,36 : — 1.	89.
113,78.	1,00 : — 1.	1,12 : 1.	17,03 : 1.	17,03 : — 1.	89. 55. 10.
113,96.	0,99 : — 1.	1,12 : 1.	17,10 : 1.	16,93 : — 1.	90.

ÉCLAIRCISSEMENS,

Réflexions, Corollaires, Application de la théorie du Feu central à divers phénomènes, Analogie des Planètes avec la Terre, & fin de ces Recherches.

La seule inspection de la Table précédente, les titres des colonnes ou *suites* qui la composent & les préliminaires ci-dessus en font assez connoître l'économie, & tout ce qu'elle contient au-delà de plus important se trouvera fondu ou mentionné dans les articles suivans. Table qui servira en même-temps de pierre de touche, pour juger de la température régulière ou irrégulière d'un climat quelconque.

De la réalité & de la certitude du Feu central, en tant qu'il se manifeste par ses Émanations.

189. J'en ai indiqué la preuve, pour ne pas dire la démonstration, dès l'exposition de mon sujet *(nn. 2, 3 & 4)*, relativement au climat de Paris, sur les principes & d'après les Élémens de mon ancien Mémoire. Cette preuve y étoit exprimée par le rapport de 393 à 1, du Feu central à l'Hiver solaire, & elle l'est ici maintenant *(col. 11 de la Table)* par celui de 491 à 1, qui le surpasse dans son antécédent d'environ 100 unités, le conséquent de l'un & de l'autre demeurant toujours réduit à 1; car grandeur de rapport ou force de preuve sont en cette occasion synonymes. Et puisqu'une semblable preuve est applicable à toutes les latitudes & à tous les climats de la Terre, elle est générale. L'exposant en pourra donc aussi être exprimé par le simple antécédent; car 393 : 1 ne diffèrent pas de $\frac{393}{1} = 393$, & 491 : 1 de $\frac{491}{1} = 491$. Et cela posé *(col. 11)*, le *minimum* de preuve se trouvera être de 48 pour l'hémisphère Austral sous l'Équateur proprement dit, & de 50 pour le Boréal sous l'*Équateur ou Parallèle d'égalité*, latitude $1^{d}\ 47'\ 30''$. Preuve qui devient d'environ 60 au 10me degré, de près de 80 au 20me, de

de 118 au 30me, & ainſi de ſuite, réciproquement à la marche des termes de la troiſième colonne qui compoſe en partie celle-ci; de manière qu'étant de 491 à la latitude de Paris, de 7044 à celle de Péterſbourg ou au 60me degré, elle arrive à l'infini dès le 67me, & de-là au *plus qu'infini* jusqu'au Pôle; comme il a été expliqué en ſon lieu *(n. 95)*. Et l'on tirera ſemblables conſéquences, ſemblables preuves de la 10me colonne, quoique moins fortes & renfermées dans le fini de la 9me & de la 7me, &c.

190. Ainſi les preuves du Feu central, forment, par leur enſemble, un argument invincible & hors d'atteinte à tout ce qu'on pourroit alléguer, tant ſur la nature de ce Feu quelconque & de ſes émanations, que ſur nos Élémens de la chaleur ſolaire, & ſur la conſtruction ou la portée de nos thermomètres. La ſurabondance de droit abſorbera toujours ici, & prodigieuſement, toute hypothèſe contraire, toute objection un peu plauſible.

Que ſans le Feu central & ſes Émanations, la Terre & tout ce qui la compoſe ne ſeroit aujourd'hui qu'un bloc de glace ſtérile & inanimé.

191. Car il n'y auroit donc alors que la chaleur purement ſolaire qui put mettre obſtacle à cette congélation univerſelle. Voyons d'abord à quoi pourroit aller une pareille chaleur.

Le diamètre du Soleil étant environ 100 fois plus grand que celui de la Terre, il eſt clair que cet Aſtre doit toujours illuminer & échauffer un peu plus de la moitié du globe terreſtre, ou, pour m'exprimer comme les Aſtronomes, *le cercle déterminateur de la lumière & de l'ombre* devra toujours ſe trouver au-delà du centre de la Terre en partant du Soleil, ſans compter la réfraction des rayons dans l'atmoſphère, qui les rabat toujours vers la ſurface du globe, & qui va encore en augmenter la partie éclairée & diminuer celle de l'ombre. Mais pour ne pas pouſſer plus loin ce détail minutieux, & puiſque nous avons ici du champ

de reste, faisons la partie successivement éclairée ou échauffée double de celle qui ne l'est pas, & supposons la chaleur qui lui est communiquée égale à celle qui résulte, soit en Hiver, soit en Été, des rayons solaires qui tombent à-plomb sur un point quelconque de l'Équateur, & que nous avons évaluée dans notre Table à $19\frac{57}{100}$ ou 20 degrés thermométriques; car c'est ainsi qu'on doit considérer cette chaleur constante & à peu-près invariable, abstraction faite des différentes distances du Soleil: ou enfin, & pour écarter toute discussion superflue, négligeons le refroidissement que le petit hémisphère de l'ombre, qui succède sans cesse à celui de la lumière, pourroit y apporter.

Or cela posé, & qu'il faut au moins 1000 degrés de chaleur, ou quelque chose d'équivalent sur un thermomètre quelconque, pour maintenir l'eau commune dans sa fluidité, qu'il en faille 900, par exemple, à l'eau marine & 700 au mercure, de tous les fluides connus le plus difficile à geler, il s'en faudra donc toujours $1000 - 20 = 980$, $900 - 20 = 880$, & $700 - 20 = 680$, que la chaleur purement solaire ne soit assez forte pour empêcher la congélation d'aucun fluide terrestre; & remarquez que 10, 20, 100 ou 200 degrés de plus ou de moins ne changent presque rien à la conséquence. Donc *sans le Feu central,* &c.

192. Je ne veux pourtant pas passer sous silence une objection qu'on m'a faite sur ce sujet, mais qui, toute spécieuse qu'elle est, tombe d'elle-même.

Les fermentations souterraines qu'on rencontre souvent dans ces mines profondes où les ouvriers sont obligés de travailler presque nus, & où il ne leur arrive aussi que trop souvent d'être étouffés par les vapeurs bitumineuses & inflammables qui s'en élèvent, ces fermentations qui se manifestent sur terre par les volcans, & quelquefois en pleine mer par le bouillonnement des eaux qui en résulte, & par les nouvelles îles qui naissent de leurs éruptions; comme il arriva au commencement de ce siècle près de celle de Santorin *, toutes ces chaleurs, m'a-t-on dit, réunies à celle du Soleil & de tous les Astres

* *Voy. Hist. de l'Acad. 1708, p. 23.*

qui nous environnent, ne suffiroient-elles pas pour garantir la Terre d'une congélation universelle, indépendamment du Feu central ou très-profond que vous venez d'y établir, ou ne seroit-ce point-là le vrai principe de ce Feu & de ses Émanations? Oui sans doute, elles suffiroient, ou du moins s'y compliquent-elles, pour en augmenter l'énergie. Mais qu'est-ce que la Fermentation, qu'*un mouvement intestin qui s'excite dans certains corps, à l'aide d'un degré de chaleur & de fluidité convenables (x)!* La fermentation suppose donc une chaleur préexistante dans les matières qui en sont susceptibles, & en même temps un degré de fluidité ou d'humidité dans ces matières, qui en excluent la congélation? Ce n'est donc ici qu'une vraie pétition de principe; & l'objection, loin d'infirmer la théorie, la fortifie, l'étend & l'éclaire de plus en plus.

193. Au reste, je n'ai point fait mention en particulier de la lumière ou de la chaleur que les rayons réfléchis de la Lune pouvoient ajouter à celle du Soleil, la regardant comme nulle *(y)*, ou infiniment petite *(z)*, & encore moins de celle qui vient à la Terre de tous les autres Astres, bien inférieure à celle de la Lune.

Sur la cause physique de l'égalité des Étés.

194. On a pu demander plus d'une fois dans le cours de ces Recherches, & en voyant la 5me colonne de la Table par-tout chargée du même nombre, quelle est donc enfin la cause de cette égalité qui joue ici un si grand rôle? Tâchons d'y satisfaire. C'est des Étés rationnels qu'il s'agit; mais n'oublions pas que ce n'est qu'en tant qu'ils sont représentatifs des

(x) Dictionnaire de Chimie de M. Macquer, *de l'Académie des Sciences, au mot* Fermentation. *Voyez-en le détail là même, & dans la Chimie de* Boërhaave.

(y) Expérience de M. de la Hire *sur la chaleur . . . des rayons réfléchis de la Lune,* avec le grand miroir ardent de l'Observatoire. *Mémoires de l'Acad. 1705, p. 346.*

(z) Elle n'est tout au plus que la 300000me partie de celle du Soleil, comme l'a prouvé M. *Bouguer,* dans son *Essai* ou *Traité d'Optique sur la gradation de la lumière. 1.ere édition, page 31, 2me édit. p. 256.*

Réels : car toute cauſe vraiment phyſique ne peut tomber que ſur des effets réels, & ſi elle eſt générale, ſur la valeur moyenne & rationnelle de ces effets.

195. Réduiſons d'abord la queſtion à ſes moindres termes. Il eſt clair que l'égalité des Étés réels dépend abſolument de la marche réciproquement croiſſante & décroiſſante de l'Été ſolaire avec les Émanations centrales, puiſque ce n'eſt que de la ſomme de ces deux quantités *(nn. 2 & 166)* que naît l'intenſité de chaleur par-tout égale des Étés réels & rationnels. Il nous ſuffira donc de chercher la cauſe de cette dépendance, entre les Étés ſolaires & les valeurs réciproques des Émanations centrales.

196. Car 1.° on voit dans la Table *(col. 2)* que les Étés ſolaires vont toujours croiſſant, depuis l'Équateur juſqu'au 74.me degré de latitude, & croiſſant de manière à y devenir près de quatre fois auſſi grands qu'à leur origine, & avec la différence de 58 degrés thermométriques entre les deux extrêmes. D'où ils décroiſſent enſuite juſqu'au Pôle, où ils ſont encore preſque triples de ceux de l'Équateur.

197. 2.° Qu'au contraire les émanations centrales *(col. 4)* diminuent de l'Équateur juſqu'au 74me degré de latitude, & croiſſent après cela dans le même ordre juſqu'au Pôle, depuis ce même point, autour duquel ſe trouve leur *minimum*, &, réciproquement, le *maximum* des Étés ſolaires.

198. 3.° Et enfin que de cette complication d'accroiſſemens & de décroiſſemens contraires réſulte la valeur conſtante de l'Été univerſel *(col. 5)*, & telle que nous venons de l'adopter *(n. 175)* ſavoir de 1026 degrés de notre thermomètre. Sans quoi, & ſi l'Émanation centrale étoit par-tout la même, & par exemple, comme ſous l'Équateur, il faudroit dès la latitude de Paris, faire l'Été réel ou rationnel de 1040 degrés qui ſurpaſſe de 7 à 8 la chaleur du ſang dans le corps humain ; & autour du *maximum* des Étés ſolaires, de plus de 1080, où s'arrête ordinairement l'eau bouillante.

199. Ce n'eſt donc pas ici une affaire de choix, de ſyſtème ou de convenance, que cette marche alternativement décroiſſante & croiſſante des Émanations centrales en inverſe des Étés ſolaires; c'eſt le fait même des Étés réels & rationnels vu dans ſa cauſe efficiente & prochaine. Mais enfin quelle eſt la cauſe ou la raiſon phyſique de cette cauſe? juſqu'ici on ne la voit point, & elle doit paroître d'autant plus cachée, qu'elle réſide vraiſemblablement dans la conſtitution, tant interne qu'externe du globe terreſtre.

200. Quand *Newton, Huguens, Leibnitz*, & après eux, tous les Phyſiciens géomètres nous ont voulu expliquer l'aplatiſſement de la Terre vers ſes Pôles, ils n'ont pas héſité à la conſidérer dans ſon état primitif comme parfaitement ſphérique & liquide, tournant ſur ſon axe, & ſuſceptible, par ſa liquidité, de toutes les figures que la rotation ou la force centrifuge pouvoit lui faire prendre: c'eſt-à-dire, d'en devenir plus ou moins aplatie vers ſes Pôles, ſelon que ſa rotation avoit plus ou moins de vîteſſe. Et c'eſt d'un tel ſphéroïde, durci enſuite par la chaleur des rayons ſolaires, & d'après les plus anciens monumens phyſiques & hiſtoriques, que *Leibnitz* a déduit, dans ſon admirable *Protogée*, l'état actuel de la croûte ou de la couche extérieure de la Terre, les montagnes, les mers, les volcans, & tous ces veſtiges de bouleverſemens, de déluges & d'incendies, qu'elle nous préſente de toutes parts *(a)*.

201. Appliquons une ſemblable idée à notre ſujet. Ce ſphéroïde ou ce globe, car il n'importe ici lequel que ce ſoit des deux, cette pâte molle de terre & d'eau, venant à tourner ſur ſon axe, & continuellement expoſée aux rayons du Soleil, ſelon tous les aſpects annuels des climats, n'y ſera-t-elle pas durcie vers la ſurface, & d'autant plus profondément, que ſes parties y ſeront plus directement expoſées? & ſi un terrein plus dur, plus compacte, plus épais, & en général plus difficile à pénétrer, devient dans ces mêmes

(a) Globus Terræ regulari primùm formâ fuit, & ex liquido induruit, motrix cauſſa, lux ſive ignis, — aſperitas montium, *quibus horret facies orbis,* poſteà ſupervenit. Protog. §. 2.

rapports un obſtacle d'autant plus grand aux Émanations du feu intérieur de la Terre, comme il eſt évident que cela doit arriver, ne voilà-t-il pas dès-lors ces obſtacles en raiſon directe des différentes chaleurs de l'Été ſolaire, & les Émanations centrales en inverſe de ces mêmes chaleurs? Et qu'eſt-ce alors autre choſe, que l'égalité univerſelle des Étés réels & rationnels? Car ſuppoſant ces obſtacles, ou ces retranchemens de chaleur faits à l'Émanation conſtante & primitive, exprimés par les valeurs mêmes des Étés ſolaires, c'eſt-à-dire, dans la plus parfaite & la plus viſible de toutes les proportionnalités, l'égalité, il eſt clair qu'on ne retranche d'un côté à la même grandeur que ce qu'on y ajoute de l'autre, & que par conſéquent les ſommes ou les Étés réels & rationnels en ſeront toujours & par-tout les mêmes.

Voilà donc enfin cette égalité ſurprenante ramenée à un principe intelligible : ſoit que la Terre, d'abord fluide ait été durcie enſuite par l'action du Soleil, du moins vers les dernières couches qui la compoſent, ſoit que Dieu l'ait créée tout d'un coup dans l'état où les cauſes phyſiques & les loix du mouvement l'auroient amenée.

De la température extraordinaire de certains climats, & ſur-tout par les froids exceſſifs qu'on y éprouve.

202. Rien n'eſt plus conforme à la théorie précédente que les froids extrêmes qui ſe font ſentir dans les pays fort élevés, ou d'un terrein compacte & fondé, pour ainſi-dire, ſur de vaſtes bancs de roche, ou enfin par l'une & l'autre circonſtance à la fois : car ce ſont en effet autant d'obſtacles qui diminuent l'intenſité des Émanations centrales.

203. La Sibérie, dont nous avons déjà parlé dans la ſeconde ſection, nous en fournit un exemple frappant, & qui nous tiendra lieu de pluſieurs autres. On y voit des Hivers où le thermomètre deſcend juſqu'à 60 & 70 degrés au-deſſous du terme de la congélation, & les contrées où l'on éprouve ces froids énormes, ne ſont pourtant qu'autour de la latitude de

Péterſbourg & d'Upſal (d'environ 60 degrés) où les froids les plus *exceſſifs* ne vont guère au-delà de 29 à 30 degrés *therm.* & l'on doit remarquer de plus que la Sibérie eſt aſſez généralement un pays de plaine, ſi ce n'eſt peut-être dans ſa partie méridionale, où les fleuves qui l'arroſent prennent leurs ſources, & d'où ils vont ſe jeter preſque directement de ſud vers nord à 70 ou 75 lieues dans la Mer glaciale. Or les Auteurs qui nous ont décrit la Sibérie après y avoir paſſé bien des années & y avoir fait bien des obſervations, nous en parlent comme d'un des pays du monde les plus élevés. *Les pays Aſiatiques ſeptentrionaux*, dit le Baron de *Strahlenberg*, officier Suédois, homme inſtruit & qui avoit été pluſieurs années priſonnier en Ruſſie & en Sibérie, *ſont conſidérablement plus élevés que les Européens, & ils le ſont*, ajoute-t-il, *comme une table l'eſt en comparaiſon du plancher ſur lequel elle eſt poſée: car lorſqu'en venant de l'Oueſt & ſortant de la Ruſſie, on paſſe à l'Eſt, & par les monts Riphées & Rymniques, pour entrer en Sibérie, on avance toujours plus en montant qu'en deſcendant*, &c *(b)*. M. *Gmelin* inſiſte encore davantage ſur cette élévation du terrein de Sibérie, & c'eſt, comme je l'ai dit dans la ſeconde ſection, après avoir paſſé neuf à dix ans dans le pays avec tous les ſecours néceſſaires, & y avoir fait une infinité d'obſervations, tant ſur la déclivité, la rapidité & les ſauts fréquens des fleuves & des rivières qui y coulent juſqu'à la Mer glaciale, que par les abaiſſemens du baromètre, & relativement aux ſources de ces fleuves & à leurs embouchures dans la Mer. D'où il conclud *(c)*, qu'*il y a bien des plaines en Sibérie (*VASTOS IBI EXTARE CAMPOS*) qui ne ſont pas moins élevées au-deſſus du reſte de la Terre, ni moins éloignées de ſon centre, que ne le ſont d'aſſez hautes montagnes en pluſieurs autres régions (*MONTIUM NON EXIGUÆ MOLIS*)*. En effet, s'il faut toujours monter plutôt que de deſcendre, en allant des monts Riphées vers l'Eſt, de cette

(b) Deſcription de l'Empire Ruſſien, traduction françoiſe, tome I, page 322, d'après l'Allemand, imprimé à Stockolm en 1730.

(c) Voy. *Flora Siber.* Præf. *pp.* LVIII, LXIV, *&c.*

chaîne de montagnes qui sépare l'Europe de l'Asie, & quelque peu élevées qu'elles soient, il seroit difficile que les *vastes champs* de Sibérie n'en eussent pas tout au moins la hauteur d'assez grandes montagnes *(d)*.

204. Que si malgré des témoignages si authentiques, la Sibérie n'étoit guère plus élevée au-dessus du niveau de la Mer que les pays ordinaires, comme M. l'abbé *Chappe* paroît nous l'annoncer *(e)*, d'après les obsérvations qu'il y a faites, les froids excessifs de Sibérie seront dûs à un terrein profondément très-dense ou composé de ces bancs de roche dont j'ai parlé ci-dessus. Car après tout ce qui a été expliqué dans ces Recherches, l'alternative est inévitable; ou l'éloignement du Foyer central, ou un terrein moins perméable aux Émanations. L'élévation est susceptible de preuve, la nature du terrein ne l'est pas à une certaine profondeur; mais l'induction s'en ensuit nécessairement des principes posés. Il est vrai qu'on pourroit substituer aux rochers de grands vides souterrains, ou un air toujours moins capable de retenir la chaleur qu'un terrein ordinaire, à raison de la rareté propre de chaque milieu, l'un & l'autre supposé à pareille distance du centre, & c'est ce qui reviendroit encore au même.

205. Il est à remarquer que, dans l'état actuel du globe terrestre & de sa surface inégale, nous ne connoissons point de climat habité ou habitable, qu'on puisse mettre en opposition avec la Sibérie, ni par la dépression du terrein, ni, en conséquence, par l'excès de la chaleur : non que ces dépressions & des enfoncemens plus grands encore, & en ce sens comparables aux plus hautes montagnes, n'existent; mais ces profonds abymes ont été comblés de temps immémorial, soit par l'irruption des mers adjacentes, comme la Fable ou les traditions poëtiques

(d) Montes Riphæi.... Rhymnici ..... Hyperborei..... Etsi non sunt altissimi, tamen montes sunt, perpetuâ nive contecti. Cellar. Geogr. antiqua, lib. III, cap. XXIV. Sarmatia Asiatica.

(e) Dans le Mémoire qu'il a lû à l'assemblée publique de l'Académie du 29 Avril 1767, sur son voyage en Sibérie.

nous

nous l'apprennent de l'Océan Atlantique, dans le baſſin de la Méditerranée, ſoit par les pluies continuelles, & par la chute des fleuves d'alentour, ſoit enfin par les communications ſouterraines des mers, comme on l'a penſé du grand lac qui porte le nom de mer Caſpienne : ainſi les plus grandes chaleurs qu'on éprouve actuellement ſur la Terre ſont bien inférieures aux froids extrêmes du Nord, de la Sibérie, de la baie d'Hudſon *(f)*, & de tous les autres pays, où ils ont été trouvés les plus inſupportables.

206. Le Sénégal, par exemple, dans la Zone torride, & vers le ſeizième degré de latitude boréale, eſt peut-être un des pays les plus chauds qu'on connoiſſe *(g)*. Les plus grandes chaleurs n'y vont pourtant pas à plus de 33 ou 34 degrés au-deſſus du terme de la congélation, & nous venons de voir que les grands froids de Sibérie vont quelquefois juſqu'à 60 ou 70 degrés au-deſſous du même terme. Les plus grandes chaleurs du Sénégal ne ſurpaſſent donc que de 7 à 8 degrés celles de l'Été univerſel, & du reſte de la Torride; tandis que les Hivers de Péterſbourg & d'Upſal, de 25 à 26, au-deſſous de la congélation, & par-là très-rudes pour le climat, ſe trouvent ſouvent ſurpaſſés de 40 ou 45 degrés par ceux de Sibérie, à ſemblable latitude. Vivroit-on aujourd'hui dans des lieux où la chaleur excéderoit ſi énormément celle de nos plus forts Étés? y a-t-on jamais vécu?

Mais ſans nous embarraſſer davantage d'une queſtion difficile à réſoudre, & qui eſt en un ſens tout-à-fait étrangère à notre ſujet, voyons préſentement quelle doit être la température interne des Mers, en conſéquence de la dépreſſion du

(f) Voy. le Voyage de la baie d'Hudſon par M. Ellis.

(g) Comme je l'apprends de M. *Adanſon*, exact obſervateur, aujourd'hui de l'Académie, & qui a paſſé quatre ou cinq ans dans le Sénégal; ſavoir, depuis 1749 incluſivement, juſque vers le commencement de 1753. Et n'oublions pas combien quatre ou cinq années d'obſervations météorologiques dans la Zone torride ſont concluantes. C'eſt principalement aux ſables brûlans, dont toute cette contrée eſt couverte, qu'on peut attribuer les grandes chaleurs qu'on y reſſent.

terrein, & de ces profonds abymes, où les émanations du Feu central doivent s'exercer avec tant de force.

De la Température des Mers.

207. Je dis que *cette température sera moyenne entre celle de l'eau du fond, qui porte sur le bassin, & celle de la surface qui est toujours exposée aux impressions de l'air.*

La proposition suit évidemment de nos données, & de la raison d'Hydrostatique, que l'eau la plus chaude, & par-là la plus légère, devra sans cesse monter, & la moins chaude ou la plus froide, & par-là la plus pesante, descendre.

Ceux qui douteroient de la facilité avec laquelle ce mouvement doit se faire entre les eaux supérieures & inférieures, peuvent s'en convaincre par une expérience bien simple, & qu'on peut varier de cent façons différentes; mais que je ne dédaignerai pas de rapporter ici. Prenez une carafe, ou bouteille à large ventre, & à cou long & étroit, remplissez-la d'eau, exposez-la devant le feu, jusqu'à ce que l'eau du goulot ou du cou, qui s'échauffe la première, soit un peu plus que tiède. En cet état prenez la carafe d'une main, & appliquant la paume de l'autre main sur l'ouverture, afin que rien n'en échappe, renversez la carafe de haut en bas, vous sentirez presque sur le champ l'eau froide ou moins chaude, & alors supérieure, qui tombe sur le creux de votre main. Renversez encore ou rétablissez la première position, vous sentirez remonter l'eau, quoiqu'un peu moins chaude; ce que vous pourrez répéter jusqu'au mélange d'une température uniforme. C'est, dis-je, de cette réciprocation de mouvement vertical dans le fluide, de cet échange perpétuel de chaud & de froid, que naîtra, que s'entretiendra l'équilibre & la température des Mers, depuis le fond de leurs bassins, jusqu'à quelques toises au-dessous de leur surface. Nous aurions sans doute à desirer sur ce sujet des observations plus directes, & immédiatement faites dans la Mer même; mais il est à présumer, d'après le peu que nous en avons, que si ces expériences ont jamais lieu, & qu'elles soient faites avec l'exactitude requise, elles ne démen-

tiront pas notre théorie. Le Comte *Marsigli*, à qui les Arts & les Sciences sont redevables de tant de découvertes & d'établissemens utiles, nous apprend dans son *Histoire physique de la mer*, qu'*ayant plongé un thermomètre en divers lieux, & à diverses profondeurs, dans les mois de Décembre, Janvier, Mars & Avril, il trouva que la température, à la profondeur de 10, 20, 30, 120 brasses, étoit toujours également de 10 $\frac{1}{2}$ degrés, ou de 10 $\frac{3}{4}$ (h).* Ce qui, autant que j'en puis juger sur l'inspection de ce thermomètre, par les degrés de chaud & de froid qu'il indiquoit hors de l'eau, & par d'autres circonstances, revient à peu près à la température de nos caves de l'Observatoire. Mais peu importe du degré de chaleur; l'essentiel de l'expérience, c'est qu'il s'y trouve toujours sensiblement le même. Le Comte *Marsigli* alloit encore s'en assurer le 30 Juin suivant, lorsqu'un accident imprévu occasionna la rupture de son thermomètre; il alloit se convaincre que *si la même température se maintenoit en Été, comme elle avoit fait en Hiver & au Printemps, il faudroit nécessairement établir que la température dans la mer est égale en toutes les saisons.* Je dois cependant ajouter que la température d'une Mer pourra bien différer quelquefois de celle d'une autre Mer, par la différente profondeur des bassins, & à d'autres égards par des causes particulières qu'il seroit trop long de détailler.

De la température de l'Atmosphère.

208. Passons à l'Atmosphère terrestre, à cette masse fluide qui environne la Terre, & où se forment les météores. On ne peut douter que les Émanations centrales ne la pénètrent & ne s'y étendent de proche en proche, & bien au-dessus des continens & des mers; savoir en raison inverse, 1.° des distances ou de quelque fonction des distances au terrein subjacent qui peut être pris ici pour *foyer hypothétique,* ou pour le premier terme de la progression; 2.° de la rareté du nouveau milieu,

(h) *Histoire de la Mer, dédiée à l'Académie Royale des Sciences, page 16, planche 6*, où est la figure de son thermomètre. Ces expériences ont été faites dans la Méditerranée, au golfe de Lion.

ou, ce qui revient au même, de l'intenſité de la chaleur qui en réſulte, toujours d'autant plus petite, que ce milieu en eſt plus dilaté & plus rare : car tout corps ſolide ou fluide reçoit & retient, toutes choſes d'ailleurs égales, le degré de chaleur dont il eſt ſuſceptible, proportionnellement à ſa denſité. C'eſt ainſi, par exemple, que l'eau bouillante ſe ſoutient toujours également autour du 80me degré de notre thermomètre au-deſſus du terme de la congélation, quelle que ſoit la chaleur plus ou moins grande qui la fait bouillir, ſauf les petites différences relatives au poids actuel de l'Atmoſphère, indiqué par le baromètre. D'où il ſuit que la chaleur communiquée aux différentes couches de l'Atmoſphère y doit décroître en plus grande raiſon, de bas en haut, qu'elle ne feroit dans des couches de terre ou d'eau de ſemblable hauteur, l'air même d'ici bas étant huit ou neuf cents fois moins denſe ou plus rare que l'eau. Les hautes régions de l'air, celle des météores doivent donc demeurer très-froides.

209. De-là ces glaçons ou ces grêles qui tombent en Été dans nos climats les plus tempérés, & lorſque nous y ſentons les plus grandes chaleurs.

De-là ces neiges, dont les ſommets des hautes montagnes ſont toujours couverts au milieu même de la Zone torride.

Et de-là enfin un nouveau point de vue à conſidérer dans les divers uſages qu'on fait de la règle de M. *Mariotte*, & du Baromètre, ſur les dilatations & les condenſations de l'air.

De la mesure des hauteurs & des montagnes par le Baromètre, d'après la Règle de M. Mariotte.

210. Quel que ſoit le décroiſſement accéléré de l'Émanation centrale de chaleur dans les couches un peu élevées de l'Atmoſphère, toujours y aura-t-il par cette cauſe, & indépendamment de toute autre, une quantité de chaleur de plus. Et puiſque la chaleur de l'air, ſes dilatations & ſes condenſations, ſes compreſſions, ſon volume & ſes poids relatifs, ſont, à pluſieurs égards, termes ſynonymes ou quantités proportionnelles, ne ſeroit-ce point ici un nouvel élément de calcul à faire

entrer dans la Règle de M. *Mariotte*, & sur-tout dans l'application qu'on en fait à la mesure des hautes montagnes, par les abaissemens correspondans du mercure dans le Baromètre?

211. La Règle consiste à évaluer en raison directe les compressions, & en inverse les dilatations de l'air, par les poids plus ou moins grands des couches supérieures dont il est chargé.

La méthode est fondée sur ce que les hauteurs doivent être d'autant plus grandes, que ces couches d'air, inégales & croissantes en dimension verticale, sont plus dilatées, en répondant toujours à des abaissemens égaux du mercure.

Mais, pour peu qu'on soit instruit des observations qui ont été faites d'après cette méthode, on sait qu'elle péche presque toujours en défaut, & d'autant plus sensiblement que les hauteurs sont plus grandes, donnant souvent un 6me ou un 5me d'erreur, & quelquefois un quart, au-dessous de celles qui résultent de la mesure exacte & géométrique; comme l'éprouvèrent Mrs *Cassini* & *Maraldi* en 1705 aux Pyrénées *, & plusieurs années après, Mrs *Godin*, *Bouguer* & *de la Condamine* aux montagnes de la Cordelière du Pérou. De manière que quelques-uns de ces habiles observateurs, & des Physiciens très-expérimentés sur les propriétés de l'air *(i)*, n'hésitèrent pas d'en conclure que le principe de M. *Mariotte* étoit faux ou insuffisant, du moins à ces grandes hauteurs & passé quelque centaine de toises au-dessus du niveau de la mer.

* *Voy. Mém. de l'Acad. 1705.*

212. Cependant M. *Amontons* fit voir alors *(k)*, & par une

(i) M. Musschenbroek, *Essai de Physique, page 703* de l'édition de Leyde, 1739. *Si le principe, dit-il, établi par M.* Mariotte *étoit bien fondé, il faudroit que, suivant l'abaissement du mercure* (7^{p} 11^{l} $\frac{1}{2}$), *le Canigou* (géométriquement mesuré de 1454 toises) *n'eut eu que 1183 toises de hauteur; 271 toises de différence.* Voyez aussi, sur ce sujet, le Livre *de la Grandeur & de la Figure de la Terre*, de feu M. *Cassini*, chap. X; & son *Mémoire, en 1733, sur la hauteur du Baromètre, observée sur diverses montagnes;* celui de M. *Bouguer*, en 1753, *sur les dilatations de l'air dans l'Atmosphère;* &, depuis que ceci fut écrit, la Dissertation de M. *de la Lande*, insérée dans la *Connoissance des mouvemens célestes; 1765*, & intitulée, *du Baromètre, de sa construction, & de ses usages.*

(k) En 1705, *Mém. p. 119*, & à l'occasion du prétendu défaut de la Règle de M. *Mariotte*.

expérience, à mon avis, ſans replique, que cet air même que nous reſpirons dans la baſſe région de l'Atmoſphère, pouvoit *être dilaté près de 200 fois plus qu'il n'étoit auparavant, & que cette dilatation ſuivoit encore la proportion de M.* Mariotte. *Et à plus forte raiſon,* conclut M. de *Fontenelle* dans l'extrait de tous ces Mémoires, *de moindres dilatations la ſuivroient-elles.* * A quoi nous pouvons ajouter, *& d'autant plus que la hauteur de nos plus grandes montagnes ne ſauroit donner ces dilatations que doubles ou triples de ce qu'elles ſont au niveau de la mer, le mercure du Baromètre n'y deſcendant guère plus de 14 ou 15 pouces au-deſſous des 28 où il ſe ſoutient communément à ce niveau.*

* *Voy. Hiſt. de l'Acad. 1705, p. 14.*

213. La règle de M. *Mariotte,* demeure donc pleinement juſtifiée, même indépendamment de notre théorie. Elle renferme & a toujours renfermé implicitement ce principe de chaleur & de dilatation dont on n'a pas tenu compte, ce ſurplus de hauteur qui réſulte de l'Émanation centrale, qui s'y complique avec la progreſſion décroiſſante des poids de l'Atmoſphère, mais qui s'y cache dans les premiers termes de cette progreſſion, & n'y devient ſenſible qu'en avançant vers les derniers.

214. Sur quoi il faut obſerver d'après ce qui a été dit ci-deſſus *(n. 210)* que le point commun d'origine de toutes ces ſéries, tant des poids de l'Atmoſphère que de l'Émanation centrale, ou leur premier terme, doit toujours ici être placé & évalué relativement au niveau du terrein de l'obſervation immédiate d'où l'on commence à compter les abaiſſemens du mercure correſpondans aux poids, juſqu'au ſommet de la montagne où l'on porte le Baromètre, non au niveau préalablement connu de la mer, comme on a coutume de le pratiquer : car on s'eſt aperçu que le défaut de hauteur que donne la méthode étoit ſouvent très-différent d'une montagne à l'autre, & à plus forte raiſon d'une chaîne de montagnes à une autre chaîne, par exemple, des Alpes aux Pyrénées, ou aux Cordelières du Pérou. Ce qui ne peut venir, toutes

choses d'ailleurs égales, que de la différente hauteur du premier point d'observation où se fait le changement de milieu & le passage de la terre à l'air dans la série des Émanations centrales. L'observateur intelligent suppléera le reste, selon les lieux & les circonstances.

Voilà donc les saisons & la température des Climats, les Continens & les Mers, l'Atmosphère & toutes les parties du Globe terrestre soumises à l'action du Feu central.

215. Je passe sous silence une infinité d'autres phénomènes qui se compliquent plus ou moins avec les Émanations & la chaleur de ce Feu, ou avec quelqu'autre de ses propriétés abstractivement différente de la chaleur. Telle est, par exemple, l'Impulsion; car tout corps, solide ou fluide, qui tend à se dilater, tend également à repousser tout ce qui s'oppose à ses dilatations. Il est impulsif de cela même qu'il est dilatatif ou expansif. Or on sait par mille raisons de théorie & d'expérience, que de toutes les propriétés du feu, la plus essentielle c'est l'expansion; comme l'a si bien prouvé le fameux *Boërhaave* dans sa Chimie *(l)*. J'en ai donné ailleurs pour exemple & assez au long *(m)*, la perpendicularité constante de la tige des plantes à l'horizon, de quelque côté que la Radicule & la Plume de leurs graines jetées en terre au hasard s'y trouvent tournées. C'est, dis-je, à cette cause, vraiment efficiente & prochaine, qu'est dûe, en tout ou en partie, la perpendicularité des plantes à l'horizon. Et les ouragans, la foudre & les orages, les volcans, les trombes marines, les îles naissantes du fond des mers, & cent autres phénomènes de cette espèce ne participeroient-ils pas foncièrement du Feu central? Je n'en propose que les doutes.

216. Mais qu'il me soit permis d'exposer ici en finissant, & en peu de mots, un point d'Astronomie comparée & de *Physique céleste*, aussi intéressant par lui-même, que capable de jeter un nouveau jour sur toute cette théorie, par la simple

(l) Tom. I, Pars altera, de Igne.

(m) Diss. sur la Glace, *Part. I, chap. XIII.*

ſuppoſition d'un Feu central dans les Planètes; ſuppoſition à laquelle j'eſpère qu'on ne trouvera rien qui ne s'accorde parfaitement avec l'obſervation.

Analogie des Planètes avec la Terre.

217. Les hommes ont commencé par imaginer que tout l'Univers tournoit autour d'eux & pour eux; mais à force d'obſerver le Ciel, il a bien fallu rabattre d'une prétention ſi flatteuſe. La Terre n'eſt elle-même aujourd'hui qu'une Planète qui circule immédiatement autour du Soleil avec toutes les autres, & il y a telles Planètes qu'on ſait être huit à neuf cents fois, mille fois, plus groſſes que la Terre.

Cependant chaque Planète a, comme la Terre, ſon mouvement propre ou de Rotation ſur ſon axe, ſi l'on en excepte Mercure toujours plongé dans les rayons du Soleil par ſa proximité, & Saturne qui en eſt toujours trop loin pour qu'on ait pu juſqu'ici en conſtater parfaitement la Rotation: mais vu les fortes préſomptions qu'on a ſur ce ſujet pour l'affirmative, on peut dire en général, que chaque Planète tourne ſur elle-même comme la Terre, & par-là, que chaque Planète a comme la Terre, ſes jours & ſes nuits dont la durée totale eſt proportionnelle à la lenteur ou à la rapidité de ſa Rotation; chacune ſon Écliptique plus ou moins inclinée à ſon Équateur; ſes Pôles, ſes Tropiques, ſes Zones, torride, tempérées & glaciales, & par-là ſa viciſſitude de ſaiſons, ſon Été & ſon Hiver, & enfin ſon année plus ou moins longue à raiſon de ſes diſtances du Soleil, conformément à la règle de *Képler*, démontrée en rigueur par *Newton*.

Et que penſer de ces inégalités d'ombre & de lumière que les lunettes d'approche nous font découvrir ſur les Planètes de Vénus, Mars & Jupiter? De ces taches plus ou moins obſcures, & de ces points ſaillans plus ou moins lumineux que l'on aperçoit ſur leurs diſques? La Lune va nous l'apprendre.

La Lune à deux pas de nous, en comparaiſon des Planètes *premières* & proprement dites, nous offre confuſément ces apparences à la vue ſimple; mais la Lune obſervée à ſon

tour

tour avec les lunettes, nous montre distinctement des plaines, des montagnes & des vallons, dont nous mesurons géométriquement l'étendue, les hauteurs & les enfoncemens; peut-être des mers ou des forêts, car on n'a pu encore rien décider d'assez positif sur ce point. Or il est plus que vraisemblable que c'est-là aussi ce que nous montreroient les Planètes vues à la même distance & avec les mêmes secours; sans préjudice à la variété que la Nature ne manque jamais de se ménager en sous-ordre de ses loix générales.

J'insisterai peu sur les Satellites ou Lunes qui éclairent les nuits des Planètes; parce que tout au moins y a-t-il deux Planètes, Mars & Mercure, où l'on n'a point vu jusqu'ici de Satellite. Mais toujours est-il à remarquer que les plus éloignées de nous & du Soleil, Jupiter & Saturne, en ont quatre ou cinq; sans compter cet Anneau merveilleux qui entoure sans cesse la plus éloignée de toutes, & qui peut suppléer lui seul à des centaines de Lunes comme la nôtre.

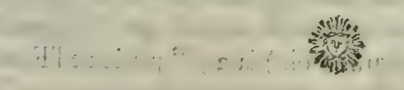
A tant de traits d'analogie & de ressemblance ne pourrions-nous donc pas ajouter, que chaque Planète a aussi comme la Terre, son principe interne de chaleur & de vie, son Feu central?

Mais ne voilà-t-il pas dès-lors autant de Mondes habitables, & vraisemblablement habités? Système hardi, que d'excellens esprits, des Philosophes & de grands Géomètres n'ont pas dédaigné de discuter, ni craint d'adopter; mais qui tomberoit de lui-même, sans l'importante addition que nous venons d'y faire. Newton a dit, dans ses *Principes Mathématiques de la Philosophie naturelle*, & d'après l'hypothèse commune, où la seule action du Soleil fait la chaleur totale des saisons, que *si notre Globe étoit porté à la place de celui de Saturne, notre eau y seroit perpétuellement glacée, & qu'à la place de celui de Mercure, elle s'en iroit à l'instant en vapeurs.* Eh, que n'en dirions-nous pas après avoir montré, sous un autre point de vue, que la seule action du Soleil ne fait pas (quantité moyenne de l'Équateur jusqu'au Pôle) la 29me partie de l'Émanation centrale, dans nos Étés, non plus que la 4 ou 500me,

dans nos Hivers! Saturne & Mercure ne seroient donc sans le Feu central que des blocs sphériques de matière quelconque, dénués de tout mouvement intrinsèque, & pour ainsi dire, plus que glacés, comme on l'a vu de la Terre. Car la première de ces Planètes, environ 10 fois plus loin du Soleil que nous, ne recevroit, comme on sait, qu'environ la 100me partie des rayons qu'il nous envoie, en raison inverse des quarrés des distances; & la seconde, quoique 2 ou 3 fois plus près que nous, n'en pourroit guère être échauffée que 6 à 7 fois davantage; chaleur encore bien inférieure à celle qui est requise pour entretenir notre eau dans son état de fluidité.

Mais rétablissons le Feu central dans l'une & dans l'autre de ces Planètes, appliquons-y les mêmes principes & la même théorie qu'à la Terre; les Hivers de Saturne ne seront pas plus froids que les nôtres, les Étés de Mercure ne seront pas plus chauds, les difficultés disparoissent, & le système de la Pluralité des Mondes remît dans toute sa splendeur. Les couches supérieures de Saturne moins dessséchées, moins durcies par les rayons solaires, en seront d'autant plus perméables à l'Émanation centrale, & celles de Mercure, rendues plus compactes, par la force & par la densité des rayons solaires qui les frappent de plus près, d'autant moins perméables à cette Émanation. Et ainsi de toutes les autres Planètes & de tous les corps planétaires, des Satellites & des Comètes.

Du reste, je ne déciderai point, si l'Auteur de la Nature a voulu en effet peupler ces Mondes d'Êtres vivans & sensibles à peu près tels que nous, ou n'en faire que de vastes déserts. Ce que j'en affirmerai seulement, c'est que le domicile des habitans y paroît être tout préparé, & que, dans le cas favorable au système & à notre supposition, l'harmonie & la magnificence de l'Univers ne furent jamais si frappantes.



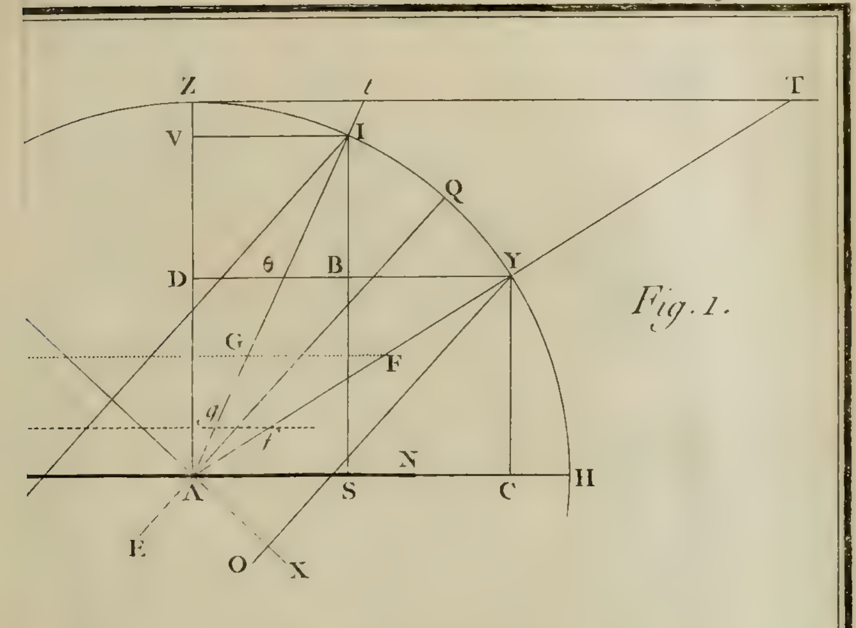


Fig. 1.

Fig. 2.

r R q Q

H C S h a A

m p

y

n i P

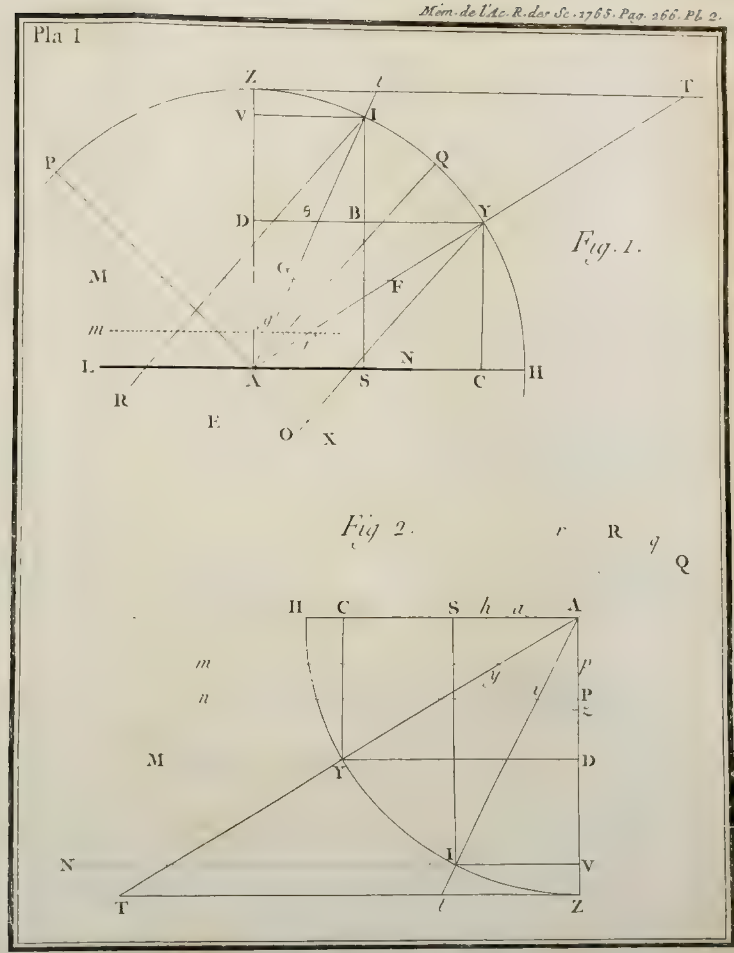
z

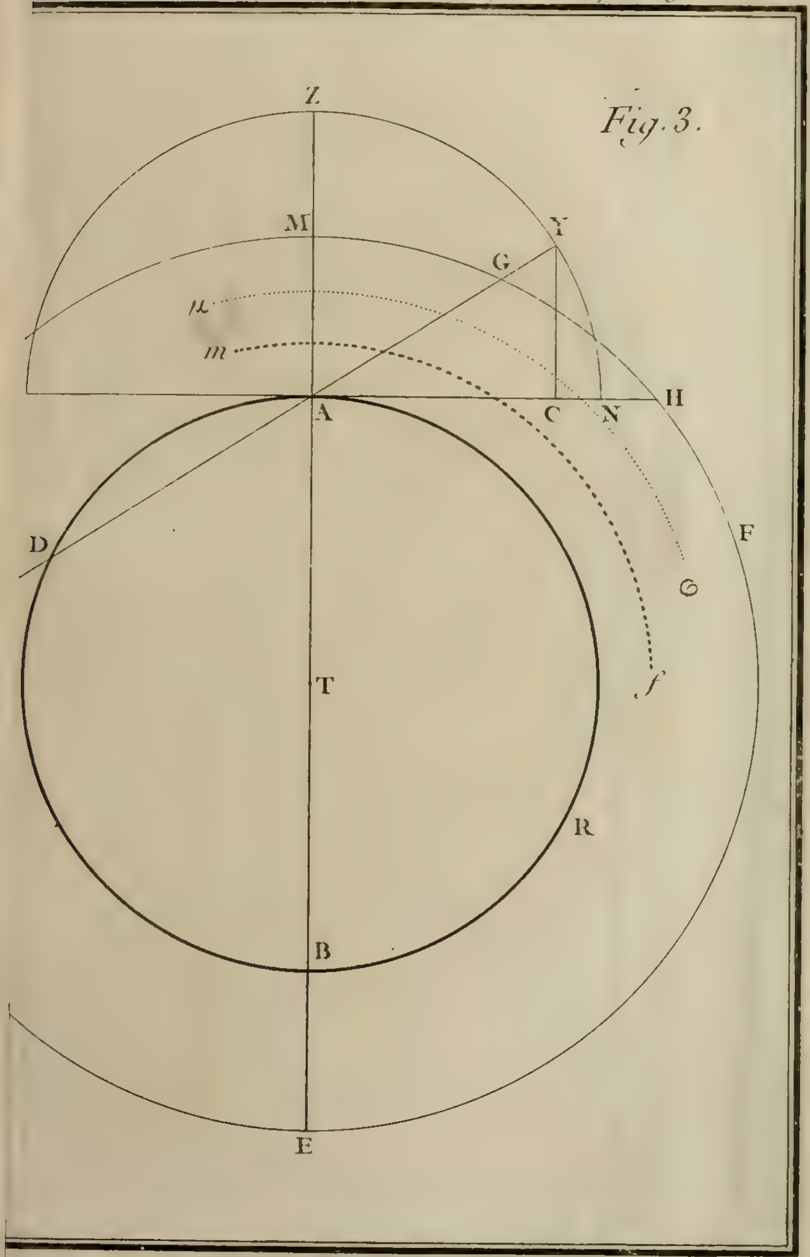
M D

Y

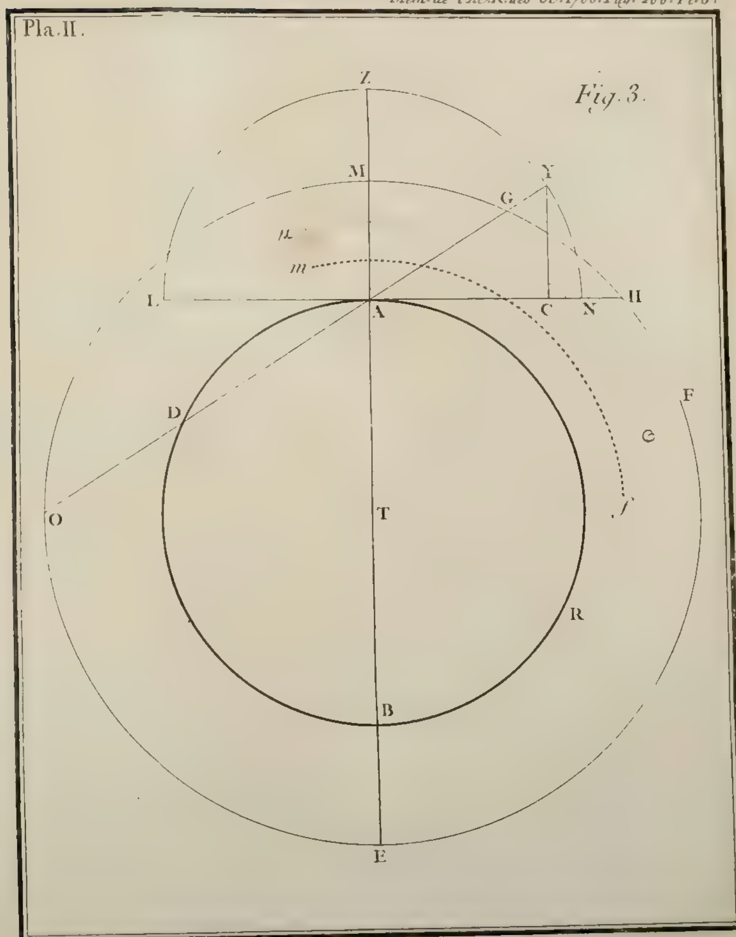
I V

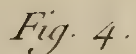
t Z

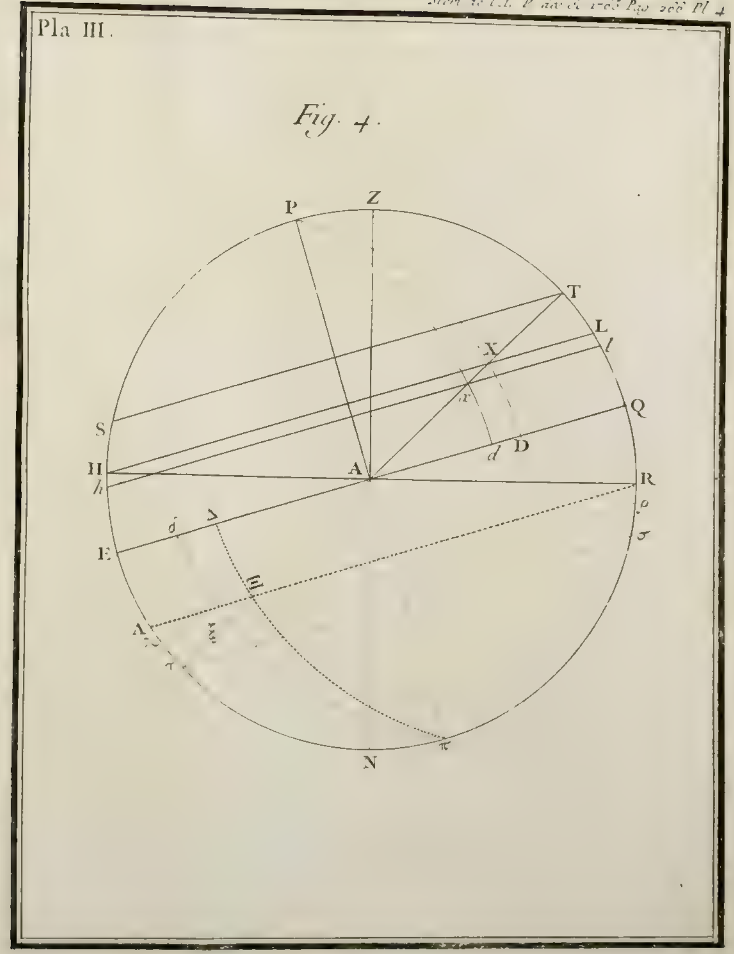

Pla I
Z
t
T
V
I
P
Q
D
B
Y
Fig. 1.
M
G
F
m
g
L
A
S
N
C
H
R
E
O
X
Fig. 2.
r
R
q
Q
H
C
S
h
a
A
m
y
p
n
P
M
D
N
I
V
T
t
Z


Fig. 3.
Z
M
Y
G
μ
m
A
C
N
H
D
F
σ
f
T
R
B
E

Mém. de l'Ac. R. des Sc. 1765. Pag. 266. Pl. 3.




Fig. 4.
P
Z
T
L
l
X
x
Q
D
d
A
R
ρ
σ
Δ
Ξ
N
π


Pla III.
Fig. 4.
P
Z
T
L
l
X
x
S
Q
D
d
H
A
R
h
E
N
π

OBSERVATIONS
SUR LE LIEU APPELÉ SOLFATARE,
SITUÉ PROCHE LA VILLE DE NAPLES.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

LA SOLFATARE, en Italien *Solfatara* ou la *Solfa (a)*, autrefois connue fous le nom de *forum Vulcani*, *Leucogæi colles*, *Flegrei campi*, eft fituée à l'oueft de Naples à quatre milles *(b)* environ de cette ville à vol d'oifeau, & à deux milles de la mer. La pofition du Véfuve, par rapport à Naples, eft à l'eft; & celle de la Solfatare à l'oueft de cette ville, qui feroit environ au quart de la diftance de la Solfatare au Véfuve.

Peu de Voyageurs ont été à Naples fans avoir parlé de ce lieu fingulier, & l'on croira qu'il me reftoit peu d'obfervations nouvelles à donner, après ce qui en a été dit par M.rs *Geoffroy (c)*, l'abbé *Nollet* [a], de *la Condamine* [b], & l'abbé *Mazéas* [c]; j'ai cependant cru utile, pour jeter des lumières fur la formation des volcans, d'étudier principalement leurs effets, & de multiplier les obfervations, en les fuivant dans les plus petits détails. J'aurois pu m'abftenir de répéter ce qui fe trouve déjà dans les Mémoires que je viens de citer, mais je l'ai cru néceffaire pour aider à comprendre mes nouvelles remarques; d'ailleurs les figures que j'ai jointes à mon Mémoire, pourront contribuer à l'intelligence plus parfaite de ce qu'en ont dit ces habiles Phyficiens.

[a] *Voy. Mém. de l'Acad. 1750.*
[b] *Ibid. 1754.*
[c] *Mém. des Sav. étrangers.*

Ce lieu eft fermé par des montagnes qui l'entourent de tous côtés. Il faut monter pendant environ une demi-heure avant que d'y arriver.

(a) Solfo, en italien, veut dire *Soufre;* on appelle ce lieu *Solfa* ou *Solfatare*, fans doute à caufe de la vapeur fulfureufe qui s'en exhale, & du foufre que l'on en retire.

(b) 951 toifes de Paris forment le mille, de 60 fecondes au degré.

(c) Matière Médicale, *tome I, pages 224 & 240.*

L'espace compris entre les montagnes forme un bassin d'environ 1200 pieds de longueur sur 800 pieds de largeur.

Il est dans un fond par rapport à ces montagnes, sans cependant être aussi bas que le terrein qu'on a été obligé de traverser pour y arriver.

La terre qui forme le fond de ce bassin, est un sable fin, uni & battu, le terrein est sec & aride, les plantes n'y croissent point; la couleur de ce sable est jaunâtre & semble formée en grande partie de la destruction des rochers & des pierres qui environnent cette plage ou bassin, réduites en poussière; le soufre qui s'y trouve aussi en grande quantité réuni avec ce sable, sert sans doute à le colorer.

Les montagnes qui terminent la plus grande partie du bassin, n'offrent que des rochers dépouillés de terre & de plantes; les uns fendus, dont les parties sont brûlées & calcinées, & qui tous n'offrent aucun arrangement & n'ont aucun ordre dans leur position. Ces pierres ont un grain fin, uni, d'un jaune un peu rougeâtre, d'un rouge plus vif, ou d'un jaune plus marqué, suivant les parties qui se trouvent être plus ou moins attaquées par le feu, ou recouvertes d'une plus grande quantité de soufre qui se sublime dans cette partie de la montagne, & dans celle du bassin qui en est proche.

Le côté opposé à celui du bassin que nous venons de décrire, celui du côté de Pouzzoles & que l'on choisit ordinairement pour descendre dans la Solfatare, parce que la pente qui y conduit est plus douce, offre un meilleur terrein, & est garni de châtaigniers qui y viennent bien; aussi n'y voit-on pas de fourneaux pareils à ceux dont nous allons parler, communs dans la partie du bassin que nous venons de décrire.

A plusieurs endroits, vers le lieu que nous appellerons le fond du bassin, on voit des ouvertures, des fentes ou des bouches d'où il sort de la fumée accompagnée d'une chaleur qui brûleroit vivement les mains, sans pouvoir communiquer le feu à du papier, & même à du soufre qu'on y présenteroit.

On peut, sans courir aucun risque, approcher de ces

ouvertures. Les endroits voisins donnent une chaleur qui se fait sentir à travers les souliers ; & il s'en exhale une odeur de soufre désagréable, qui fait vivement tousser, sans cependant tenir de celle du foie de soufre : si dans cette partie on fait entrer en terre un morceau de bois pointu, il sort aussi-tôt de l'ouverture faite par le bâton, une vapeur, une fumée pareille à celle qu'exhalent les fentes formées naturellement dans cette partie du bassin.

Lorsque l'on expose à ces fourneaux une pièce d'or, elle ne s'y ternit point, une d'argent y noircit promptement. Cette vapeur change en rouge la couleur bleue des végétaux. Il se sublime par ces ouvertures du soufre en petite quantité, & un sel connu dans le pays sous le nom de *sel ammoniac*, & qui en a les caractères, ainsi que nous le dirons dans un moment.

Pour se procurer ce sel ammoniac, on arrange sans beaucoup d'attention sur les ouvertures, des tessons de pots, de façon qu'en ne les bouchant pas exactement, la fumée puisse passer à travers les intervalles & déposer sur les tessons le sel qui se sublime ; les gens chargés de ce travail n'ont d'autres précautions à prendre en plaçant les tessons sur les ouvertures, que de se mettre du côté opposé à celui où le vent porte la fumée.

Pour éviter les vapeurs sulfureuses, il faut encore qu'ils détournent la tête, de crainte qu'étant courbés, de petites pierres qui sont jetées avec force par ces ouvertures, ne leur blessent le visage & ne leur fatiguent la vue. Leurs mains ne courent pas le même risque; & leur peu de délicatesse les met à l'abri d'être très-incommodés de la chaleur.

Voici les expériences que j'ai cru devoir faire sur ce sel pour en connoître la nature, beaucoup de voyageurs l'ayant décrit sans l'avoir examiné avec assez d'attention, & plusieurs en ayant parlé différemment.

Je me suis proposé en le soumettant à un nouvel examen, de m'assurer si c'est un véritable sel ammoniac, ou seulement

un ſel ammoniacal; enfin, s'il différoit du ſel ammoniac d'Égypte que l'on obtient par art *(d)*.

Ce ſel tel qu'on le tire de la Solfatare par les moyens que nous venons d'indiquer, eſt blanc tirant ſur le citron. Nous verrons que cette couleur jaune n'eſt dûe qu'à une ſubſtance étrangère qui ſe ſublime avec ce ſel, & qu'elle varie ſuivant que cette ſubſtance ſe trouve jointe en plus ou moins d'abondance avec lui.

On trouve ſur les fourneaux naturels dont nous avons parlé, ce ſel diſpoſé en aiguilles fines de peu de longueur, & le plus ſouvent en flocons légers & ſerrés les uns contre les autres.

Quand il eſt nouvellement tiré, il a une odeur forte d'acide volatil ſulfureux qui ſe diſſipe en le gardant; cette odeur eſt commune à toutes les ſubſtances produites par la Solfatare & par le Véſuve.

Il laiſſe ſur la langue une ſaveur âcre qui la pique vivement, & y fait une ſenſation d'autant plus vive qu'il eſt nouvellement recueilli; c'eſt entièrement celle du ſel ammoniac commun, excepté que l'acide du premier ſel ſe fait plus ſentir. Expoſé à l'air, il n'en attire point l'humidité, & ne paroît point y acquérir de peſanteur.

Il ſe diſſout dans l'eau froide & plus aiſément encore dans l'eau chaude; il donne à l'eau qui le diſſout une foible teinte jaune; cette eau filtrée s'eſt éclaircie, & il eſt reſté ſur le filtre une terre jaune à laquelle l'eau devoit cette couleur; cette eau chargée de ce ſel, après avoir été évaporée, a dépoſé des criſtaux blancs, de forme aſſez régulière & diſpoſés en aiguilles. Ce qui eſt reſté ſur le filtre, outre la terre & quelques parties étrangères, contenoit du ſoufre en aſſez grande quantité.

On ſe ſert auſſi à Naples de ce moyen pour purifier celui qui ſe ſublime ſur les pierres & à différens endroits de la Solfatare; on le fait diſſoudre dans de l'eau de pluie & on la fait évaporer.

(d) Je ne connoiſſois pas quand je ſuivis ce travail ce que l'Académie de Naples avoit déjà fait ſur ce même ſel & dans les mêmes vues. *Voyez l'Hiſtoire du mont Véſuve*, traduite des Mémoires de l'Académie des Sciences de Naples, *p. 222, édit. 1741. Paris, in-12.*

Le ſel ammoniac du Véſuve produit un rafraîchiſſement à l'eau dans laquelle on le diſſout. On ſait que ce phénomène eſt commun avec celui obſervé dans le ſel ammoniac ordinaire *(e)*.

En faiſant évaporer l'eau de cette ſolution, il s'eſt formé des criſtaux blancs ſur les bords du vaſe, qui prenoient la forme des barbes d'une plume, ou qui reſſembloient à des herborisations.

Ce ſel mis ſur une pelle rouge ou ſur des charbons allumés, ſe diſſipe totalement en fumée, ſans auparavant entrer en fuſion : caractère qui, comme on ſait, appartient au ſel ammoniac; il ſe ſublime, & ſi l'on retient ce qui ſe diſſipe, on obtient des fleurs fines & d'un beau blanc. La vapeur de ce ſel ne change point la couleur de l'argent, ni celle des végétaux ; elle porte au nez l'odeur de l'alkali volatil urineux. Ce ſel fait peu d'efferveſcence avec l'acide vitriolique, & moins encore avec l'acide nitreux & avec celui du ſel marin.

J'ai verſé ſur une diſſolution de ce ſel, faite juſqu'à ſaturation, de l'alkali de ſoude, il s'eſt formé un précipité bleu, qui appartient, comme on ſait, à la ſoude, tandis qu'il s'élevoit une vapeur piquante d'alkali volatil. J'ai filtré la liqueur, & après l'évaporation, j'ai obtenu, en petite quantité à la vérité, des criſtaux cubiques qui ont décrépité ſur les charbons, & qui ne diffèrent en rien du ſel marin, & un ſel qui s'eſt toujours criſtalliſé en filets, qui eſt léger, ſoyeux, d'un beau blanc, & qui malgré cette différente criſtalliſation eſt un vrai ſel marin.

L'alkali volatil & l'acide du ſel marin ſe trouvent donc dans ce ſel de la Solfatare : ainſi on eſt en droit de conclure que le ſel ammoniac naturel & produit par le feu ſouterain de la Solfatare, reſſemble à celui d'Égypte. Voyons maintenant ce qu'ont dit les Auteurs ſur le ſel que j'examine ici.

(e) L'Académie de Naples croit que le degré de froid produit par le ſel ammoniac du Véſuve eſt beaucoup plus conſidérable que celui qu'auroit donné la même quantité de ſel ammoniac ordinaire, diſſoute dans une égale quantité d'eau.

M. Geoffroy *(f)* dit que « cette ſuie eſt un vrai ſel marin ; » ou un ſel foſſile diſſous dans l'eau, qui s'élève en vapeur par » le moyen de la chaleur ſouterraine. Les parties aqueuſes s'étant » exhalées dans l'air, les parties de ſel ſe réuniſſent & s'aſſemblent » ſur les côtés des cailloux ſous la forme de fleur de ſel, qui a » un goût ſalé, qui ſe diſſout facilement dans l'eau, qui forme » des criſtaux cubiques, & qui ne paroît point être différent du ſel marin ».

Suivant l'Encyclopédie, au mot *Ammoniac*, « cette ſuie » blanche ou les fleurs ont vraiment un goût de ſel ; elles ſe » fondent dans l'eau & ſe criſtalliſent en cubes qui ne paroiſſent » pas différens de ceux du ſel marin. Ce ſel paroît approcher » beaucoup du ſel ammoniac des Anciens ; & il paroît qu'on » en doit trouver de la même nature dans pluſieurs autres » endroits où il ſe fait des évaporations de ſel foſſile par les feux ſouterrains ».

L'examen du ſel de la Solfatare que nous venons de rapporter d'après nos propres expériences, démontre à n'en pouvoir douter, que ce ſel n'eſt point comme on l'a cru, un ſel marin ; mais entièrement ſemblable au ſel ammoniac ordinaire, puiſqu'il eſt le produit d'un alkali volatil & de l'acide marin [a].

[a] *Voy. Mém. de l'Acad. 1723.*

L'Auteur de la *Metallotheca Mercati*, regarde ce ſel comme un véritable ſel ammoniac. Borelli le croit auſſi : cependant ces deux Chimiſtes ſemblent douter que l'acide marin & un alkali entrent dans la compoſition de ce ſel *(g)*. D'après ce que rapporte l'Académie de Naples, on ne peut encore reconnoître ce qui compoſe ce ſel.

Boërhaave *(h)* dit que le ſel ammoniac foſſile, celui même du Véſuve & les autres, peuvent tirer leur véritable origine de la ſuie & des fuliginoſités des matières végétales & animales qui ſe trouvent dans l'embraſement des volcans.

Boccone [a] & Wallerius [b] l'ont auſſi regardé comme un véritable

[b] *Recherch. &c.*

[a] *Page 344.*

(f) Matière Médicale, *tome I, page 239.*

(g) Voyez les Notes de Pierre Aſſath ſur cette *Metallotheca.*

(h) Élémens de Chimie, *tome I, page 90, édit. in-12.*

véritable sel ammoniac; cependant ce dernier semble dans un autre endroit le confondre avec le sel gemme.

Cartheuser *, en parlant du sel ammoniac, semble ne pas penser qu'il puisse se trouver un sel ammoniac formé seulement par la Nature & par l'effet des Volcans. * page 370.

Nunquàm sal ammoniacum nativum vulgari simile in ullo terrarum angulo repertum fuit, etiamsi Mauritius Hoffmannus tale quid in regno Neapolitano propè puteolos in loco ob sulphureos quos eruerat fumos Solfatara dicto sese invenisse referat (i) formæ externæ cum alius saporis similitudine sine dubio deceptus fuit & flores salis marini, &c.

Cartheuser a repris *Hoffmann* sur un fait qui aujourd'hui est hors de tout doute, & qui n'est pas particulier à la Solfatare, si on en croit plusieurs voyageurs qui assurent qu'en Asie, dans le pays de Boton, il s'y sublime aussi un sel ammoniac dont les habitans font quelque usage *(k)*.

Cartheuser, ainsi que plusieurs Auteurs *(l)*, ont nié que la Nature produisît un véritable sel ammoniac, ne voyant point de matières propres à donner aux volcans l'alkali volatil qui entre dans sa composition; mais un fait confirmé par l'expérience doit être admis, quand on ne lui trouveroit point d'explication.

Je n'entreprendrai point d'éclaircir ici la formation de ce sel ammoniac; on me permettra seulement de rappeler que certains charbons de terre renferment un alkali volatil tout formé, que plusieurs plantes donnent aussi un alkali volatil, & je crois pouvoir ajouter que le sulfureux volatil, très-commun dans cette partie du volcan, pourroit entraîner avec lui des sels qui ne seroient pas susceptibles de se sublimer sans son secours. On pourroit ne plus apercevoir dans les nouvelles combinaisons cet acide sulfureux, parce qu'étant très-volatil, il se dissiperoit le premier: j'espère entrer dans des

(i) *In Actis Laborat. Gymn. Altorff*, p. 199.

(k) M. d'*Herbelot*, Bibliothèq. orientale.

(l) Hermann, *Cynosura Mat. Med. cum notis* J. Boecleri, *Argent.* *1726, in-4.° Tom. I, Part. III;* & une Continuation du même *Boeclerus*, imprimée aussi à Strasbourg en 1729.

détails qui prouveront que des ſels, des ſubſtances terreuſes, &c. qui ne ſe ſubliment pas ordinairement, ſe volatiliſent à la Solfatare, & que ces ſubſtances ſublimées ne ſont plus enſuite ſuſceptibles d'une nouvelle ſublimation. La vive chaleur du feu ſouterrain, l'évaporation, les courans d'air, enfin la quantité de parties volatiles qui ſe trouvent dans les volcans peuvent entraîner & volatiliſer avec elles d'autres ſubſtances qui de leur nature ſeroient très-fixes. Cette remarque qui a déjà été faite par M.rs *du Hamel, Hoffmann, Pott* & *Margraff*, peut fournir matière à des recherches curieuſes *(m)*.

* Volume V, page 232.

Les *Ephemerides Naturæ curioſorum* * annoncent qu'en diſtillant de l'eau de fontaine, en la recohobant ſept à huit fois ſur du ſel marin, & la faiſant criſtalliſer au feu à chaque fois, il devient à la fin volatil. Ne pourroit-on pas étudier ce qui a pu arriver au ſel marin, dans le volcan; & parvenir à le volatiliſer, en devinant & imitant la marche de la Nature?

Hoffmann (n) a dit que ſi l'on joignoit à du ſel ammoniac une certaine quantité d'acide marin & d'acide nitreux, ce ſel exposé à un feu violent s'évaporoit avec eux, & qu'il n'en reſtoit aucun veſtige. Je m'abſtiens ici de former aucune conjecture, mais ce fait mériteroit d'être ſuivi.

J'aurois deſiré trouver des deſcriptions étendues du ſel ammoniac des anciens, pour leur comparer ce ſel naturel; mais les auteurs de ce temps ne nous en ont laiſſé que de très-imparfaites; je puis ſeulement aſſurer, d'après celles que nous trouvons dans Dioſcoride, Serapion, Avicenne, Pline, que celui-ci ne reſſemble en rien au ſel ammoniac naturel qu'ils ont décrit.

Ce ſel ne peut être confondu avec le *natrum* des anciens, puiſque ce dernier eſt un alkali fixe naturel, ſemblable à la ſoude.

On ne fait à Naples aucun uſage en Médecine de ce ſel ammoniac, on ne s'en ſert que dans la purification des métaux;

(m) *Voyez* dans les *Mémoires de l'Académie, année 1735*, celui de M. du Hamel ſur le Sel ammoniac.

(n) Obſervations phyſiques & chimiques, *tome I.er, page 246.*

quelques personnes cependant ont de lui une trop haute idée, puisqu'elles le croient le véritable sel ammoniac des anciens, & le seul propre au grand œuvre. Je me suis servi à Paris, avec succès, de ce sel pour l'étamage, en l'employant de même que le sel ammoniac d'Égypte.

Je crois n'avoir rien laissé à desirer sur le sel ammoniac que l'on tire de la Solfatare; passons à la fabrique du sel d'alun que ce lieu fournit aussi *(o)*.

On trouve sur plusieurs des pierres qui environnent la Solfatare, des filets d'alun qui y a fleuri naturellement.

Une partie de ces pierres, dans un côté de la montagne où sont les fourneaux dont nous avons parlé, & par conséquent le sel qu'elles contiennent & qui y fleurit naturellement, sont lavées par les pluies, l'eau qui dissout les sels d'alun retombe dans le bassin ou dans cette partie basse de la Solfatare, & imprégne de ce sel d'alun les terres qui en forment le sol.

Pour en retirer encore une plus grande quantité, on prend de la terre & des pierres qui environnent la Solfatare, & on les répand sur la superficie du bassin pour que la chaleur souterraine les y réduise totalement en chaux, & que les exhalaisons de l'air, en séparant ses parties, les fassent fuser. Ces pierres désunies n'ont plus besoin que d'être lavées, pour que l'eau s'imprégnant de tous les sels qu'elles contiennent, on puisse aisément se les procurer en la faisant évaporer *(p)*.

On conçoit qu'il faut prendre cette chaux dans un certain temps pour en retirer tout l'alun qu'elle contient; qu'une pluie trop continue, quand la pierre est réduite en petites parties, suffiroit pour dissoudre l'alun & diminuer la quantité de sel qu'elle auroit dû donner. Il est aisé de voir que la Nature se charge ici des premières opérations auxquelles on supplée par art à Civita-vecchia où l'on emploie des fourneaux à la calcination des pierres, j'en parlerai dans un autre Mémoire sur les alumières de Civita-vecchia.

Les pierres & la terre que l'on prend pour en retirer l'alun,

(o) Voyez Matière Médicale, *tome I, page 224.*

(p) Voyez Histoire du Vésuve du P. *de la Torre, page 275.*

se séparent donc en les laissant à l'air, & pour lors deviennent beaucoup plus divisées & réduites à peu près à la grosseur d'un sable fin.

Cette terre est grise ; il s'y trouve cependant encore des pierres qui n'ayant point souffert la même calcination, ou qui, étant d'une nature différente, ne se sont point réduites en poussière comme les autres. Quelques Auteurs *, entre autres Leander Alberti, disent qu'on calcine les pierres dans des fourneaux, comme on le pratique à Civita-vecchia, je n'ai pas vu ces fourneaux.

* Voy. Hist. di tutta l'Italia.

Celles qui contiennent de l'alun, laissent un goût stiptique sur la langue; & l'acide qu'elles contiennent s'y fait sentir vivement.

Pour retirer l'alun que contient cette terre, on la porte sous un hangar sous lequel on a disposé au milieu une auge de plomb, haute de quatre pieds, large de neuf sur quatre.

On jette dans cette auge la terre d'alun, & dessus une certaine quantité d'eau. On la laisse ainsi pendant vingt-quatre heures, l'eau surnageant la terre; on a l'attention de remuer la terre de temps en temps pour aider à la dissolution des sels. Lorsque l'on juge que l'eau a dissous la partie saline, on ôte cette terre & on fait la même opération sur de nouvelle, si on veut la charger davantage de sel & précipiter l'opération. On prend cette eau & on la jette dans des chaudières disposées autour de l'auge dont nous parlons; ces chaudières sont, ainsi que l'auge, posées à fleur de terre sur des fourneaux naturels, semblables à ceux dont nous avons déjà parlé, qui donnent une chaleur assez considérable pour faire évaporer l'eau qu'elles contiennent. Je l'ai vu monter à 30 degrés du thermomètre de M. *de Reaumur*, on m'a dit que cette chaleur varioit, & quelle étoit quelquefois plus considérable.

On jette toujours dans la chaudière de nouvelle eau chargée de sels jusqu'à ce qu'à la langue, ou même à la vue simple, on l'en croie assez chargée pour la faire évaporer. C'est un caractère très-aisé pour reconnoître si l'eau l'est suffisamment, que de regarder lorsqu'il commence à s'en cristalliser sur sa

ſuperficie, s'il ſe fait une pellicule : car le ſel ſe forme à la ſurface de l'eau & ſe précipite enſuite dans le fond de la chaudière; on puiſe pour lors l'eau de dedans les chaudières, & on la jette dans des baquets où elle ſe criſtalliſe.

On ſe ſert pluſieurs fois de la même eau pour faire diſſoudre de nouveaux ſels, dans la vue de ne point perdre ceux qu'elle tient déjà en diſſolution; on jette comme inutile la terre qui a donné des ſels, & on recommence cette même opération ſur de nouvelle.

Il m'a paru que l'alun faiſoit pour la ville de Naples un commerce peu conſidérable, je ne crois pas qu'on tranſporte au loin l'alun de la Solfatare, parce qu'il eſt moins pur que celui de Civita-vecchia, & par conſéquent moins propre aux teintures & aux uſages auxquels eſt deſtiné ordinairement le ſel d'alun. Je le crois plus chargé de vitriol martial : pour l'épurer & l'avoir en criſtaux mieux formés, on fait fondre les premiers criſtaux & on en obtient de plus beaux par une ſeconde criſtalliſation. J'ai pris de la terre de la Solfatare & des pierres qui, calcinées & lavées, m'ont donné des criſtaux d'alun; en y jetant de l'acide vitriolique, il ne s'eſt preſque point fait d'effervefcence; j'ai lavé cette terre avec ſoin, & après lui avoir donné de l'acide vitriolique, j'ai encore obtenu de nouveaux criſtaux d'alun en aſſez grande quantité.

Pline cite l'alun que l'on retiroit de la Solfatare; pluſieurs Hiſtoriens anciens en ont auſſi fait mention.

L'examen que j'ai été à portée de faire des pierres qui donnent l'alun à la Solfatare, & celui des pierres de la Tolfa, proche Civita-vecchia, dont on retire le même ſel, m'ont mis en état de croire que l'origine de ce ſel eſt la même dans ces deux endroits, que ce ſont les mêmes pierres qui le produiſent, quoiqu'elles ſe préſentent même à l'œil ſous un aſpect différent.

Les pierres de la Soltafare n'ont pas un grain auſſi fin; elles ne ſont pas auſſi dures, & paroiſſent plus mêlées & plus hétérogènes que celles de Civita-Vecchia; elles contiennent

beaucoup plus d'alun proportionnément à leur maſſe que celles de Civita-Vecchia : cependant il me paroît que la nature de ces pierres eſt à peu-près la même, & qu'ici ſeulement le feu ſouterrain a déjà produit le même effet que les calcinations, répétées avec le ſecours des fourneaux, procurent aux pierres de la Tolfa, pour les réduire en chaux.

On a élevé ſous le hangar & ſur les bouches dont nous avons parlé, des eſpèces de cheminées faites en pierres, ouvertes en pluſieurs endroits dans le deſſein de faire circuler & retenir les vapeurs très-communes dans ce lieu, & de les laiſſer échapper par ces ouvertures.

Elles imprégnent les pierres voiſines, en y dépoſant un ſel vitriolique & martial; on l'enlève quand il s'y eſt raſſemblé en ſuffiſante quantité; on y trouve auſſi de l'alun qui s'y criſtalliſe.

Enfin on retire encore du ſoufre de la Solfatare, & on lui donne l'apprêt dans l'endroit de ce baſſin qui ſert d'entrée, & où, comme je l'ai dit, il ne ſe trouve point de fourneaux.

On creuſe & on tire des pierres vers la partie de la Solfatare où ſont les fourneaux; on les porte au lieu deſtiné à tirer le ſoufre qu'elles contiennent.

Ces pierres ne ſont qu'un amas de terre sèche & réunie, qui acquiert un peu de ſolidité quand elle a été quelque temps expoſée à l'air; elles ſont d'une couleur griſâtre, parſemées de parties brillantes qui dénotent celles du ſoufre criſtalliſées entre celles de la pierre; elles ſe réduiſent aiſément en poudre; on reconnoît à l'odorat le ſoufre qu'elles contiennent; miſes ſur une pelle rouge, elles s'enflamment; le ſoufre ſe fond; la pierre ſe diviſe, pétille & ſaute par éclats en continuant à brûler; elle répand l'odeur de ſoufre & la couleur propre à la flamme de ce minéral; il reſte pour lors une terre blanche qui n'a aucune ſaveur & qui s'attache ſur la langue.

J'aurois deſiré ſavoir combien une certaine quantité de cette terre fourniſſoit de ſoufre, mais je n'ai rien eu de précis; ſouvent ma terre m'a donné un quart de ſoufre, quelquefois moitié de ſa peſanteur, & d'autres fois ſeulement un ſixième,

ſuivant qu'elle en étoit plus ou moins chargée : celle qui contient le ſoufre, n'eſt point attaquable par les acides.

Les fourneaux deſtinés à retirer le ſoufre de la terre avec laquelle il ſe trouve mêlé, ſont conſtruits en mortier de terre franche; chaque fois qu'on fait ſublimer le ſoufre d'une nouvelle terre, on établit un fourneau ſur les pots qui la contiennent; ainſi nous devons expliquer comment on les arrange, avant que de parler de la conſtruction du fourneau.

Les pots qui ſervent pour cette ſublimation, ſont de terre cuite, & propre à réſiſter au feu; il y en a de deux ſortes, ſuivant qu'ils ſont deſtinés à contenir la terre, ou à recevoir le ſoufre qui s'en doit ſublimer.

Les premiers ont une ouverture à leur partie ſupérieure, qui peut ſe fermer avec un couvercle de la même matière que le pot; on les emplit environ aux trois quarts de terre propre à donner du ſoufre, on les couvre & on lute le couvercle; ce pot a une petite ouverture vers le quart de ſa hauteur, en commençant par ſa partie ſupérieure; elle eſt propre à recevoir un tuyau auſſi de terre; trois pots ainſi arrangés, doivent répondre à un ſeul pot ou récipient : pour cela, il faut ſeulement que les tuyaux des deux pots qui accompagnent celui qui ſera placé au milieu de ces deux, ſoient plus longs que le tuyau de ce dernier.

Le récipient a trois ouvertures propres à recevoir ces trois tuyaux; celui du pot du milieu eſt placé un peu plus haut que les deux tuyaux des deux pots qui ſont proches de lui, ils entrent un peu dans le récipient.

Cette eſpèce de pot diffère des autres, en ce que celui-ci eſt couvert totalement en deſſus; il n'a d'un côté que les trois ouvertures dont nous venons d'indiquer l'uſage, & au côté oppoſé deux autres; l'une à ſa partie inférieure, la ſeconde aux trois quarts vers la partie ſupérieure: nous parlerons dans un moment de leur utilité.

Les trois pots ainſi arrangés avec leur récipient, on diſpoſe trois autres pots & un récipient; & ſouvent douze pots ſont ainſi placés ſur une même ligne; on en arrange encore douze

autres de l'autre côté du fourneau, & on construit le fourneau sur ces pots, de façon que le mur reçoive les récipiens, & qu'une moitié des pots soit dehors du fourneau, l'autre étant dans l'épaisseur du mur & un peu en dedans; tandis que les pots qui contiennent la terre, sont entièrement dans le fourneau.

Les fourneaux sont plus ou moins longs, suivant la quantité de pots dont on les garnit; ils ont quelquefois jusqu'à dix-huit pieds de longueur & cinq pieds de largeur, & sont élevés de terre de deux pieds & demi environ ou trois pieds; il faut qu'ils aient assez de hauteur pour que la voûte se trouve au-dessus des pots, & laisse un espace à la flamme qui doit les entourer; on ne forme qu'une porte que l'on place sur un des côtés de la largeur du fourneau; elle est destinée au service du fourneau, & à y introduire le bois pour le chauffer.

A l'autre extrémité du fourneau, environ aux trois quarts de sa longueur depuis la porte, on a percé la voûte pour y placer un pot ou tuyau de terre ouvert des deux côtés, qui, servant de cheminée au fourneau, est destinée au passage de la fumée.

Le fourneau construit, on allume le feu que l'on doit modérer dans les commencemens, cette chaleur ne devant servir qu'à achever de sécher le fourneau, & à indiquer les crévasses qui pourroient s'y être formées, pour que les ouvriers les puissent boucher & réparer avec la terre grasse dont le fourneau a été construit, on augmente ensuite le feu; le soufre se sépare de la terre, se sublime, monte par les tuyaux qui le portent au récipient sous l'état de vapeurs qui s'y condensent & retombent dans ce vase; on le continue jusqu'à ce que l'on s'aperçoive qu'il n'y monte plus de soufre.

Chaque récipient a encore deux ouvertures pratiquées du côté qui se trouve dehors le fourneau; l'une vers le quart de sa hauteur depuis sa calotte; elle sert seulement à donner l'issue aux vapeurs qui s'échappent de la terre & qui briseroient les pots si on les y retenoit; l'autre, beaucoup inférieure à celle-ci, sert seulement à tirer des récipiens le soufre qu'ils contiennent.

Avant

Avant que ce ſoufre ait pris de la ſolidité dans les récipiens, on les retire; & lorſque l'on ôte le bouchon inférieur, le ſoufre coule dans des baquets; cette opération ſe fait ordinairement dans une chambre peu vaſte, qui ſert auſſi à contenir les uſtenſiles propres à cette fabrique: un ouvrier le verſe dans de plus petits cuviers ou ſeaux, où on le laiſſe ſe figer, pour ne le retirer que lorſqu'il a pris la forme de ce moule; on enlève les cercles qui retenoient le ſeau, & après avoir ôté les douves qui ſervoient à le former, le ſoufre tombe; on le caſſe par morceaux pour le pouvoir tranſporter & le débiter.

On peut, ſi on le deſire, donner différentes autres formes au ſoufre; celui que nous avons en France, a été fondu de nouveau, & coulé dans des moules qui s'ouvrent pour en laiſſer ſortir le ſoufre, auquel il doit la forme que nous lui voyons: les Marchands l'appellent *ſoufre en canon*. Il m'a été facile, comme je l'ai dit, de retirer le ſoufre de la terre qui en contenoit, en le faiſant ſublimer, & de répéter en petit la même opération qui ſe fait en grand à la Solfatare.

J'ai trouvé des pierres ſur leſquelles les feux ſouterrains avoient par ſublimation dépoſé une croûte de ſoufre criſtalliſé. Les ouvriers rejettent celle-ci, parce que le ſoufre ne faiſant point la partie principale de la pierre, ils ne gagneroient pas à les mettre dans leurs pots pour la faire ſublimer *(q)*.

Les pierres de ſoufre ſont auſſi ordinairement très-chargées d'alun; & je ne doute pas qu'après la ſublimation du ſoufre, on ne pût encore par les lavages, ainſi que nous l'avons expliqué, en retirer auſſi l'alun qu'elles contiennent.

Pline parle auſſi du ſoufre qui ſe retiroit de la Solfatare: *Invenitur ſulphur in Neapolitano Campanoque agro collibus qui vocantur Leucogæi, quod e cuniculis effoſſum, perficitur igni, &c* *.

* *Hiſt. Nat. lib. 35, cap. 15.*

La vapeur que l'on reſpire dans ce baſſin, tient beaucoup d'un acide ſulfureux très-développé, mais auquel ſe ſeroit

(q) Les ouvriers diſent que ces pierres ne contiennent plus qu'un ſoufre détruit; au contraire ce ſoufre étant ſublimé ſur ces pierres eſt plus parfait, mais il ne fait pas la maſſe principale de la pierre, & ne s'y trouve pas en aſſez grande quantité pour mériter d'en être retiré.

joint la vapeur de l'acide marin; on la ſent quand le vent la porte juſqu'à Naples.

Pour ne rien oublier de ce qui ſe voit en cet endroit, j'ajouterai que dans le milieu du baſſin où l'on a creuſé de quelques pieds, les ouvriers, pour gagner quelque argent, donnent aux Curieux un petit ſpectacle qui conſiſte à laiſſer tomber une groſſe pierre qui occaſionne ſur le terrein un bruit ſemblable à celui d'un coup de canon. En frappant ſeulement le terrein avec le pied, on peut s'aſſurer aiſément qu'il eſt creux en deſſous.

Si l'on traverſe le côté de la montagne le plus garni de fourneaux & qu'on la deſcende, on trouve des laves, des pierres ponces, des écumes de volcans, &c. enfin tout ce qui, par comparaiſon avec les matières que donne aujourd'hui le Véſuve, peut démontrer que la Solfatare a formé la bouche d'un volcan.

Il y a auſſi au bas de la côte des ſources d'eaux chaudes qui ſont très-ſtiptiques & alumineuſes; les Anciens les connoiſſoient ſous le nom de *Leucogæi fontes*, & en vantoient les vertus [a]: & plus loin de pareilles eaux ſtiptiques & ſoufrées, la fameuſe ſource appelée *Piſciarelli*, dont on s'eſt ſervi pour y pratiquer des bains chauds, que l'on ordonne avec ſuccès pour les maladies de la peau, &c.

[a] *Plin. Lib. XXXI, cap.* 2.

De ce même côté eſt le *Monte-Nuovo*, qui, ſuivant les Hiſtoriens, fut formé en une nuit en 1538, le même que *Ray's Diſcurſes* [b] appelle le *Monte-di-Cinere;* les laves qui forment des lits & ſont diſpoſées par couches preſque horizontales dans l'intérieur de cette montagne, les pierres brûlées, & les laves que l'on trouve vers le bas où elles ont roulé; enfin (malgré cet ordre qu'affectent les laves qui ſe trouvent dans cette montagne) la confuſion des autres matières qui la compoſent, dénote aſſez qu'elle doit ſon origine aux efforts du volcan avant ſon éruption.

[b] *Page 12.*

Je crois qu'après avoir vu la Solfatare & les matières qui donnent lieu aux différens travaux qui s'y font, ſi on examine les pierres des environs, on ſe refuſera avec peine

à l'idée qui se présente naturellement de regarder la Solfatare comme les restes d'un ancien volcan qui n'est pas encore tout-à-fait éteint. Quoique les historiens ne nous rapportent aucuns faits qui puissent appuyer cette conjecture que beaucoup d'autres ont faite avant moi, on en sera convaincu, si l'on veut comparer cet endroit & les matières qui s'y trouvent avec celles que produit le Vésuve : ce bassin a souvent changé de forme, on peut conjecturer qu'il en prendra encore d'autres différentes de celle qu'il offre aujourd'hui; ce terrein se mine & se creuse tous les jours; il forme maintenant une voûte qui couvre un abyme, le son que rend cette partie quand on marche dessus ou que l'on y frappe, l'indique assez. Si cette voûte que nous nous représentons maintenant former le dessus du bassin, s'affaissoit, il est probable que se remplissant d'eau elle produiroit un lac qui tiendroit la place du lieu que nous examinons.

Il sera difficile, sans doute, de reconnoître la marche de la Nature dans les premiers moyens qu'elle emploie pour former à la Solfatare les différentes matières dont nous avons parlé; mais, ne peut-on pas au moins juger qu'étant formées, elles s'y subliment ainsi?

Le sel ammoniac & tous les sels qui auront des parties volatiles, s'exhaleront à une foible chaleur; celle des fourneaux suffira pour leur en procurer la sublimation; ainsi ces sels seront les premiers produits des feux souterrains; l'acide sulfureux que l'on y respire, prouve qu'il est un des plus volatils.

Le soufre exige une plus grande chaleur quand il est joint à une terre de laquelle il faut le tirer par sublimation; & pour lors, il faut la chaleur du bois enflammé pour se le procurer, ou un feu aussi violent, comme l'est quelquefois celui que les bouches donnent. Je ne doute pas qu'il ne s'en exhale continuellement de ces bouches, & qu'il ne fût possible de le retirer: mais les soins qu'exigeroient les moyens qu'il faudroit employer, ne seroient pas récompensés par un profit assez grand.

L'alun est tout formé dans les pierres ordinairement voisines

des volcans, ces pierres lui fourniſſent une baſe. Quand il ne fleurit pas naturellement, & que l'on veut retirer le ſel que contiennent ces pierres, il faut un feu ou naturel ou artificiel pour les réduire en chaux; & ainſi en diviſant toutes les parties de la pierre qui le renferme, on les met dans le cas d'être attaquées par l'eau que l'on ajoute, qui s'empare des ſels, & donne enſuite par ſon évaporation un moyen aiſé de ſe procurer le ſel pur.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

VUE de la Solfatare.

A A. Partie de la montagne où ſont les fourneaux.

B R H. Baſſin de la Solfatare.

B. Lieu où l'on fait l'alun.

R. Partie la plus creuſe du baſſin où, lorſqu'on frappe principalement en *R*, on entend un bruit comme un coup de canon: aux environs de cet endroit on met la pierre d'alun pour s'y calciner & y *fuſer*.

H. Pierre de ſoufre.

a a. Partie de la montagne où ſont des châtaigniers qui y viennent bien.

b. Fourneaux où ſe ſublime le ſoufre.

c. Cahute où ſont les vaiſſeaux pour le ſervice du fourneau où l'on fait ſublimer le ſoufre, & où l'on conſerve les vaſes propres à le retirer de ſa terre.

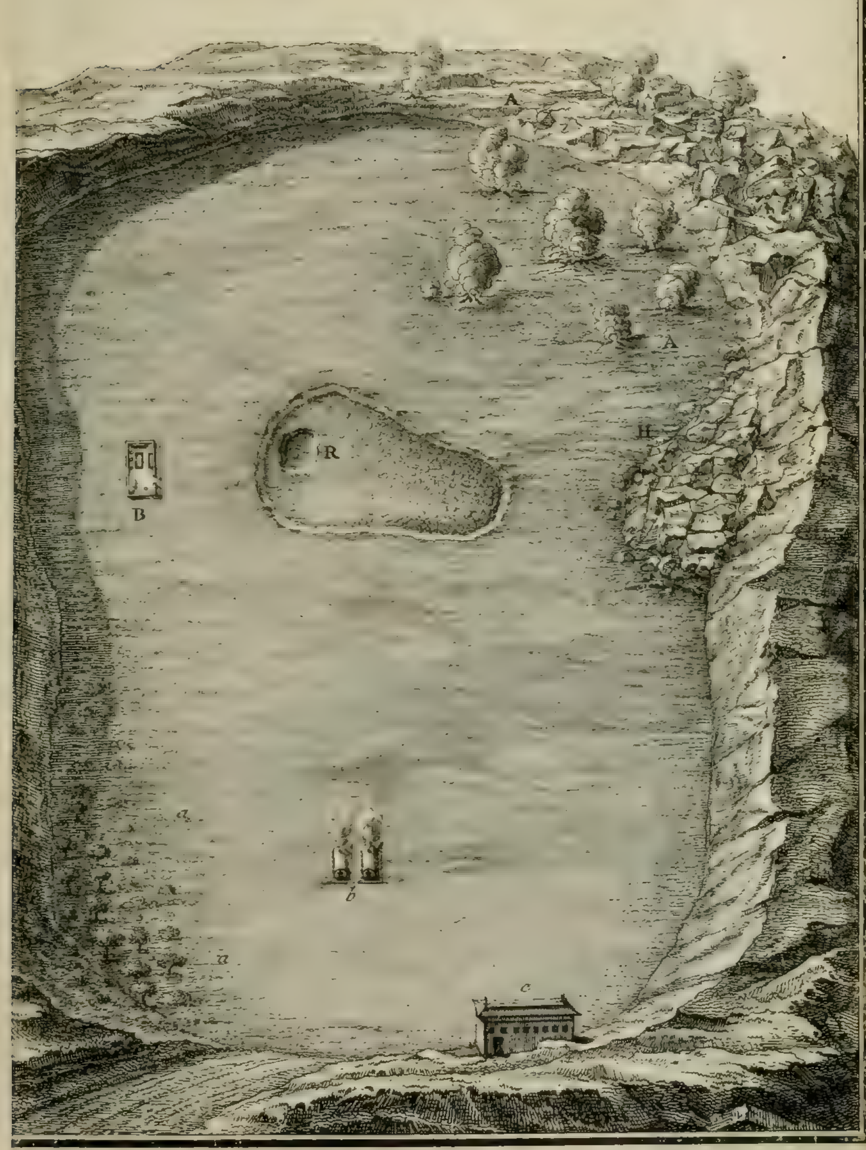
PLANCHE II.

Figure 1. Fourneau naturel repréſenté plus en grand, où l'on voit la façon dont on arrange les teſſons de pots ſur les ouvertures de la montagne pour y obtenir le ſel ammoniac.

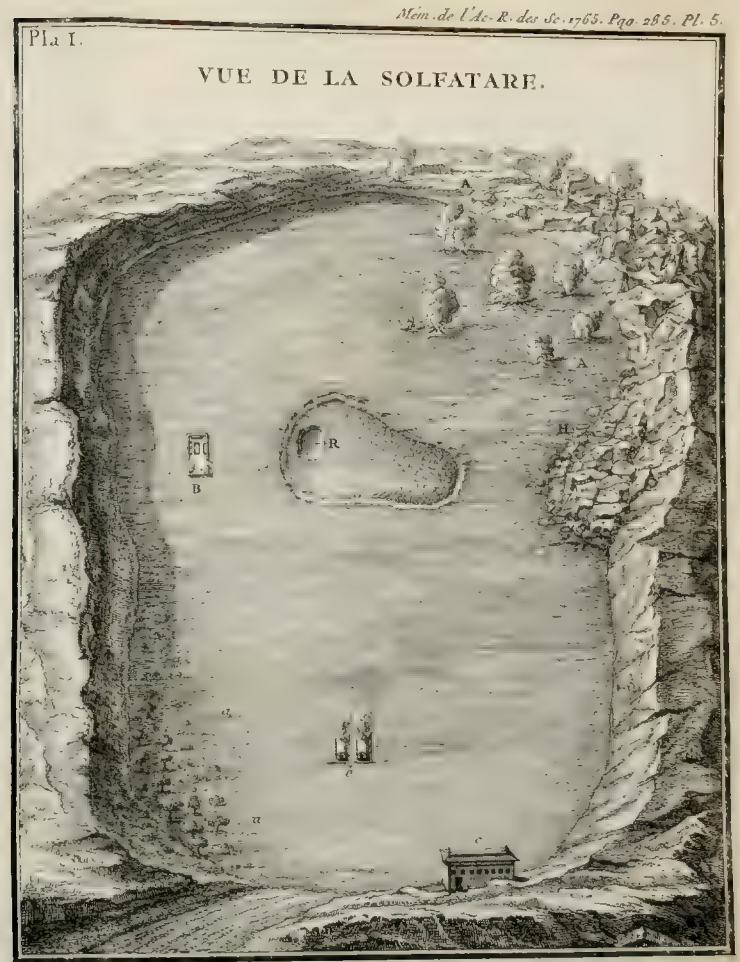
Figure 2, B B. Plan de la chambre où l'on fait criſtalliſer l'alun.

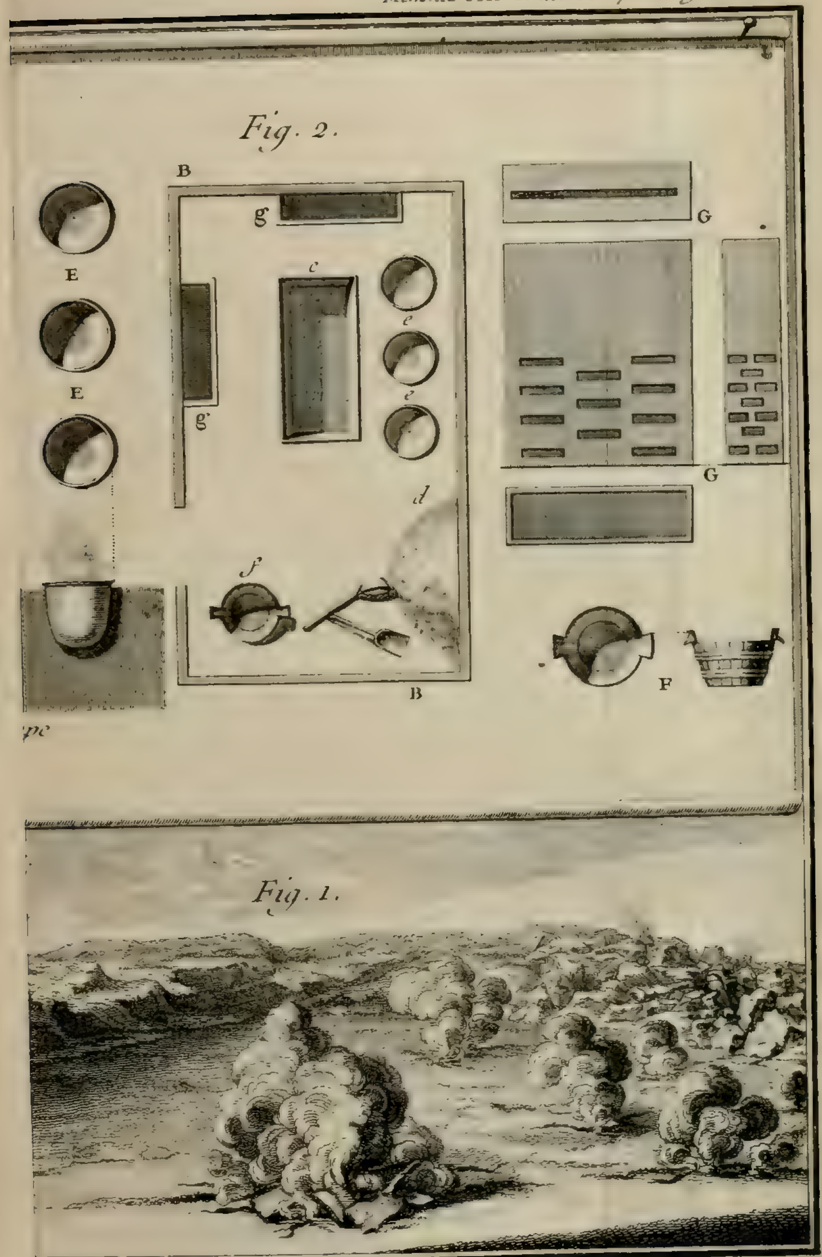
c C. Baſſin dans lequel on met l'eau où l'on jette la terre d'alun pour que les ſels puiſſent s'y diſſoudre: ce baſſin eſt placé ſur un endroit échauffé par le feu ſouterrain.

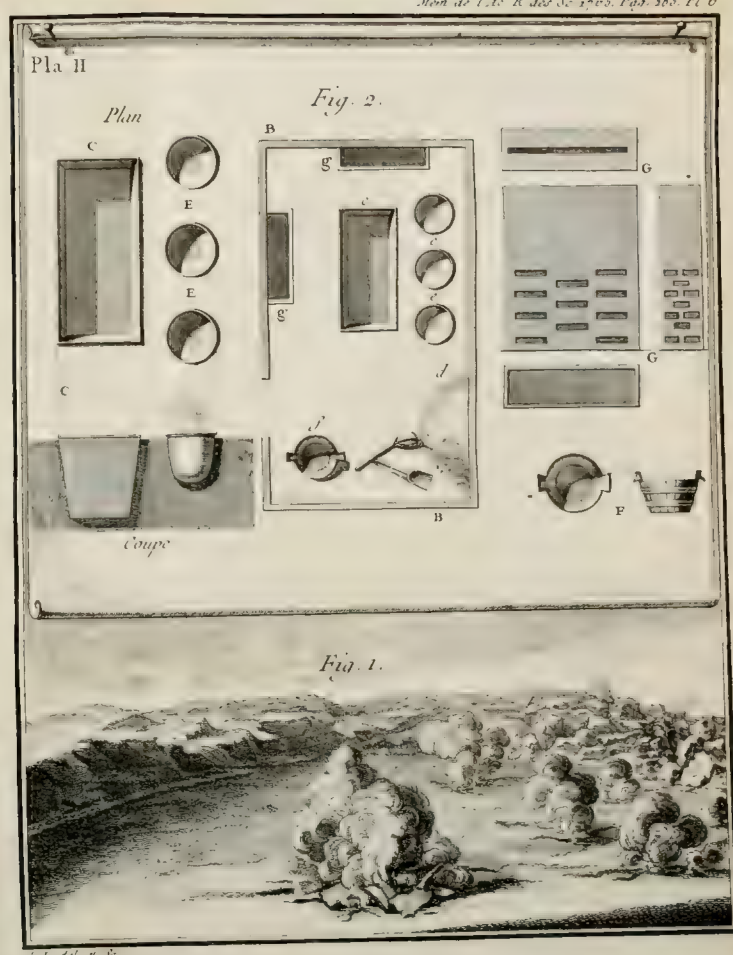
d. monceau de terre d'alun.

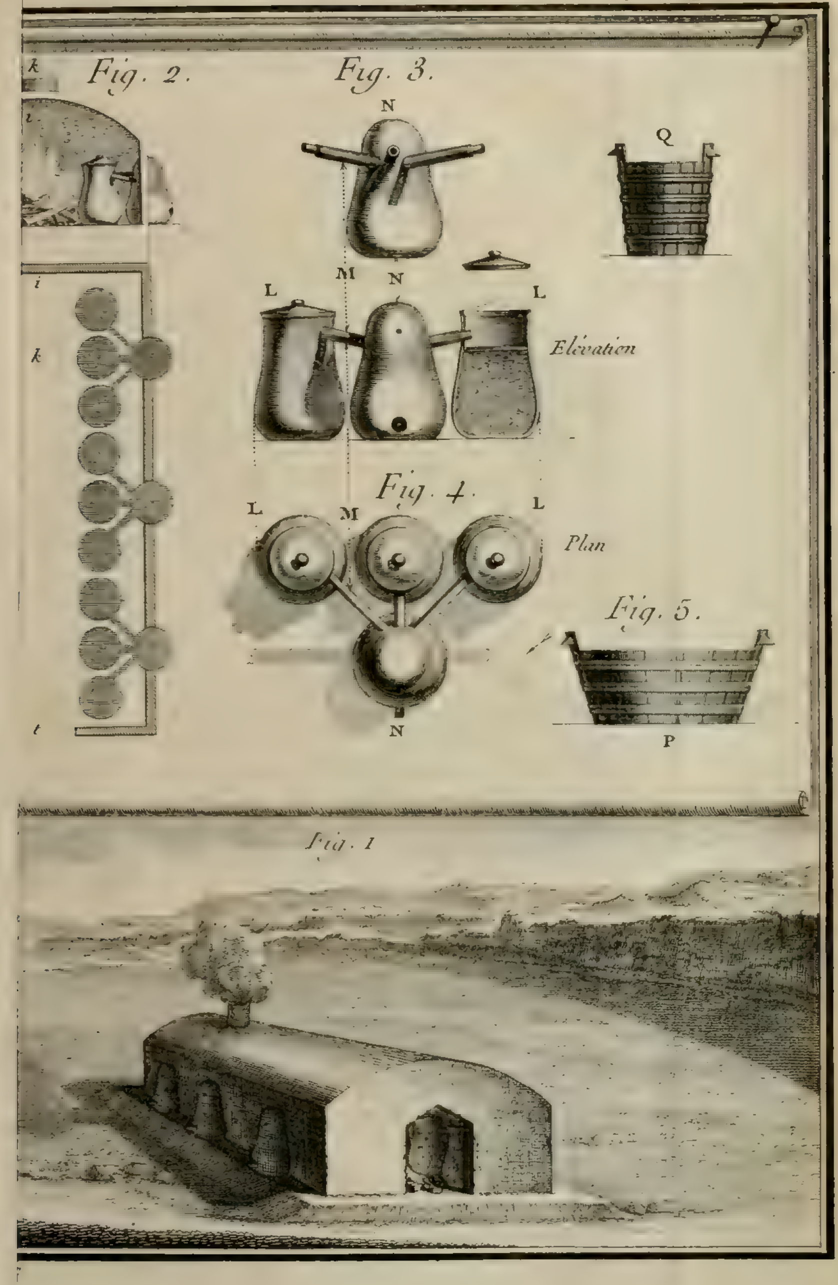


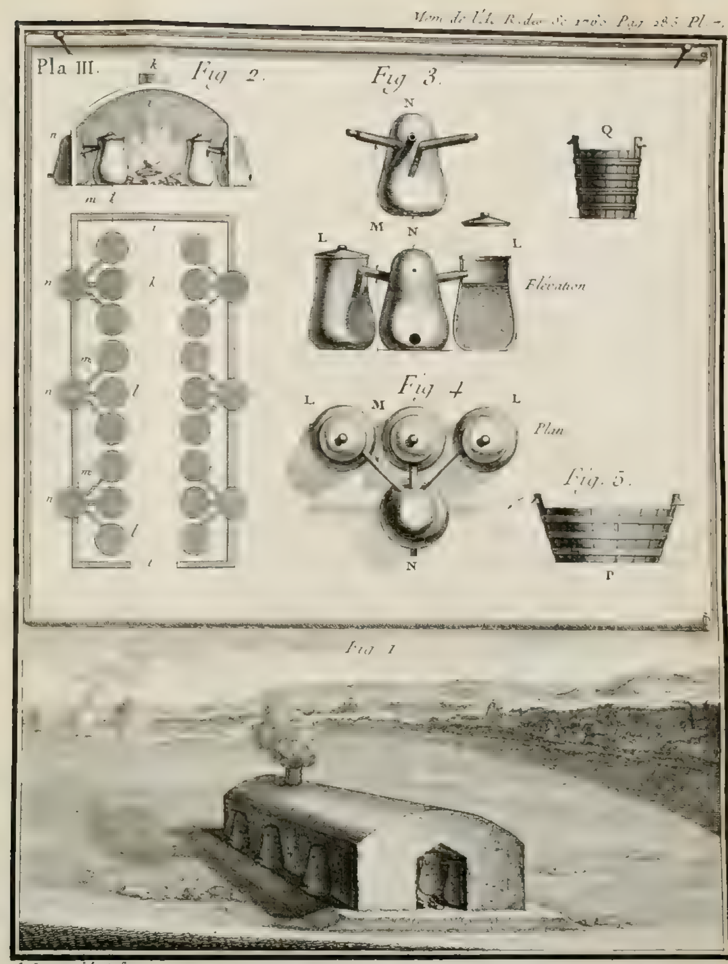
Sculp.


Mém. de l'Ac. R. des Sc. 1765. Pag. 285. Pl. 5.
Pl. I.
VUE DE LA SOLFATARE.
A
A
H
R
B
C


Fig. 2.
B
g
E
c
e
E
g
e
e
d
f
B
G
G
F
Fig. 1.


Pla II
Fig. 2.
Plan
B
C
g
G
E
E
c
g
e
e
G
d
C
d
B
F
Coupe
Fig. 1.


Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 1
N
Q
M
N
L
L
Elévation
L
M
L
Plan
N
P
k
i
i
k
t



J. Ingram del. et Sc

e e, E E. Chaudières placées & échauffées chacune par le feu souterrain. L'eau chargée de sel d'alun s'y évapore & s'y cristallise.

f F. Cuvier où l'on jette ensuite l'eau chargée de sel d'alun, lorsqu'elle a été assez évaporée pour la cristallisation des sels.

g g, G G. Espèce de cheminée où il se sublime du sel ammoniac & du vitriol.

G G. Cette même cheminée en élévation & profil.

PLANCHE III.

Le fourneau destiné à l'extraction du soufre & les différens ustensiles nécessaires à ce travail.

Figure 1. Le fourneau en perspective.

Figure 2. Plan & coupe du fourneau.

t. La porte.

k. La cheminée du fourneau.

i. Le fond du fourneau.

n n. Récipiens dans lesquels retombe le soufre; la moitié de ces pots est en dehors, l'autre partie en dedans du fourneau.

l l l. Pots qui contiennent la terre & le soufre.

m m m. Tuyaux de communication des pots *l* au récipient *n*.

Figure 3, L. Pots qui contiennent la terre & le soufre, vus séparément.

M. Tuyaux de communication des pots *L* & du récipient *N*, dessinés ici plus en grand.

N N. Récipient, vu de l'un & de l'autre côté.

Figure 4, L L M N. Assemblage des trois pots *L* & du récipient *N*.

Figure 5, P. Cuvier où l'on jette le soufre dès qu'il est tiré des récipiens *N N;* on ôte les cercles du cuvier & on casse le soufre par morceaux après qu'il s'est détaché des douves du cuvier.

Q. Cuvier d'une autre forme où l'on jette aussi le soufre.



NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES POUR CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL, &c.

TROISIÉME MÉMOIRE,

Dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Équations démontrées dans les deux premiers Mémoires.

Par M. DU SÉJOUR.

ARTICLE PREMIER.

De la nature & du signe des grandeurs qui entrent dans la formule générale, & des préparations de calculs relatives à son usage.

(1.) CE que j'ai démontré dans mon second Mémoire, se ramène à ce qui suit. Soit

r le demi-petit axe de la Terre, que je suppose égal au rayon des Tables.

p le demi-grand axe.

v l'arc de 15^d rectifié.

θ le sinus } de l'inclinaison de l'orbite corrigée. (*§. 3*)
ψ le cosinus }

ξ le cosinus de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, vue du centre de la Terre.

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule.

s le sinus } de la latitude corrigée de l'Observateur (*2.ᵈ Mém. §. 20, Table I*), c'est-à-dire d'un angle qu'il faut substituer à la latitude vraie, & qui se conclut de cette latitude.
c le cosinus }

g le ſinus } de l'angle horaire du Soleil.
h le coſinus }

p le ſinus } de la déclin. du Soleil à l'inſtant pour lequel on calcule.
q le coſinus }

t la tang. } de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire de l'Obſervateur placé au centre de la Terre, à l'inſtant pour lequel on calcule *.
ω le ſinus }
φ le coſinus }

π le ſinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune à l'inſtant pour lequel on calcule.

π' le ſinus de la parallaxe horizontale du Soleil.

$$\zeta = r - \frac{\pi'}{\pi} \times \xi.$$

$$l = r \times \frac{\text{ſin. de la lat. de la ☾ à l'inſtant de la conj. vue du centre de la Terre}}{\text{ſin. de la parallaxe horiz. polaire de la ☾ à l'inſtant de la conjonction}}.$$

$$\gamma = \xi \times \frac{\text{ſin. verſe (mouv. hor. de la ☾ en long. — mouv. hor. du Soleil)}}{\text{ſin. de la parall. horiz. polaire de la Lune à l'inſtant de la conjonct.}}.$$

$$n = \frac{r\xi}{\psi} \times \frac{\text{ſin. (mouv. hor. de la ☾ en long't. — mouv. hor. du Soleil)}}{\text{ſin. de la parall. horiz. polaire de la Lune à l'inſtant de la conj.}}.$$

$$A = \overset{(A1)}{\frac{\psi l}{\zeta}} - \overset{(A2)}{\frac{qs\varphi}{r^2}} + \overset{(A3)}{\frac{cg\rho\omega}{r^3}} + \overset{(A4)}{\frac{ch\rho\rho\varphi}{r^4}}.$$

$$B = \overset{(B1)}{\frac{\theta l}{\zeta}} - \overset{(B2)}{\frac{qs\omega}{r^2}} - \overset{(B3)}{\frac{cg\rho\varphi}{r^3}} + \overset{(B4)}{\frac{ch\rho\rho\omega}{r^4}} + \overset{(B5)}{\frac{bnr}{3600.\zeta}}$$

$$E = \overset{(E1)}{\xi} - \overset{(E2)}{\frac{ps\pi}{r^2}} - \overset{(E3)}{\frac{c\rho qh\pi}{r^4}} - \overset{(E4)}{\frac{\gamma b^2\pi}{3600^2.r}}.$$

* Dans la ſuite de cet Ouvrage, je me ſers ſouvent du terme d'*angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire de l'Obſervateur placé au centre de la Terre.* Comme ce terme pourroit n'être pas familier à pluſieurs Lecteurs, il eſt à propos d'en fixer le ſens : j'entends par cet angle l'angle de l'orbite relative de la Lune avec la droite menée par le centre du Soleil perpendiculairement à l'interſection du diſque du Soleil & du cercle de déclinaiſon de cet Aſtre.

L'on a

Tang. (dist. appar. des centres du ☉ & de la ☾) $= \frac{\pi \zeta \sqrt{(A^2 + B^2)}}{E r}$;

d'où je conclus que si l'on nomme H un angle dont la tangente $= \frac{A r}{B}$, l'équation précédente devient

Tang. (dist. apparente des centres du ☉ & de la ☾) $= \frac{A \zeta \pi}{E \times \text{sin. } H}$.

Dans les calculs, l'on regardera toujours sinus H comme positif.

(2.) L'on n'oubliera pas que la déclinaison du Soleil, à l'instant pour lequel on calcule,

$=$ déclin. du ☉ à l'instant de la conj. $+ \frac{b}{3600} \times$ variation hor. de la déclin. du ☉.

Que l'angle de l'orbite relative, à l'instant pour lequel on calcule,

$=$ Angle de l'orbite à l'instant de la conj. $+ \frac{b}{3600} \times$ variat. hor. du même angle.

(Voy. ci-après §. 4 & 5)

Que la parallaxe horizontale polaire, à l'instant pour lequel on calcule,

$=$ Paral. horiz. polaire à l'instant de la conj. $+ \frac{b}{3600} \times$ variat. hor. de la paral.

Pour éviter la confusion dans les calculs que l'on sera obligé de faire par la suite, l'on a eu soin de mettre au-dessus des termes qui composent les formules, une lettre & un chiffre. La lettre indique la quantité, dans l'expression de laquelle se trouve le terme en question, le chiffre indique le rang de ce terme; ainsi, par exemple, *(A 3)* qui se trouve au-dessus du terme $\frac{c g \rho \omega}{r^3}$ indique 1.° que ce terme entre dans l'expression de A, 2.° qu'il est le troisième terme.

Il est aisé de voir que dans la plupart des termes qui composent les quantités A, B, E du §. *1*, il y a une partie constante & une partie variable, soit relativement aux différens parallèles terrestres, soit relativement aux angles horaires. Dans la suite des calculs, lorsque nous évaluerons la partie constante de

de chacun de ces termes, nous ſurmonterons cette expreſſion, d'une lettre & d'un chiffre avec une virgule. La lettre indique la quantité dans l'expreſſion de laquelle ſe trouve le terme en queſtion, le chiffre indique le rang de ce terme, & la virgule fait voir que ce n'eſt qu'une fraction.

(3.) L'on peut ſuppoſer, ſans erreur appréciable, que la différence des ſinus de latitude de la lune (à l'inſtant de la conjonction & une heure après la conjonction) eſt à la différence des arcs de latitude correſpondans aux mêmes inſtans, dans le rapport de la différentielle du ſinus de la latitude de la Lune à la différentielle de la latitude. Mais différentielle du ſinus d'un arc quelconque $=$ différentielle de l'arc $\times \frac{\text{coſinus de l'arc}}{\text{rayon}}$; la formule du §. *5* du ſecond Mémoire, d'où l'on a conclu l'inclinaiſon de l'orbite corrigée, peut donc ſe changer en celle-ci:

$$\text{Tang. de l'inclin. de l'orbite cor.} = r \times \frac{\text{mouvement horaire de la Lune en latitude}}{\text{ſin. (mouv. hor. de la ☾ en long. — mouv. hor. du ☉)}}$$

$$= \frac{r^2 \times (\text{mouvement horaire de la Lune en latitude, évalué en ſecondes de degré})}{206265'' \times \text{ſinus (mouvement horaire de la Lune en longitude — mouv. horaire du Soleil)}}$$

(en ſubſtituant au rayon dans le dénominateur de la fraction le nombre de ſecondes de degré qu'il contient lorſqu'on l'évalue en arc de cercle).

Dans l'uſage, nous n'emploierons que cette dernière formule.

(4.) L'on peut conclure enfin des §§. *4* & *8* du ſecond Mémoire, que ſi l'on ſuppoſe

$\Omega =$ coſinus de l'obliquité de l'Écliptique,

$p =$ ſinus, $q =$ coſinus } de la déclinaiſon du Soleil à l'inſtant de la conjonction,

$\theta =$ ſinus, $\psi =$ coſinus } de l'inclinaiſon de l'orbite corrigée, trouvée par le paragraphe précédent,

$\chi = \sqrt{[(q+\Omega) \times (q-\Omega)]}$,

t = tang. } de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire de l'Obſervateur placé au centre de la Terre,
φ = coſinus } à l'inſtant de la conjonction;

l'on aura $t = r \times \dfrac{\frac{\theta \Omega}{r} + \frac{\psi \chi}{r}}{\frac{\psi \Omega}{r} - \frac{\theta \chi}{r}}$.

(5.) Il n'eſt pas difficile de déterminer la variation horaire de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire de l'Obſervateur placé au centre de la Terre, angle que je nomme V; en effet l'on peut ſuppoſer ſans erreur appréciable, que la variation horaire de ſa tangente eſt à la variation horaire de la quantité χ (ſeule variable qui entre dans l'expreſſion de cette tangente), dans le rapport des différentielles de ces quantités. Par les méthodes ordinaires de différentiation l'on parvient à ces équations $dt = \frac{r^3 \Omega d\chi}{(\psi\Omega - \theta\chi)^2}$; $d\chi = \frac{q dq}{\chi}$, donc $dt = \frac{r^3 \Omega q dq}{\chi \times (\psi\Omega - \theta\chi)^2}$; d'ailleurs l'on démontre par les méthodes différentielles, que $r^2 dV = \varphi^2 dt$, & que Différentielle de la déclinaiſon du ⊙ = $- \frac{r dq}{p}$; donc $dV = - \dfrac{\varphi^2 \Omega p q \times \text{diff. déclinaiſon du Soleil}}{r^2 \chi \times (\frac{\psi \Omega}{r} - \frac{\theta \chi}{r})^2}$;

Donc Variation horaire de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire de l'obſervateur $= - \dfrac{\varphi^2 \Omega p q}{r^2 \chi (\frac{\psi \Omega}{r} - \frac{\theta \chi}{r})^2}$ × variat. horaire de la déclin. du Soleil.

(6.) Si l'on compare les valeurs de γ, de n & de la tangente de l'inclinaiſon de l'orbite corrigée, déterminées par les §§. 1 & 3 de ce Mémoire avec les mêmes valeurs données dans le ſecond Mémoire, il ſera aiſé de ſe convaincre que les valeurs du préſent Mémoire ne ſont autre choſe que celles du ſecond Mémoire multipliées par le coſinus de la latitude de la Lune, & diviſées par le ſinus total. Ce léger changement, qui ne produit aucun

effet appréciable dans les résultats, rend cependant ces valeurs géométriquement plus exactes. Soit en effet *C* le centre de la Terre; *K* un lieu quelconque de la Lune dans son orbite composée *TLK;* du point *K*, abaissons sur la ligne *AG* la perpendiculaire *Kh;* supposons, comme nous l'avons fait dans le second Mémoire, que le point *L* est le lieu de la Lune à l'instant de la conjonction, & que *LG* est la perpendiculaire abaissée sur la ligne *AG;* il est sensible, d'après cette construction, que les lignes *LG, Kh* sont les sinus de la latitude de la Lune dans le cercle qui auroit pour rayon la distance de la Lune au centre *C* de la Terre : il faut donc, pour avoir une évaluation cohérente, déterminer la valeur de *Gh* par rapport au même rayon. Des points *G, h, K,* menons au point *C* les droites *CG, CK, Ch,* il est évident que l'angle *GCh* mesure le mouvement composé en longitude, que l'angle *hCK* exprime l'angle de la latitude, & que la droite *Gh* est le sinus de l'angle *GCh* dans un cercle dont le rayon égale *Ch;* mais *Ch : CK ::* cosin. lat. ☾ : sin. total; donc si l'on prend *CK* pour sinus total, *Ch* = cosin. lat. ☾, & conséquemment $Gh = \frac{\text{sin. (mouv. composé en long.)} \times \text{cos. lat. ☾}}{\text{rayon}}$. Fig. 6.

Nous avions supposé, dans le second Mémoire, que *Gh* = sin. (mouvement composé en longitude) dans un cercle dont le rayon seroit égal à la distance de la Lune au centre de la Terre, ce qui, comme on le voit, n'est pas rigoureusement exact; l'on sent maintenant la raison pour laquelle nous avons multiplié par $\frac{\xi}{r}$ les valeurs de γ, de n & de la tangente de l'inclinaison de l'orbite corrigée, tirées du second Mémoire, afin d'avoir une valeur plus exacte de ces quantités.

(7.) Lorsque l'on veut calculer une éclipse de Soleil, les Tables astronomiques donnent les élémens suivans.

Heure de la conjonction vue du centre de la Terre.

Point de l'Écliptique dans lequel arrive la conjonction.

Mouvement horaire du Soleil en longitude.

Mouvement horaire de la Lune en longitude.

Latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, vue du centre de la Terre.

Mouvement horaire de la Lune en latitude.

Parallaxe horizontale de la Lune pour le pôle, à l'inſtant de la conjonction *.

Variation horaire de la parallaxe horizontale.

Obliquité de l'Écliptique.

Déclinaiſon du Soleil à l'inſtant de la conjonction.

Variation horaire de la déclinaiſon du Soleil.

Parallaxe horizontale du Soleil.

Diamètre du Soleil.

L'on peut donc déterminer l'inclinaiſon de l'orbite corrigée *(§. 3)*, l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire de l'obſervateur placé au centre de la Terre à l'inſtant de la conjonction *(§. 4)*, la variation horaire du même angle *(§. 5)*, & en général toutes les quantités employées dans les formules.

Diviſion générale des quantités qui compoſent les formules.

Parmi les quantités qui compoſent les formules des §. *1, 2, 3, 4, 5*, les unes ſont les mêmes pour toutes les écliples, les autres ſont conſtantes relativement à la même écliple, mais varient ſuivant les différentes écliples, d'autres varient ſuivant la latitude du lieu pour lequel on calcule, d'autres dépendent de l'angle horaire du Soleil, d'autres enfin dépendent du temps écoulé depuis la conjonction.

(8.) Les quantités conſtantes pour toutes les écliples ſont, r, ρ, π', v, la ſeule définition de ces quantités ſuffit pour s'en convaincre.

(9.) Les quantités conſtantes relativement à la même écliple, mais variables ſuivant les différentes écliples, & que l'on peut appeller *les conſtantes de l'écliple*, ſe diviſent en deux claſſes; les unes ne changent que de valeur, mais ſont

* Si la parallaxe horizontale étoit donnée relativement à une latitude autre que le pôle, on la ramèneroit à la parallaxe horizontale polaire par le moyen de la Table II du ſecond Mémoire, §. 20.

toujours positives, les autres au contraire changent de valeur & de signe.

(10.) Les quantités qui, relativement aux différentes éclipses, ne changent que de valeur sans changer de signes, sont ψ, ξ, ζ, γ, $\varkappa$, Ω, & la parallaxe horizontale polaire à l'instant de la conjonction.

(11.) Les quantités constantes relativement à la même éclipse, mais qui changent de valeur & de signe suivant les différentes éclipses, sont θ, l, χ, la déclinaison du Soleil à l'instant de la conjonction; la variation horaire de cette déclinaison; l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire de l'observateur placé au centre de la Terre à l'instant de la conjonction, la variation horaire du même angle; la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction; la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune.

(12.) Les quantités constantes relativement à la même latitude terrestre, mais variables suivant les différentes hauteurs du Pôle, & que l'on peut appeler les *constantes du parallèle*, sont c & s. c ne change que de valeur; quant à la grandeur s, elle peut changer de valeur & de signe.

(13.) Les quantités qui dépendent de l'angle horaire du Soleil, sont g & h, ces deux quantités peuvent changer de valeur & de signe.

(14.) Les quantités dépendantes du temps écoulé depuis la conjonction, sont de deux sortes; les unes telles que b & b' dépendent uniquement de cet élément; la première peut être positive ou négative, quant à la seconde elle est toujours positive.

(15.) Les quantités dans lesquelles le temps écoulé depuis la conjonction influe, mais qui ne dépendent pas uniquement de cet élément sont p, q, ω, φ, t, π.

Les valeurs q, φ, π, sont toujours positives. Quant aux valeurs p, ω, t, elles peuvent être positives ou négatives.

Quoique ces dernières quantités dépendent du temps écoulé

depuis la conjonction, nous ferons voir dans la suite qu'il est rigoureusement possible, au moyen d'une formule de correction, de n'employer dans les calculs que celles de ces quantités correspondantes à l'instant de la conjonction; dans ce cas on les rangera dans la classe des *constantes de l'éclipse.*

(16.) Il est une différence bien simple qui partage toutes ces grandeurs en quantités toujours positives & en quantités tantôt positives & tantôt négatives. Celles du dernier genre sont les quantités qui ayant une valeur positive dans une certaine supposition, continuent à varier dans le même sens après être parvenues à zéro, les autres au contraire sont celles qui varient, mais sans parvenir à zéro.

Suppositions primitives pour les quantités qui sont tantôt positives & tantôt négatives.

Après avoir déterminé quelles sont les quantités qui changent de valeur & de signe, suivant les différentes circonstances; quelles sont celles dont le signe est immuable; c'est-à-dire, celles qui sont toujours positives, & les raisons de cette différence; il reste à déterminer les suppositions primitives sur les grandeurs du premier genre.

(17.) Nous avons supposé d'abord que la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction étoit boréale; si cette latitude étoit australe, elle seroit négative, son sinus deviendroit également négatif, & la quantité l qui dépend de ce sinus seroit négative.

(18.) L'angle déterminé, par la formule du §. 3 a θ pour sinus. Dans cette formule le dénominateur est toujours positif *, mais le signe du numérateur dépend du mouvement

* L'on a dit que le dénominateur de la formule du §. 3 est toujours positif; cette proposition est généralement vraie pour les éclipses de Soleil : au contraire dans les passages de Vénus & de Mercure sur le disque du Soleil, ce dénominateur est négatif, comme on le verra dans la suite. Par la même raison, n est négatif dans ces passages. Quant à γ, il est une autre considération qui le rend négatif; c'est que dans ces cas la trajectoire de la Planète présente sa convexité au centre de la Terre, au lieu que dans les éclipses de Soleil, la trajectoire est concave vers la Terre.

horaire de la Lune en latitude. La ſuppoſition primitive pour ce mouvement horaire, & conſéquemment pour θ, eſt que la Lune s'approche du pôle boréal de l'écliptique.

(19.) La ſuppoſition primitive pour la déclinaiſon du Soleil, eſt que cette déclinaiſon ſoit boréale; pour la variation horaire de la déclinaiſon du Soleil, que cet aſtre s'approche du pôle boréal de l'équateur; pour la variation horaire de la parallaxe, que la parallaxe augmente, c'eſt-à-dire que la Lune s'approche du centre de la Terre; pour χ, que le Soleil ſoit dans les ſignes aſcendans; pour *s*, que la latitude de l'obſervateur ſoit boréale; pour *g*, que l'heure donnée ſoit entre midi & minuit; pour *h*, que l'heure ſoit entre ſix heures du matin & ſix heures du ſoir; pour *b*, que l'inſtant de la conjonction ſoit paſſée; pour *p*, que la déclinaiſon du Soleil ſoit boréale à l'inſtant pour lequel on calcule.

(20.) Quant à l'angle de l'orbite relative avec le fil horaire de l'Obſervateur, à l'inſtant de la conjonction, & à la variation horaire de cet angle, ils ont le ſigne déterminé par les formules des §. 4 & 5. Ainſi, par exemple, l'angle de l'orbite relative, à l'inſtant de la conjonction, ſera aigu & poſitif, ſi ſa tangente (§. 4) eſt poſitive; il ſera aigu & négatif, ſi ſa tangente eſt négative. L'on obſervera enfin que *t* & ω ont le même ſigne que l'angle de l'orbite relative, à l'inſtant pour lequel on calcule (§. 2).

(21.) Lorſque l'on eſt dans les cas contraires à la ſuppoſition primitive relativement à chaque quantité particulière qui compoſe les formules; il faut avoir grand ſoin de changer le ſigne que cette ſuppoſition fait varier; c'eſt une attention eſſentielle ſans laquelle on tomberoit dans de très-grandes erreurs.

(22.) Nous venons de détailler la formule dans toute la rigueur dont elle eſt ſuſceptible; mais cette exactitude géométrique ſurpaſſant de beaucoup celle que l'on peut attendre des meilleures Tables aſtronomiques, il ſeroit inutile

de l'employer dans les problèmes de cette ſeconde partie; où l'on calcule les phénomènes d'après les élémens tirés des tables; nous la réſerverons pour les problèmes de la troiſième partie, où il peut être intéreſſant de calculer avec la dernière exactitude. Nous ſuppoſerons donc que la variation horaire de la déclinaiſon du Soleil, de la parallaxe de la Lune, & de l'angle de l'orbite, eſt nulle pendant la durée de l'écliple; c'eſt-à-dire que nous ne ferons uſage dans les calculs, que des quantités correſpondantes à l'inſtant de la conjonction. Cette légère inexactitude qui peut à peine produire deux ou trois ſecondes ſur les diſtances des centres calculées, ſera compenſée par la facilité de former des Tables.

(23.) Nous remarquerons encore que ſi dans l'expreſſion de E du §. *1* l'on ſuppoſe nul le terme $- \frac{\gamma b^2 \pi}{3600^2 r}$, la plus grande erreur qui puiſſe réſulter dans la diſtance des centres eſt moindre que $1'' \frac{1}{3}$, l'on pourra donc négliger ce terme lorſqu'il compliquera les calculs.

(24.) Dans les exemples que nous donnerons ſur l'écliple du 1.er Avril 1764, nous ſuppoſerons

Heure de la conjonction à Paris,	10^h	$31'$	$23''$	du matin
Dans	12^d	$9'$	$56''$	du Bélier.
Mouvement horaire du Soleil en longitude		2.	$27\frac{2}{3}$.	
Mouvement horaire de la Lune en longitude		29.	39.	
Latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction		39.	36	Boréale.
Mouvement horaire de la Lune en latitude	+	2.	44.	
Parallaxe horizontale de la Lune pour Paris à l'inſtant de la conjonction		54.	9.	
Parallaxe horizontale de la Lune pour le pôle à l'inſtant de la conjonction		54.	$1\frac{1}{2}$.	
Variation horaire de la parallaxe horizontale		—	$0\frac{1}{2}$.	
Obliquité de l'Écliptique	23^d	$28'$	$21''$	
Déclinaiſon du ☉ à l'inſtant de la conjonction.	4.	48.	50.	Boréale.
Variation horaire de la déclinaiſon du Soleil		+	58.	
Parallaxe horizontale du Soleil			10.	
Diamètre du Soleil		32.	1.	

(25.)

(25.) Donc *(§§. 3 & 18)*

Tang. de l'inclin. de l'orbite cor. $= \dfrac{+ 164'' \times r^2}{206265'' \times \text{fin.} (27' \, 11'' \frac{1}{7})}$;

donc l'inclinaifon de l'orbite corrigée $= + 5^d \, 44' \, 26''$.

Soit maintenant

			Logarithme	
$\Omega = +$ cofin. .	$23^d \, 28' \, 21''$			$\Omega = 9{,}9624884$
$p = +$ finus. .	4. 48. 50.			$p = 8{,}9238624$
$q = +$ cofin. .	4. 48. 50.		Logarithme	$q = 9{,}9984653$
$\theta = +$ finus. .	5. 44. 26.			$\theta = 9{,}0001044$
$\psi = +$ cofin. .	5. 44. 26.			$\psi = 9{,}9978165$;

l'on aura *(§§. 4 & 19)*

$\chi = + 38936$ . . . . log. $\chi = 9{,}5903565$,

$\dfrac{\theta\Omega + \psi\chi}{r} = + 47916.$ Logarithme $= 9{,}6804806$,

$\dfrac{\psi\Omega - \theta\chi}{r} = + 87370.$ Logarithme $= 9{,}9413623$.

Donc *(§§. 4 & 20)*

Angle de l'orb. relat. de la ☾ avec le fil hor. de l'Obf. à l'inft. de la conj. $= + 28^d \, 44' \, 30''$,

$\varphi = +$ cofin. $28^d \, 44' \, 30''$ . . . log. $\varphi = 9{,}9428989$.

Donc *(§. 5)*

Variat. de l'angle de l'orbite relative de la ☾ avec le fil hor. de l'Obfervateur $= - 12''$.

(26.) Si l'on avoit beaucoup de calculs à exécuter, il ne feroit pas inutile de former une Table des quantités conftantes de l'éclipfe.

TABLE des Quantités conftantes de l'Éclipfe du 1.er Avril 1764.

		Logarithme
$r = + 100000.$		$r = 10{,}0000000.$
$\rho = + 100565.$	Logarithme	$\rho = 10{,}0024467$*.
$\upsilon = + 26180.$		$\upsilon = 9{,}4179686.$

* Si l'on fuppofoit le rapport des axes :: 229 : 230, l'on auroit log. $\rho = 10{,}0018923$; & alors il faudroit, pour évaluer les latitudes corrigées, fe fervir de la Table correfpondante du fecond Mémoire.

		Logar.
$\theta = +$ finus.	$5^d\ 44'\ 26''$	$\theta = 9{,}0001044.$
$\psi = +$ cofin.	5. 44. 26.	$\psi = 9{,}9978165.$
$\xi = +$ cofin.	0. 39. 36.	$\xi = 9{,}9999711.$
$p = +$ finus.	4. 48. 50.	$p = 8{,}9238624.$
$q = +$ cofin.	4. 48. 50.	$q = 9{,}9984653.$
$\omega = +$ finus.	28. 44. 30.	$\omega = 9{,}6820198.$
$t = +$ tang.	28. 44. 30.	$t = 9{,}7391209.$
$\varphi = +$ cofin.	28. 44. 30.	$\varphi = 9{,}9428989.$
$\pi = +$ finus.	0. 54. $1\frac{1}{2}$.	$\pi = 8{,}1963030.$
$\pi' = +$ finus.	0. 0. 10.	$\pi' = 5{,}6855749.$
$\zeta = +$ finus.	85. 30. 6.	$\zeta = 9{,}9986603.$

Logarithme { finus de la latitude de la Lune à l'inftant de la conjonction $= 8{,}0614117.$
finus verfe (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉) $= 5{,}4972284.$
finus (mouvement hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉) $= 7{,}8981331.$ }

	Logarithme
$l = +\ 73301.$	$l = 9{,}8651087.$
$\gamma = +\ 200.$	$\gamma = 7{,}3008965.$
$n = +\ 50581.$	$n = 9{,}7039847.$
$\frac{nr}{\zeta} = +\ 50737.$	$\frac{nr}{\zeta} = 9{,}7053254.$

Logarithme $3600'' = 3{,}5563025.$

A.

(A 1)

$$\frac{\psi l}{\zeta} = +\ 73159.$$

Log. {

(A 2,)

$$\frac{q\varphi}{r^2} = -\ 0{,}0586358.$$

(A 3,)

$$\frac{\rho\omega}{r^3} = -\ 10{,}3155335.$$

(A 4,)

$$\frac{p\rho\varphi}{r^4} = -\ 11{,}1307920.$$

}

B.

(B 1)

$$\frac{\theta l}{\zeta} = +\ 7354.$$

Log. {

(B 2,)

$$\frac{q\omega}{r^2} = -\ 0{,}3195149.$$

(B 3,)

$$\frac{\rho\varphi}{r^3} = -\ 10{,}0546544.$$

(B 4,)

$$\frac{p\rho\omega}{r^4} = -\ 11{,}3916711.$$

(B 5,)

$$\frac{nr}{3600\,\zeta} = +\ 6{,}1490219.$$

}

E.

(E 1)

$$\xi = +\ 99993.$$

Log. {

(E 2,)

$$\frac{p\pi}{r^2} = -\ 2{,}8798346.$$

(E 3,)

$$\frac{\rho q\pi}{r^4} = -\ 11{,}8027850.$$

(E 4,)

$$\frac{\gamma\pi}{3600^2\,r} = -\ 1{,}6154055.$$

}

$$\log.\ \zeta\pi = +\ 18{,}1949633.$$

Cette dernière Table fert généralement à toutes les recherches que l'on peut fe propofer.

ARTICLE II.

DÉTERMINATION de la distance des centres du Soleil & de la Lune pour un lieu & à une heure quelconque.

Il est facile de déterminer la distance des centres du Soleil & de la Lune pour un lieu & à une heure quelconque.

FORMULE (*§. 1.er*)

$$\text{Tangente } H = \frac{Ar}{B},$$

$$\text{Tang. (distance apparente des centres du Soleil \& de la Lune)} = \frac{A\zeta\pi}{E \times \text{sinus } H}.$$

(Voyez *§. 1.er* les valeurs de A, B, E).

EXEMPLE.

(27.) *L'on demande quelle a dû être à Londres la distance apparente des centres à 9h 4' 33" du matin.*

SOLUTION. Puisque la latitude de Londres est de 51^d $31'$ boréale, je conclus (*2.d Mém. Table I*) que la latitude corrigée est de $51^d\ 21'\ 33''$; que par conséquent (*§. 19*)

$$\left.\begin{array}{l} s = + \text{sin. } 51^d\ 21'\ 33'' \\ c = + \text{cos. } 51.\ 21.\ 33 \end{array}\right\} \text{Logarithme} \left\{\begin{array}{l} s = 9{,}8926912. \\ c = 9{,}7954889. \end{array}\right.$$

L'angle horaire du Soleil est de $43^d\ 51'\ 45''$, & l'heure de l'observation est entre six heures du matin & midi; donc

$$\left.\begin{array}{l} g = - \text{sin. } 43^d\ 51'\ 45'' \\ h = + \text{cos. } 43.\ 51.\ 45 \end{array}\right\} \text{Logarithme} \left\{\begin{array}{l} g = 9{,}8406895. \\ h = 9{,}8579381. \\ cg = 19{,}6361784. \\ ch = 19{,}6534270. \end{array}\right.$$

D'ailleurs Londres est plus occidental que Paris de $9'\ 41''$ de temps; donc puisque (*§. 24*) la conjonction est arrivée lorsqu'il étoit à Paris $10^h\ 31'\ 23''$, il étoit alors à Londres $10^h\ 21'\ 42''$ du matin. Donc à $9^h\ 4'\ 33''$ la conjonction étoit encore éloignée de $4629''$ horaires, donc (*§. 19*) $b = -4629''$ dont le log. $= 3{,}6654872$, puisque nous supposons, log. $3600'' = 3{,}5563025$.

TYPE du Calcul.

$A = +(A1) - (A2) - (A3) + (A4)$ $(A1) = +73159$

(A 2)	(A 3)	(A 4)
9,8926912 . . log. *s.*	19,6361784 . . . log. *cg.*	19,6534270 . . log. *ch.*
— 0,0586358.	— 10,3155335.	— 11,1307920.
9,8340554 . . log. 68243.	9,3206449 . . . log. 20924.	8,5226350 . . log. 3331.

$A = -12677$ . . . . log. $A = 9{,}1030165$.

$B = +(B1) - (B2) + (B3) + (B4) - (B5)$ $(B1) = +7354$

(B 2)	(B 3)	(B 4)	(B 5)
9,8926912 ... log. *s.*	19,6361784 ... log. *cg.*	19,6534270 ... log. *ch.*	3,6654872 ... log. *b.*
— 0,3195149.	— 10,0546544.	— 11,3916711.	+ 6,1490219.
9,5731763 ... log. 37426.	9,5815240 ... log. 38153.	8,2617559 ... log. 1827.	9,8145091 ... log. 65239.

$B = -55331$ . . . . log. $B = 9{,}7429685$.

$E = +(E1) - (E2) - (E3) - (E4)$ $(E1) = +99993$

(E 2)	(E 3)	(E 4)
9,8926912 . . . . log. *s.*	19,6534270 . . . . log. *ch.*	7,3309744 . . . . log. b^2.
— 2,8798346.	— 11,8027850.	— 1,6154055.
7,0128566 . . . . log. 103.	7,8506420 . . . . log. 709.	5,7155689 . . . . log. 5.

$E = 99176$ . . . . . . log. $E = 9{,}9964066$.

19,1030165 . . . log. *Ar.*	+ 18,1949633 . . . log. $\zeta\pi$.
— 9,7429685 . . . log. *B.*	+ 9,1030165 . . . log. *A.*
9,3600480 . . . log. tang. *H.*	27,2979798.
$H = 12^d\ 54'\ 15''$.	— 9,9964066 . . . log. *E.*
	17,3015732.
Log. finus $H = 9{,}3489300$.	— 9,3489300 . . . log. finus *H.*
	7,9526432 . . . log. tang. dift. des centres.

Diftance des centres $= 30'\ 49''\ 33'''$.

(28.) Si l'on jette les yeux fur les calculs précédens, l'on verra qu'une des principales attentions que l'on doit avoir dans l'ufage de la formule, eft de bien prendre garde à la caractériftique des logarithmes.

Comme l'on a pris le nombre 100000 pour la valeur du demi-petit axe de la Terre, & la caractéristique 10 pour la caractéristique de son logarithme, que l'on a supposé $=$ 10,0000000, l'on n'oubliera pas que la caractéristique 5, d'un logarithme, indique une quantité composée d'un seul chiffre; la caractéristique 6, une quantité composée de deux chiffres; la caractéristique 7, une quantité composée de trois chiffres; la caractéristique 8, une quantité composée de quatre chiffres; la caractéristique 9, une quantité composée de cinq chiffres; la caractéristique 10, une quantité composée de six chiffres; la caractéristique 11, une quantité composée de sept chiffres; & ainsi de suite.

L'on a cependant fait une exception à cette règle, relativement aux secondes horaires qui entrent dans la formule; comme nous avons supposé que 3600" avoit pour logarithme 3,5563025, l'on remarquera qu'un nombre de secondes horaires exprimé par un seul chiffre, doit avoir 0, pour caractéristique de son logarithme; un nombre de secondes horaires exprimé par deux chiffres doit avoir 1, pour caractéristique de son logarithme; un nombre composé de trois chiffres doit avoir 2, pour caractéristique; un nombre de secondes horaires exprimé par quatre chiffres, doit avoir 3, pour caractéristique, & ainsi de suite.

(29.) Il est une remarque qui ne doit point échapper, c'est que les calculs du *(§. 27)* peuvent également servir à déterminer au même instant physique, la distance des centres du Soleil & de la Lune, pour quatre points différens de la Terre.

Pour le lieu relativement auquel on a d'abord calculé.

Pour le lieu qui, situé sous le même parallèle, diffère en longitude de 180 degrés.

Pour le lieu dont la longitude est la même, mais dont la latitude est de dénomination contraire.

Pour le lieu dont la longitude diffère de 180 degrés, & dont la latitude est de dénomination contraire.

En effet, pour ces quatre points de la Terre, les sinus

de latitude & d'angles horaires correſpondans au même inſtant physique, ne diffèrent que par les ſignes. Les valeurs abſolues de

$(A\,1)\ (A\,2)\ (A\,3)\ (A\,4),$

$(B\,1)\ (B\,2)\ (B\,3)\ (B\,4)\ (B\,5),$

$(E\,1)\ (E\,2)\ (E\,3)\ (E\,4),$

ſont donc les mêmes : un exemple va nous éclaircir.

RECHERCHE de la diſtance des centres, pour quatre points particuliers des parallèles de $50^d\ 31'$.

Pour Londres, les ſuppoſitions ſont celles de l'exemple du *§. 27.*

$$A = +(A\,1) - (A\,2) - (A\,3) + (A\,4) = -12677,$$
$$B = +(B\,1) - (B\,2) + (B\,3) + (B\,4) - (B\,5) = -55331,$$
$$E = +(E\,1) - (E\,2) - (E\,3) - (E\,4) = +99176.$$

Pour le lieu qui, ſitué ſous le même parallèle, diffère en longitude de 180 degrés.

Relativement à ce lieu, la latitude eſt la même ; mais, attendu qu'il eſt $9^h\ 4'\ 33''$ du ſoir lorſqu'il eſt à Londres $9^h\ 4'\ 33''$ du matin, le ſinus & le coſinus de l'angle horaire changent de ſigne.

$$A = +(A\,1) - (A\,2) + (A\,3) - (A\,4) = +22509;$$
$$B = +(B\,1) - (B\,2) - (B\,3) - (B\,4) - (B\,5) = -135291,$$
$$E = +(E\,1) - (E\,2) + (E\,3) - (E\,4) = +100594.$$

Pour le lieu dont la longitude eſt la même, mais dont la latitude eſt de dénomination contraire.

Relativement à ce lieu, le ſinus ſeul de la latitude change de ſigne.

$$A = +(A\,1) + (A\,2) - (A\,3) + (A\,4) = +123809;$$
$$B = +(B\,1) + (B\,2) + (B\,3) + (B\,4) - (B\,5) = +19521,$$
$$E = +(E\,1) + (E\,2) - (E\,3) - (E\,4) = +99382.$$

Pour le lieu dont la longitude diffère de 180 degrés, & dont la latitude eſt de dénomination contraire.

Relativement à ce lieu, le sinus de la latitude, le sinus & le cosinus de l'angle horaire changent de signe.

$A = +(A\ 1) + (A\ 2) + (A\ 3) - (A\ 4) = +\ 158995,$
$B = +(B\ 1) + (B\ 2) - (B\ 3) - (B\ 4) - (B\ 5) = -\ 60439,$
$E = +(E\ 1) + (E\ 2) + (E\ 3) - (E\ 4) = +\ 100800.$

Il ne s'agit donc que de chercher les logarithmes des nouvelles quantités *A, B, E,* & d'achever le calcul comme dans l'exemple du *§. 27.*

ARTICLE III.

De l'Angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune, avec la parallèle à l'orbite relative de la Lune menée par le centre du Soleil.

Et de la partie du disque solaire dans laquelle l'Observateur rapporte le centre de la Lune.

(30.) Il ne suffit pas, pour avoir une idée complète du phénomène que l'on calcule, de connoître la distance des centres du Soleil & de la Lune. En effet, si par le centre du Soleil l'on décrit un cercle dont le rayon soit égal à la distance calculée, tous les points de ce cercle satisferont également à cette première condition; il faut donc à la connoissance de la distance des centres ajouter celle de la partie du disque solaire dans laquelle l'Observateur rapporte le centre de la Lune.

(31.) Pour y parvenir, je suppose que sur le disque du Soleil l'on trace l'intersection $S'CN'$ du disque de cet astre avec le cercle de déclinaison. Que perpendiculairement à la droite $S'CN'$ l'on mène par le centre C du Soleil, la droite $E'CO'$ qui par conséquent représente le fil horaire de l'Observateur placé au centre de la Terre. Que par le même centre C du Soleil, l'on fasse passer deux autres lignes ECO, NCS, perpendiculaires entre elles, & telles que l'angle ECE' soit égal à l'angle déterminé par la formule du §. *4;* il est sensible que les droites EO, SN partageront le disque du Soleil en quatre angles égaux. J'appellerai Fig. 1.

Angle boreal précédent, l'angle N C O *qui s'étend entre le Pôle boréal & la partie du Ciel vers laquelle le Soleil s'avance en vertu du mouvement diurne.*

Angle boréal suivant, l'angle N C E *qui s'étend entre le Pôle boréal & la partie du Ciel dont le Soleil s'éloigne en vertu du mouvement diurne.*

Angle austral suivant, l'angle S C E, *qui s'étend entre le Pôle austral & la partie du Ciel dont le Soleil s'éloigne en vertu du mouvement diurne.*

Angle austral précédent, l'angle S C O, *qui s'étend entre le Pôle austral & la partie du Ciel vers laquelle le Soleil s'avance en vertu du mouvement diurne.*

(32.) Pour se former une idée précise de la position des points N' S' E' O', & des lignes *ECO, NCS;* l'on n'oubliera pas que N' est le point du disque solaire qui a la plus grande déclinaison boréale; que S' est le point du disque qui a la plus petite déclinaison boréale; que E' est situé dans la partie du disque qui a la plus grande ascension droite, & que O' est situé dans la partie du disque qui a la plus petite ascension droite.

Quant au point E qui détermine la position des lignes *ECO, NCS;* l'on observera qu'il doit être placé entre les points N', E', lorsque la valeur de t, donnée par la formule du *§. 4,* est positive; & qu'il doit être placé entre les points E', S', lorsque la valeur de t est négative.

(33.) L'on a maintenant une idée bien distincte de la position de la droite *ECO,* que j'appellerai quelquefois *ligne de comparaison;* l'on voit que cette ligne n'est autre chose que la parallèle à l'orbite relative de la Lune menée par le centre du Soleil. Comme la position de cette ligne n'est pas sensible dans le Ciel, je donnerai par la suite une formule pour exprimer à un instant quelconque, sous une latitude quelconque, dans l'hypothèse du sphéroïde aplati, l'angle de cette droite avec la verticale menée par le centre du Soleil.

(34.) Puisque l'Observateur rapporte le centre du Soleil au

au point R, le centre de la Lune au point Q, & que les lignes $\varphi R \omega$, $B R \lambda$, menées par le centre du Soleil, sont (§. 31) les termes auxquels on compare la position de la Lune; le centre de cet astre paroîtra dans l'hémisphère boréal du Soleil lorsque φQ ou son égal $DF + RI$, sera une quantité positive. Par la même raison, il sera vu dans l'hémisphère suivant du disque, lorsque $R\varphi$ ou son égal $DQ + IF$, sera une quantité positive. Fig. 2.

(35.) Si dans les valeurs de $DQ + FI$ & de $DF + RI$ des §. 65 & 66 du second Mémoire, l'on élimine la quantité a par le moyen de l'équation du §. 31 du même Mémoire, & que l'on substitue à $\delta \varphi$, la quantité $\frac{1}{4} l$ que nous avons démontré §. 10, lui être égale; l'on verra aisément que $DF + RI = \frac{A\zeta}{r}$ & $DQ + FI = \frac{B\zeta}{r}$.

Donc

Si A & B sont positifs, le centre de la Lune sera vu dans l'angle boréal suivant du disque du Soleil.

Si A & B sont négatifs, le centre de la Lune sera vu dans l'angle austral précédent du disque.

Si A est positif & B négatif, le centre de la Lune sera vu dans l'angle boréal précédent du disque.

Si A est négatif & B positif, le centre de la Lune sera vu dans l'angle austral suivant du disque.

Dans l'exemple du §. 27, les valeurs de A & de B sont négatives, le centre de la Lune étoit donc dans l'angle austral précédent du disque.

(36.) Au lieu de déterminer simplement l'angle du disque du Soleil dans lequel se trouve le centre de la Lune, si l'on vouloit avoir l'expression de l'angle de la ligne ECO (que j'appellerai indistinctement *ligne de comparaison*, ou *parallèle à l'orbite relative*), avec la droite CL qui joint les centres du Soleil & de la Lune; rien ne seroit plus facile. Cet angle a pour expression de sa tangente $\frac{rA}{B}$, cet angle est donc égal à l'angle H. Fig. 1.

ARTICLE IV.

De la plus courte distance des centres, par rapport aux différens lieux qui, situés sous le même parallèle, voient la plus grande phase aux différentes heures successives. Et du nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène.

(37.) Puisque l'expression de la tangente de l'angle qui mesure la distance des centres du Soleil & de la Lune par rapport à un lieu quelconque, est susceptible d'accroissemens & de diminutions successifs; il est un instant où elle est la plus petite possible, nous allons nous occuper de cette détermination.

Le problème que je résous dans cet article est un peu différent de celui que l'on se propose ordinairement. On a coutume en effet de déterminer un lieu particulier, & de chercher à quelle heure par rapport à ce lieu, la plus grande phase arrive; c'est-à-dire que l'on suppose connues la longitude & la latitude du lieu, & que l'on demande la quantité & l'heure de la plus grande phase. Ce problème ne peut se résoudre directement par aucune méthode. Je ferai voir lorsqu'il sera question de cet objet, par quelle raison particulière l'analyse se refuse à une solution directe. Dans le présent article, au contraire, le problème se résout directement; la latitude du lieu, & l'heure de la plus grande phase sont les données du problème, la quantité de la plus grande phase & la longitude du lieu, sont les inconnues.

Je ne connois aucune solution de ce problème. M. l'abbé de la Caille paroît le résoudre graphiquement, dans ses Leçons élémentaires d'Astronomie; mais si l'on fait attention sur la solution, il sera aisé de remarquer deux suppositions inexactes dont je ne doute point que cet illustre Astronome ne se soit aperçu (& toutes les solutions fondées sur les mêmes constructions pèchent par le même principe).

Soit $KL\lambda$ l'orbite relative de la Lune, LD la perpendi-

culaire à cette orbite, *CDO* la parallèle à l'orbite *KL*λ, qui Fig. 3.
correſpond, par exemple, à l'attouchement des limbes. Suivant la méthode ordinaire, le lieu qui ſe projetera au point *D* lorſque la Lune ſera au point *L* de ſon orbite, verra l'attouchement des limbes, & cet attouchement ſera la plus grande phaſe relativement au lieu *D*. J'obſerve d'abord ſur cette ſolution, que ſi l'on veut avoir égard à l'augmentation des diamètres de la Lune & des diſtances apparentes, dûe à la hauteur de cet Aſtre ſur l'horizon, la ligne *CDO* ne ſera plus le lieu géométrique de l'attouchement des limbes, ce ſera une eſpèce de courbe *CdO* qui n'aura de commun avec la ligne *CDO*, que les points *D* & *O*. Il n'eſt pas vrai en ſecond lieu que par rapport au point *D* la plus courte diſtance des centres arrive, lorſque la Lune étant au point *L* de ſon orbite, le lieu ſe trouve dans la perpendiculaire *LD*; cette plus courte diſtance au contraire arrive lorſque la Lune étant dans un point λ de ſon orbite, le lieu *D* ſe trouve dans une ligne $\lambda\,\delta$ inclinée à l'orbite *.

De quelques propoſitions préliminaires.

(38.) Soit ε, l'angle horaire à l'inſtant de la conjonction, relativement à un lieu quelconque, pour lequel je ſuppoſe que l'on calcule les différentes diſtances des centres ſucceſſives; il eſt ſenſible qu'à la valeur *b*, qui entre dans l'expreſſion de la tangente de la diſtance des centres, l'on peut ſubſtituer $f.\,\frac{rdg}{h} - \varepsilon$, pourvu que l'on ſubſtitue l'arc de 15^d à $3600''$. Soit donc v l'arc de 15^d rectifié, l'on aura pour nouvelles expreſſions de *A*, *B* & *E*.

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\varphi}{r^2} + \frac{cg\rho\omega}{r^3} + \frac{chp\rho\varphi}{r^4},$$

$$B = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cg\rho\varphi}{r^3} + \frac{chp\rho\omega}{r^4} + \frac{nr}{\zeta v} \times \left(f.\,\frac{rdg}{h} - \varepsilon\right),$$

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{c\rho qh\pi}{r^4} - \frac{\gamma\pi}{rv^2} \times \left(f.\,\frac{rdg}{h} - \varepsilon\right)^2.$$

* Je ne prétends pas attribuer à M. l'abbé de la Caille les méthodes dont il s'agit; je ne le cite de préférence, que parce qu'il eſt un des Auteurs qui les ait expoſées avec le plus de détail. On peut voir auſſi l'explication de ces méthodes dans l'Aſtronomie de M. de la Lande.

D'ailleurs si l'on nomme λ la tangente de la distance des centres, l'on a vu (§. 1.er) que $\lambda = \frac{\pi\zeta\sqrt{(A^2 + B^2)}}{Er}$.

(39.) Dans les équations du §. précédent, si l'on différentie les valeurs A, B, E, en ne regardant comme variable que l'angle horaire, l'on aura

$$dA = \frac{-c\rho\rho\varphi g dg + c\rho\omega r h dg}{r^4 h},$$

$$dB = \frac{-c\rho\rho\omega g dg - c\rho\varphi r h dg}{r^4 h} + \frac{nr^2 dg}{\zeta h v},$$

$$dE = \frac{[c\rho q\pi v^2 g - 2\gamma r^4 \pi (\int. \frac{rdg}{h} - \epsilon)]}{r^5 v^2} \times \frac{rdg}{h}.$$

(40.) Dans l'équation $\lambda = \frac{\pi\zeta\sqrt{(A^2 + B^2)}}{Er}$, il est facile de déterminer quelle doit être la valeur de B correspondante au *minimum* de λ. En effet, la méthode de *maximis* & *minimis* donne tout de suite $\frac{(\pi\zeta AdA + \pi\zeta BdB)}{\sqrt{(A^2 + B^2)}} \times E$ $- dE \times \pi\zeta\sqrt{(A^2 + B^2)} = E^2 r d\lambda;$
donc par la supposition de $d\lambda = 0;$
$AEdA + BEdB - A^2 dE - B^2 dE = 0.$

Comme la valeur de B tirée de cette équation seroit compliquée, l'on va s'occuper à simplifier la solution.

PROBLÉME.

Fig. 2. (41.) *Dans un triangle rectiligne* ZRQ, *rectangle en* R, *dont les côtés* ZR, QR *varient à la fois suivant une loi quelconque, telle cependant que le côté* QR *soit susceptible d'être un* minimum; *l'on demande l'expression de la différentielle de la tangente de l'angle* Z, *lorsque le côté* QR *est parvenu au* minimum.

SOLUTION. Puisque *(Trigonométrie rectiligne)* $ZR : QR$ :: sinus total : tang. de l'angle Z; tang. $Z = \frac{r \times QR}{ZR}$;

donc diff. tang. $Z = \frac{r \times ZR \times \text{diff.} QR - r \times QR \times \text{diff.} ZR}{(ZR)^2}$; donc si l'on suppose différentielle $QR = 0$, différentielle tangente $Z = - \frac{r \times QR \times \text{diff.} ZR}{(ZR)^2} = - \frac{\text{tangente} Z \times \text{différ.} ZR}{ZR}$; donc lorsque le côté QR est parvenu au *minimum*, l'on a

$$\text{Accroiss. de la tangente de l'angle } Z = - \frac{\text{accroissement simultané du côté } ZR}{ZR} \times \text{tang. } Z.$$

(42.) Par le moyen de l'équation précédente, il est aisé d'apprécier l'erreur que l'on peut commettre en confondant dans le calcul des plus courtes distances des centres, l'instant où le côté QR est le plus petit possible, avec celui où l'angle QZR qui mesure la distance des centres, est réellement un *minimum*. Pour parvenir à cette détermination, je chercherai, 1.° le plus grand accroissement du côté ZR correspondant à une minute de temps; 2.° la plus grande valeur de la tangente de l'angle Z; 3.° la plus petite valeur du côté ZR. Substituant ensuite ces valeurs particulières dans l'équation du *§. 41*; il est évident que l'on aura le plus grand accroissement possible de la tangente de l'angle Z correspondant à une minute de temps, en supposant le côté QR parvenu au *minimum*.

Détermination du plus grand accroissement du côté ZR, *correspondant à une minute de temps.*

PROBLÉME.

(43.) *Déterminer en général le rapport de l'accroissement du côté* ZR, *à l'accroissement simultané de l'arc de l'Équateur qui mesure le temps.*

SOLUTION. La droite ZR est la distance de l'observateur au plan actuel de projection; si dans l'expression de cette distance tirée du *§. 40 du 2.d Mém.* l'on substitue à la cosécante de la parallaxe Fig. 2.

horizontale de la Lune, la quantité $\frac{r^2}{\pi}$, que nous avons vu (*§. 75 du même Mém.*) lui être égale, & que l'on compare le résultat avec la valeur de E du §. *38* du présent Mémoire, l'on verra que $ZR = \frac{Er}{\pi}$; donc diff. $ZR = \frac{rdE}{\pi}$; donc (*§. 39*) différent. $ZR = \frac{[c\rho q v^2 g - 2\gamma r^4 (\int . \frac{rdg}{h} - \varepsilon)]}{r^4 v^2} \times \frac{rdg}{h}$, mais $\frac{rdg}{h}$ est la différentielle de l'arc de l'équateur qui mesure le temps; donc en général

$$\text{Accr. du côté } ZR = \text{Accr. sim. de l'arc hor.} \times \frac{[c\rho q v^2 g - 2\gamma r^4 (\int . \frac{rdg}{h} - \varepsilon)]}{r^4 v^2}.$$

(44.) Dans l'équation du §. précédent, si l'on fait $c = r$, $q = r$, $g = r$, c'est-à-dire si l'on suppose l'angle horaire de 90^d, la latitude du lieu & la déclinaison du Soleil, nulles; & que de plus l'instant écoulé depuis la conjonction jusqu'au moment de la plus grande phase, soit d'environ deux heures; c'est-à-dire $\int . \frac{rdg}{h} - \varepsilon = 2v$, l'on aura

$$\text{Accroissement du côté } ZR = \text{Accroiss. simultané de l'arc hor.} \times \left(\frac{\rho}{r} - \frac{4\gamma}{v}\right).$$

(45.) Dans l'équation précédente, l'accroissement de l'arc horaire correspondant à une minute de temps, est une quantité constante, & a pour expression de son logarithme 7,6398174; $\frac{\rho}{r}$ & v sont également des quantités constantes pour toutes les éclipses, & le logarithme de cette dernière quantité $=$ 9,4179686; l'accroissement du côté ZR est donc d'autant plus grand que γ est une quantité plus petite; si donc l'on suppose, log. $\gamma = 7,3026970$, qui est à peu près le logarithme correspondant à la plus petite valeur de γ; l'on aura pour logarithme du plus grand accroissement possible du côté ZR correspondant à une minute de temps 7,6389716.

DÉTERMINATION de la plus grande valeur de l'angle Z, *& de la plus petite valeur du côté* Z R.

(46.) Puiſque l'angle Z meſure la diſtance des centres du Soleil & de la Lune, la plus grande valeur que l'on puiſſe ſuppoſer à cet angle eſt de le faire égal à la ſomme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, car autrement il n'y auroit point éclipſe; mais ſi l'on donne à la Lune ſa plus grande parallaxe horizontale, & que l'on ſuppoſe le diamètre du Soleil le plus grand poſſible, l'angle Z ne peut ſurpaſſer 34′ de degré. D'ailleurs le logarithme de la plus petite valeur du côté *ZR* qui a lieu ſous l'équateur lorſque la Lune périgée paſſe au zénith = 11,7436363. Fig. 2.

Donc *(§. 41)* lorſque le côté *QR* eſt parvenu au *minimum*, le logarithme du plus grand accroiſſement de la tangente de l'angle Z correſpondant à une minute de temps = 3,8905545.

(47.) Pour apprécier le *maximum* d'erreur, nous avons fait des ſuppoſitions qui ne peuvent cadrer à la fois: en effet, par exemple, dans la détermination du plus grand accroiſſement du côté *Z R*, nous avons ſuppoſé l'angle horaire de 90^d; au contraire pour déterminer la plus petite valeur du côté *Z R*, nous avons ſuppoſé l'angle horaire de 0^d; cette remarque ſuffit pour montrer que le *maximum* d'erreur eſt apprécié au-delà de ſa juſte valeur.

(48.) Si l'on cherche à quelle tangente répond le logarithme 3,8905545, l'on trouvera que c'eſt à la tangente d'environ neuf tierces de degrés; donc dans les ſuppoſitions extrêmes, lorſque le côté *Q R* eſt un *minimum*, l'accroiſſement de la diſtance des centres eſt tel qu'au bout d'une minute de temps cet angle ne varieroit que d'environ neuf tierces de degrés; mais il eſt impoſſible à l'Aſtronomie de diſtinguer l'inſtant où l'accroiſſement de la diſtance des centres eſt abſolument nul, d'avec l'inſtant où cet accroiſſement eſt ſi infiniment petit qu'en une minute de temps, il ne feroit

Fig. 2. varier l'angle que d'environ neuf tierces de degrés, l'on peut donc donner pour ſymptôme du *minimum* de l'angle QZR, la condition qui donne le *minimum* du côté QR.

(49.) L'on peut conclure du *§. 35*, que QR a pour expreſſion $\frac{\zeta}{r} \times \sqrt{(A^2 + B^2)}$. Donc lorſque l'angle QZR eſt un *minimum*, l'on a

$$AdA + BdB = 0.$$

De la plus courte diſtance des centres, par rapport aux différens lieux ſitués ſous le même parallèle.

PROBLÉME.

(50.) *Déterminer, dans les nouvelles ſuppoſitions, la valeur particulière de* B, *correſpondante au* minimum *de l'angle* QZR.

SOLUTION. L'on a vu (*§. 49*) que lorſque l'angle QZR eſt un *minimum*, $B = -\frac{AdA}{dB}$. Si dans cette equation l'on élimine A, dA, dB, par le moyen des équations des *§§. 38 & 39*, l'on aura

$$B = \frac{\left(-\frac{cp\rho\varphi g}{r^4} + \frac{c\rho\omega h}{r^3}\right) \times \left(-\frac{\psi l}{\zeta} + \frac{qs\varphi}{r^2} - \frac{cg\rho\omega}{r^3} - \frac{chp\rho\varphi}{r^4}\right)}{\frac{nr^2}{\zeta v} - \frac{cp\rho\omega g}{r^4} - \frac{c\rho\varphi h}{r^3}}.$$

(51.) L'angle qui meſure la diſtance des centres du Soleil & de la Lune, a en général pour expreſſion de ſa tangente $\frac{\pi\zeta\sqrt{(A^2 + B^2)}}{Er}$. Si l'on ſubſtitue à B ſa valeur particulière $-\frac{AdA}{dB}$, ou (ce qui revient au même) ſi l'on ſubſtitue à B $+\frac{AD}{C}$, en ſuppoſant

$$\left\{\begin{array}{l} C = \frac{nr^2}{\zeta v} - \frac{cp\rho\omega g}{r^4} - \frac{c\rho\varphi h}{r^3} \\ D = \frac{cp\rho\varphi g}{r^4} - \frac{c\rho\omega h}{r^3} \end{array}\right\}$$

l'angle qui meſure la plus courte diſtance des centres du Soleil & de la Lune, aura pour expreſſion $\frac{\pi\zeta A\sqrt{(C^2 + D^2)}}{rCE}$.

Soit

Soit maintenant H un angle dont la tangente $= \frac{rC}{D}$, l'expreſſion précédente deviendra,

Tangente de la plus courte diſtance des centres $= \frac{A\zeta\pi}{E \times \text{ſin.}\, H}$.

(52.) Si l'on vouloit que π, au lieu d'exprimer le ſinus de la parallaxe horizontale actuelle de la Lune, fût toujours dans la formule l'expreſſion du ſinus de la parallaxe horizontale à l'inſtant de la conjonction; l'on auroit, conformément à ce qui a été démontré *(§. 77 & 78 du ſecond Mémoire)* en nommant variation π, la variation horaire du ſinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune,

$$\text{Tang. de la plus courte diſt. des centres} = \frac{A\zeta\left(\pi + \frac{b}{3600}\ \text{variat.}\ \pi\right)}{E \times \text{ſinus}\ H}.$$

Du nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant de la plus grande phaſe.

(53.) Pour déterminer le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant de la plus grande phaſe, nous chercherons le lieu de la Lune dans ſon orbite relative à l'inſtant de ce phénomène, ou, ce qui revient au même, le chemin parcouru par la Lune depuis la conjonction. Il eſt ſenſible que le mouvement de la Lune dans cette orbite étant uniforme, l'expreſſion du chemin parcouru donnera tout de ſuite l'expreſſion du temps.

(54.) Il eſt facile de déterminer le chemin LQ du centre de la Lune, parcouru dans ſon orbite, depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant de la plus grande phaſe; en effet, $LQ = LD + DQ + FI - FI$; l'on a vu *(§. 35)* que $\frac{B\zeta}{r} = DQ + FI$; donc $LQ = LD - FI + \frac{B\zeta}{r}$. Fig. 2.

Nous venons de démontrer *(§. 50)* que la valeur particulière

Fig. 2. de B, correſpondante à la plus grande phaſe, étoit $B =$

$$\frac{\left(-\frac{c p \rho \varphi g}{r^4} + \frac{c \rho \omega h}{r^3}\right) \times \left(-\frac{\psi l}{\zeta} + \frac{q s \varphi}{r^2} - \frac{c g \rho \omega}{r^3} - \frac{c h p \rho \varphi}{r^4}\right)}{\frac{n r^2}{\zeta v} - \frac{c p \rho \omega g}{r^4} - \frac{c \rho \varphi h}{r^3}};$$

D'ailleurs

$$FI \text{ (2.}^d \text{ Mém. § . 64 \& 75)} = \frac{\pi' \xi}{\pi r} \times \left(\frac{c g \rho}{\varphi r} + \frac{a \omega}{r}\right);$$

$$LD \text{ (2.}^d \text{ Mém. § . 44)} = \frac{c g \rho}{\varphi r} + \frac{a \omega}{r} - \frac{\theta l}{r};$$

Donc (en éliminant la grandeur a par le moyen de l'équation du § . 31 du ſecond Mémoire, & en ſubſtituant ζ à $r - \frac{\pi' \xi}{\pi}$)

$$LD - FI = -\frac{\zeta}{r} \times \left(\frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{c g \rho \varphi}{r^3} + \frac{c h p \rho \omega}{r^4}\right).$$

Donc ſi l'on ſuppoſe

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q s \varphi}{r^2} + \frac{c g \rho \omega}{r^3} + \frac{c h p \rho \varphi}{r^4}$$

$$C = \frac{n r^2}{\zeta v} - \frac{c p \rho \omega g}{r^4} - \frac{c \rho \varphi h}{r^3}$$

$$D = \frac{c p \rho \varphi g}{r^4} - \frac{c \rho \omega h}{r^3}$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{c g \rho \varphi}{r^3} + \frac{c h p \rho \omega}{r^4},$$

l'on aura $LQ = \frac{A D \zeta}{r C} - \frac{F \zeta}{r}$.

(55.) Soit maintenant b le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction, juſqu'à l'inſtant de la plus grande phaſe. Puiſque le mouvement de la Lune dans ſon orbite eſt uniforme, & que n exprime le chemin parcouru pendant 3600″ horaires, l'on a, $b : 3600 :: LQ : n$.

$$b = \frac{3600}{n} \times LQ = \frac{3600 \zeta}{n r} \times \left(\frac{AD}{C} - F\right).$$

(56.) Nous avons déjà remarqué (§ . 35), que $DF + RI = \frac{A \zeta}{r}$, & que $DQ + FI = \frac{B \zeta}{r}$ $= (§ . 54)\ \frac{A D \zeta}{r C}$;

Donc

Si $\frac{AD}{C}$ & A sont positifs, le centre de la Lune sera vu dans l'angle boréal suivant du disque du Soleil.

Si $\frac{AD}{C}$ & A sont négatifs, le centre de la Lune sera vu dans l'angle austral précédent du disque.

Si $\frac{AD}{C}$ est négatif & A positif, le centre de la Lune sera vu dans l'angle boréal précédent du disque.

Si $\frac{AD}{C}$ est positif, & A négatif, le centre de la Lune sera vu dans l'angle austral suivant du disque.

(57.) Au lieu de déterminer simplement l'angle du disque du Soleil dans lequel se trouve le centre de la Lune, si l'on vouloit avoir l'expression de l'angle OCL de la ligne de comparaison, avec la droite CL qui joint les centres du Soleil & de la Lune; rien ne seroit plus facile. Cet angle a pour expression de sa tangente $\frac{rC}{D}$. Il est donc égal à l'angle H. Fig. 1.

(58.) Pour récapituler ce qui vient d'être démontré, soit

$$A = \overset{(A\,1)}{\frac{\psi l}{\zeta}} - \overset{(A\,2)}{\frac{qs\varphi}{r^2}} + \overset{(A\,3)}{\frac{cg\rho\omega}{r^3}} \pm \overset{(A\,4)}{\frac{chp\rho\varphi}{r^4}}.$$

$$C = \overset{(C\,1)}{\frac{nr^2}{\zeta v}} - \overset{(C\,2)}{\frac{cp\rho\omega g}{r^4}} - \overset{(C\,3)}{\frac{c\rho\varphi h}{r^3}}.$$

$$D = \overset{(D\,1)}{\frac{cp\rho\varphi g}{r^4}} - \overset{(D\,2)}{\frac{c\rho\omega h}{r^3}}.$$

$$F = \overset{(F\,1)}{\frac{\theta l}{\zeta}} - \overset{(F\,2)}{\frac{qs\omega}{r^2}} - \overset{(F\,3)}{\frac{cg\rho\varphi}{r^3}} \pm \overset{(F\,4)}{\frac{chp\rho\omega}{r^4}}.$$

$$E = \overset{(E\,1)}{\xi} - \overset{(E\,2)}{\frac{ps\pi}{r^2}} - \overset{(E\,3)}{\frac{c\rho qh\pi}{r^4}} - \overset{(E\,4)}{\frac{\gamma b^2\pi}{3600^2 r}}.$$

L'on aura

$$b = \overset{(b\,1)}{\frac{3600\zeta}{nr} \times \frac{AD}{C}} - \overset{(b\,2)}{\frac{3600\zeta}{nr}} \times F;$$

$$\text{Tangente } H = \frac{rC}{D};$$

$$\text{Tangente de la plus courte distance des centres} = \frac{A\zeta\pi}{E \times \text{sin. } H}.$$

(59.) Comme la quantité $\frac{\gamma b^2 \pi}{3600^2 r}$ qui entre dans l'expreſſion de E, complique les calculs ; dans les exemples que nous donnerons, nous négligerons ce terme conformément à la remarque du *§. 23*, c'eſt-à-dire que nous ſuppoſerons $(E4) = 0$.

(60.) Il eſt extrêmement eſſentiel dans l'uſage de la formule, de ne pas ſe tromper ſur le ſigne des grandeurs qui la compoſent; l'on ſe rappellera donc ce qui a été détaillé *§. 8 & ſuivans ;* l'on remarquera ſeulement que v, (ſeule quantité nouvelle qui ſe trouve dans ces calculs) eſt toujours poſitif.

(61.) La remarque du §. *28*, relativement à la caractériſtique des logarithmes, s'applique également aux calculs de la plus courte diſtance des centres; il ne ſera donc pas inutile de relire ce qui a été dit à ce ſujet.

(62.) Avant de paſſer aux exemples, nous allons donner la Table des quantités conſtantes de l'éclipſe, relatives à la recherche des plus courtes diſtances des centres.

*TABLE des quantités conſtantes de l'Écliplſe, relatives à la recherche des plus courtes diſtances des centres *.*

A.		C.		D.	
(A1)	$\frac{\gamma l}{\zeta} = 73159$.				
(A2,)	Log. $\frac{q\varphi}{r^2} = -\ 0,0586358$.	(C1)	$\frac{n r^2}{\zeta v} = 193801$.		
(A3,)	Log. $\frac{\rho\omega}{r^3} = -\ 10,3155335$.	(C2,)	Log. $\frac{p\rho\omega}{r^4} = -\ 11,3916711$.	(D1,)	Log. $\frac{p\rho\varphi}{r^4} = -\ 11,1307920$.
(A4,)	Log. $\frac{p\rho\varphi}{r^4} = -\ 11,1307920$.	(C3,)	Log. $\frac{\rho\varphi}{r^3} = -\ 10,0546544$.	(D2,)	Log. $\frac{\rho\omega}{r^3} = -\ 10,3155335$.

* Cette Table n'eſt en grande partie qu'une répétition de celle du *§. 26*.

F.

(F 1)

$$\frac{\theta l}{\zeta} = 7354.$$

E.

(E 1)

$$\xi = 99993.$$

$$\text{Log.}\left\{\begin{array}{ll} \frac{q\omega}{r^2} = -\ 0,3195149. & (F\ 2.) \\ \frac{\rho\varphi}{r^3} = -\ 10,0546544. & (F\ 3.) \\ \frac{p\rho\omega}{r^4} = -\ 11,3916711. & (F\ 4.) \end{array}\right.$$

$$\text{Log.}\left\{\begin{array}{ll} \frac{p\pi}{r^2} = -\ 2,8798346. & (E\ 2.) \\ \frac{\rho q\pi}{r^4} = -\ 11,8027850. & (E\ 3.) \\ \frac{\gamma\pi}{3600^2 r} = -\ 1,6154055. & (E\ 4.) \end{array}\right.$$

$$\text{Log.}\ \frac{3600\zeta}{nr} = -\ 6,1490419.$$

$$\text{Log.}\ \zeta\pi = +\ 18,1949633.$$

EXEMPLE.

(63.) *Déterminer quels ont été aux différentes heures successives, sous le parallèle boréal de 48^d 51′, le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de la plus grande phase; l'angle de la ligne des centres avec la parallèle à l'orbite relative de la Lune; la plus courte distance des centres; & l'angle du disque du Soleil dans lequel s'est trouvé le centre de la Lune.*

SOLUTION. Puisque la latitude vraie du parallèle est de $48^d\ 51'$ boréale, je conclus *(2.^d Mém. 1.re Table)* que la latitude corrigée est de $48^d\ 41'\ 25''$, que par conséquent

$$\left.\begin{array}{l} s = +\ \text{sin.}\ 48^d\ 41'\ 25'' \\ c = +\ \text{cos.}\ 48.\ 41.\ 25 \end{array}\right\}\ \text{Logarithme}\left\{\begin{array}{l} s = 9,8757280. \\ c = 9,8196289. \end{array}\right.$$

$$\text{Donc}\left\{\begin{array}{ll} \frac{qs\varphi}{r^2} = 65629 & (A\ 2) \\ \frac{qs\omega}{r^2} = 35993 & (F\ 2) \\ \frac{ps\pi}{r^2} = 99. & (E\ 2) \end{array}\right\}\ \text{Donc}\left\{\begin{array}{l} (A1) - (A2) = +\ 7530. \\ (F1) - (F2) = -\ 28639. \\ (E1) - (E2) = +\ 99894. \end{array}\right.$$

Par le moyen de ces quantités & de la Table du §. *précédent*, j'évalue la valeur & le signe des grandeurs A, C, D, F, E, correspondantes aux différentes heures successives, en faisant

grande attention au ſigne des termes qui les compoſent. Je conclus enfin *(§. 58)* le nombre *b* de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction, juſqu'à l'inſtant de la plus grande phaſe; l'angle *H*, la quantité de la plus courte diſtance des centres; & *(§. 56)* l'angle du diſque du Soleil dans lequel s'eſt trouvé le centre de la Lune. Le Type du calcul rendra tout cela ſenſible.

TYPE du Calcul pour 7 heures du matin.

$g = -$ ſin. 75^d, $h = +$ coſ. 75. } Logarithmes { $g = 9{,}9849438$. $h = 9{,}4129962$. $cg = 19{,}8045727$. $ch = 19{,}2326251$.

$A = +(A1) - (A2) - (A3) + (A4)$ $(A1) - (A2) = +7530$.

(A3)
19,8045727 . . . log. *cg*.
−10,3155335.
9,4890392 . . . log. 30835.

(A4)
19,2326251 . . . log. *ch*.
−11,1307920.
8,1018331 . . . log. 1264.

$A = -$ 22041 . . . . . . Logarithme $A = 9{,}3432313$.

$C = +(C1) + (C2) - (C3)$ $C1 = +$ 193801.

(C2)
19,8045727 . . . log. *cg*.
−11,3916711.
8,4129016 . . . log. 2588.

(C3)
19,2326251 . . . log. *ch*.
−10,0546544.
9,1779707 . . . log. 15065.

$C = +$ 181324 . . . . . . Logarithme $C = 10{,}2584553$.

$D = -(D1) - (D2)$

(D1)
19,8045727 . . . log. *cg*.
−11,1307920.
8,6737807 . . . log. 4718.

(D2)
19,2326251 . . . log. *ch*.
−10,3155335.
8,9170916 . . . log. 8262.

$D = -$ 12980 . . . . . . Logarithme $D = 9{,}1132747$.

$F = +(F1) - (F2) + (F3) + (F4)$ $(F1) - (F2) = -$ 28639.

(F3)
19,8045727 . . . log. *cg*.
−10,0546544.
9,7499183 . . . log. 56224.

(F4)
19,2326251 . . . log. *ch*.
−11,3916711.
7,8409540 . . . log. 693.

$F = +$ 28278 . . . . . . Logarithme $F = 9{,}4514487$.

$E = +(E1) - (E2) - (E3)$; $(E1) - (E2) = +99894$.

(E3)

19,2326251...log. ch.
−11,8027850.
7,4298401...log. 269.

E = 99625......Logarithme E = 9,9983683.

CALCUL du nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la Conjonction.

(b1)
9,3432313...log. A.
9,1132747...log. D.
18,4565060.
−10,2584553...log. C.
8,1980507.
− 6,1490219...log. $\frac{3600\zeta}{nr}$.
2,0490288...log. 112″.

(b2)
9,4514487...log. F.
− 6,1490219...log. $\frac{3600\zeta}{nr}$.
3,3024268...log. 2006″.

b = − 1894″.

CALCUL de la plus courte diſtance des Centres.

20,2584553...log. rC.
− 9,1132747...log. D.
11,1451806...log. tang. H.

H = 85ᵈ 54′ 20″.

Log. ſinus H = 9,9988901.

18,1949633...log. $\zeta\pi$.
+ 9,3432313...log. A.
27,5381946.
− 9,9983683...log. E.
17,5398263.
− 9,9988901...log. ſin. H.
7,5409362...log. tang. diſt. des centres.

Diſtance des centres = 11′ 56″ 40‴.

Et attendu que $\frac{AD}{C}$ eſt poſitif, & que A eſt négatif, le centre de la Lune étoit dans l'angle auſtral ſuivant du diſque du Soleil.

(64.) Il eſt une remarque qui ne doit point échapper, c'eſt que les calculs du §. 63, peuvent également ſervir à déterminer la diſtance des centres du Soleil & de la Lune pour huit points de la Terre, quatre ſous le parallèle boréal

& quatre ſous le parallèle auſtral. Ces huit points ſont ceux relativement auxquels à l'inſtant de la plus grande phaſe, les ſinus & les coſinus de latitude & d'angles horaires, ont la même valeur abſolue, & ne diffèrent que par les ſignes. Un exemple va nous éclaircir.

RECHERCHE de la plus courte diſtance des centres pour huit points particuliers des Parallèles de 48d 51′.

PARALLÈLE BORÉAL.

$s = +$ ſin. 48d 41′ 25″ $c = +$ coſ. 48d 41′ 25″

5 heures du matin.

$g = -$ ſin. 75d $h = -$ coſ. 75d

$A = + (A1) - (A2) - (A3) - (A4) = - 24569.$

$C = + (C1) + (C2) + (C3) \ldots\ldots = + 211454.$

$D = - (D1) + (D2) \ldots\ldots = + 3544.$

$F = + (F1) - (F2) + (F3) - (F4) = + 26892.$

$E = + (E1) - (E2) + (E3) \ldots\ldots = + 100163.$

7 heures du matin.

$g = -$ ſin. 75d $h = +$ coſ. 75d

$A = + (A1) - (A2) - (A3) + (A4) = - 22041.$

$C = + (C1) + (C2) - (C3) \ldots\ldots = + 181324.$

$D = - (D1) - (D2) \ldots\ldots = - 12980.$

$F = + (F1) - (F2) + (F3) + (F4) = + 28278.$

$E = + (E1) - (E2) - (E3) \ldots\ldots = + 99625.$

5 heures du ſoir.

$g = +$ ſin. 75d $h = +$ coſ. 75d

$A = + (A1) - (A2) + (A3) + (A4) = + 39629.$

$C = + (C1) - (C2) - (C3) \ldots\ldots = + 176148.$

$D = + (D1) - (D2) \ldots\ldots = - 3544.$

$F = + (F1) - (F2) - (F3) + (F4) = - 84170.$

$E = + (E1) - (E2) - (E3) \ldots\ldots = + 99625.$

7 heures du ſoir.

$g = +$ ſin. 75d $h = -$ coſ. 75d

$A = + (A1) - (A2) + (A3) - (A4) = + 37101.$

$C = + (C1) - (C2) + (C3) \ldots\ldots = + 206278.$

$D = + (D1) + (D2) \ldots\ldots = + 12980.$

$F = + (F1) - (F2) - (F3) - (F4) = - 85556.$

$E = + (E1) - (E2) + (E3) \ldots\ldots = + 100163.$

PARALLÈLE

PARALLÈLE AUSTRAL.

$s = -$ sin. $48^d\ 41'\ 25''$ $c = +$ cosin. $48^d\ 41'\ 25''$

5 heures du matin.

$g = -$ sin. 75. $h = -$ cosin. 75.

$A = + (A\ 1) + (A\ 2) - (A\ 3) - (A\ 4)$. $= + 106689$.

$C = + (C\ 1) + (C\ 2) + (C\ 3)$........ $= + 211454$.

$D = - (D\ 1) + (D\ 2)$................ $= + 3544$.

$F = + (F\ 1) + (F\ 2) + (F\ 3) - (F\ 4)$. $= + 98878$.

$E = + (E\ 1) + (E\ 2) + (E\ 3)$......... $= + 100361$.

7 heures du matin.

$g = -$ sin. 75^d $h = +$ cosin. 75^d

$A = + (A\ 1) + (A\ 2) - (A\ 3) + (A\ 4)$. $= + 109217$.

$C = + (C\ 1) + (C\ 2) - (C\ 3)$........ $= + 181324$.

$D = - (D\ 1) - (D\ 2)$................ $= - 12980$.

$F = + (F\ 1) + (F\ 2) + (F\ 3) + (F\ 4)$. $= + 100264$.

$E = + (E\ 1) + (E\ 2) - (E\ 3)$........ $= + 99823$.

5 heures du soir.

$g = +$ sin. 75^d $h = +$ cosin. 75^d

$A = + (A\ 1) + (A\ 2) + (A\ 3) + (A\ 4)$. $= + 170887$.

$C = + (C\ 1) - (C\ 2) - (C\ 3)$......... $= + 176148$.

$D = + (D\ 1) - (D\ 2)$................. $= - 3544$.

$F = + (F\ 1) + (F\ 2) - (F\ 3) + (F\ 4)$. $= - 12184$.

$E = + (E\ 1) + (E\ 2) - (E\ 3)$......... $= + 99823$.

7 heures du soir.

$g = +$ sin. 75^d $h = -$ cosin. 75^d

$A = + (A\ 1) + (A\ 2) + (A\ 3) - (A\ 4)$. $= + 168359$.

$C = + (C\ 1) - (C\ 2) + (C\ 3)$......... $= + 206278$.

$D = + (D\ 1) + (D\ 2)$................. $= + 12980$.

$F = + (F\ 1) + (F\ 2) - (F\ 3) - (F\ 4)$. $= - 13570$.

$E = + (E\ 1) + (E\ 2) + (E\ 3)$......... $= + 100361$.

Il ne s'agit donc que de chercher les logarithmes des nouvelles quantités A, C, D, F, E, & d'achever le calcul comme dans l'exemple du §. *63*.

ARTICLE V.

De tous les lieux qui obſervent la plus grande Phaſe au lever & au coucher du Soleil.

(*65.*) Parmi cette ſuite de points de notre globe qui obſervent la plus grande phaſe aux différentes heures, il y en a qui peuvent mériter une attention particulière, ce ſont ceux qui éprouvent ce phénomène au lever & au coucher du Soleil. J'ai déjà remarqué (*§. 37*) l'inexactitude de la méthode des projections. Dans le cas qui nous occupe, une des

Fig. 3. deux erreurs s'évanouit, attendu que les points C & O ſont communs à la droite CDO que l'on prend pour le lieu géométrique de toutes les diſtances égales des centres, & à la courbe CdO, véritable lieu géométrique de ces diſtances, mais la principale ſource d'erreur, celle qui dépend de l'inclinaiſon de la ligne des centres avec l'orbite relative à l'inſtant du phénomène, ſubſiſte en entier.

(*66.*) L'on a vu (*2.d Mém.* §. *36*) que la valeur de h qui répond au lever & au coucher du Soleil, a pour expreſſion; $h = -\frac{psr^2}{c\rho q}$; ſi donc l'on ſubſtitue cette valeur dans les équations du §. *58*, & que l'on faſſe pour abréger le calcul,

$$f = \sqrt{\left[\left(\frac{c\rho q}{r^2} + \frac{ps}{r}\right) \times \left(\frac{c\rho q}{r^2} - \frac{ps}{r}\right)\right]},$$

l'on aura

Pour le lever du Soleil.

$$A = \overset{(A\,1)}{\frac{\psi l}{\zeta}} - \overset{(A\,2)}{\frac{\varphi s}{q}} - \overset{(A\,3)}{\frac{f\omega}{q}}.$$

$$C = \overset{(C\,1)}{\frac{nr^2}{\zeta v}} + \overset{(C\,2)}{\frac{p\varphi s}{qr}} + \overset{(C\,3)}{\frac{fp\omega}{qr}}.$$

$$D = \overset{(D\,1)}{\frac{p\omega s}{qr}} - \overset{(D\,2)}{\frac{fp\varphi}{qr}}.$$

$$F = \overset{(F\,1)}{\frac{\theta l}{\zeta}} - \overset{(F\,2)}{\frac{\omega s}{q}} + \overset{(F\,3)}{\frac{f\varphi}{q}}.$$

$$E = \overset{(E\,1)}{\xi} - \overset{(E\,2)}{\frac{\gamma b^2 \pi}{3600^2 r}}.$$

Pour le coucher du Soleil.

$$A = \overset{(A\,1)}{\frac{\psi l}{\zeta}} - \overset{(A\,2)}{\frac{\varphi s}{q}} + \overset{(A\,3)}{\frac{f\omega}{q}}.$$

$$C = \overset{(C\,1)}{\frac{nr^2}{\zeta v}} + \overset{(C\,2)}{\frac{p\varphi s}{qr}} - \overset{(C\,3)}{\frac{fp\omega}{qr}}.$$

$$D = \overset{(D\,1)}{\frac{p\omega s}{qr}} + \overset{(D\,2)}{\frac{fp\varphi}{qr}}.$$

$$F = \overset{(F\,1)}{\frac{\theta l}{\zeta}} - \overset{(F\,2)}{\frac{\omega s}{q}} - \overset{(F\,3)}{\frac{f\varphi}{q}}.$$

$$E = \overset{(E\,1)}{\xi} - \overset{(E\,2)}{\frac{\gamma b^2 \pi}{3600^2 r}}.$$

$$b = \overset{(b\,1)}{\frac{3600\,\zeta}{nr}} \times \frac{AD}{C} - \overset{(b\,2)}{\frac{3600\,\zeta}{nr}} \times F.$$

$$\text{Tangente } H = \frac{rC}{D}.$$

Tangente de la plus courte distance des centres $= \frac{A\zeta\pi}{E \times \text{sin. } H}$;

Cosinus de l'angle horaire à l'instant du phénomène $= -\frac{psr^2}{c\rho q}$;

Si l'on n'a point égard au terme $-\frac{\gamma b^2 \pi}{3600^2 r}$,

$$E = \xi$$

Tangente de la plus courte distance des centres $= \frac{A\zeta\pi}{\xi \times \text{sin. } H}$.

Il n'y a de nouvelle quantité dans cette formule que la quantité f que l'on regardera toujours comme positive; cette quantité ne dépend que de la latitude du lieu, & elle est la même pour le lever & le coucher du Soleil, pour le parallèle boréal & pour le parallèle austral.

Les remarques des §§. *28* & *60*, s'appliquent également à ces recherches.

(67.) *TABLE des quantités constantes de l'Éclipse, relatives à la recherche des plus grandes phases au lever & au coucher du Soleil.*

f.

Logarithmes $\begin{cases} \dfrac{p}{r} = -\ 1{,}0761376. \\ \dfrac{\rho q}{r^2} = +\ 0{,}0009120. \end{cases}$

A.

(A 1)

$$\frac{\psi l}{\zeta} = 73159.$$

Log. $\begin{cases} \dfrac{\varphi}{q} = -\ 0{,}0555664. & (A\,2,) \\ \dfrac{\omega}{q} = -\ 0{,}3164455. & (A\,3,) \end{cases}$

C.

(C 1)

$$\frac{nr^2}{\zeta v} = 193801.$$

Log. $\begin{cases} \dfrac{p\varphi}{qr} = -\ 1{,}1317040. & (C\,2,) \\ \dfrac{p\omega}{qr} = -\ 1{,}3925831. & (C\,3,) \end{cases}$

D.

Log. $\begin{cases} \dfrac{p\omega}{qr} = -\ 1{,}3925831. & (D\,1,) \\ \dfrac{p\varphi}{qr} = -\ 1{,}1317040. & (D\,2,) \end{cases}$

F.

(F 1)

$$\frac{\theta l}{\zeta} = 7354.$$

Log. $\begin{cases} \dfrac{\omega}{q} = -\ 0{,}3164455. & (F\,2,) \\ \dfrac{\varphi}{q} = -\ 0{,}0555664. & (F\,3,) \end{cases}$

E.

(E 1)

$$\xi = 99993.$$

(E 2,)

$$\text{Log.}\left\{\frac{\gamma \cdot \pi}{3600^2 r} = -\ 1{,}6154055.\right.$$

Log. $\begin{cases} \xi = 9{,}9999711. \\ \zeta\pi = +\ 18{,}1949633. \end{cases}$

$$\text{Log. } \frac{3600\zeta}{nr} = -\ 6{,}1490219. \qquad \text{Log. } \frac{pr^2}{\rho q} = +\ 8{,}9229504.$$

EXEMPLE.

(68.) *L'on demande quels ont été, dans l'Éclipse du 1.er Avril 1764, sous les différens parallèles terrestres, le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de la plus grande phase, l'angle de la ligne des centres avec la parallèle à l'orbite relative de la Lune, la plus courte distance des centres, l'angle du disque du Soleil dans lequel s'est trouvé le centre de la Lune, & l'heure du phénomène.*

SOLUTION. Par le moyen de la Table précédente, j'évalue les valeurs & le signe des grandeurs f, A, C, D, F, E correspondantes aux différens parallèles, en faisant grande attention au signe des termes qui les composent; & je conclus le nombre b de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène; la valeur de l'angle H; la quantité de la plus courte distance des centres; l'angle du disque du Soleil dans lequel s'est trouvé le centre de la Lune; & l'heure du phénomène.

TYPE du Calcul.

COUCHER DU SOLEIL pour le Parallèle boréal de 48d 51'.

$s = +$ sin. 48d 41′ 25″ } Logarithmes { $s = 9,8757280.$
$c = +$ cos. 48. 41. 25 } Logarithmes { $c = 9,8196289.$

$f.$

9,8757280 . . . log. s.	9,8196289 . . . log. c.
−1,0761376 . . . log. $\frac{p}{r}$.	+0,0009120 . . . log. $\frac{pq}{r^2}$.
8,7995904 . . . log. 6304.	9,8205409 . . . log. 66152.

$\frac{cpq}{r^2} + \frac{ps}{r} = 72456.$ } Logarithmes { $= 9,8600744.$
$\frac{cpq}{r^2} - \frac{ps}{r} = 59848.$ } Logarithmes { $= 9,7770496.$

19,6371240.
2.

Logarithme $f = 9,8185620.$

$A = + (A1) - (A2) + (A3)$ $(A1) = + 73159.$

$(A2)$
9,8757280 . . . log. *s.*
−0,0555664.
9,8201616 . . . log. 66094.

$(A3)$
9,8185620 . . . log. *f.*
−0,3164455.
9,5021165 . . . log. 31777.

$A = +$ 38842 . . . . . . Logarithme A = 9,5893016.

$C = + (C1) + (C2) - (C3)$ $C1 = +$ 193801.

$(C2)$
9,8757280 . . . log. *s.*
−1,1317040.
8,7440240 . . . log. 5547.

$(C3)$
9,8185620 . . . log. *f.*
−1,3925831.
8,4259789 . . . log. 2667.

$C = +$ 196681 . . . . . . Logarithme C = 10,2937624.

$D = + (D1) + (D2)$

$(D1)$
9,8757280 . . . log. *s.*
−1,3925831.
8,4831449 . . . log. 3042.

$(D2)$
9,8185620 . . . log. *f.*
−1,1317040.
8,6868580 . . . log. 4862.

$D = +$ 7904 . . . . Logarithme D = 8,8978469.

$F = + (F1) - (F2) - (F3)$ $(F1) = +$ 7354.

$(F2)$
9,8757280 . . . log. *s.*
−0,3164455.
9,5592825 . . . log. 36248.

$(F3)$
9,8185620 . . . log. *f.*
−0,0555664.
9,7629956 . . . log. 57942.

$F = -$ 86836 . . . . . . Logarithme F = 9,9386998.

CALCUL *du nombre de secondes horaires écoulées depuis la Conjonction.*

$(b1)$
9,5893016 . . . log. *A.*
8,8978469 . . . log. *D.*
18,4871485.
−10,2937624 . . . log. *C.*
8,1933861.
− 6,1490219 . . . log. $\frac{3600\zeta}{nr}$.
2,0443642 . . . log. 111″.

$(b2)$
9,9386998 . . . log. *F.*
− 6,1490219 . . . log. $\frac{3600\zeta}{nr}$.
3,7896779 . . . log. 6161″.

$b = +$ 6272″.

CALCUL de la plus courte diſtance des Centres.

20,2937624 . . . log. rC.
− 8,8978469 . . . log. D.
11,3959155 . . . log. tang. H.

$H = 87^d\ 41'\ 56''$.

Log. ſinus H = 9,9996496.

18,1949633 . . . log. $\zeta\pi$.
+ 9,5893016 . . . log. A.
27,7842649.
− 9,9999711 . . . log. ξ.
17,7842938.
− 9,9996496 . . . log. ſinus H.
7,7846442 . . . log. tang. diſt. des centres.

Diſtance des centres = 20′ 56″ 30‴.

Et attendu que $\frac{AD}{C}$ & A ſont poſitifs, le centre de la Lune étoit dans l'angle boréal ſuivant du diſque du Soleil.

CALCUL de l'heure à laquelle arrive le Phénomène.

9,8757280 . . . log. s.
+ 8,9229504 . . . log. $\frac{pr^2}{\rho q}$.
18,7986784.
− 9,8196289 . . . log. c.
8,9790495 . . . log. h.
$h = -$ ſinus $5^d\ 28'\ 5''$.

Angle horaire à l'inſtant du phénomène = $95^d\ 28'\ 5''$.
Heure du coucher du Soleil. . . $6^h\ 21'\ 52''$.

(69.) Par le moyen des mêmes calculs, on trouve également la plus courte diſtance des centres pour le lever & le coucher du Soleil ſous le parallèle boréal de $48^d\ 51'$, & pour le lever & le coucher du Soleil ſous le parallèle auſtral de $48^d\ 51'$.

Parallèle boréal de $48^d\ 51'$.

$s = +$ ſinus $48^d\ 41'\ 25''$ $c = +$ coſinus $48^d\ 41'\ 25''$

Lever du SOLEIL.

$5^h\ 38'\ 8''$ du matin.

$A = +(A1) - (A2) - (A3)$ . . . . $= -$ 24712.
$C = +(C1) + (C2) + (C3)$ . . . . $= +$ 202015.
$D = +(D1) - (D2)$ . . . . $= -$ 1820.
$F = +(F1) - (F2) + (F3)$ . . . . $= +$ 29048.

Coucher du SOLEIL.

$6^h\ 21'\ 52''$ du ſoir.

$A = + (A1) - (A2) + (A3)$ .... $= + 38842$.
$C = + (C1) + (C2) - (C3)$ .... $= + 196681$.
$D = + (D1) + (D2)$ .... $= + 7904$.
$F = + (F1) - (F2) - (F3)$ .... $= - 86836$.

Parallèle auſtral de $48^d\ 51'$.

$s = -$ ſinus $48^d\ 41'\ 25''$ $c = +$ coſinus $48^d\ 41'\ 25''$

Lever du SOLEIL.

$6^h\ 21'\ 52''$ du matin.

$A = + (A1) + (A2) - (A3)$ .... $= + 107476$.
$C = + (C1) - (C2) + (C3)$ .... $= + 190921$.
$D = - (D1) - (D2)$ .... $= - 7904$.
$F = + (F1) + (F2) + (F3)$ .... $= + 101544$.

Coucher du SOLEIL.

$5^h\ 38'\ 8''$ du ſoir.

$A = + (A1) + (A2) + (A3)$ .... $= + 171030$.
$C = + (C1) - (C2) - (C3)$ .... $= + 185587$.
$D = - (D1) + (D2)$ .... $= + 1820$.
$F = + (F1) + (F2) - (F3)$ .... $= - 14340$.

(70.) Lorſque $c \rho q$ eſt moindre que $p s r$, la valeur de f eſt imaginaire; le problème n'a donc plus lieu. En effet dans ce cas le Soleil ne ſe couche plus pour le parallèle; il n'y a donc aucun lieu ſitué ſous ce parallèle qui voie le milieu de l'éclipſe au lever & au coucher du Soleil.

Lorſque $c \rho q = p s r$, la quantité $f = 0$; & les valeurs A, C, D, F, E, ſont les mêmes pour le lever & le coucher du Soleil. Mais alors l'on a $h = \pm r$, & $g = 0$: c'eſt le cas où le Soleil eſt à l'horizon dans le méridien, & par conſéquent le cas où il ſe couche & ſe lève dans le même inſtant.

ARTICLE

ARTICLE VI.

De la conversion du nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction, en expression de la longitude du lieu.

(71.) L'on a vu dans les articles précédens, comment l'on détermine le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction, jusqu'à l'instant où la plus grande phase arrive par rapport à un certain point d'un parallèle donné. Cette méthode n'indique pas directement la longitude de ce lieu. Nous allons nous occuper plus particulièrement de cette détermination.

(72.) L'angle horaire d'un lieu quelconque à l'instant de la conjonction, est égal à l'angle horaire de ce même lieu à l'instant d'une phase quelconque, moins l'arc de l'Équateur qui mesure le temps écoulé entre l'instant de la conjonction & celui de cette phase. Si donc l'on suppose que, relativement à un lieu M, la phase est arrivée lorsqu'il étoit dans ce lieu une certaine heure désignée par l'angle horaire m, que le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène soit exprimé par b, & que l'on nomme β l'arc de l'Équateur qui répond au nombre b de secondes horaires, l'on aura

Angle horaire du lieu M à l'instant de la conjonction $= m - \beta$.

(73.) Soit maintenant A un autre lieu dont la position est supposée connue; a l'angle horaire du Soleil dans le lieu A à l'instant de la conjonction. Si l'on veut comparer la position respective des lieux A & M, il est sensible que, puisque la différence des longitudes de deux lieux quelconques est égale à la différence des angles horaires correspondans au même instant physique, l'on a

Longitude du lieu M — longitude du lieu $A = m - \beta - a$.

Si donc l'on suppose, longitude du lieu $A = 0^d\ 0'\ 0''$, c'est-à-dire si l'on compte les longitudes en partant du lieu A, l'on a

Longitude du lieu M évaluée en degrés $= - a + m - \beta$.

(74.) Il est essentiel de ne pas se tromper sur les signes de la formule du paragraphe précédent. L'on n'oubliera donc pas que

β eſt poſitif lorſque b eſt poſitif, c'eſt-à-dire lorſque l'inſtant de la conjonction eſt paſſé, & que β eſt négatif lorſque b eſt négatif, c'eſt-à-dire lorſque l'inſtant de la conjonction n'eſt pas encore paſſé. Quant aux angles horaires, nous les compterons depuis 0^d juſqu'à 180^d de part & d'autre du méridien ſupérieur. Nous regarderons comme poſitifs les angles horaires depuis midi juſqu'à minuit, & comme négatifs les angles horaires entre minuit & midi, ainſi, par exemple, l'angle horaire correſpondant à 8^h du ſoir $= + 120^d$, & l'angle horaire correſpondant à 4^h du matin $= - 120^d$. Nous diſtinguerons de même deux eſpèces de longitudes, *longitude orientale* & *longitude occidentale*, que nous compterons depuis 0^d juſqu'à 180^d; nous regarderons les longitudes orientales comme poſitives, & les longitudes occidentales comme négatives.

(75.) Lors de l'éclipſe du 1.er Avril 1764, l'on a ſuppoſé que la conjonction étoit arrivée lorſqu'il étoit à Paris $10^h\ 31'\ 23''$ du matin; ſi donc Paris eſt le lieu que nous avons déſigné par le lieu A; l'angle $a = - 22^d\ 9'\ 15''$ & la formule du *§. 73* devient

$$\text{Longitude du lieu } M = + 22^d\ 9'\ 15'' + m - \beta.$$

EXEMPLE.

(76.) *Trouver la longitude du lieu pour lequel la plus grande phaſe eſt arrivée à 7 heures du matin ſous le parallèle boréal de $48^d\ 51'$.*

SOLUTION. Puiſque nous comptons les angles horaires depuis 0^d juſqu'à 180^d de part & d'autre du méridien ſupérieur, & que l'heure eſt entre minuit & midi, l'angle horaire eſt négatif & $m = - 75^d$. Le temps écoulé depuis la conjonction $= - 1894''$, qui réduit en degré $= - 7^d\ 53'\ 30''$; donc $\beta = - 7^d\ 53'\ 30''$; donc la longitude de ce lieu

$$= \left\{\begin{array}{l} + 22^d\ 9'\ 15'' \\ - 75.\ \ 0.\ \ 0. \\ + \ 7.\ 53.\ 30. \end{array}\right\} = - 44^d\ 57'\ 15'';$$ & comme la longitude eſt négative, le lieu eſt plus occidental que Paris.

(77.) Il pourroit arriver que l'expreſſion de la longitude ſût donnée ſous la forme d'un arc $\left\{ \begin{matrix} + n \\ - n \end{matrix} \right\}$ plus grand que 180 degrés. Comme l'on a ſuppoſé que les longitudes n'étoient comptées que depuis 0^d juſqu'à 180^d, dans ce cas, l'on ſubſtituera à l'expreſſion $\left\{ \begin{matrix} + n \\ - n \end{matrix} \right\}$ de la longitude, cette nouvelle expreſſion $\left\{ \begin{matrix} - 360^d + n \\ + 360. - n \end{matrix} \right\}$.

OBSERVATION ſur les Articles précédens.

(78.) Les équations des *articles 4* & *5* peuvent être d'un très-grand uſage. En effet, ſi l'on épuiſe les différentes heures des différens parallèles terreſtres, en prenant par exemple ces parallèles de 10^d en 10^d, il eſt ſenſible que l'on aura une idée complète de l'éclipſe, preſque pour tous les points de la Terre.

(79.) La formule de l'*article 4* peut également ſervir à déterminer quelle plus grande phaſe l'on éprouve à une certaine heure donnée ſous les différentes latitudes. Il ne s'agit que de regarder dans la formule l'angle horaire comme conſtant, & de faire varier la latitude.

ARTICLE VII.

De quelques queſtions du genre de maximis & minimis, *relatives aux recherches précédentes.*

(80.) Si l'on calcule les diſtances des centres correſpondantes aux différentes heures d'un même parallèle, il ſera aiſé de remarquer que tous les lieux ſitués ſous le même parallèle, n'obſervent pas la même plus grande phaſe. Ce phénomène dépend de l'angle horaire. Ainſi donc dans l'exemple particulier de l'éclipſe du 1.er Avril 1764, le lieu qui, ſous le parallèle boréal de $48^d\ 51'$, a vu la plus courte diſtance des centres à 7^h du matin, n'a pas obſervé la même phaſe que celui pour qui ce phénomène arrivoit à 2^h du ſoir. Quoique la différence des heures occaſionne une très-grande diverſité dans les plus courtes diſtances, il eſt cependant une

limite que ces distances ne peuvent pas franchir; il est une certaine heure au-delà de laquelle les phases après avoir décrû recommencent à croître. Le lieu qui observe la plus courte distance des centres correspondante à cette heure particulière, est donc celui qui sous la même latitude voit la plus grande ou la plus petite phase possible.

(81.) L'on a vu que l'on pouvoit donner par symptôme
Fig. 2. du *minimum* de l'angle QZR, la condition qui donne le *minimum* du côté QR. Nous suivrons le même procédé; au lieu donc de déterminer le *minimum* du *minimum* de l'angle QZR, nous déterminerons pour chaque latitude, le *minimum* du *minimum* du côté QR.

(82.) L'on a démontré (§. 49) que le côté QR avoit en général pour expression $QR = \frac{\zeta}{r} \times \sqrt{(A^2 + B^2)}$; que, par la supposition particulière du *minimum*, l'on avoit $AdA + BdB = 0$; ou, en conservant les définitions des §§. 51 & 58, $BC - AD = 0$; si dans l'équation $QR = \frac{\zeta}{r} \times \sqrt{(A^2 + B^2)}$, l'on substitue à B^2 sa valeur tirée de l'équation $BC - AD = 0$; la valeur de QR se transforme en celle-ci, $QR = \frac{\zeta}{r} \times \frac{A\sqrt{(C^2 + D^2)}}{C}$. Il ne s'agit donc que de déterminer le *minimum* de cette nouvelle quantité.

Pour y parvenir, soit $n = \frac{rD}{C}$, l'on aura

$$QR = \frac{\zeta}{r} \times \frac{A\sqrt{(n^2 + r^2)}}{r};$$

diff. $QR = \frac{\zeta}{r} \times \left(\frac{dA\sqrt{(n^2 + r^2)}}{r} + \frac{Andn}{r\sqrt{(n^2 + r^2)}}\right)$;

donc par la supposition de différentielle $QR = 0$;

$$dA\sqrt{(n^2 + r^2)} + \frac{Andn}{\sqrt{(n^2 + r^2)}} = 0;$$

donc $n^2 dA + r^2 dA + Andn = 0$;

mais $n = \frac{rD}{C}$,

donc $n^2 CdA + r^2 CdA + ArDdn = 0$;

(83.) Il eſt aiſé de voir *(§. 39 & 58)* que $dA = -\frac{Ddg}{h}$; l'équation du paragraphe précédent devient donc

$$-\frac{n^2 CDdg}{h} - \frac{r^2 CDdg}{h} + ArDdn = 0.$$

La ſuppoſition de $D = 0$ réſout donc le problème; mais *(§. 58)*, $D = \frac{cp\rho\varphi g}{r^4} - \frac{c\rho\omega rh}{r^4}$, l'on a donc pour condition

$$\omega rh - p\varphi g = 0;$$

ou (en ſubſtituant à ωr la quantité φt qui eſt égale)

$$th - pg = 0.$$

(84.) Puiſque $D = 0$, la tangente de l'angle H *(§. 58)* eſt infinie; l'angle H eſt donc de 90 degrés & ſon ſinus $= r$; la tangente du *minimum minimorum* de diſtance des centres a donc pour expreſſion $\frac{A\zeta\pi}{Er}$.

L'on remarquera que le lieu qui éprouve le *minimum minimorum* de diſtance des centres, eſt le ſeul pour qui la plus grande phaſe arrive à l'inſtant que ſa projection ſe rencontre avec le centre de la Lune dans la perpendiculaire à l'orbite relative.

(85.) De l'équation du *§. 83*, indépendamment de $D = 0$; l'on tire $-\frac{n^2 Cdg}{h} - \frac{r^2 Cdg}{h} + Ardn = 0$. Pour entendre ce que ſignifie cette équation, l'on ſe rappellera 1.° *(§. 39 & 58)*, que $\frac{Cdg}{h} = dB$, 2.° *(§. 35)* que $B = \frac{r}{\zeta} \times (DQ + FI)$; 3.° *(§. 35)* que $A = \frac{r}{\zeta} \times (DF + RI)$. 4.° Que puiſque *(§. 82)*, $n = \frac{rD}{C}$; n eſt la cotangente, & (par conſéquent $n^2 + r^2$ le quarré de la coſécante) de l'angle que nous avons appelé Fig. 2.

Fig. 2. angle H, c'eſt-à-dire de l'angle RQD. Donc lorſque le *minimum minimorum* de diſtance des centres a lieu,

$$\frac{\text{différentielle cotang. Angle } RQD}{\text{différentielle } (DQ + FI)} = \frac{\text{coſécante}^2 \text{ Angle } RQD}{r \times (DF + RI)}.$$

(86.) Cette dernière ſolution eſt conforme à ce que nous apprend d'ailleurs le calcul différentiel; en effet dans le cas du *minimum minimorum* de diſtance des centres, l'angle H (§. 84) eſt de 90^d. D'ailleurs puiſque cette diſtance des centres a lieu (§. 84) lorſque la Lune & la projection de l'obſervateur ſe trouvent dans la perpendiculaire à l'orbite relative, & que cette diſtance eſt un *minimum*; la portion de cette perpendiculaire compriſe entre le centre de la Lune & la projection de l'obſervateur eſt eſſentiellement un *minimum*. Soit donc $RQ\varphi$, un triangle rectiligne rectangle en φ, dont le côté $R\varphi = \frac{B\zeta}{r}$, & le côté $Q\varphi = \frac{A\zeta}{r}$; l'on aura $\frac{A\zeta}{r} : \frac{B\zeta}{r} :: r : \text{tang. } RQ\varphi$, donc tang. $RQ\varphi = \frac{Br}{A}$; donc différentielle tangente $RQ\varphi = \frac{rAdB - rBdA}{A^2}$: ſi donc l'on ſuppoſe que le côté A ſoit parvenu au *minimum*, c'eſt-à-dire, ſi l'on ſuppoſe $dA = 0$, l'on aura $\frac{\text{diff. tang. } RQ\varphi}{dB} = \frac{r}{A}$, équation qui devient identique avec celle du §. 85, ſi l'on ſuppoſe dans l'équation de ce paragraphe l'angle RQD de 90^d. Les deux facteurs du §. 82 donnent donc la même ſolution, quoique ſous une forme très-différente; ils apprennent l'un & l'autre que l'angle H eſt de 90^d, & que le côté A eſt un *minimum*.

(87.) L'on a vu (§. 83) que lors du *minimum minimorum* de diſtance des centres, $pg - th = 0$; de plus $g^2 + h^2 - r^2 = 0$; ſi donc l'on ſubſtitue ces valeurs dans les équations du §. 58, en obſervant d'ailleurs que $\varphi t = \omega r$, & que l'on ſuppoſe pour abréger le calcul,

$$f = V(p^2 + t^2).$$

l'on aura

Phaſe la plus boréale ou la moins auſtrale ſous le parallèle donné.

$$A = \overset{(A1)}{\frac{\psi l}{\zeta}} - \overset{(A2)}{\frac{q s \varphi}{r^2}} + \overset{(A3)}{\frac{c \rho \varphi f}{r^3}}.$$

$$F = \overset{(F1)}{\frac{\theta l}{\zeta}} - \overset{(F2)}{\frac{q s \omega}{r^2}} - \overset{(F3)}{\frac{c \rho q^2 \omega}{r^3 f}}.$$

$$E = \overset{(E1)}{\xi} - \overset{(E2)}{\frac{p s \pi}{r^2}} - \overset{(E3)}{\frac{c \rho p q \pi}{r^3 f}} - \overset{(E4)}{\frac{\gamma b^2 \pi}{3600^2 r}}.$$

Phaſe la moins boréale ou la plus auſtrale ſous le parallèle donné.

$$A = \overset{(A1)}{\frac{\psi l}{\zeta}} - \overset{(A2)}{\frac{q s \varphi}{r^2}} - \overset{(A3)}{\frac{c \rho \varphi f}{r^3}}.$$

$$F = \overset{(F1)}{\frac{\theta l}{\zeta}} - \overset{(F2)}{\frac{q s \omega}{r^2}} + \overset{(F3)}{\frac{c \rho q^2 \omega}{r^3 f}}.$$

$$E = \overset{(E1)}{\xi} - \overset{(E2)}{\frac{p s \pi}{r^2}} + \overset{(E3)}{\frac{c \rho p q \pi}{r^3 f}} - \overset{(E4)}{\frac{\gamma b^2 \pi}{3600^2 r}}.$$

$$b = - \overset{(b1)}{\frac{3600\,\zeta}{n r}} \times F.$$

Tangente de la plus courte diſtance des centres $= \frac{A \zeta \pi}{E r}$.

Tangente de l'angle horaire à l'inſtant du phénomène $= \frac{t r}{p}$.

(88.) Les équations du paragraphe précédent nous indiquent qu'il y a ſous chaque parallèle un double *minimum minimorum* de diſtance des centres, dont l'un répond à une certaine heure du matin & l'autre répond à une même heure du ſoir. L'on n'oubliera pas que lorſque t eſt poſitif, la phaſe la plus boréale ou la moins auſtrale, s'obſerve entre midi & minuit; qu'elle s'obſerve au contraire entre minuit & midi lorſque t eſt négatif; que l'inſtant du phénomène eſt entre midi & ſix heures du ſoir, minuit & ſix heures du matin, lorſque t & p ont le même ſigne; que cet inſtant eſt entre ſix heures du ſoir & minuit, ſix heures du matin & midi, lorſque t & p ont un ſigne différent. L'on remarquera enfin que le centre de la Lune eſt vu dans l'hémiſphère boréal ou dans l'hémiſphère auſtral du diſque du Soleil, ſuivant que A eſt une quantité poſitive ou une quantité négative.

(89.) Il n'y a de nouvelle quantité dans cette formule, que la quantité f que l'on regardera toujours comme poſitive.

(90.) De l'équation $pg - th = 0$, l'on peut conclure que les *minima minimorum* de diſtance des centres ont lieu à ſix heures du matin & à ſix heures du ſoir dans les équinoxes, qu'ils arrivent au contraire à midi & à minuit vers les ſolſtices.

(91.) *TABLE des quantités conſtantes de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, relatives à la recherche du* minimum minimorum *de diſtance des centres.*

Logarithme $f = 9{,}7441413$.

A.

(A 1) $\frac{\psi l}{\zeta} = 73159$.

Log. (A 2,) $\frac{q\varphi}{r^2} = -0{,}0586358$.

Log. (A 3,) $\frac{\rho\varphi f}{r^3} = -0{,}3105131$.

F.

(F 1) $\frac{\theta l}{\zeta} = 7354$.

Log. (F 2,) $\frac{q\omega}{r^2} = -0{,}3195149$.

Log. (F 3,) $\frac{\rho q^2\omega}{r^3 f} = -0{,}0627442$.

E.

(E 1) $\xi = +99993$.

Log. (E 2,) $\frac{p\pi}{r^2} = -2{,}8798346$.

Log. (E 3,) $\frac{\rho p q\pi}{r^3 f} = -2{,}6230639$.

Log. (E 4,) $\frac{\gamma\pi}{3600^2 r} = -1{,}6154055$.

Logarithme $\frac{3600\zeta}{nr} = -6{,}1490219$.

Logarithme $\frac{\zeta\pi}{r} = +8{,}1949633$.

Angles horaires correſpondans aux *maxima maximorum* { $+81^d\ 18'$ ...... $5^h\ 25'\ 12''$ du ſoir.
$-98.\ 42$ ...... 5. 25. 12. du matin.

EXEMPLE.

(92.) *L'on demande quels ont été dans l'éclipſe du 1.er Avril 1764, ſous les différens parallèles terreſtres, les* minima minimorum *de diſtance des centres.*

SOLUTION. Par le moyen de la Table précédente, j'évalue les

les valeurs & le ſigne des grandeurs A, F, E, correſpondantes aux différens parallèles, en faiſant grande attention au ſigne des termes qui les compoſent ; je conclus donc le nombre b de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant du phénomène, l'hémiſphère ſolaire dans lequel s'eſt trouvé le centre de la Lune, & la quantité de la plus courte diſtance des centres.

TYPE du Calcul.

PHASE la plus boréale pour le parallèle boréal de 48d 51'.

$s = +$ ſin. 48d 41′ 25″ } Logarithmes { s = 9,8757280.
$c = +$ coſ. 48. 41. 25 } { c = 9,8196289.

$A = + (A1) - (A2) + (A3)$ — $(A1) = +$ 73159.

(A2)
9,8757280 . . . log. s.
−0,0586358.
9,8170922 . . . log. 65629.

(A3)
9,8196289 . . . log. c.
−0,3105131.
9,5091158 . . . log. 32293.

$A = +$ 39823 . . . . . . Logarithme A = 9,6001340.

$F = + (F1) - (F2) - (F3)$ — $(F1) = +$ 7354.

(F2)
9,8757280 . . . log. s.
−0,3195149.
9,5562131 . . . log. 35993.

(F3)
9,8196289 . . . log. c.
−0,0627442.
9,7568847 . . . log. 57133.

$F = -$ 85772 . . . . . . Logarithme F = 9,9333455.

$E = + (E1) - (E2) - (E3)$ — $(E1) = +$ 99993.

(E2)
9,8757280 . . . log. s.
−2,8798346.
6,9958934 . . . log. 99.

(E3)
9,8196289 . . . log. c.
−2,6230639.
7,1965650 . . . log. 157.

$E = +$ 99737 . . . . . . Logarithme E = 9,9988563.

CALCUL du nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la Conjonction.

$b = + (b1)$

(b1)
9,9333455 . . . log. F.
−6,1490219.
3,7843236 . . . log. 6086.

$b = +$ 6086″.

CALCUL de la plus courte distance des Centres.

9,6001340 . . . log. A.
$+$ 8,1949633 . . . log. $\frac{\zeta \pi}{r}$.

17,7950973.
$-$ 9,9988563 . . . log. E.

7,7962410 . . . log. tang. dist. des centres.
Distance des centres $=$ 21′ 30″.

Attendu que A, t & p sont positifs, le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère boréal du disque du Soleil, & l'on comptoit dans le lieu 5^h 25′ 12″ du soir.

Dans l'exemple, nous avons négligé le terme $(E\,4)$, conformément à la remarque du *§. 23.*

(93.) Par le moyen des mêmes calculs, l'on trouve également la phase la plus boréale & la moins boréale, soit pour le parallèle boréal, soit pour le parallèle austral, de 48^d 51′.

Parallèle boréal de 48^d 51′.

$s = +$ sinus 48^d 41′ 25″ $\qquad$ $c = +$ cosinus 48^d 41′ 25″

PHASE la plus boréale.

5^h 25′ 12″ du soir.

$A = +(A1) - (A2) + (A3) \ldots\ldots\ldots = +\ 39823.$
$F = +(F1) - (F2) - (F3) \ldots\ldots\ldots = -\ 85772.$
$E = +(E1) - (E2) - (E3) \ldots\ldots\ldots = +\ 99737.$

PHASE la moins boréale.

5^h 25′ 12″ du matin.

$A = +(A1) - (A2) + (A3) \ldots\ldots\ldots = -\ 24763.$
$F = +(F1) - (F2) + (F3) \ldots\ldots\ldots = +\ 28494.$
$E = +(E1) - (E2) + (E3) \ldots\ldots\ldots = +\ 100051.$

Parallèle austral de 48^d 51'.

$\imath = -$ ſinus 48^d 41' 25" $\qquad$ $\epsilon = +$ coſinus 48^d 41' 25"

PHASE la plus boréale.

5^h 25' 12" du ſoir.

$$A = +(A1) + (A2) + (A3) \ldots\ldots\ldots = +\ 171081.$$
$$F = +(F1) + (F2) - (F3) \ldots\ldots\ldots = -\ 13786.$$
$$E = +(E1) + (E2) - (E3) \ldots\ldots\ldots = +\ 99935.$$

PHASE la moins boréale.

5^h 25' 12" du matin.

$$A = +(A1) + (A2) - (A3) \ldots\ldots\ldots = +\ 106495.$$
$$F = +(F1) + (F2) + (F3) \ldots\ldots\ldots = +\ 100480.$$
$$E = +(E1) + (E2) + (E3) \ldots\ldots\ldots = +\ 100249.$$

Il ne s'agit que de chercher les logarithmes des nouvelles quantités A, F, E, & d'achever le calcul comme dans l'exemple du *§. 92.*

ARTICLE VIII.

De tous les lieux qui obſervent la plus grande phaſe un certain temps déterminé après le lever ou avant le coucher du Soleil.

(94.) L'on connoît en Aſtronomie cette eſpèce de courbe irrégulière, lieu géométrique de tous les points de la Terre pour leſquels la plus grande phaſe arrive au lever & au coucher du Soleil. Nous avons déterminé, *article V,* l'équation à cette courbe. Si l'on ſuppoſe maintenant que la plus grande phaſe arrive un certain temps aſſigné après le lever ou avant le coucher du Soleil, il eſt ſenſible que le lieu géométrique de tous les points de la Terre qui ſatisfont à la queſtion, formeront une autre eſpèce de courbe de même genre que celle du lever & du coucher du Soleil: je vais donner en peu de mots la ſolution du Problème.

(95.) Tous les problèmes relatifs à la détermination de la plus grande phase, peuvent être résolus par la formule du *§. 58*; il ne s'agit que de substituer dans cette formule les valeurs du sinus & du cosinus de l'angle horaire qui satisfont au problème proposé; d'après cette réflexion la question se réduit à déterminer généralement la valeur du sinus & du cosinus de l'angle horaire correspondant à un certain temps donné après le lever ou avant le coucher du Soleil.

(96.) L'on a vu *(2.d Mém. §. 36)* que le cosinus de l'angle horaire correspondant au lever & au coucher du Soleil, avoit pour expression $-\frac{psr^2}{c\rho q}$; donc l'expression du sinus de l'angle horaire correspondant au lever du Soleil $= -\frac{r\sqrt{(c^2\rho^2q^2 - p^2s^2r^2)}}{c\rho q}$; & celle du sinus de l'angle correspondant au coucher du Soleil $= +\frac{r\sqrt{(c^2\rho^2q^2 - p^2s^2r^2)}}{c\rho q}$.

Soit donc $f = \sqrt{\left[\left(r + \frac{psr^2}{c\rho q}\right) \times \left(r - \frac{psr^2}{c\rho q}\right)\right]}$,

σ = le sinus, ε = le cosinus } de l'arc de l'Équateur qui mesure le temps écoulé depuis le lever du Soleil, ou qui doit s'écouler jusqu'au coucher de cet astre;

la Trigonométrie rectiligne nous apprend que l'on aura,

Si l'on compte le temps écoulé depuis le lever du Soleil,	Si l'on compte le temps qui doit s'écouler jusqu'au coucher du ☉,
$g = -\frac{f\varepsilon}{r} - \frac{prs\sigma}{c\rho q}$,	$g = +\frac{f\varepsilon}{r} + \frac{prs\sigma}{c\rho q}$,
$h = +\frac{f\sigma}{r} - \frac{prs\varepsilon}{c\rho q}$.	$h = +\frac{f\sigma}{r} - \frac{prs\varepsilon}{c\rho q}$.

(97.) Je ne répéterai point ici ce que j'ai dit sur les quantités communes aux autres problèmes & relativement auxquelles les suppositions primitives continuent d'avoir lieu.

Par rapport aux nouvelles quantités f, σ, ε, l'on n'oubliera pas que f est toujours positive, que σ est positif lorsque le temps écoulé depuis le lever du Soleil, ou qui doit s'écouler

jusqu'au coucher du Soleil est moindre que douze heures; qu'il est négatif dans la supposition contraire; que ε est positif lorsque le temps écoulé depuis le lever du Soleil, ou qui doit s'écouler jusqu'au coucher de cet astre, est moindre que six heures ou plus grand que dix-huit heures; que ε est négatif lorsque le temps est plus grand que six heures & moindre que dix-huit heures.

(98.) Lorsque dans chaque cas particulier, l'on aura déterminé les valeurs de g & de h qui satisfont à la question, l'on substituera ces valeurs avec leurs signes dans les équations du *§. 58.*

(99.) L'on pourroit se proposer d'autres problèmes analogues; l'on pourroit, par exemple, demander quel est le lieu géométrique de tous les points de la Terre qui voient la plus grande phase lorsque le Soleil a parcouru une certaine portion de son arc semi-diurne, le tiers, le quart, le cinquième, &c. mais ces problèmes que l'on pourroit varier à l'infini, sont plutôt du ressort de la trigonométrie sphérique, que l'objet de l'ouvrage que je me suis proposé; en effet, tout consiste à déterminer trigonométriquement l'expression générale de l'angle horaire aux instans que l'on se propose de calculer, & de substituer ensuite pour chaque cas particulier dans les équations du *§. 58,* la valeur de g & de h tirée de cette formule trigonométrique.

ARTICLE IX.

Détermination de l'instant de la plus grande phase pour un lieu dont la longitude & la latitude sont données.

(100.) Nous avons vu dans les articles précédens, comment, étant donnée la latitude d'un parallèle terrestre, & l'heure de la plus grande phase, l'on détermine la longitude du lieu relativement auquel la plus courte distance des centres arrive lorsque l'on compte dans ce lieu l'heure assignée. Mais à la place de l'angle horaire, si l'on supposoit connue

la longitude particulière du lieu, & que l'on voulut chercher l'heure correſpondante à l'inſtant de la plus grande phaſe, le problème ne ſeroit plus ſoluble; en effet l'on auroit pour déterminer l'angle horaire, une équation de cette ſorme :

Arc horaire qui meſure le temps écoulé depuis la conjonction;
égale
fonction du ſinus & du coſinus de cet arc; plus, fonction du ſinus & du coſinus de cet arc, diviſée par une autre fonction du ſinus & du coſinus.

Il ſaudroit donc, pour réduire l'Équation à une ſeule variable, avoir l'expreſſion finie du ſinus & du coſinus d'un arc, en valeur de cet arc, ce que la Géométrie n'a pu encore déterminer. Puis donc qu'un lieu particulier ne peut être déſigné ſans ſa longitude, il ſuit que l'Algèbre ne peut donner aucune méthode abſolument directe pour calculer la plus grande phaſe relativement à un lieu particulier. Pour y ſuppléer, nous aurons recours à une ſérie très-convergente, dont les premiers termes exprimeront ſans erreur ſenſible l'angle horaire demandé.

Nous allons développer cette ſérie après quelques réflexions préliminaires.

(101.) Si l'on cherche par les méthodes précédentes la longitude des différens lieux qui obſervent la plus grande phaſe aux différentes heures, ſous un même parallèle; l'on remarquera 1.° que les angles horaires ſucceſſifs épuiſent tous les points du parallèle; 2.° que quoique rigoureuſement parlant, l'accroiſſement des angles horaires ne ſoit pas exactement proportionnel à l'accroiſſement des longitudes, cependant dans de petites diſtances il règne une loi de continuité. Si donc l'on propoſe de déterminer l'inſtant de la plus courte diſtance des centres pour un lieu dont la longitude & la latitude ſont données,

Soit A, le lieu pour lequel on calcule.
K, l'angle horaire du Soleil à l'inſtant de la plus grande phaſe dans le lieu A.
m, l'angle horaire du Soleil dans le lieu A, à l'inſtant de la conjonction vue du centre de la Terre.

Par les méthodes des *articles 4 & 6*, je cherche la longitude d'un lieu M, qui ſitué ſous le même parallèle que le

lieu A, observe la plus courte distance des centres lorsqu'il est dans ce lieu M, l'heure désignée par l'angle horaire m, & je nomme u, la différence en longitude du lieu A & du lieu M, que je suppose plus oriental.

Si la différence des angles horaires correspondans aux plus grandes phases étoit égale à la différence des longitudes, il est évident que l'on auroit cette équation $m - K = u$, & par conséquent $K = m - u$, mais cette équation n'est pas rigoureusement exacte.

Soit n un angle $= m - u$. Par les méthodes des *articles 4 & 6*, je cherche la longitude d'un lieu N, qui situé sous le même parallèle que le lieu A, observe la plus courte distance des centres lorsqu'il est dans ce lieu N l'heure désignée par l'angle horaire n, & je nomme x la différence en longitude du lieu A & du lieu N, que je suppose plus oriental que le lieu A, mais moins oriental que le lieu M.

En vertu de la loi de continuité qui tend à s'établir, l'on approche d'avoir la proportion suivante.

La différence en longitude des lieux M *&* N,
Est à la différence des angles horaires correspondans à leurs plus grandes phases respectives,
Comme la différence en longitude des lieux N *&* A
Est à la différence des angles horaires correspondans à leurs plus grandes phases.

Ou analytiquement $u - x : m - n :: x : n - K$. Mais par la supposition, $n = m - u$; donc $m - n = u$, donc $u - x : u :: x : n - K$; donc si la loi de continuité avoit rigoureusement lieu, l'on auroit $K = -\frac{ux}{u-x} + n$. ou (à cause de $n = m - u$) $K = -\frac{ux}{u-x} + m - u$; $K = m - \frac{u^2}{u-x}$; mais cette équation n'est pas encore rigoureuse.

Soit p, un angle $= m - \frac{u^2}{u-x}$. Par les méthodes des

articles 4 & 6, je cherche la longitude d'un lieu P, qui ſitué ſous le même parallèle que le lieu A, obſerve la plus courte diſtance des centres lorſqu'il eſt dans ce lieu P, l'heure déſignée par l'angle horaire p, & je nomme y la différence en longitude du lieu A & du lieu P, que je ſuppoſe plus oriental que le lieu A, mais moins oriental que le lieu N.

En vertu de la loi de continuité qui exiſte dans ce moment, l'on aura la proportion ſuivante.

La différence en longitude des lieux N & P,
Eſt à la différence des angles horaires correſpondans à leurs plus grandes phaſes reſpectives,
Comme la différence en longitude des lieux P & A
Eſt à la différence des angles horaires correſpondans aux plus grandes phaſes de ces mêmes lieux.

Ou analytiquement $x - y : n - p :: y : p - K$.

Mais par la ſuppoſition, $p = m - \frac{u^2}{u - x}$, & $n = m - u$;

donc $n - p = \frac{ux}{u - x}$; donc $x - y : \frac{ux}{u - x} :: y : p - K$;

donc $K = p - \frac{uxy}{(u - x) \times (x - y)}$;

donc $K = m - \frac{u^2}{u - x} - \frac{uxy}{(u - x) \times (x - y)}$.

(102.) Pour récapituler ce qui vient d'être démontré

Soit A, le lieu pour lequel on calcule.

K, l'angle horaire du Soleil à l'inſtant de la plus grande phaſe dans le lieu A.

m, l'angle horaire du Soleil à l'inſtant de la conjonction dans le lieu A.

u, la différence en longitude du lieu A & d'un lieu M, qui ſitué ſous le même parallèle que le lieu A, obſerve la plus courte diſtance des centres, lorſqu'il eſt dans ce lieu M l'heure déſignée par l'angle horaire m.

x, la différence en longitude du lieu A & d'un lieu N, qui ſitué ſous le même parallèle que le lieu A, obſerve la plus courte diſtance des centres lorſqu'il eſt dans ce lieu N l'heure déſignée par l'angle horaire $n = m - u$.

y, la

y, la différence en longitude du lieu A & d'un lieu P, qui ſitué ſous le même parallèle que le lieu A, obſerve la plus courte diſtance des centres, lorſqu'il eſt dans ce lieu P l'heure déſignée par l'angle horaire

$$p = m - \frac{u^2}{u - x}.$$

L'on a $K = m - \frac{u^2}{u - x} - \frac{uxy}{(u - x) \times (x - y)}$;

(103.) Si l'on vouloit avoir une valeur plus approchée de l'angle horaire;

Soit z, la différence en longitude du lieu A & d'un lieu Q, qui ſitué ſous le même parallèle que le lieu A, obſerve la plus courte diſtance des centres lorſqu'il eſt dans ce lieu Q, l'heure déſignée par l'angle horaire

$$q = m - \frac{u^2}{u - x} - \frac{uxy}{(u - x) \times (x - y)};$$

l'on aura

$$K = m - \frac{u^2}{u - x} - \frac{uxy}{(u - x) \times (x - y)} - \frac{uxyz}{(u - x) \times (x - y) \times (y - z)}.$$

Ce terme ne ſert qu'à développer la loi de la ſérie, mais il eſt inutile de l'employer dans les calculs, attendu qu'il ne donnera jamais que des tierces horaires.

(104.) Le *§. 58* renferme deux parties diſtinctes & ſéparées, la détermination du nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant de la plus grande phaſe, & la détermination de la plus courte diſtance des centres. Il eſt ſenſible que la formule du *§. 102*, n'exige que la connoiſſance de la longitude des différens lieux M, N, P, &c. l'on ne fera donc uſage que de la partie du *§. 58*, relative à la détermination du nombre de ſecondes horaires.

(105.) Nous ne répèterons pas ici les obſervations que nous avons faites *(§. 73 & 74)* relativement à la réduction du nombre de ſecondes horaires en expreſſion de la longitude. Il ſera très-utile de relire ce qui a été dit à ce ſujet.

(106.) Lorſque l'angle horaire correſpondant à la plus courte

diſtance des centres pour un lieu particulier, ſera déterminé; l'on calculera la valeur abſolue de cette plus courte diſtance par la ſeconde formule du §. 58.

(107.) Il pourroit arriver, par un réſultat de calcul, que l'expreſſion de l'angle horaire correſpondant à l'inſtant de la plus grande phaſe dans le lieu A, fût donnée ſous la forme d'un arc $\left\{ \begin{matrix} + K \\ - K \end{matrix} \right\}$ plus grand que 180 degrés. Comme l'on a ſuppoſé que les angles horaires n'étoient comptés que depuis 0^d juſqu'à 180 degrés de part & d'autre du méridien ſupérieur; dans ce cas, l'on ſubſtituera à l'expreſſion $\left\{ \begin{matrix} + K \\ - K \end{matrix} \right\}$ de l'angle horaire, cette nouvelle expreſſion $\left\{ \begin{matrix} - 360^d + K \\ + 360^d - K \end{matrix} \right\}$. Cette remarque s'applique également aux angles m, n, p, &c. qui ſervent à déterminer l'angle K.

EXEMPLE.

(108.) *L'on demande à quelle heure la plus courte diſtance des centres eſt arrivée à Paris le 1.er Avril 1764.*

SOLUTION. Puiſque la conjonction eſt arrivée à Paris à $10^h\ 31'\ 23''$ du matin, l'angle $m = -22^d\ 9'\ 15''$. Je cherche donc, conformément à ce qui a été preſcrit, la longitude du lieu M qui, ſitué ſous le même parallèle que Paris, a vu la plus grande phaſe, lorſque l'on comptoit dans ce lieu M, $10^h\ 31'\ 23''$ du matin, c'eſt-à-dire lorſque l'angle horaire étoit de $-22^d\ 9'\ 15''$; je trouve que la longitude de ce lieu comptée de Paris $= -1^d\ 14'\ 30''$; donc $u = -1^d\ 14'\ 30''$; donc $n = m - u = \left\{ \begin{matrix} -22^d & 9' & 15'' \\ + \ \ 1. & 14. & 30. \end{matrix} \right\} = -20^d\ 54'\ 45''$.

Je cherche la longitude du lieu N, qui ſitué ſous le parallèle de Paris, a vu la plus grande phaſe, lorſque l'angle horaire par rapport à ce lieu N, étoit de $-20^d\ 54'\ 45''$; je trouve que la longitude de ce lieu, comptée de Paris $= -17'\ 45''$,

donc $x = -17' 45''$,

$n - x = -56' 45''$;

$\frac{n^2}{n - x} = -1^d 37' 48''$;

donc

$$p = m - \frac{n^2}{n - x} = \left\{ \begin{matrix} - 22^d & 9' & 15'' \\ + 1. & 37. & 48. \end{matrix} \right\} = - 20^d 31' 27''.$$

Je détermine enfin la longitude du lieu *P*, qui, situé sous le parallèle de Paris, a vu la plus grande phase lorsque l'angle horaire par rapport à ce lieu *P*, étoit de $- 20^d 31' 27''$; je trouve que la longitude de ce lieu, comptée de Paris $= + 3''$; j'ai donc $y = + 3''$, $x - y = - 17' 48''$,

$$\frac{uxy}{(n - x) \times (x - y)} = + 4''.$$

Donc l'angle horaire à Paris lors de la plus courte distance des centres $= \left\{ \begin{matrix} - 20^d & 31' & 27'' \\ - 0. & 0. & 4. \end{matrix} \right\} = - 20^d 31' 31''$.

Donc la plus courte distance des centres est arrivée à Paris à $10^h 37' 54''$ du matin.

L'angle de la ligne des centres avec l'orbite relative étoit alors de $77^d 17' 54''$.

La distance des centres de $39''$.

Et le centre de la Lune se trouvoit dans l'angle boréal précédent du disque du Soleil.

ARTICLE X.

De quelques questions du genre de maximis & minimis, *relatives à l'angle de la ligne, qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'instant des plus grandes phases, avec l'orbite relative de la Lune.*

(109.) Soit *AT* la projection du méridien universel; Fig. 4. *TQ* l'orbite relative de la Lune; *H*, *P*, *h*, *p* la projection d'un parallèle terrestre quelconque; *H* le point de cette projection qui répond à midi; *h* le point qui répond à minuit;

Fig. 4. *P, p,* les points qui répondent aux *minima minimorum* de diſtances des centres ſous le parallèle aſſigné. L'on doit ſe rappeler *(§. 84)*, que relativement aux points *P, p,* l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative, eſt nul à l'inſtant de la plus grande phaſe. A l'égard des points *M, M,* &c. qui obſervent la plus courte diſtance des centres dans la partie *pHP* de la projection du parallèle; la plus grande phaſe arrive quelque temps avant le paſſage de la Lune par les perpendiculaires *MK*, abaiſſées des points *M, M,* &c. ſur l'orbite relative *TQ;* & le contraire a lieu pour les points *m, m,* &c. qui obſervent la plus courte diſtance des centres dans la partie *Php.* Or il eſt ſenſible que dans ces deux cas, les lignes *MN*, *mn*, qui joignent les centres du Soleil & de la Lune, ſont ſituées du côté différent par rapport aux perpendiculaires
Fig. 5. *MK, mk.* Soit donc *AFDEBFDE* le diſque du Soleil; *ASB*, la parallèle à l'orbite relative de la Lune, menée par le centre du Soleil, & que nous avons appelée *ligne de comparaiſon; DSD* la perpendiculaire à cette parallèle; *EE, FF,* les lignes des centres aux inſtans des plus grandes phaſes pour les différens points du parallèle terreſtre. Si l'on calcule les différens angles de ces lignes des centres, avec la perpendiculaire *DSD* à l'orbite relative, & que l'on compare leurs poſitions reſpectives, ces lignes formeront une eſpèce d'oſcillation relativement à la ligne *DSD*, & les angles *DSF, DSE* ſeront ſuſceptibles d'être un *maximum.* Nous allons nous occuper de cette recherche.

PROBLÉME.

(110.) *Déterminer ſous une latitude quelconque, l'heure correſpondante au* maximum *des Angles* DSF, DSE.

Fig. 4. SOLUTION. Les angles *DSF, DSE* ſont les complémens des angles *ASF, BSE*, que nous avons appelés juſqu'ici *Angles H.* On a vu *(§. 58)*, que la tangente des angles *H*, avoit en général pour expreſſion

$$\frac{\frac{nr^3}{\zeta\varpi} - \frac{cp\rho\omega g}{r^3} - \frac{c\rho\varphi h}{r^2}}{\frac{cp\rho\varphi g}{r^4} - \frac{c\rho\omega h}{r^3}}$$; donc *(trigon. rectil.)* ſi l'on

nomme μ la tangente des angles DSF, DSE; l'on aura Fig. 4.

$$\mu = \frac{\frac{c p \rho \varphi g}{r^3} - \frac{c \rho \omega h}{r^2}}{\frac{n r^2}{\zeta v} - \frac{c p \rho \omega g}{r^4} - \frac{c \rho \varphi h}{r^3}}.$$ Donc par la théorie *de maximis & minimis*, l'heure correſpondante au *maximum* de ces angles, ſous un parallèle donné, eſt déterminée par l'équation

$$c p \rho v - \frac{n r}{\zeta} \times (\omega r g + p \varphi h) = 0;$$

ou (en ſubſtituant à ωr la quantité φt, qui lui eſt égale)

$$c p \rho v - \frac{n r}{\zeta} \times (\varphi t g + p \varphi h) = 0.$$

(111.) La première méthode qui ſe préſente pour déterminer l'angle horaire correſpondant au *maximum* des angles *DSF, DSE*, eſt d'éliminer dans l'équation du *§. précédent*, le coſinus h par le moyen de ſa valeur $h^2 = r^2 - g^2$, & de réſoudre l'équation, qui ſera du ſecond degré par rapport à g. Comme cette méthode peut être ſimplifiée, nous allons donner une manière plus expéditive de faire uſage de l'équation.

Soit n le ſinus & m le coſinus d'un angle aigu & poſitif A; tel que l'on ait, $m : n :: t : p$, c'eſt-à-dire, dont la tangente égale $\frac{pr}{t}$. Dans l'équation $c p \rho \zeta v - n r \varphi t g - n r p \varphi h = 0$; à t ſubſtituons $\frac{mp}{n}$, elle deviendra (en ſuppoſant d'ailleurs $N = \frac{c \rho \zeta v n}{n r^2 \varphi}$) $\frac{gm + hn}{r} = N$; mais $\frac{gm + hn}{r}$ eſt le ſinus de la ſomme de l'angle horaire demandé & de l'angle connu A; donc

ſinus (angle horaire + angle A) = N.

Puiſqu'un même ſinus appartient à deux angles différens; la ſomme de l'angle horaire demandé & de l'angle connu A, a deux valeurs. Il y a donc deux angles horaires différens qui ſatisfont à la queſtion.

(112.) L'on eſt parvenu à l'équation $\frac{gm + hn}{r} = N$, en

partant de l'équation du *§. 110;* mais dans cette équation, les valeurs de ι & de p peuvent changer de ſigne, relativement aux différentes éclipſes; l'on n'aura donc pas toujours $\frac{gm + hn}{r} = N$. Il pourra arriver que l'on ait, par exemple, $\frac{gm - hn}{r} = N$; dans ce cas, le premier membre de l'équation n'exprimera plus le ſinus de la ſomme de l'angle horaire demandé & de l'angle connu A, mais il exprimera le ſinus de la différence de ces angles. Pour éviter toute incertitude ſur cette matière, nous allons épuiſer les différentes combinaiſons de ſignes qui peuvent affecter les termes de l'équation du *§. 110.* Il ne s'agira plus que de conſtater d'après les réflexions des *§. 19 & 20,* quelle combinaiſon de ſignes a lieu pour le cas particulier dans lequel on eſt.

(113.) Les différentes combinaiſons de ſignes qui peuvent affecter les termes de l'équation du *§. 110,* ſe réduiſent à quatre;

$+ c\rho\varrho\zeta v - \eta r\varphi\iota g - \eta r p\varphi h = 0$ . . . 1.[er] CAS.
$+ c\rho\varrho\zeta v - \eta r\varphi\iota g + \eta r p\varphi h = 0$ . . . 2.[e] CAS.
$+ c\rho\varrho\zeta v + \eta r\varphi\iota g - \eta r p\varphi h = 0$ . . . 3.[e] CAS.
$+ c\rho\varrho\zeta v + \eta r\varphi\iota g + \eta r p\varphi h = 0$ . . . 4.[e] CAS.

PREMIER CAS.

Évaluez les deux angles qui ont N pour ſinus, & que je nomme B, B'; en obſervant de les ſuppoſer moindres que 180^d, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors

$$\text{Angles horaires demandés} = \begin{cases} B - A \\ B' - A \end{cases}$$

DEUXIÈME CAS.

Évaluez les deux angles qui ont N pour ſinus, & que je nomme B, B'; en obſervant de les ſuppoſer moindres que 180^d, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors

$$\text{Angles horaires demandés} = \begin{cases} B + A \\ B' + A \end{cases}$$

TROISIÈME CAS.

Évaluez les deux angles qui ont N pour ſinus, & que je nomme B, B'; en obſervant de les ſuppoſer moindres que 180^d, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors

$$\text{Angles horaires demandés} = \begin{cases} -B + A \\ -B' + A \end{cases}$$

QUATRIÈME CAS.

Évaluez les deux angles qui ont N pour ſinus, & que je nomme B, B'; en obſervant de les ſuppoſer moindres que 180^d, & de les regarder comme poſitifs.

Vous aurez alors

$$\text{Angles horaires demandés} = \begin{cases} -B - A \\ -B' - A \end{cases}$$

L'on ne doit point oublier que nous comptons les angles horaires depuis 0^d juſqu'à 180^d de part & d'autre du méridien ſupérieur; nous regardons comme poſitifs, les angles horaires depuis midi juſqu'à minuit; & comme négatifs, les angles horaires entre minuit & midi. Il ne ſera pas inutile de relire ce qui a été dit d'analogue à ce ſujet *(§. 74 & 107).*

Lors de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, l'on étoit dans le premier Cas; l'on avoit, Angle $A = 8^d\ 42'$;

$$n = + \text{ſin. } 8^d\ 42', \quad \log. n = 9{,}1797265; \quad \log. \frac{\rho \zeta v n}{n r^2 \varphi} \overset{(N,)}{=} -1{,}0480825.$$

EXEMPLE.

(114.) *Dans l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, l'on demande quels étoient ſous le parallèle, ſoit boréal, ſoit auſtral, de*

48^d $51'$, les angles horaires correſpondans au maximum *des angles* DSF, DSE.

SOLUTION. Puiſque la latitude vraie eſt de 48^d $51'$; la latitude corrigée eſt de 48^d $51'$ $25''$;

$$c = + \text{coſ.}\, 48^d\ 41'\ 25'',\ \log. c = 9{,}8196289.$$

$$\text{Donc } (\S.\ 113)\ B = + 3^d 23' 17'';\ B' = + 176^d 36' 43''.$$

$$\text{Donc Angles hor. demandés} = \begin{cases} \left.\begin{matrix} + & 3^d & 23' & 17'' \\ - & 8. & 42. & 0 \end{matrix}\right\} = - \ 5^d\ 18'\ 43''. \\ \left.\begin{matrix} + 176. & 36. & 43 \\ - \ \ \ 8. & 42. & 0 \end{matrix}\right\} = + 167.\ 54.\ 43 \end{cases}$$

(115.) Rien de plus ſimple que de déterminer maintenant le *maximum* des angles *DSF, DSE.* Il ne s'agit que de ſubſtituer dans l'expreſſion de μ du *§. 110*, les valeurs de g & de h correſpondantes aux angles horaires trouvés par les formules précédentes.

Comme l'angle qui a μ pour tangente eſt, ainſi que nous l'avons remarqué, le complément de l'angle que nous avons nommé H dans le cours de ce Mémoire; nous ne donnerons point d'exemple du calcul de cet angle.

L'on obſervera que ſi μ eſt poſitif, le centre de la Lune ſera vu dans l'angle *auſtral précédent* ou dans l'angle *boréal ſuivant* du diſque du Soleil; qu'il paroîtra au contraire dans l'angle *auſtral ſuivant* ou *boréal précédent*, ſi μ eſt négatif.

Il n'eſt pas difficile de déterminer le lieu particulier qui obſerve ſous chaque latitude le *maximum* des angles *DSF, DSE.* En effet, nous venons de donner l'expreſſion de l'angle horaire qui ſatisfait au problème; la formule du *§. 58* donnera donc tout de ſuite le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction; d'où l'on conclura la longitude du lieu par la méthode de l'*article VI.*

L'on remarquera que les calculs qui déterminent les *maxima* d'angles *DSF, DSE,* ſont identiquement les mêmes pour le parallèle boréal & pour le parallèle auſtral.

(116).

(116.) Il ſuit des paragraphes précédens, qu'il y a ſous les parallèles auſtral & boréal de $48^d\ 51'$ un double *maximum* de l'angle *DSF*, l'un de $7^d\ 20'\ 36''$ qui répond à $11^h\ 11'\ 19''$ du ſoir; l'autre de $-13^d\ 19'\ 37''$, qui répond à $11^h\ 38'\ 45''$ du matin.

Du maximum maximorum *des angles* DSE, DSF.

(117.) Puiſque le *maximum* des angles *DSE, DSF* eſt différent ſuivant les différentes latitudes terreſtres, l'on peut demander à quelle latitude répond le *maximum* de ce *maximum*. Fig. 4.

Pour réſoudre cette queſtion, je reprends la valeur de μ du *§. 110;* je différentie cette valeur en ſuppoſant variables μ, c, g, h; je fais $d\mu = 0$; & je parviens à l'équation ſuivante,

$$\frac{cdg}{h} \times \left[(\omega rg + p\varphi h) \times \frac{nr}{\zeta v} - cp\rho\right] + \frac{nrdc}{\zeta v} \times (p\varphi g - \omega rh) = 0,$$

L'on a vu *(§. 110)* que

$$(\omega rg + p\varphi h) \times nr - cp\rho\zeta v = 0;$$

l'on a donc à la fois pour condition du problème,

$$(\omega rg + p\varphi h) \times nr - cp\rho\zeta v = 0;$$
$$p\varphi g - \omega rh = 0.$$

Cette ſolution apprend que le lieu qui voit le *maximum maximorum* des angles *DSE, DSF* eſt celui pour lequel ce phénomène arrive à l'heure déſignée par $p\varphi g - \omega rh = 0$. Quant à la latitude, elle ſera donnée par l'équation

$$(\omega rg + p\varphi h) \times nr - cp\rho\zeta v = 0,$$

après que l'on aura ſubſtitué les valeurs du ſinus & du coſinus de l'angle horaire correſpondant. L'angle horaire qui donneroit une valeur de c négative, ne ſatisfait point au problème.

Il peut arriver (& cette remarque a lieu dans notre ſyſtème planétaire) que, par la combinaiſon du mouvement horaire de la Planète dans ſon orbite, avec le mouvement diurne de l'Obſervateur dans ſon parallèle, le coſinus de la latitude correſpondante au *maximum maximorum* des angles *DSE, DSF* ſurpaſſe toujours le rayon; dans ce cas, il n'y a pas de *maximum*

maximorum proprement dit, mais le plus grand angle s'obſervé ſous l'Équateur.

Lors de l'éclipſe du 1.er Avril 1764, l'angle DSF étoit de — 24d 40′ 22″ à 11h 45′ 44″ du matin ſous l'Équateur.

OBSERVATIONS ſur la méthode des Projections.

(118.) Il eſt aiſé de ſentir maintenant combien l'on peut s'écarter du véritable inſtant de la plus grande phaſe, en prenant pour cet inſtant, le moment où la Lune & la projection d'un lieu quelconque ſe trouvent dans la perpendiculaire à l'orbite relative, conformément à ce qui eſt preſcrit dans la méthode des projections. Pour le démontrer, je reprends l'équation du *ſ. 58,* $b = \frac{3600\,\zeta}{nr} \times \frac{AD}{C} - \frac{3600\,\zeta}{nr} \times F$; qui exprime le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction juſqu'au véritable inſtant de la plus grande phaſe. Si l'on ſe rappelle ce qui a été démontré *(ſ. 54),* il ſera facile de ſentir que ſi l'on partage en deux parties, le temps total écoulé depuis la conjonction juſqu'à l'inſtant de la plus grande phaſe, ſavoir le temps écoulé depuis la conjonction juſqu'au paſſage de la Lune

Fig. 4. par la perpendiculaire mk, abaiſſée de la projection m de l'Obſervateur ſur l'orbite relative TQ, & le temps écoulé depuis le paſſage par la perpendiculaire mk, juſqu'à l'inſtant de la plus courte diſtance des centres; la partie $\frac{3600\,\zeta}{nr} \times \frac{AD}{C}$ de l'équation $b = \frac{3600\,\zeta}{nr} \times \frac{AD}{C} - \frac{3600\,\zeta}{nr} \times F$, exprimera le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis le paſſage de la Lune par la perpendiculaire mk, juſqu'à l'inſtant de la plus grande phaſe. Mais $\frac{\mu}{r} = \frac{D}{C}$, donc $\frac{3600\,\zeta}{nr} \times \frac{A\mu}{r}$, égale le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis le paſſage de la Lune par la perpendiculaire, juſqu'au véritable inſtant de la plus grande phaſe.

Appliquons ces raiſonnemens à l'éclipſe du 1.er Avril

1764, & ſuppoſons un lieu ſitué ſous l'équateur. Je remarque d'abord que dans la valeur de μ du *ſ. 110*, il n'entre aucune quantité qui dépende de la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction. Quelque latitude que l'on ſuppoſe à cet aſtre, ſi les autres données de l'écliſe ne changent point, l'angle de la ligne des centres, correſpondant à $11^h\ 45'\ 44''$ du matin, ſous l'équateur, ſera le même. Imaginons maintenant, en conſervant toutes les autres données de l'écliſe, que la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, ait été de $25'\ 30''$ boréale, (ce qui eût donné un attouchement des limbes pour le lieu qui auroit obſervé la plus grande phaſe à $11^h\ 45'\ 44''$ du matin ſous l'équateur), l'on auroit eu alors, logarithme $A = 9{,}7116364$. Donc $\frac{3600\zeta}{nr} \times \frac{A\mu}{r} = -1678''$; donc à l'inſtant de la plus grande phaſe, il auroit encore fallu $27'\ 58''$ de temps à la Lune pour atteindre la perpendiculaire abaiſſée de l'Obſervateur ſur l'orbite relative. De plus cette plus grande phaſe ſeroit arrivée $2691''$ de temps avant la conjonction vue du centre de la Terre; d'où l'on doit conclure que le lieu qui eût obſervé cette plus grande phaſe, auroit été un lieu plus oriental que Paris de $29^d\ 48'$.

(119.) L'on vient de déterminer le temps écoulé entre le véritable inſtant de la plus grande phaſe & le paſſage de la Lune par la perpendiculaire abaiſſée de l'Obſervateur au moment de la plus courte diſtance des centres, ſur l'orbite relative; mais il eſt ſenſible que le temps écoulé depuis la plus grande phaſe juſqu'au paſſage de la Lune par la perpendiculaire actuelle eſt encore plus grand. En effet, ſoit M la projection de l'Obſervateur à l'inſtant de la plus grande phaſe, MN la plus courte diſtance, MK la perpendiculaire; nous venons d'exprimer le temps employé par la Lune à parcourir la droite NK, mais pendant ce temps l'Obſervateur parvient au point S; & ſa perpendiculaire actuelle coupe l'orbite relative au point y; il faudra donc quelque temps à la Lune pour parcourir la droite Ky, cette réflexion ſuffit pour Fig. 4.

Fig. 4. montrer que l'erreur de la méthode peut être plus grande que celle indiquée dans le §. 118.

Rien de plus facile que de déterminer rigoureusement dans l'exemple particulier qui nous occupe, l'erreur de la méthode des projections, soit relativement à l'instant de la plus courte distance des centres, soit relativement à sa quotité. En effet, par le moyen de l'équation $\mu = \frac{rB}{A}$ (*A* & *B* signifiant les mêmes choses que dans le *§. 1.er du 1.er article),* si l'on cherche quel eût été à midi 37′ l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite composée, relativement au lieu particulier qui auroit observé la plus grande phase sous l'équateur à $11^h 45' 44''$ du matin, en supposant, comme dans le §. 118, la longitude de ce lieu de $29^d 48'$ orientale, & la latitude de la Lune de 25′ 30″ boréale; l'on vérifiera que cet angle se seroit alors trouvé de $0^d 0' 0''$. Le passage du lieu & de la Lune par un même plan perpendiculaire à l'orbite composée seroit donc arrivé 51′ 16″ après la véritable plus grande phase. La distance des centres, qui lors de la plus grande phase eût été de 31′, se seroit trouvé de 34′ 1″ au second instant. La méthode des projections telle qu'elle se trouve expliquée dans plusieurs Élémens d'Astronomie, est donc également défectueuse pour le temps & pour la quotité de la plus grande phase.

(120.) Dans l'éclipse du 1.er Avril 1764, la plus grande phase n'est arrivée que 1′ 42″ de temps avant le passage de la Lune par la perpendiculaire, relativement au lieu qui, situé sous le parallèle boréal de $48^d 51'$, a vu le *maximum* de l'angle *DSF;* mais dans cette éclipse la distance des centres étoit très-petite pour ce lieu, & cette petite distance compensoit l'inclinaison de la ligne des centres.

REMARQUES sur la solution du Problème.

(121.) Il ne sera pas inutile de faire ici quelques réflexions sur la solution du problème. Pour entendre ces observations, je mets sous la forme suivante la valeur du sinus de l'angle horaire correspondant au *maximum* de l'angle *DSF;*

$$g = \frac{c p \rho t v \pm p \sqrt{\left(- c^2 p^2 \rho^2 v^2 + \varphi^2 f^2 r^2 \times \frac{\eta^2 r^2}{\zeta^2}\right)}}{\frac{\eta r}{\zeta} \times \varphi f^2}.$$

Nous ſuppoſons que $f = \sqrt{(p^2 + t^2)}$.

Si $c p \rho \zeta v$ eſt moindre que $\eta \varphi f r^2$, les valeurs de g ſont réelles. Ce cas eſt le ſeul qui ait lieu dans notre ſyſtème planétaire.

Si $c p \rho \zeta v = \eta \varphi f r^2$, les deux valeurs de g ſont égales.

Si $c p \rho \zeta v$ ſurpaſſe $\eta \varphi f r^2$, les valeurs de g ſont imaginaires.

L'on doit remarquer que ces derniers cas ne peuvent avoir lieu qu'autant que la quantité η eſt très-petite relativement à v, ou, ce qui revient au même, que le mouvement relatif de la planète eſt très-lent par rapport à l'arc décrit en même-temps par l'Obſervateur dans ſon parallèle. Les valeurs de g ſont alors réelles pour les grandes latitudes terreſtres & imaginaires, en ſe rapprochant de l'équateur. Examinons avec ſoin ce que nous apprend l'analyſe.

(122.) J'obſerve en général que le problème que nous nous ſommes propoſé, conſiſte à déterminer tous les points du parallèle terreſtre, tels que par la combinaiſon du mouvement diurne de l'Obſervateur avec le mouvement de la planète dans ſon orbite relative, il réſulte un *maximum* ou un *minimum* de diſtance des centres, lors du paſſage de l'Obſervateur par ces points. Qu'à cet inſtant la planète puiſſe éclipſer le Soleil, ou que les centres de ces aſtres ſoient fort éloignés. Que le même Obſervateur ne puiſſe obſerver qu'une ſeule plus grande phaſe comme dans les éclipſes de Soleil, qu'il puiſſe en obſerver ſucceſſivement pluſieurs, comme cela arriveroit ſi le mouvement relatif de la planète étoit fort lent ; ce ſont des queſtions totalement étrangères à l'Algèbre; il ſuffit qu'à l'heure demandée la diſtance des centres ſoit plus petite qu'à toute autre heure adjacente, l'analyſe réſout le problème & détermine

l'angle correſpondant de la ligne des centres avec la perpendiculaire à la ligne de comparaiſon; bien entendu que l'on trouvera le même lieu autant de fois que le même Obſervateur pourra éprouver des plus courtes diſtances des centres différentes. Mais il eſt poſſible que l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite, à l'inſtant de la plus grande phaſe, paſſe par toutes les valeurs ſucceſſives; il eſt également poſſible que cet angle ait une limite qu'il ne puiſſe franchir. L'analyſe nous fait voir que cela dépend du rapport du mouvement de l'Obſervateur dans ſon parallèle au mouvement de l'aſtre dans ſon orbite.

Si le mouvement de l'aſtre eſt infiniment grand relativement au mouvement de l'Obſervateur, ou ce qui revient au même, ſi l'Obſervateur eſt immobile, (comme cela arrive pour le pôle, & comme cela arriveroit ſi le mouvement diurne de la Terre venoit à ceſſer) la ligne des centres eſt alors immobile, l'angle avec la perpendiculaire à la ligne de comparaiſon eſt nul pour tous les points du parallèle, en effet dans l'équation $\mu = \dfrac{\dfrac{cp\rho\varphi g}{r^3} - \dfrac{c\rho\omega h}{r^2}}{\dfrac{nr^2}{\zeta v} - \dfrac{cp\rho\omega g}{r^4} - \dfrac{c\rho\varphi h}{r^3}}$, ſoit que l'on ſuppoſe $c = 0$, ou $v = 0$; l'on aura $\mu = 0$.

Si le rapport du mouvement de l'Obſervateur avec celui de l'aſtre, eſt tel que $cp\rho\zeta v$ ſoit moindre que $n\varphi fr^2$, l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite, à l'inſtant des plus grandes phaſes, ne peut pas avoir indiſtinctement toutes ſortes de valeurs. Il eſt une limite que ſa tangente ne peut pas franchir. Depuis le point φ, par exemple, du parallèle terreſtre, qui répond à l'une des valeurs de l'équation du §. 121, juſqu'au point φ' qui répond à l'autre valeur, l'angle de la ligne des centres varie dans un certain ſens. Depuis le point φ', au contraire, juſqu'au point φ, l'angle de la ligne des centres varie dans le ſens oppoſé.

Fig. 4.

En général les arcs $\varphi'\varphi$, $\varphi\varphi'$ du parallèle ſont inégaux, & leur différence eſt d'autant plus grande que le mouvement de

l'Obſervateur eſt plus grand, relativement au mouvement de l'aſtre; les variations de l'angle de la ligne des centres ſont donc plus rapides dans une portion du parallèle que dans l'autre, puiſque la même variation s'exécute dans un plus petit arc de ce parallèle.

Lorſque $c = \frac{nr}{\zeta} \times \frac{\varphi f r}{p \rho v}$, l'un des deux arcs $\varphi \varphi'$, $\varphi' \varphi$ du parallèle terreſtre eſt nul, puiſque les deux valeurs de g du *§. 121* ſont égales. La tangente de l'angle de la ligne des centres a, dans ce cas, l'infini pour limite.

Lorſque c ſurpaſſe $\frac{nr}{\zeta} \times \frac{\varphi f r}{p \rho v}$, la tangente de l'angle de la ligne des centres peut avoir toutes ſortes de valeurs, puiſque l'angle horaire qui répond à ſon *maximum*, eſt imaginaire. L'angle DSF peut donc paſſer par toutes les valeurs poſitives & négatives, depuis 0^d juſqu'à 90^d.

(123.) Comme dans une infinité de ſuppoſitions, l'angle DSF peut paſſer par toutes les valeurs poſitives & négatives, depuis 0^d juſqu'à 90^d, il eſt ſenſible que la méthode qui ſuppoſe toujours cet angle nul peut être très-fautive.

APPLICATION des méthodes des Articles précédens, au parallèle boréal de 48d 51'.

(124.) D'après les articles précédens l'on a formé une Table des différentes diſtances des centres pour le parallèle boréal de $48^d\ 51'$. L'on a mis dans la première colonne verticale, les heures ſucceſſives depuis le lever juſqu'au coucher du Soleil; dans la ſeconde colonne, les plus courtes diſtances calculées. Dans la troiſième colonne, l'on a mis l'angle de la ligne des centres avec la parallèle à l'orbite relative de la Lune, ou, ce qui revient au même, le complément de l'angle DSF. (Dans la méthode ordinaire des projections, l'on ſuppoſe toujours cet angle de 90^d). On voit dans la quatrième colonne, l'angle du diſque du Soleil dans lequel s'eſt trouvé le centre de la Lune. La cinquième & la ſixième colonnes contiennent le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction,

& la longitude du lieu qui a vu la plus grande phase à l'heure donnée.

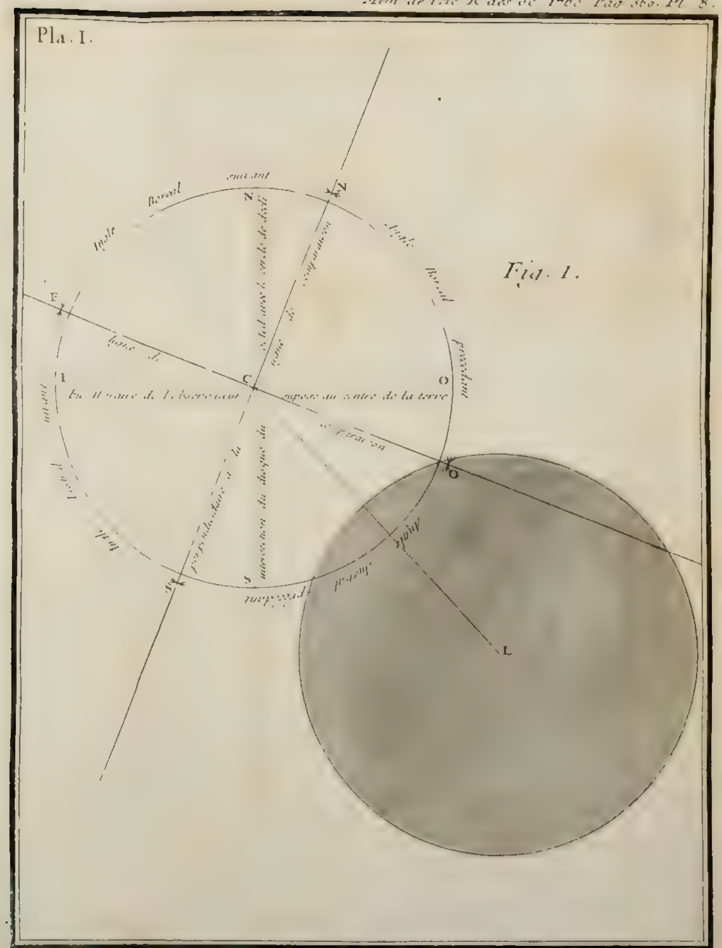
L'on suppose la longitude de Paris = 0^d 0′ 0″.

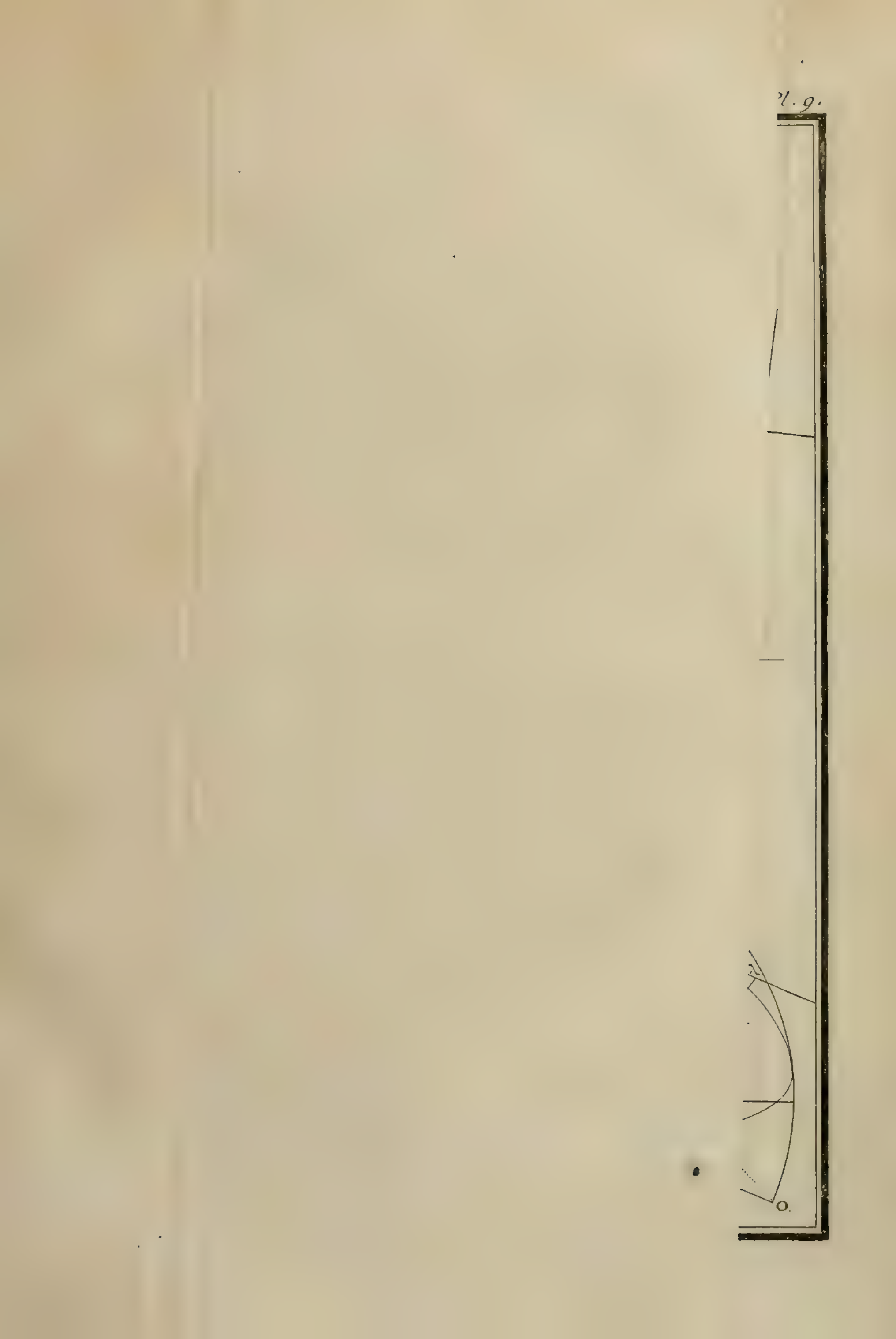
PARALLÈLE BORÉAL de 48^d 51′.

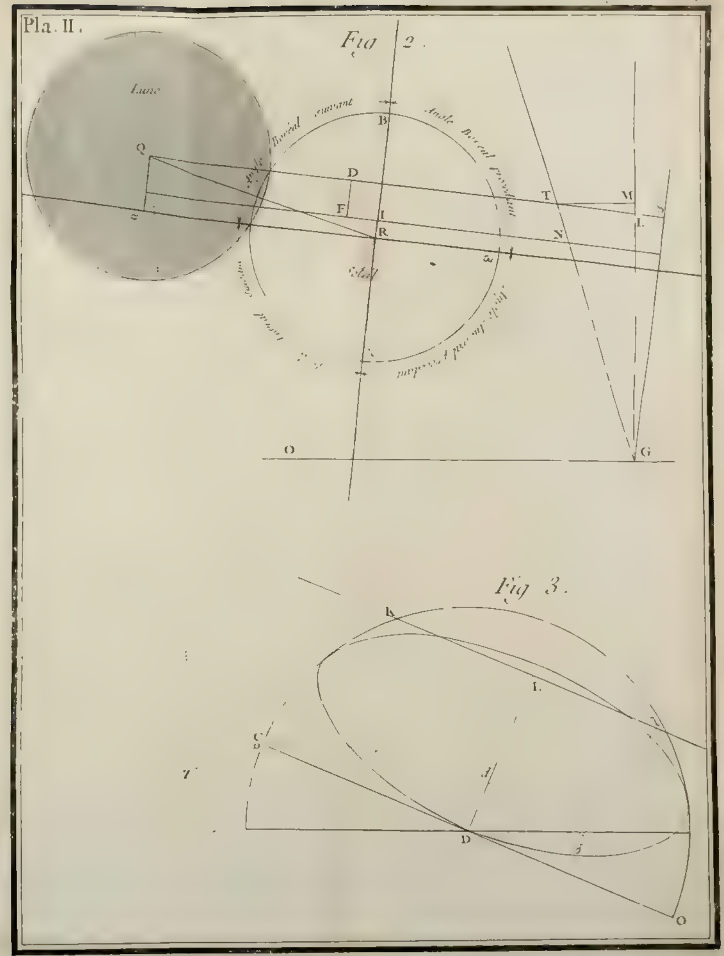
HEURES.	Distances des Centres.	ANGLES de la ligne des centres, avec la parallèle à l'orbite relative.	ANGLES du disque du SOLEIL.	SEC. HOR. écoulées depuis la conjonct.	LONGITUDES.	
H. M. S.	*M. S.*	*D. M. S.*		*Sec.*	*D. M. S.*	
5. 38. 8	13. 18	89. 29. 0	Austral suiv.	− 2045	64. 51. 0	Occid.
6.........	13. 7	88. 35. 2	Austral suiv.	− 2054	59. 17. 0	
7.........	11. 57	85. 54. 20	Austral suiv.	− 1894	44. 57. 15	
8.........	9. 36	83. 6. 25	Austral suiv.	− 1480	31. 40. 45	
9.........	6. 21	80. 26. 28	Austral suiv.	− 820	19. 25. 15	
10.........	2. 19	78. 15. 29	Austral suiv.	− 130	7. 17. 45	
11.........	2. 16	76. 55. 55	Boréal préc.	+ 720	4. 12. 45	Orient.
11. 38. 45	5. 17	76. 40. 23	Boréal préc.	+ 1358	11. 11. 0	
12.........	6. 58	76. 45. 12	Boréal préc.	+ 1633	15. 24. 30	
1.........	11. 27	77. 48. 40	Boreal préc.	+ 2609	26. 17. 0	
2.........	15. 21	79. 56. 21	Boréal préc.	+ 3590	37. 11. 45	
3.........	18. 24	82. 46. 22	Boréal préc.	+ 4458	48. 34. 45	
4.........	20. 27	85. 52. 2	Boréal préc.	+ 5321	59. 59. 0	
5.........	21. 26	88. 50. 48	Boréal préc.	+ 5915	72. 30. 30	
5. 25. 12	21. 30	90. 0. 0	....	+ 6086	78. 7. 30	
6.........	21. 18	88. 32. 38	Boréal suiv.	+ 6230	86. 11. 45	
6. 21. 52	20. 57	87. 41. 56	Boréal suiv.	+ 6272	92. 13. 45	

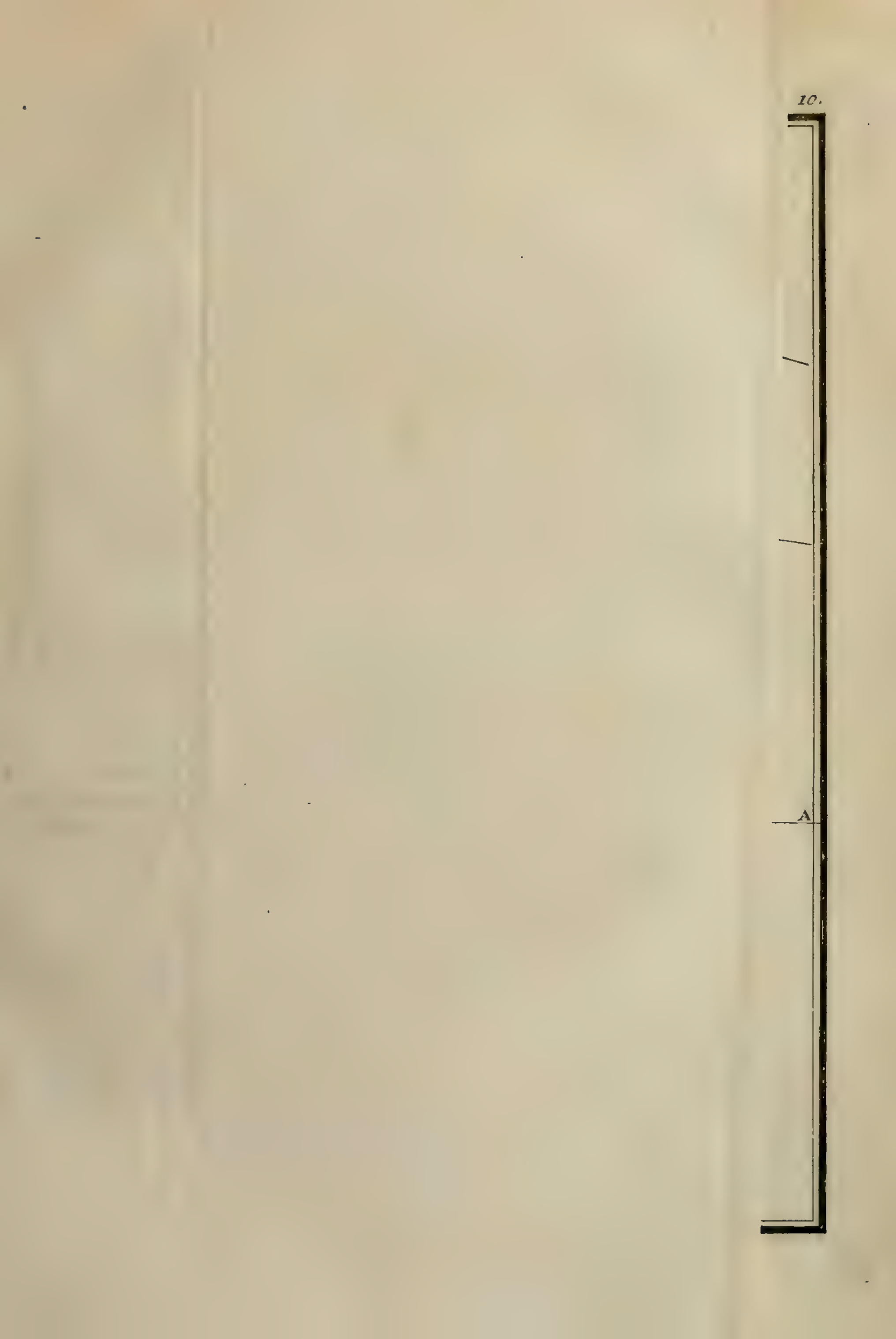


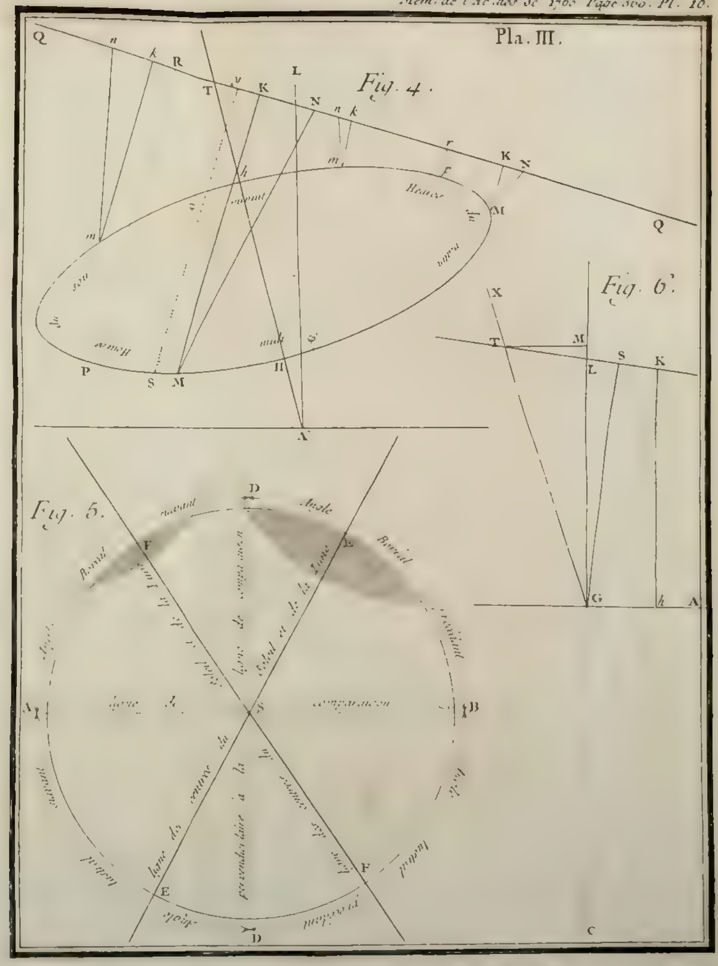
MÉMOIRE


Pla. I.
Fig. 1.
Boreal
N
Z
E
I
C
O
S
F
L
imposé au centre de la terre


O.


Pla. II.
Fig 2.
Lune
Boréal suivant
Angle Boréal precedent
Q
D
T
M
F
I
R
L
N
B
a
G
O
Fig 3.
L
D
C
O


10.
A


Pla. III.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.

MÉMOIRE
SUR UN DÉRANGEMENT SINGULIER
observé dans le mouvement de Saturne.

Par M. DE LA LANDE.

L'ATTRACTION universelle qui a lieu entre toutes les Planètes, produit dans le mouvement de chacune un grand nombre d'inégalités. On a regardé jusqu'ici celles que Jupiter produit dans Saturne, comme les plus considérables qu'il y ait parmi les Planètes principales. On avoit aperçu dans Saturne des dérangemens très-sensibles; M. Halley en parloit dans ses Tables imprimées en 1720 & M. le Monnier, dans les Mémoires de 1746 : on peut voir également ce que j'en ai dit dans les Mémoires de 1757. L'Académie, en proposant le sujet du Prix de 1748, demanda l'explication & le calcul de ces inégalités : ce qui fut fait alors à ce sujet, & ce qu'on a fait depuis, ne suffisoit point pour représenter les lieux de Saturne & ses dérangemens. M. Euler, dans la Pièce qui remporta le Prix, & qui est pleine des recherches les plus savantes & de l'application la plus pénible, ne put éviter des differences de 8 à 9 minutes entre les observations & ses calculs; j'en cherchois la raison, lorsque j'ai reconnu qu'il y avoit dans le mouvement de Saturne une autre sorte d'inégalité qu'on ne sauroit attribuer à l'attraction de Jupiter, ni des quatre autres Planètes, quoique cette nouvelle inégalité soit plus considérable que toutes celles que l'on connoît ou qu'on peut attribuer à l'action de Jupiter. 2 Mai 1764.

Pour faire sentir l'espèce & la quantité de cette nouvelle équation, il est nécessaire d'en séparer les deux autres. Pour cela, j'observe d'abord que l'inégalité d'une Planète dans son orbite propre, n'empêche point de connoître avec exactitude

la durée de ſa révolution moyenne, quand on l'obſerve dans ſes moyennes diſtances : alors ſon mouvement moyen & la révolution moyenne qu'on en déduit, ſont les mêmes que s'il n'y avoit aucune excentricité. J'ai donc commencé par déterminer ainſi la révolution de Saturne, en comparant ſes longitudes obſervées dans les moyennes diſtances & au même point de ſon orbite.

Il y a de même une méthode pour connoître la durée de la révolution moyenne de Saturne, indépendamment des inégalités qu'il éprouve par l'attraction de Jupiter ; elle conſiſte à obſerver deux fois Saturne à la même diſtance de Jupiter, & lorſque celui-ci exerce ſur Saturne préciſément la même action, c'eſt-à-dire, à même diſtance & dans une ſituation de Jupiter, qui ſoit préciſément la même à tous égards : on ſent aſſez que ſi dans la ſeconde obſervation les deux Planètes ſont ſituées de la même manière & à la fin d'une ſuite de poſitions auſſi égales, elles doivent s'attirer de la même façon, & produire la même inégalité que la première fois ; ainſi l'intervalle ou la durée de la révolution ne change pas : l'on peut donc trouver ainſi la révolution moyenne de Saturne, c'eſt-à-dire, le temps qu'il doit employer à revenir au même point du ciel indépendamment de toute inégalité, ſoit de ſon mouvement elliptique, ſoit de l'attraction de Jupiter.

Quand on examine ainſi dans les autres planètes ces révolutions moyennes, on les trouve toujours les mêmes dans un ſiècle comme dans l'autre ; la Terre emploie actuellement, comme autrefois, $365^{j}\ 5^{h}\ 48'\frac{3}{4}$ à faire une révolution, & l'on n'y trouve aucun changement quand on a ſoin de tenir compte des inégalités qui reviennent à chaque période.

On a reconnu auſſi dans Jupiter, dans Saturne & dans la Lune, des inégalités qu'on a appelé *ſéculaires,* parce qu'elles ne ſont ſenſibles que dans l'eſpace de pluſieurs ſiècles ; Képler & enſuite M. Maraldi, M. Caſſini, M. Halley, enfin tous les Aſtronomes qui ont diſcuté le mouvement de Saturne par les obſervations, ont reconnu que ſon mouvement moyen avoit retardé de ſiècle en ſiècle, & que la durée de ſa révolution

devenoit plus longue qu'autrefois : je l'ai démontré en détail dans les Mémoires de 1757.

Mais ce que personne n'avoit aperçu ni même soupçonné, c'est que la révolution moyenne de Saturne est très-différente d'elle-même, suivant les circonstances où l'on observe, sans qu'aucune des attractions connues puisse produire une pareille différence.

Les observations faites depuis 1686 jusqu'à 1760, prouvent que les révolutions de Saturne diffèrent entr'elles de plus d'une semaine, quoiqu'on mette à part toutes les inégalités connues, & qu'on choisisse les temps où ces inégalités ne peuvent produire aucun effet, & sans qu'une si grande différence puisse être produite ni par l'action de Jupiter, ni par aucune des causes que nous connoissons.

Pour qu'on le puisse voir d'un coup d'œil, je vais placer ici le résultat de quatre oppositions, avec l'anomalie moyenne de Saturne, la différence des longitudes vraies de Jupiter & de Saturne, vues du Soleil, & la quantité dont la longitude calculée par les Tables de Halley, s'est trouvée trop petite dans chacune de ces observations.

Comparaison des Observations & des Tables.

ANNÉES.	ANOMALIE moyenne de Saturne.		LONGIT. ♃ moins celle de ♄.		ERREUR des Tables de M. Halley.
1686.	8ˢ	22ᵈ	1ˢ	17ᵈ	— 3′ 30″
1701.	3.	1	11.	11	— 8. 30
1745.	8.	22	1.	8	— 3. 30
1760.	3.	1	11.	0	— 21. 30

J'ai rapporté dans mon Astronomie la suite de toutes les oppositions de Saturne, dont la comparaison avec les Tables m'a donné le résultat de cette petite Table. On trouvera ci-après une comparaison semblable de cent huit oppositions de Saturne, d'où je tirerai quelques réflexions semblables : examinons les

quatre obſervations qui précèdent, & voyons ce qui en doit réſulter.

En 1686 & en 1745, Saturne s'eſt trouvé dans ſa moyenne diſtance, éloigné de Jupiter d'environ 45 degrés; dans les deux cas, l'erreur des Tables de Halley étoit également de $3' \frac{1}{2}$ en défaut: ainſi dans cet intervalle de cinquante-neuf ans, le mouvement de Saturne a été d'accord avec les Tables, ou de 12^d $13' 21'',46$ par année. Saturne avoit dans les deux cas la même anomalie, $8^f\ 22^d$; il étoit au même point de ſon orbite & au même point du ciel: ce réſultat ne peut donc être altéré ni par la quantité de l'excentricité, ni par la poſition de l'aphélie; & puiſque Saturne, à quelques degrés près, étoit à même configuration avec Jupiter, la différence des attractions de cette Planète ne ſauroit produire de différence dans ce réſultat, & ces deux obſervations devroient donner un moyen mouvement de Saturne, dégagé de toute inégalité.

Par la même raiſon, les obſervations de 1701 & de 1760, devroient donner auſſi le moyen mouvement de Saturne, indépendant de toute équation, car il étoit auſſi dans ſa moyenne diſtance, au même point du ciel & à même diſtance de Jupiter; cependant entre 1701 & 1760, l'erreur des Tables a augmenté de 13 minutes, c'eſt-à-dire, que dans le même eſpace de cinquante-neuf ans, le mouvement de Saturne a été plus fort de 13 minutes de degré que le moyen mouvement déterminé ci-deſſus, ce qui rend la durée de ces deux révolutions plus courte de 6 jours & demi qu'elle n'avoit été dans un pareil intervalle entre 1686 & 1745.

Dira-t-on que Jupiter a eu plus d'action ſur Saturne, dans l'intervalle de 1686 à 1745, que dans celui de 1701 à 1760? Je réponds que dans l'un & l'autre eſpace de temps Jupiter & Saturne ont parcouru chacun pluſieurs fois leurs orbites entières, & ſe ſont trouvés dans toutes les poſitions imaginables l'un par rapport à l'autre; ainſi il y a de part & d'autre le même temps, les mêmes ſituations: la ſomme de toutes les actions doit donc être la même de part & d'autre, ſuivant toutes les notions que nous avons de l'attraction.

Dira-t-on que dix degrés de différence dans la situation de Jupiter, peuvent produire cette erreur? Je réponds que la différence est si petite, qu'elle ne peut pas produire un quart de la plus grande équation, ou un huitième de la plus grande différence qu'on trouve entre les positions de Saturne dans ses différentes configurations avec Jupiter; or cette différence n'est que de 16 à 17 minutes, car l'erreur des Tables, dans toute la période de 1686 à 1745, ne varie pas de plus de $16' \frac{1}{2}$: donc ces dix degrés de différence ne pourroient pas produire deux minutes de changement dans les équations qui viennent de l'action de Jupiter sur Saturne. D'ailleurs on voit bien qu'ils ne produisent aucun effet, puisque dans les années qui précèdent & qui suivent, on trouve encore la même erreur, quoique la distance de Jupiter & de Saturne varie de 20 degrés d'une année à l'autre.

On ne peut pas expliquer cette inégalité, en supposant une diminution progressive & continuelle dans l'excentricité de l'orbite de Saturne, comme M. Euler l'a trouvée dans la Pièce qui a remporté le Prix de l'Académie en 1752; cette diminution qui ne pourroit être que de 2 minutes par siècle, ne pourroit pas produire la vingtième partie de la différence que je trouve entre des observations éloignées entr'elles de soixante ans.

Dans l'opposition du 23 Novembre 1765 *, l'erreur des Tables s'est trouvée — 17' 12"; en 1706, elle étoit — 0' 27", c'est-à-dire, que le mouvement de Saturne, pendant ces cinquante-neuf ans, s'est trouvé de $16' \frac{3}{4}$ plus grand que par les Tables de M. Halley. L'anomalie moyenne de Saturne étoit de $5^{f}\ 5^{d}$ dans les deux cas; ainsi les élémens de l'orbite ne peuvent guère influer sur ce résultat. La différence des longitudes de Jupiter & de Saturne étoit en 1706 de $2^{f}\ 19^{d}$, & en 1765 de $2^{f}\ 9^{d}$; la différence de 10 degrés seulement ne peut changer que de bien peu de chose les équations dépendantes de l'action de Saturne : ainsi l'on aperçoit bien que la différence doit

* Ceci a été ajouté au Mémoire depuis sa première Lecture faite en 1764.

venir d'une autre cauſe, ſur-tout en voyant qu'entre 1686 & 1704 le mouvement de Saturne a été exactement conforme à celui des Tables.

Cette dernière oppoſition de 1765 eſt donc une preuve de la continuation de cette même inégalité ; je l'avois bien prévu, lorſqu'en 1763 je publiai la *Connoiſſance des Mouvemens Céleſtes pour l'année 1765*. Les erreurs des Tables dans les oppoſitions précédentes, me ſervirent à les corriger pour 1765, & la longitude obſervée s'eſt trouvée conforme, à une minute près, à celle que j'avois annoncée.

Mais ce qu'il y a de ſingulier, c'eſt qu'en remontant à deux périodes plus haut, c'eſt-à-dire, à 1588, l'anomalie de Saturne étant à peu près la même qu'en 1765, ou ſi l'on veut, à l'année 1586, où la diſtance de Jupiter à Saturne étoit de $2^{s}\,5^{d}$, plus petite ſeulement de 4^{d} qu'en 1765, on trouve que l'erreur des Tables n'étoit que d'une ou deux minutes en plus ; ainſi de 1588 à 1706, le mouvement de Saturne fut à peu près conforme aux Tables de M. Halley pendant l'eſpace de cent dix-huit ans, ou ſeulement d'une minute plus grand, tandis que dans les cinquante-neuf années qui viennent de s'écouler, le mouvement eſt plus grand de 17 minutes : voilà pourquoi les Tables de M. Halley, qui repréſentoient le mouvement de Saturne depuis Tycho-Brahé, c'eſt-à-dire, depuis 1582 juſqu'en 1719, de manière que les erreurs n'alloient que rarement à 9 minutes, ſe ſont écartées de l'obſervation en 1761 & 1762 de 21 minutes, & s'en écartent encore de 17 actuellement, c'eſt-à-dire, en 1765.

Quand on compare la dernière oppoſition de Tycho-Brahé obſervée en 1599 avec celles de 1659 & de 1717, ou de 1719, on trouve le même accord entre l'obſervation & les Tables, puiſqu'en 1599 l'erreur des Tables étoit $+ 2'$, en 1659 $+ 2'\frac{1}{2}$, en 1717 $+ 7'$, & en 1719 $+ 5'$; ainſi le mouvement de Saturne étoit plus petit que celui des Tables, mais ce n'étoit que de 1 ou 2 minutes dans les ſoixante premières années, & de 3 ou 4 dans les ſoixante dernières : c'étoit vers 9 ſignes d'anomalie pour Saturne, & vers 10 ſignes de diſtance entre Jupiter & Saturne.

Par la manière dont M. Halley considéroit l'inégalité des périodes de Saturne, il étoit difficile qu'il ne l'attribuât pas à l'attraction de Saturne; voici ses termes: *Saturni etiam periodus intra annos 1668 & 1698 facta, hebdomade fere tota brevior erat media ejus revolutione, totidemque fere diebus mediâ longior erat altera periodus ab anno 1689 ad annum 1719 peracta.* Or Saturne étoit par rapport à Jupiter dans une position tout-à-fait opposée, de 1668 à 1698, & de 1689 à 1719; la différence des longitudes étoit $3^s\ 22^d$ dans l'opposition de 1668, elle étoit de $9^s\ 12^d$ dans celle de 1698, & l'action de Saturne devoit produire dans ces deux cas des effets tous différens: il étoit donc permis de soupçonner que la différence observée étoit dûe à l'action de Jupiter; mais l'examen dans lequel je suis entré ne permet plus de le croire. Sentiment de M. Halley.

Dans le Mémoire que M. le Monnier donna en 1746, sur le mouvement de Saturne, il trouva *(pages 696 & 710)* que l'erreur des Tables Carolines de Street avoit été croissante uniformément ou à peu près comme dans la Table ci-jointe. Sentiment de M. le Monnier.

1598.	— 2
1657.	— 20 ½
1716.	— 36 ½
1583.	— 4
1642.	+ 7 ½
1702.	+ 17 ½

Il en conclud *(page 217)* qu'à l'aide des observations antérieures & des configurations semblables de Saturne à l'égard de Jupiter, on peut rectifier les erreurs des Tables, & qu'à même distance de Jupiter à Saturne les révolutions périodiques de Saturne sont sensiblement les mêmes. Le moyen mouvement de Saturne, suivant les Tables Carolines, étoit de $12^d\ 13'\ 29''$ par année, plus grand de $8''$ que celui de M. Halley, & tous les soixante ans les erreurs devoient augmenter de $7'\ 18''$ en plus, en supposant exactes les Tables de M. Halley: par-là il seroit aisé de trouver les erreurs des mêmes Tables par rapport aux observations; mais la Table qui est à la suite de ce Mémoire peut faire voir aisément cette comparaison, en prenant seulement l'opposition de 1658 à la place de celle de 1657. On voit que l'erreur avoit augmenté de $4'$ dans le premier intervalle, & seulement

de 1′ ½ dans le ſecond; cela ne s'écarte que de 2 à 3 minutes de la concluſion de M. le Monnier *(page 217)*.

1598.	8ˢ 28ᵈ	8ˢ 20ᵈ	+ 0′ 37″
1658.	9. 11	8. 29	+ 4. 40
1716.	8. 28	7. 29	+ 6. 15
1583.	3. 1	0. 3	+ 2. 11
1642.	3. 1	11. 22	+ 0. 43
1702.	3. 14	0. 3	— 6. 52
1761.	3. 14	11. 22	— 20. 52

Quant au ſecond intervalle examiné par M. le Monnier, on trouve l'erreur négative augmentée de 4′ ½ dans le ſecond intervalle plus que dans le premier, & quand on y ajoute le troiſième intervalle, on trouve 12′ ½ d'augmentation plus que dans le premier intervalle; la différence eſt énorme: on ne peut donc pas dire qu'à l'aide des obſervations antérieures & des configurations ſemblables de Saturne à l'égard de Jupiter, on puiſſe rectifier les Tables.

Ceux qui voudront continuer cette comparaiſon, n'ont qu'à jeter les yeux ſur la Table ſuivante, j'y ai raſſemblé cent huit oppoſitions; j'ai placé à côté de chacune l'anomalie moyenne de Saturne, afin qu'on choiſiſſe toujours des poſitions ſemblables de Saturne pour les comparer entr'elles; j'y ai ajouté par la même raiſon l'angle au Soleil, ou la quantité qui reſte en retranchant la longitude héliocentrique de Jupiter de celle de Saturne en oppoſition, pour qu'on ſe garantiſſe de l'effet des attractions de Jupiter, en examinant les inégalités de Saturne; enfin j'y ai mis l'erreur des Tables de Halley, en moins lorſque les Tables donnent une longitude plus petite que l'obſervation, & avec un ſigne + quand la longitude calculée eſt plus grande que la longitude obſervée.

OPPOSITIONS

OPPOSITIONS DE SATURNE, observées & comparées avec les Tables de Halley.

DATE DES OPPOSITIONS. *Nouveau style.*	ANOMALIE moyenne de Saturne.	LONGIT. ♃ moins celle de ♄.	ERREUR des Tables de Halley.
1582. 30 Août......23h	2s 18d	11s 12d	+ 1′ 56″
1583. 12 Septembre..22	3. 1	0. 3	+ 2. 11
1584. 25 Septembre.. 6	3. 13	0. 25	+ 5. 35
1585. 8 Octobre....18	3. 26	1. 16	+ 0. 20
1586. 22 Octobre.... 9	4. 8	2. 5	+ 2. 32
1587. 5 Novembre.. 7	4. 21	2. 23	+ 1. 20
1588. 18 Novembre.. 9	5. 4	3. 8	+ 0. 58
1589. 2 Décembre...12	5. 16	3. 24	+ 2. 23
1590. 16 Décembre..20	5. 29	4. 7	— 3. 38
1591. 30 Décembre...22	6. 12	4. 22	— 0. 54
1593. 13 Janvier.... 1	6. 24	5. 9	+ 0. 22
1594. 27 Janvier.... 3	7. 7	5. 27	+ 0. 27
1595. 9 Février....23	7. 20	6. 17	— 1. 11
1596. 23 Février....10	8. 2	7. 10	+ 1. 10
1597. 7 Mars......19	8. 15	8. 0	— 1. 32
1598. 20 Mars......23	8. 28	8. 20	+ 0. 37
1599. 2 Avril......19	9. 13	9. 10	+ 0. 51
1658. 3 Avril......17	9. 11	8. 29	+ 4. 40
1659. 16 Avril......11	9. 23	9. 18	+ 2. 32
1660. 27 Avril......22	10. 6	10. 5	+ 2. 58
1661. 10 Mai....... 6	10. 19	10. 22	+ 2. 34
1662. 22 Mai.......11	11. 1	11. 9	+ 2. 17
1663. 3 Juin.......14	11. 14	11. 28	+ 3. 9
1664. 14 Juin.......15	11. 26	0. 17	+ 3. 20
1665. 26 Juin.......17	0. 9	1. 8	+ 3. 34
1666. 8 Juillet.....20	0. 22	2. 0	+ 3. 44
1667. 21 Juillet..... 1	1. 4	2. 23	+ 3. 50
1668. 1 Août...... 8	1. 17	3. 16	+ 4. 19
1669. 13 Août......19	1. 29	4. 7	+ 4. 43
1670. 26 Août......11	2. 12	4. 26	+ 4. 42

DATE DES OPPOSITIONS. *Nouveau style.*	ANOMALIE moyenne de Saturne.	LONGIT. ♃ moins celle de ♄.	ERREUR des Tables de Halley.
1671. 8 Septembre... 9h	2s 25d	5s 14d	+ 3′ 48″
1672. 20 Septembre... 12	3. 7	6. 0	+ 3. 25
1673. 3 Octobre.... 21	3. 20	6. 16	+ 3. 34
1674. 17 Octobre.... 12	4. 3	7. 2	+ 3. 11
1675. 31 Octobre.... 7	4. 15	7. 18	+ 2. 33
1676. 13 Novembre.. 8	4. 28	8. 6	+ 1. 31
1677. 27 Novembre.. 12	5. 11	8. 25	+ 0. 15
1678. 11 Décembre... 17	5. 23	9. 16	— 0. 42
1679. 25 Décembre.. 23	6. 6	10. 6	— 1. 57
1681. 8 Janvier.... 3	6. 19	10. 26	— 3. 5
1682. 22 Janvier.... 4	7. 1	11. 14	— 3. 0
1683. 5 Février..... 2	7. 14	0. 0	— 3. 22
1684. 18 Février..... 18	7. 27	0. 16	— 3. 21
1685. 3 Mars...... 5	8. 9	1. 1	— 3. 41
1686. 16 Mars....... 11	8. 22	1. 17	— 3. 28
1687. 29 Mars....... 11	9. 5	2. 4	— 4. 54
1688. 10 Avril...... 6	9. 17	2. 23	— 5. 52
1689. 22 Avril...... 21	10. 0	3. 13	— 7. 37
1690. 5 Mai....... 7	10. 12	4. 5	— 7. 59
1691. 17 Mai....... 13	10. 25	4. 27	— 8. 49
1692. 28 Mai....... 17	11. 8	5. 20	— 9. 17
1693. 9 Juin....... 20	11. 20	6. 12	— 9. 19
1694. 21 Juin....... 21	0. 3	7. 2	— 9. 0
1695. 3 Juillet..... 24	0. 15	7. 20	— 9. 11
1696. 15 Juillet..... 3	0. 28	8. 8	— 9. 44
1697. 27 Juillet..... 9	1. 11	8. 25	— 9. 35
1698. 8 Août...... 8	1. 23	9. 12	— 9. 25
1699. 21 Août...... 9	2. 6	10. 1	— 9. 25
1700. 3 Septembre... 3	2. 19	10. 20	— 8. 44
1701. 16 Septembre... 3	3. 1	11. 11	— 8. 0
1702. 29 Septembre... 8	3. 14	0. 3	— 6. 52
1703. 12 Octobre.... 19	3. 26	0. 24	— 4. 56
1704. 25 Octobre.... 12	4. 9	1. 14	— 4. 27

DATE DES OPPOSITIONS. *Nouveau style.*	ANOMALIE moyenne de Saturne.	LONGIT. ♃ moins celle de ♄.	ERREUR des Tables de Halley.
1705. 8 Novembre... 9h	4s 22d	2s 3d	— 2′ 42″
1706. 22 Novembre.. 10	5. 4	2. 19	— 0. 27
1707. 6 Décembre... 14	5. 17	3. 4	+ 0. 48
1708. 19 Décembre... 18	6. 0	3. 19	+ 2. 23
1710. 2 Janvier.... 23	6. 12	4. 3	+ 2. 24
1711. 17 Janvier.... 1	6. 25	4. 19	+ 4. 9
1712. 31 Janvier.... 0	7. 8	5. 6	+ 4. 11
1713. 12 Février..... 19	7. 21	5. 26	+ 4. 47
1714. 26 Février..... 8	8. 3	6. 16	+ 6. 5
1715. 11 Mars...... 17	8. 16	7. 8	+ 6. 10
1716. 23 Mars...... 19	8. 28	7. 29	+ 6. 15
1717. 5 Avril...... 16	9. 11	8. 19	+ 6. 51
1718. 18 Avril...... 8	9. 24	9. 8	+ 5. 59
1719. 30 Avril...... 20	10. 6	9. 26	+ 5. 16
Temps moyen.			
1733. 19 Octob.. 15h 43′	4. 3	6. 22	— 7. 9
1734. 2 Nov... 10. 46	4. 16	7. 8	— 5. 36
1735. 16 Nov... 12. 6	4. 28	7. 26	— 6. 15
1737. 13 Déc.... 19. 31	5. 24	9. 5	— 6. 56
1738. 28 Déc.... 1. 7	6. 6	9. 25	— 7. 49
1740. 11 Janvier. 4. 57	6. 19	10. 15	— 8. 40
1741. 24 Janvier. 5. 34	7. 2	11. 3	— 6. 2
1742. 7 Février. 3. 3	7. 14	11. 20	— 5. 9
1743. 20 Février. 18. 24	7. 27	0. 7	— 4. 12
1744. 5 Mars... 4. 42	8. 10	0. 22	— 3. 21
1745. 18 Mars... 12. 13	8. 22	1. 8	— 2. 31
1746. 31 Mars... 10. 51	9. 5	1. 24	— 4. 25
1747. 13 Avril.. 5. 2	9. 18	2. 13	— 4. 41
1748. 24 Avril.. 20. 0	10. 0	3. 3	— 7. 3
1749. 7 Mai.... 6. 10	10. 13	3. 25	— 7. 55
1750. 19 Mai.... 13. 8	10. 25	4. 17	— 9. 43
1751. 31 Mai.... 16. 10	11. 8	5. 10	—12. 14
1752. 11 Juin.. 20. 7	11. 21	6. 2	—11. 58

Date des oppositions. *Temps moyen.*	Anomalie moyenne de Saturne.	Longit. ♃ moins celle de ♄.	Erreur des Tables de Halley.
1753. 23 Juin. . . 22. 6^h	0^s 3^d	6^s 22^d	$-13'$ $4''$
1754. 6 Juillet. . 1. 11	0. 16	7. 11	−15. 8
1755. 18 Juillet. . 4. 57	0. 28	7. 29	−15. 51
1756. 29 Juillet. . 12. 0	1. 11	8. 16	−17. 34
1757. 10 Août. . 22. 17	1. 24	9. 3	−18. 22
1758. 23 Août. . . 12. 25	2. 6	9. 21	−20. 13
1759. 5 Sept. . . 7. 30	2. 19	10. 10	−21. 9
1760. 17 Sept. . . 8. 11	3. 2	11. 0	−22. 0
1761. 30 Sept. . . 14. 2	3. 14	11. 22	−20. 53
1762. 14 Octobr. 1. 32	3. 27	0. 13	−20. 56
1763. 27 Octobr. 18. 14	4. 10	1. 4	−19. 51
1764. 9 Nov. . . 16. 0	4. 22	1. 22	−19. 2
1765. 23 Nov. . . 17. 6	5. 5	2. 9	−17. 12

En changeant ſeulement de quelques ſecondes les ſix dernières erreurs, on peut les réduire aux quantités ſuivantes, 22′, $21\frac{2}{3}$, 21, 20, $18\frac{2}{3}$ & 17, dont la ſeconde différence eſt conſtante, c'eſt-à-dire, de 20 ſecondes; en prolongeant cette ſuite, on pourroit penſer que dans l'oppoſition de 1767, l'erreur des Tables ſera de $12\frac{2}{3}$, & de 10′ ſeulement dans celle du mois de Janvier 1769.

Si l'on remonte au-delà de 1701, on a peine à trouver les veſtiges de cette inégalité; car tandis que de 1701 à 1760, nous voyons le mouvement de Saturne & l'erreur des Tables en moins augmenter de 13 minutes, nous voyons qu'entre 1642 & 1701, la différence n'étoit que de 9 minutes, mais toujours dans le même ſens. Je ſuppoſe qu'on prenne le milieu entre les deux obſervations du P. Riccioli, que M. le Monnier a calculées *(Mém. de l'Acad. 1746, page 701)* c'eſt-à-dire, qu'on ſuppoſe que le 28 Septembre 1642, à 8^h 45′ temps moyen à Paris, la longitude héliocentrique de Saturne étoit de $11^s 22^d 4' 27''$, cette longitude par les Tables de Halley

est de 11^{s} 22^{d} 5′ 10″, la différence est de 43″; mais M. le Monnier ayant trouvé 5′ de différence entre deux observations du P. Riccioli, il reste toujours de l'incertitude dans la comparaison que nous venons de faire entre les observations de 1642 & de 1701 : on pourroit croire cependant que l'inégalité dont je parle, quelle qu'en puisse être la cause, avoit déjà commencé en 1701 & quelques années auparavant, puisqu'on trouve une différence de 8 minutes entre le mouvement observé pour lors dans Saturne & celui que les Tables donnoient, mais du moins cette inégalité n'est devenue bien sensible que dans ces dernières années, & dans le dernier siècle elle ne s'aperçoit presque point.

Je ne m'en suis pas tenu aux quatre années d'observations que j'ai examinées en commençant; je ne les ai même rapportées que pour servir d'exemple; toutes celles qui précèdent & qui suivent, quoique faites en différens lieux avec des instrumens fort différens, par des méthodes variées, & par comparaison à toutes sortes d'étoiles, donnent le même résultat; & jusqu'à 1760, l'erreur va toujours en croissant, elle est encore actuellement de 17 minutes; ce n'est même qu'à force de discuter toutes les observations faites depuis Tycho-Brahé jusqu'à présent, que je suis parvenu au résultat singulier qui fait l'objet de ce Mémoire; j'y revenois toujours malgré moi, & ne voyant rien dans la Physique céleste qui pût produire une semblable inégalité, je me refusois toujours à l'évidence de ces observations.

Mais il a fallu enfin reconnoître ce nouveau phénomène & lui soumettre nos théories. Il y a donc, indépendamment de l'attraction de Jupiter, une inégalité dans Saturne dont la cause est toute différente, qui n'avoit pas lieu dans le dernier siècle, qui produit à même distance de Jupiter un effet aussi considérable & même plus grand que celui qui résulte des plus grandes variétés dans la position de Saturne, & qui se réduit principalement à une accélération extraordinaire depuis vingt ans.

Je ne m'arrêterai point à chercher la cause d'un phénomène si singulier, elle me paroît difficile à trouver; peut-être ce

phénomène tient-il à une cause générale & constante dont la loi n'est pas connue; peut-être n'est-ce qu'un effet particulier dû à quelque cause accidentelle, comme l'attraction d'une Comète; les observations anciennes n'ont pu m'éclairer là-dessus; on verra dans la suite de quelle manière ce phénomène pourra se varier ou se perpétuer, & l'on parviendra peut-être alors à en connoître la cause.

Saturne est donc, quant à présent, de toutes les Planètes la moins connue; il sembloit jusqu'ici que la Lune fût la plus rébelle au calcul & à la théorie, cependant l'on est parvenu à représenter toutes ses inégalités à une minute près, par la seule attraction du Soleil. La Lune, disoit-on, est la plus voisine de toutes les Planètes: voilà pourquoi ses inégalités sont si sensibles & si multipliées. Je puis dire actuellement, par une raison contraire, Saturne est de toutes les Planètes la plus éloignée de nous; voilà pourquoi ses inégalités sont si considérables: nous ignorons ce qui se passe dans une sphère si élevée; le mouvement de Saturne est si lent, que la moindre cause suffit pour le troubler; la force du Soleil pour retenir Saturne dans son orbite est si fort diminuée par ce grand éloignement, qu'elle se trouve vaincue ou du moins modifiée par des forces assez médiocres, qui n'auroient peut-être aucune prise sur des Planètes plus voisines du Soleil; celles-ci sont entraînées d'un mouvement rapide, & elles échappent, pour ainsi dire, à des impressions passagères, forcées de rester dans leur orbite par l'intensité & l'énergie de la force centrale du Soleil.

Cette nouvelle inégalité rend très-difficile la détermination du moyen mouvement de Saturne; les oppositions observées par Tycho & comparées avec les nôtres, me paroissent être ce qu'il y a de mieux pour connoître le mouvement de Saturne au temps où nous sommes: les observations de 1582 & de 1583 s'accordent à donner 2 minutes pour l'erreur des Tables en excès; celles de 1759 & de 1760 s'accordent à donner $21'\frac{1}{3}$ en défaut; la somme $23'\frac{1}{3}$ est la quantité dont le moyen mouvement de Saturne, dans les Tables de Halley, doit être augmenté pour un intervalle de cent soixante-dix-sept

ans, ce qui donne 7″,91 pour chaque année; ainſi le mouvement annuel ſeroit de 12d 13′ 29″,37, mouvement qui paroît devoir être indépendant de l'action de Jupiter & des élémens de l'orbite de Saturne, puiſque j'ai choiſi des obſervations faites dans la moyenne diſtance de Saturne, & à même degré de commutation par rapport à Jupiter.

Ce mouvement eſt dans M. Caſſini de 12d 13′ 36″, en ſorte que le réſultat que je viens de trouver tient à peu-près le milieu entre ceux de M. Caſſini & de M. Halley; mais on ne doit pas diſſimuler que les obſervations intermédiaires s'écarteront toujours, quoiqu'on faſſe, d'une quantité conſidérable.

Quand je compare les mêmes obſervations de Tycho avec celles de 1700 & 1701, ou celles de 1597 & 1599 avec les obſervations faites vers 1716, je ne trouve plus que 5 ſecondes, au lieu de 8, à ajouter au mouvement de Saturne qui eſt établi dans les Tables de Halley, parce que la nouvelle inégalité a été bien plus forte depuis vingt ans qu'elle n'étoit au commencement du ſiècle.

Il n'eſt donc pas poſſible d'aſſigner, quant à préſent, une valeur probable au moyen mouvement de Saturne; il faut ſe contenter des conjectures que l'on peut tirer d'une année à l'autre pour prédire l'erreur des Tables, ainſi que je l'ai fait depuis quelques années dans la *Connoiſſance des mouvemens céleſtes;* j'ai lieu de croire, par exemple, qu'elle ſera de 10 minutes en 1769; après cela je ne puis dire autre choſe, ſinon que depuis vingt ans le mouvement de Saturne a éprouvé une accélération extraordinaire dont on ne ſauroit aſſigner la véritable cauſe. CONCLUSION.



PREMIER MÉMOIRE SUR L'ÉTAT ACTUEL DES TABLES DE JUPITER,*

Et des changemens qu'il convient d'y faire, quant aux principaux élémens de la Théorie.

Par M. JEAURAT.

16 Février 1765. LES premières Tables qui furent dressées, du mouvement des Planètes, sont celles qu'on trouve dans l'Almageste de Ptolémée, qui vivoit à Alexandrie l'an 140 de J. C.

Ces premières Tables furent rectifiées vers l'an 1252 par Alphonse, roi de Castille, surnommé le *Sage* & l'*Astronome;* la composition de ces Tables, nommées *Alphonsines*, monta, dit-on, à quatre cents mille ducats: elles ont été imprimées à Venise en 1492, & à Paris en 1545.

En 1543, Copernic publia les siennes; elles étoient assujetties à trente années d'observations & de calculs qui lui étoient propres; elles furent réimprimées en 1566, 1593 & 1617.

Dans le seizième siècle, Tycho-Brahé surpassa de beaucoup ceux qui l'avoient précédé dans la carrière de l'Astronomie; il dépensa, pour la perfection de ses instrumens, plus de cent mille écus; en 1564, il forma le projet de nouvelles Tables; il observa aussi avec tant d'habileté & d'assiduité, que son recueil d'observations devint bientôt la matière immense d'une nouvelle

* M. Jeaurat lut le 21 Août, même année, un Mémoire que l'on trouvera à sa place, dans lequel il a adopté des moyens qui ont encore perfectionné davantage les Tables de Jupiter, qu'il a fait imprimer depuis.

nouvelle ſuite de Tables, elles furent même comme la ſource des découvertes de Képler; ce dernier procura auſſi à ſes frais, en 1627, les fameuſes Tables *Rudolphines*, qui furent réimprimées à Paris en 1650 & qui donnèrent lieu à un grand nombre d'autres Tables publiées peu de temps après, & rendues plus commodes pour les calculs.

Les Tables de M. de la Hire parurent enſuite *; elles furent à leur tour employées de préférence juſqu'en 1740, que M. Caſſini publia les ſiennes : celles-ci ſont encore dans le moment préſent plus exactes que toutes les autres, quant aux mouvemens de Jupiter.

* *La première édit. en 1702.*

Enfin les dernières de toutes celles qui ont paru pour les Planètes, ſont celles de M. Halley, imprimées à Londres en 1749. M. l'abbé Chappe nous a procuré en 1754, une nouvelle édition de la première partie des ouvrages de ce célèbre Aſtronome; & M. de la Lande, en 1759, celle de la ſeconde & dernière partie.

Les Tables de M. Caſſini & celles de M. Halley, préſentent par leur comparaiſon, un tableau ſatisfaiſant des obſervations faites en même temps ſur Jupiter, depuis 1672 juſqu'en 1719, à l'Obſervatoire royal de Paris & à celui de Greenwich. Ces doubles obſervations faites en différens lieux par différens Aſtronomes & avec des inſtrumens différens, pendant un eſpace de quarante-ſept années, ſont très-propres à faire juger des progrès de l'Aſtronomie.

Comme les Tables de M. Caſſini & celles de M. Halley ſe rapportent néceſſairement à des temps déjà aſſez éloignés, & où les inſtrumens n'avoient pas la même perfection qu'aujourd'hui, elles ſe trouvent immanquablement dans le cas d'être rectifiées, & l'on ne pourra ſe flatter d'en avoir conſtruit de vraiment exactes & conſéquemment de durables, que lorſque la théorie même de cette Planète ſera bien conſtatée.

Néanmoins les Tables de M. Caſſini & celles de M. Halley, doivent pour le préſent ſervir de terme de comparaiſon dans nos travaux aſtronomiques, & particulièrement

celles de M. Caſſini pour Jupiter, puiſqu'elles ſont ſupérieures à celles de M. Halley & s'accordent mieux avec les obſervations récentes.

Comme nous ne ſommes point au centre des orbites que décrivent les Planètes, & qu'elles font leurs révolutions autour d'un foyer dont le Soleil occupe le centre; il eſt néceſſaire d'y rapporter leurs mouvemens; & pour le faire avec ſuccès, il faut ſéparer ceux qui leur ſont propres, d'avec ceux que nous devons uniquement attribuer au mouvement de la Terre autour du foyer commun.

Le cas où l'Obſervateur eſt placé le plus avantageuſement qu'il ſoit poſſible pour obſerver le mouvement propre d'une Planète, eſt celui où elle ſe trouve en conjonction ou en oppoſition avec le Soleil; obſervations rares, & dont quelques-unes ne peuvent pas s'apercevoir, telles que les conjonctions ſupérieures que les rayons du Soleil dérobent à la vue.

Quelques-unes même des oppoſitions des Planètes ſupérieures manquent d'être obſervées, parce qu'il ne fait pas toujours beau temps; d'ailleurs les plus utiles à la théorie ſont celles où l'aſtre ſe trouve à 3, à 6, à 9 & à 12 ſignes d'anomalie moyenne; & il faut pour réunir ces poſitions principales, environ onze années d'obſervations.

Tant de circonſtances deſirables dans les obſervations, réduiſent celles qu'on doit regarder comme principales, à un très-petit nombre: auſſi celles des oppoſitions de Jupiter, obſervées par Gaſſendi en 1620 & 1633, n'ont pu me ſervir, quoique vraiſemblablement bonnes en elles-mêmes.

Mon premier ſoin a été de réunir la totalité des obſervations de Jupiter, faites dans ſon oppoſition avec le Soleil; elles ſont au nombre de cent vingt-une.

Ces obſervations une fois réunies, je les ai calculées de nouveau afin d'en vérifier la réduction; & pour la facilité des calculs, je les ai réduites uniformément à un même méridien.

La loi que je me ſuis preſcrite dans cette réduction générale des obſervations, a été de rapporter tous les temps des

obſervations au temps moyen du méridien de l'Obſervatoire royal de Paris ; de rapporter ces temps au vieux ſtyle, pour les obſervations faites avant 1600 ; de les rapporter au nouveau ſtyle, pour les obſervations faites depuis 1600 ; d'employer les Tables du Soleil de M. Caſſini, pour les obſervations faites avant 1600 ; & de me ſervir de celles de M. l'abbé de la Caille, pour les obſervations faites depuis 1600. C'eſt d'après ces précautions que j'ai calculé pour chaque obſervation, & ſelon M. Caſſini, l'erreur des Tables de Jupiter dans ſon orbite, & conſéquemment les anomalies moyennes qui y correſpondent.

De cette opération il a réſulté naturellement un tableau des corrections à faire aux Tables de M. Caſſini, & en même temps une indication des obſervations les plus propres à rectifier ces mêmes Tables, c'eſt-à-dire des obſervations où Jupiter étoit à peu près dans ſes moyennes diſtances ou dans ſon aphélie ou dans ſon périhélie.

Ce choix d'obſervations principales étant fait, j'en ai déduit ſucceſſivement, & de trois en trois, les plus voiſines les unes des autres qu'il m'a été poſſible, la correction de l'époque aſſignée par les Tables, tant pour les moyens mouvemens en longitude, que pour ceux de l'aphélie ; & j'ai auſſi déduit pour ces mêmes temps la plus grande équation du centre.

La raiſon qui m'a déterminé à ne comparer enſemble que les obſervations faites de proche en proche & dans un eſpace de temps moindre que quinze années, c'eſt que la méthode que j'ai ſuivie, eſt celle qu'on trouve à la *page 466* du Traité d'Aſtronomie que vient de publier M. de la Lande : or cette méthode ſuppoſe exacte la révolution moyenne des Tables ; & cette ſuppoſition, qui ne peut apporter d'obſtacles ſenſibles dans un petit nombre d'années, jetteroit au contraire, du doute ſur une comparaiſon dont les termes occuperoient un plus long intervalle de temps.

Les opérations faites, comme je viens de le dire, ſur les obſervations principales & priſes de trois en trois, m'ont donné de trente-huit manières différentes les corrections qu'il

convient de faire aux Tables, & conséquemment trente-huit fois les dimensions vraies de l'orbite, & pareillement trente-huit fois la révolution moyenne de la même orbite.

Dans la détermination de chacune des corrections que j'assigne ici aux Tables de Jupiter, données par M. Cassini, j'ai fait usage des petites équations de M. Mayer, dépendantes de l'attraction de Saturne *, parce que ces petites équations, quoiqu'ayant peut-être besoin d'être rectifiées elles-mêmes, ont dû néanmoins contribuer à la perfection de mes résultats.

* *Connoissance des Temps, ann. 1763, p. 128.*

Ces résultats déduits directement des observations auroient toute la précision possible, si les observations elles-mêmes étoient telles qu'on peut les desirer; mais nous ignorons le degré de précision des anciennes, & nous savons que la plupart étoient dépendantes de la déviation d'un mural & du mouvement des pendules, lesquels n'étoient pas alors d'une aussi grande régularité qu'elles le sont aujourd'hui.

Au reste, j'ai concilié, autant qu'il m'a été possible, les trente-huit résultats que j'ai déduits des observations mêmes.

J'ai pour le commencement de ce siècle, diminué les moyens mouvemens en longitude de 1′ 42″, & ceux en aphélie de 8′ 39″.

J'ai aussi trouvé que dans l'espace de cent années, les moyens mouvemens en longitude devoient être ralentis de 10″, & que ceux en aphélie devoient être accélérés de 14′ 8″.

Enfin j'ai trouvé que l'équation du centre croît de 22′ 24″ dans l'espace de trois cents vingt-trois années; que cette équation décroît ensuite & assez exactement dans le même espace de temps de la même quantité, & que cette succession périodique d'augmentations & de diminutions que donnent les observations, suit à très-peu de chose près la loi des racines quarrées des temps.

Des corrections que j'assigne aux Tables, d'après ces principes & ces vues, il en résulte naturellement le moyen d'en construire de nouvelles, dont on doit espérer plus d'exactitude que de celles qui ont paru jusqu'à présent: & pour

donner à ces Tables la facilité & la sûreté desirables, dans la pratique, voici la forme que je leur ai donnée.

J'ai retranché des moyens mouvemens en longitude la somme des équations; j'ai mis à côté de ces moyens mouvemens, ceux de l'anomalie moyenne, ceux des argumens, & la plus grande équation du centre. De cette forme il suit que les argumens se trouvent tout formés, que les équations deviennent additives dans tous les cas possibles, & qu'on ne risque pas de se méprendre à l'égard des signes positifs ou négatifs, dont la méprise produit comme on sait, une erreur du double de la quantité.

Il falloit aussi que je satisfisse à la variation de l'équation du centre dont je viens d'établir l'hypothèse; & pour le faire j'ai calculé une Table dans laquelle on trouvera l'augmentation ou la diminution requise, à raison de l'équation du centre assignée à l'époque & relativement à l'anomalie moyenne qui y correspond.

Enfin on trouvera ci-après un Tableau des résultats que j'ai déduits des observations mêmes; l'époque à laquelle ces résultats correspondent; les noms des Astronomes par qui les observations ont été faites, l'équation que j'ai supposée pour l'accord des observations, & la quantité dont mes suppositions s'éloignent des vrais résultats.

Ce Tableau sera suivi d'un autre qui terminera ce Mémoire, & l'on y trouvera la totalité des observations des oppositions de Jupiter, telles que je les ai réduites, les anomalies moyennes qui y correspondent, l'erreur des Tables telles qu'elles étoient, l'erreur des Tables que je propose, la quantité dont mes erreurs diffèrent de celles qui existoient précédemment, en un mot une exposition fidèle des principales parties de mon travail, du degré de précision qu'on doit en attendre & de ce qui reste à faire pour atteindre à une plus grande perfection.

PREMIER TABLEAU,

Contenant les différentes corrections à faire aux Tables de JUPITER, *qu'a données M. Cassini.*

1.° *Résultats déduits des Observations mêmes.*

	NOMS DES ASTRONOMES par qui les Oppositions de ♃ ont été observées.	ANNÉES des OPPOSITIONS observées, dont j'ai fait usage pour la détermination des Corrections cherchées.	CORRECTIONS DÉDUITES des Observations, pour les moyens mouvemens. en longitude	en aphélie.	Plus grandes ÉQUATIONS du centre, déduites des observations
			M. S.	D. M. S.	D. M. S.
A	PTOLÉMÉE.	133, 136, 137.	+ 0. 49	+1. 0. 33	5. 12. 13
B	COPERNIC.	1520, 1526, 1529.	+ 3. 27	+4. 8. 13	5. 15. 53
D	TYCHO.	1583, 1586, 1592.	− 1. 57	+0. 16. 10	5. 30. 31
		1583, 1586, 1593.	− 1. 42	+0. 15. 56	5. 32. 19
		1584, 1586, 1592.	− 2. 21	+0. 37. 6	5. 30. 51
		1584, 1586, 1593.	− 2. 1	+0. 45. 30	5. 32. 3
		1586, 1589, 1592.	− 0. 52	−0. 41. 41	5. 29. 30
		1586, 1589, 1593.	− 4. 3	−0. 22. 26	5. 32. 39
		1586, 1590, 1592.	− 0. 48	−0. 46. 29	5. 29. 27
		1586, 1590, 1593.	− 3. 43	−0. 30. 41	5. 32. 46
		1586, 1592, 1595.	− 2. 7	+0. 26. 30	5. 30. 39
		1586, 1593, 1595.	− 1. 52	+0. 26. 45	5. 32. 11
		1586, 1592, 1596.	− 1. 58	+0. 12. 4	5. 30. 25
		1586, 1593, 1596.	− 1. 53	+0. 21. 47	5. 32. 10
E	TYCHO & LONGOMONTANUS.	1586, 1592, 1607.	− 2. 8	+0. 27. 7	5. 30. 40
		1593, 1607, 1610.	− 6. 2	−0. 15. 2	5. 30. 30
		1586, 1592, 1613.	− 1. 49	+0. 10. 13	5. 30. 22
		1593, 1610, 1613.	− 5. 52	+0. 56. 43	5. 29. 16
G	HEVELIUS.	1657, 1661, 1664.	+ 2. 11	+0. 3. 34	5. 32. 13
		1659, 1666, 1675.	+ 0. 18	−0. 10. 43	5. 34. 14
		1669, 1673, 1676.	− 0. 3	−0. 29. 54	5. 31. 20
H	FLAMSTEED.	1682, 1685, 1687.	− 5. 40	−0. 31. 6	5. 31. 45
		1688, 1690, 1694.	− 3. 53	−0. 20. 4	5. 33. 39

Suite du PREMIER TABLEAU.

	NOMS DES ASTRONOMES par qui les Oppositions de ♅ ont été observées.	ANNÉES des OPPOSITIONS observées, dont j'ai fait usage pour la détermination des Corrections cherchées.	CORRECTIONS DÉDUITES des Observations, pour les moyens mouvemens. en longitude	en aphélie.	Plus grandes ÉQUATIONS du centre, déduites des observations
			M. S.	D. M. S.	D. M. S.
L	HALLEY.	1697, 1699, 1704.	+ 0. 7	− 0. 53. 33	5. 33. 34
		1700, 1702, 1706.	+ 0. 51	− 0. 10. 8	5. 36. 1
M	HALLEY.	1708, 1711, 1716.	+ 3. 27	+ 0. 13. 10	5. 32. 32
		1712, 1714, 1718.	+ 5. 9	+ 0. 9. 48	5. 32. 45
N	M. CASSINI.	1723, 1726, 1728.	+ 3. 57	+ 0. 27. 16	5. 32. 45
		1728, 1733, 1735.	+ 2. 25	+ 0. 1. 19	5. 33. 51
P	M. CASSINI & Moi.	1740, 1744, 1746.	− 1. 24	− 0. 27. 36	5. 34. 0
		1740, 1744, 1747.	− 2. 17	− 0. 19. 8	5. 34. 58
		1742, 1747, 1749.	− 1. 53	− 0. 6. 11	5. 34. 15
		1747, 1749, 1752.	− 2. 4	+ 0. 0. 51	5. 34. 59
		1747, 1752, 1756.	− 2. 9	− 0. 9. 38	5. 35. 1
		1752, 1755, 1759.	− 2. 8	− 0. 15. 21	5. 34. 59
		1752, 1756, 1759.	− 2. 5	− 0. 10. 26	5. 34. 57
		1754, 1756, 1759.	− 1. 59	− 0. 11. 17	5. 35. 2
		1754, 1759, 1761.	− 2. 2	− 0. 9. 19	5. 34. 58

2.° *Corrections moyennes* a, b, d, e, g, h, l, m, n, p, *déduites des Corrections précédentes* A, B, D, E, G, H, L, M, N, P.

ANNÉES auxquelles correspondent les corrections moyennes.		CORRECTIONS MOYENNES pour les moyens Mouvemens, en longitude.	en aphélie.	Plus grandes ÉQUATIONS du centre.
		D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
a,	135.	+ 0. 1. 2	+ 0. 57. 53	5. 11. 10
b,	1525.	+ 0. 3. 27	+ 4. 8. 13	5. 15. 53
d,	1590.	− 0. 2. 6	+ 0. 5. 3	5. 31. 18
e,	1600.	− 0. 3. 58	+ 0. 19. 45	5. 30. 12
g,	1666.	+ 0. 0. 48	− 0. 12. 21	5. 32. 35
h,	1688.	− 0. 4. 46	− 0. 25. 35	5. 32. 42
l,	1701.	+ 0. 0. 29	− 0. 31. 50	5. 34. 47
m,	1713.	+ 0. 4. 18	+ 0. 11. 29	5. 32. 38
n,	1729.	+ 0. 3. 11	+ 0. 14. 17	5. 33. 18
p,	1750.	− 0. 1. 47	− 0. 14. 44	5. 34. 24

3.° *Corrections que j'ai adoptées, & quantités dont elles s'éloignent de celles que donnent les différentes observations.*

ANNÉES auxquelles correspondent mes Corrections.	CORRECTIONS QUE J'AI ADOPTÉES pour les moyens Mouvemens. en longit.	Erreurs.	en aphélie.	Erreurs.	Plus grandes ÉQUAT. du Centre.	Erreurs.
	M. S.	*M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S*
135.	+0. 55	−0. 6	+ 3. 33. 52	+ 2. 35. 59	5. 12. 0	+0. 50
1525.	−1. 24	−4. 51	+0. 17. 6	−3. 51. 7	5. 16. 0	+0. 7
1590.	−1. 31	0. 45	+ 0. 7. 53	+ 0. 2. 50	5. 23. 15	−8. 8
1600.	−1. 32	+2. 26	+ 0. 6. 28	− 0. 13. 17	5. 24. 43	−5. 29
1666.	−1. 39	−2. 27	− 0. 2. 51	+ 0. 9. 30	5. 31. 20	−1. 15
1688.	−1. 41	+3. 5	− 0. 5. 58	+ 0. 19. 37	5. 32. 40	−0. 2
1701.	−1. 42	−2. 11	− 0. 7. 44	+ 0. 24. 6	5. 33. 20	−1. 27
1713.	−1. 43	−6. 1	− 0. 9. 29	− 0. 20. 58	5. 33. 40	+1. 2
1729.	−1. 45	−4. 56	− 0. 11. 45	− 0. 26. 2	5. 34. 10	+0. 52
1750.	−1. 47	−0. 0	− 0. 14. 44	− 0. 0. 0	5. 34. 24	−0. 0

4.° *Époques des différentes circonstances de la variation de la plus grande Équation du centre, laquelle croît, selon toutes les apparences, d'environ 22′ 24″ en 323 années, & dans la raison des racines carrées des temps.*

ANNÉES OÙ L'ÉQUATION DU CENTRE est La plus petite, c'est-à-dire, de $5^d\ 12'\ 0''$.	Moyenne, c'est-à-dire, de $5^d\ 23'\ 12''$.	La plus grande, c'est-à-dire, de $5^d\ 34'\ 24''$.
..... 135.		
....	.... 296½.	
....	....	..... 458.
....	.... 619½.	
..... 781.		
....	.... 942½.	
....	....	.....1104.
....	....1265½.	
.....1427.		
....	....1588½.	
....	....	.....1750.

5.° *Élémens de la théorie de Jupiter, sur lesquels sont fondées les Tables que j'ai dressées pour Jupiter.*

ANNÉES.	LONGITUDE moyenne.	LIEU de l'Aphélie.	Plus grande ÉQUATION du Centre.
1600.	$4^f\ 9^d\ 34'\ 41''$	$6^f\ 7^d\ 57'\ 28''$	$5^d\ 24'\ 43''$
1700.	9. 15. 51. 2	6. 9. 19. 2	5. 33. 20
1800.	2. 22. 7. 23	6. 10. 40. 36	5. 32. 17

SECOND

SECOND ET DERNIER TABLEAU,

Contenant la totalité des Oppositions observées de JUPITER; & comparaisons de ces observations avec les calculs faits selon les Tables de M. Cassini & selon les miennes.

TEMPS MOYENS DES OPPOSITIONS, réduits au Méridien de Paris. *Vieux Style.*					ANOMALIE moyenne de JUPITER.				LONGITUDE héliocentrique observée de JUPITER.				ERREURS des TABLES en Longitude, selon M. CASSINI.	ERREURS des TABLES en Longitude, selon MOI.	QUANTITÉS dont MES TABLES Augmentent l'Erreur.	QUANTITÉS dont MES TABLES Diminuent l'Erreur.
Années.	*Mois.*	*J.*	*H.*	*M.*	*Sign.*	*D.*	*M.*	*S.*	*Sign.*	*D.*	*M.*	*S.*	*M. S.*	*M S.*	*M. S.*	*M. S.*
133.	Mai...	15.	23.	3	2.	10.	19.	59	7.	23.	22.	30	−14. 32	+ 4. 46	....	9. 46
136.	Sept...	1.	4.	10	5.	20.	23.	43	11.	7.	47.	33	+ 2. 7	−14. 52	12. 45	
137.	Octobre	8.	3.	18	6.	23.	47.	41	0.	14.	19.	6	+13. 17	−13. 55	0. 38	
1520.	Avril..	28.	15.	52	1.	14.	18.	47	7.	17.	59.	0	−29. 8	−19. 18	....	9. 50
1526.	Nov...	28.	1.	5	8.	4.	6.	10	2.	15.	51.	0	+20. 53	+ 4. 1	....	16. 52
1529.	Janvier	30.	20.	45	10.	10.	8.	40	4.	21.	15.	50	− 3. 44	−17. 46	14. 2	
1583.	Sept...	6.	17.	8	5.	17.	11.	15	11.	23.	33.	25	+ 6. 38	+ 2. 55	....	3. 43
1584.	Octobre	13.	7.	5	6.	20.	38.	20	1.	0.	22.	0	+ 7. 44	+ 0. 33	....	7. 11
1585.	Nov...	18.	0.	1	7.	23.	56.	5	2.	6.	17.	30	+ 3. 59	− 0. 42	....	3. 17
1586.	Déc...	21.	16.	6	8.	27.	3.	52	3.	10.	19.	4	+ 4. 20	− 7. 21	3. 1	
1588.	Janvier	22.	8.	22	10.	0.	0.	31	4.	12.	18.	34	+ 9. 44	− 2. 3	....	7. 41
1589.	Février	21.	0.	48	11.	2.	54.	13	5.	12.	57.	8	+ 9. 35	+ 0. 43	....	8. 52
1590.	Mars...	23.	12.	24	0.	5.	45.	58	6.	12.	54.	30	+10. 21	+ 4. 38	....	5. 43
1591.	Avril..	23.	19.	3	1.	8.	41.	38	7.	13.	7.	20	+ 7. 59	+ 4. 28	....	3. 31
1592.	Mai...	25.	16.	19	2.	11.	45.	19	8.	14.	25.	1	+ 4. 34	+ 6. 56	2. 22	
1593.	Juin...	29.	10.	24	3.	14.	58.	20	9.	17.	20.	57	+ 6. 51	+10. 48	3. 57	
1594.	Août..	5.	5.	39	4.	18.	21.	34	10.	22.	21.	4	+ 5. 36	+ 9. 28	3. 52	
1595.	Sept...	12.	1.	18	5.	21.	49.	50	11.	28.	53.	10	+ 3. 8	+ 3. 8	....	
1596.	Octobre	18.	8.	14	6.	25.	15.	28	1.	5.	40.	0	+ 2. 13	− 1. 58	....	0. 15
Nouveau Style.																
1607.	Sept...	27.	11.	1	5.	26.	28.	45	0.	4.	10.	0	+ 3. 15	+ 3. 3	......	0. 12
1611.	Janvier.	9.	14	48	9.	6.	12.	23	3.	19.	36.	0	+11. 0	+ 0. 13	......	10. 47
1613.	Mars..	11.	16.	48	11.	12.	1.	25	5.	20.	45.	0	+ 2. 18	− 1. 0	......	1. 18
1620.	Nov...	7.	9.	44	7.	4.	29.	36	1.	15.	58.	0	+ 5. 24	+ 2. 9	......	3. 15
1633.	Déc...	17.	1.	57	8.	12.	19.	7	2.	26.	3.	20	+ 3. 40	+ 2. 25	......	1. 15
1657.	Déc...	26.	11.	11	8.	21.	29.	53	3.	5.	47.	40	− 1. 24	− 5. 17	3. 53	
1659.	Janvier	27.	11.	32	9.	24.	29.	20	4.	8.	8.	22	+ 1. 54	− 3. 53	1. 59	
1660.	Février	27.	6.	57	10.	27.	22.	40	5.	8.	57.	49	+ 1. 54	− 5. 39	2. 45	
1661.	Mars..	28.	17.	57	0.	0.	14.	19	6.	8.	58.	53	+ 3. 17	− 4. 1	0. 44	
1662.	Avril..	28.	19.	31	1.	3.	8.	51	7.	9.	3.	54	+ 2. 39	− 3. 30	0. 51	
1663.	Mai...	31.	7.	15	2.	6.	10.	37	8.	10.	5.	3	+ 1. 8	− 1. 49	0. 41	
1664.	Juillet..	3.	19.	12	3.	9.	22.	20	9.	12.	47.	26	− 2. 48	− 2. 57	0. 9	
1665.	Août..	9.	7.	13	4.	12.	44.	3	10.	17.	27.	36	− 4. 15	− 2. 46	......	1. 29
1666.	Sept...	15.	23.	44	5.	16.	11.	41	11.	23.	44.	33	− 3. 16	− 2. 9	......	1. 7

TEMPS MOYENS DES OPPOSITIONS, réduits au Méridien de Paris. *Nouveau Style.*		ANOMALIE moyenne de JUPITER.	LONGITUDE héliocentrique observée de JUPITER.	ERREURS des TABLES en Longitude, selon		QUANTITÉS dont MES TABLES	
				M. CASSINI.	MOI.	Augmentent l'Erreur.	Diminuent l'Erreur.
Années.	*Mois. J. H. M.*	*Sign. D. M. S.*	*Sign. D. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*	*M. S.*	*M. S.*
1667.	Octobre 23. 10. 13	6. 19. 37. 37	1. 0. 31. 21	— 1. 23	— 2. 29	1. 6	
1668.	Nov... 27. 6. 55	7. 22. 56. 36	2. 6. 24. 33	+ 1. 20	— 2. 0	0. 40	
1669.	Déc... 30. 23. 24	8. 26. 4. 18	3. 10. 28. 8	+ 3. 48	— 1. 28	......	2. 20
1671.	Janvier. 31. 19. 18	9. 29. 2. 51	4. 12. 36. 12	+ 4. 49	— 0. 53	......	3. 56
1672.	Mars.. 2. 12. 40	11. 1. 55. 47	5. 13. 17. 47	+ 4. 4	— 0. 27	......	3. 37
1673.	Avril.. 2. 10. 58	0. 4. 47. 39	6. 13. 17. 34	+ 3. 7	+ 0. 26	......	2. 41
1674.	Mai... 3. 6. 29	1. 7. 43. 6	7. 13. 28. 32	+ 1. 15	+ 1. 14	......	0. 1
1675.	Juin... 5. 0. 19	2. 10. 46. 3	8. 14. 42. 4	— 1. 24	+ 0. 12	......	0. 12
1676.	Juillet.. 8. 19. 6	3. 13. 58. 13	9. 17. 39. 14	— 5. 5	— 2. 43	......	2. 22
1677.	Août.. 14. 12. 7	4. 17. 21. 57	10. 22. 34. 8	— 4. 20	— 2. 33	......	1. 47
1678.	Sept.... 21. 5. 59	5. 20. 49. 53	11. 29. 0. 19	— 3. 22	— 2. 25	......	0. 57
1679.	Octobre 28. 13. 16	6. 24. 15. 34	1. 5. 44. 36	— 0. 56	— 2. 23	1. 27	
1680.	Déc... 2. 2. 58	7. 27. 32. 40	2. 11. 24. 41	+ 1. 31	+ 1. 52	0. 21	
1682.	Janvier.. 4. 12. 50	9. 0. 39. 8	3. 15. 12. 28	+ 3. 7	+ 4. 50	1. 43	
1683.	Février. 5. 5. 22	10. 3. 36. 51	4. 17. 10. 3	+ 0. 33	+ 4. 4	3. 31	
1684.	Mars... 6. 20. 35	11. 6. 29. 20	5. 17. 42. 9	+ 0. 29	+ 4. 54	4. 25	
1685.	Avril.. 6. 9. 13	0. 9. 21. 16	6. 17. 38. 36	+ 1. 0	+ 4. 15	3. 15	
1686.	Mai... 7. 17. 18	1. 12. 17. 16	7. 17. 51. 40	+ 2. 22	+ 4. 9	1. 47	
1687.	Juin... 9. 15. 20	2. 15. 21. 6	8. 19. 12. 4	+ 4. 24	+ 3. 52	......	0. 32
1688.	Juillet.. 13. 14. 53	3. 18. 35. 14	9. 22. 20. 54	+ 6. 6	+ 2. 49	......	3. 17
1689.	Août.. 19. 12. 26	4. 21. 58. 56	10. 27. 29. 40	+ 7. 18	— 1. 9	......	6. 9
1690.	Sept.... 26. 8. 28	5. 25. 27. 18	0. 4. 6. 3	+ 6. 9	+ 1. 2	......	5. 7
1691.	Nov... 2. 13. 26	6. 28. 52. 31	1. 10. 51. 27	+ 3. 35	+ 1. 15	......	2. 20
1692.	Déc... 6. 22. 54	8. 2. 8. 42	2. 16. 25. 21	— 0. 51	+ 0. 35	......	0. 16
1694.	Janvier. 9. 3. 42	9. 5. 14. 9	3. 20. 0. 30	— 2. 53	+ 3. 1	0. 8	
1695.	Février.. 9. 14. 55	10. 8. 10. 46	4. 21. 42. 22	— 3. 48	+ 2. 21	......	1. 27
1696.	Mars... 11. 3. 56	11. 11. 2. 46	5. 22. 5. 36	— 2. 58	+ 2. 34	......	0. 24
1697.	Avril.. 10. 17. 27	0. 13. 54. 52	6. 21. 50. 24	— 0. 44	+ 2. 32	1. 48	
1698.	Mai... 12. 5. 35	1. 16. 51. 42	7. 22. 18. 33	+ 1. 4	+ 0. 40	......	0. 24
1699.	Juin... 14. 9. 42	2. 19. 56. 48	8. 23. 51. 18	+ 3. 39	— 0. 28	......	3. 11
1700.	Juillet.. 19. 16. 9	3. 23. 12. 24	9. 27. 16. 12	+ 5. 55	— 0. 23	......	5. 32
1701.	Août.. 25. 20. 11	4. 26. 37. 26	11. 2. 43. 13	+ 4. 10	— 1. 25	......	2. 45
1702.	Octobre 2. 17. 10	6. 0. 5. 59	0. 9. 28. 44	+ 0. 20	— 3. 3	2. 43	
1703	Nov... 8. 17. 29	7. 3. 30. 15	1. 16. 8. 13	— 2. 6	— 2. 46	0. 40	
1704	Déc... 12. 18. 55	8. 6. 44. 47	2. 21. 24. 47	— 4. 1	— 1. 24	......	2. 37
1706.	Janvier. 14. 16. 15	9. 9. 48. 38	3. 24. 41. 48	— 4. 40	— 5. 4	0. 24	
1707.	Février. 14. 22. 4	10. 12. 44. 7	4. 26. 7. 40	— 3. 0	— 6. 8	3. 8	
1708.	Mars... 16. 9. 19	11. 15. 35. 47	5. 26. 22. 3	+ 0. 17	— 6. 21	6. 4	
1709.	Avril.. 16. 0. 59	0. 18. 28. 20	6. 26. 17. 50	+ 0. 19	— 8. 17	7. 58	
1710.	Mai... 17. 18. 4	1. 21. 26. 11	7. 26. 45. 8	+ 1. 28	— 7. 53	6. 29	
1711.	Juin... 20. 6. 31	2. 24. 32. 1	8. 28. 34. 16	+ 1. 41	— 6. 24	4. 43	

TEMPS MOYENS DES OPPOSITIONS, réduits au Méridien de Paris. *Nouveau Style.*	ANOMALIE moyenne de JUPITER.	LONGITUDE héliocentrique observée de JUPITER.	ERREURS des TABLES en Longitude, selon M. CASSINI	ERREURS des TABLES en Longitude, selon MOI	QUANTITÉS dont MES TABLES Augmentent l'Erreur.	QUANTITÉS dont MES TABLES Diminuent l'Erreur.
Années. Mois. J. H. M.	Sig. D. M. S.	Sig. D. M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
1712. Juillet. 24. 21. 47	3. 27. 50. 28	10. 2. 22. 21	— 2. 0	— 7. 30	5. 30	
1713. Août.. 31. 6. 2	5. 1. 16. 22	11. 8. 4. 1	+ 4. 17	— 5. 49	......	1. 32
1714. Octobre 8. 2. 13	6. 4. 44. 46	0. 14. 52. 59	+ 6. 14	— 5. 31	......	0. 43
1715. Nov... 13. 19. 22	7. 8. 7. 33	1. 21. 20. 55	— 5. 39	— 2. 32	......	3. 7
1716. Déc.... 17. 12. 44	8. 11. 20. 24	2. 26. 18. 51	— 4. 27	— 3. 25	......	1. 2
1718. Janvier. 19. 2. 41	9. 14. 22. 44	3. 29. 17. 55	— 3. 41	— 6. 12	2. 31	
1719. Février. 19. 4. 21	10. 17. 17. 20	5. 0. 30. 30	— 1. 13	— 7. 28	......	6. 15
1720. Mars.. 20. 15. 50	11. 20. 9. 4	6. 0. 39. 55	+ 0. 39	— 8. 30	7. 51	
1721. Avril.. 20. 9. 47	0. 23. 2. 5	7. 0. 38. 8	+ 0. 11	— 9. 38	9. 27	
1722. Mai... 22. 8. 39	1. 26. 1. 8	8. 1. 16. 5	+ 0. 44	— 8. 54	8. 10	
1723. Juin.... 25. 4. 2	2. 29. 9. 26	9. 3. 21. 21	— 2. 10	— 7. 14	5. 4	
1724. Juillet.. 30. 0. 34	4. 2. 27. 57	10. 17. 21. 17	— 1. 16	— 3. 0	1. 44	
1725. Sept. . 5. 14. 42	5. 5. 55. 6	11. 13. 21. 15	— 7. 51	— 7. 28	......	0. 23
1726. Octobre 13. 5. 46	6. 9. 22. 24	0. 20. 4. 45	— 4. 14	— 2. 7	......	2. 7
1727. Nov... 18. 17. 25	7. 12. 44. 1	1. 26. 24. 23	— 2. 27	— 2. 43	0. 16	
1728. Déc... 22. 3 9	8. 15. 55. 19	3. 1. 6. 52	— 1. 45	— 3. 3	1. 18	
1730. Janvier. 23. 11. 18	9. 18. 56. 25	4. 3. 49. 46	— 0. 50	— 4. 23	3. 33	
1731. Février. 23. 10. 10	10. 21. 50. 28	5. 4. 52. 1	+ 0. 42	— 3. 53	3. 11	
1733. Avril.. 24. 19. 6	0. 27. 36. 17	7. 5. 0. 37	— 1. 22	— 5. 0	3. 38	
1734. Mai... 26. 23. 38	2. 0. 37. 11	8. 5. 48. 14	— 2. 33	— 5. 6	2. 33	
1735. Juin... 30. 1. 38	3. 3. 45. 49	9. 8. 7. 48	— 3. 23	— 4. 21	0. 58	
1736. Août.. 4. 4. 26	4. 7. 5. 38	10. 12. 24. 1	— 2. 3	— 1. 38	......	0. 25
1738. Octobre 18. 9. 51	6. 14. 0. 9	0. 25. 18. 28	— 1. 46	— 0. 28	......	1. 18
1739. Nov... 23. 16. 4	7. 17. 20. 41	2. 1. 29. 14	+ 2. 8	— 1. 8	......	1. 0
1740. Déc.... 26. 18. 49	8. 20. 30. 29	3. 5. 56. 54	— 2. 44	— 0. 11	......	2. 33
1742. Janvier. 27. 22. 3	9. 23. 30. 34	4. 8. 25. 3	— 2. 40	+ 0. 40	......	2. 0
1743. Février.. 27. 18. 23	10. 26. 24. 7	5. 9. 18. 23	— 2. 55	+ 1. 22	......	1. 33
1744. Mars.. 29. 5. 23	11. 29. 15. 33	6. 9. 20. 37	— 2. 50	+ 0. 47	......	2. 3
1745. Avril.. 29. 4 52	1. 2. 9. 54	7. 9. 22. 5	— 1. 3	+ 0. 49	......	0. 14
1746. Mai... 31. 13. 1	2. 5. 10. 52	8. 10. 15. 50	+ 1. 32	— 0. 5	......	1. 27
1747. Juillet.. 4. 20. 2	3. 8. 21. 33	9. 12. 46. 29	+ 4. 34	+ 0. 59	......	3. 35
1748. Août.. 9. 4. 32	4. 11. 42. 34	10. 17. 18. 0	+ 7. 4	+ 0. 46	......	6. 18
1749. Sept.... 15. 21. 1	5. 15. 10. 10	11. 23. 33. 8	+ 7. 16	+ 1. 57	......	5. 19
1750. Octobre 23. 11. 12	6. 18. 37. 19	1. 0. 26. 44	+ 3. 51	+ 1. 22	......	2. 29
1751. Nov... 28. 11. 57	7. 21. 56. 41	2. 6. 28. 53	+ 0. 50	+ 2. 2	1. 12	
1752. Déc.... 31. 9. 54	8. 25. 5. 32	3. 10. 45. 20	— 4. 29	— 0. 9	......	4. 20
1754. Février.. 1. 8. 18	9. 28. 4. 39	4. 13. 0. 43	— 6. 40	— 0. 56	......	5. 44
1755. Mars.. 4. 1. 53	11. 0. 57. 35	5. 13. 42. 52	— 5. 41	+ 3. 39	......	2. 2
1756. Avril.. 2. 12. 52	0. 3. 49. 12	6. 13. 40. 26	— 4. 22	— 0. 41	......	3. 21
1757. Mai... 3. 15. 14	1. 6. 43. 56	7. 13. 45. 38	— 1. 48	— 1. 30	......	0. 18
1758. Juin... 5. 4. 53	2. 9. 46. 4	8. 14. 49. 13	+ 1. 56	— 1. 10	......	0. 46

TEMPS MOYENS DES OPPOSITIONS, réduits au Méridien de Paris. *Nouveau Style.*	ANOMALIE moyenne de JUPITER.	LONGITUDE héliocentrique observée de JUPITER.	ERREURS des TABLES en Longitude, selon M. CASSINI.	ERREURS des TABLES en Longitude, selon MOI.	QUANTITÉS dont MES TABLES Augmentent l'Erreur.	QUANTITÉS dont MES TABLES Diminuent l'Erreur.
Années. Mois. J. H. M.	*Sign. D. M. S.*	*Sign. D. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*	*M. S.*	*M. S.*
1759. Juillet.. 9. 19. 4	3. 12. 58. 16	9. 17. 35. 17	+ 5. 29	+ 0. 56	......	4. 33
1760. Août.. 14. 10. 3	4. 16. 20. 36	10. 22. 24. 33	+ 6. 36	+ 1. 19	......	5. 17
1761. Sept... 21. 6. 19	5. 19. 20. 3	11. 28. 54. 10	+ 2. 19	— 1. 52	......	0. 27
1762. Octobre 28. 16. 5	6. 23. 15. 13	1. 5. 44. 12	+ 0. 19	— 0. 2	......	0. 17
1763. Déc.... 3. 10. 38	7. 26. 33. 18	2. 11. 34. 55	— 3. 46	— 2. 16	......	1. 30
1765. Janvier. 4. 23. 36	8. 29. 25. 24	3. 15. 30. 27	— 5. 21	— 4. 14	......	1. 7



OBSERVATIONS
SUR UNE
MINE DE CHARBON DE TERRE,
Qui brûle depuis long temps.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

CETTE Mine où le feu se conserve & brûle depuis plus de cent ans, suivant le rapport des habitans du pays, est située dans un endroit appelé *Saint-Genis, la Terre-noire* ou *la Montagne-brûlée ;* elle est à trois quarts de lieue de la ville de Saint-Étienne en Forès, dans un lieu peu éloigné de Chambon & de la même paroisse, sur la route du Puy, au sud du grand chemin qui y conduit. 22 Décemb. 1764.

Une légère vapeur noire qui s'élève de cette mine, annonce les endroits enflammés; elle est plus sensible dans certains temps que dans d'autres; quand il fait froid & après une humidité produite par une rosée ou une petite pluie, la vapeur est plus apparente, & pour lors on la voit monter à trois ou quatre pieds de hauteur; on m'a même dit qu'on apercevoit de la flamme pendant la nuit.

Il s'exhale de ces endroits, & principalement de certains où il s'est formé des crevasses ou des ouvertures, une odeur de soufre, aisée à reconnoître par l'effet qu'elle produit quand on la respire; cette odeur jointe à celle d'une terre mouillée qui se dessèche, forment un mélange qui réunit ce qui peut le rendre désagréable.

Quand on présente la main à certaines ouvertures du terrein, on y ressent une chaleur assez vive pour obliger de la retirer, & ne pas permettre de l'y laisser plus long-temps exposée sans courir risque de se brûler.

Cette chaleur est assez forte en quelques endroits pour

donner aux payſans la facilité d'y cuire des pommes de terre; ſans doute qu'ils ſont aſſez peu délicats pour ne pas s'embarraſſer du mauvais goût que la vapeur peut communiquer à ce mets frugal: peut-être auſſi l'habitude le leur fait-elle regarder comme un aſſaiſonnement néceſſaire au goût peu relevé de la pomme de terre.

Ces ſoupiraux n'offrent pas tous la même chaleur; on conçoit aiſément qu'elle doit varier ſuivant la force du feu qui eſt deſſous: le feu changeant de place & ſe portant avec plus de vivacité dans un lieu que dans un autre, il peut ſe faire que les fourneaux qui procuroient, il y a quelque temps, le plus de chaleur, n'en donnent aujourd'hui qu'une très-foible; on voit même des anciens fourneaux qui n'en communiquent aucune & qui peuvent ſeulement ſervir à tracer le chemin qu'a ſuivi le feu.

L'étendue du terrein brûlé par ce feu ſouterrain eſt d'environ cent toiſes ſur cinquante ou ſoixante de largeur: les plantes n'y viennent plus, la terre ſemble être deſſéchée, en quelques endroits elle eſt rouge, en d'autres elle a pris une couleur noire; tout l'eſpace qu'occupe cette mine dans la portion qui a été enflammée eſt reconnoiſſable, on y voit un dérangement qui ſert à l'indiquer, le terrein dans cette partie eſt plein d'inégalités, d'élévations ou d'endroits dont la terre maintenant affaiſſée forme des cavités; on y rencontre de groſſes pierres qui ont été ébranlées, ou qui ont changé de place, d'autres qui ont été renverſées; certaines ſont brûlées, fendues & ont pris une couleur jaune-rougeâtre qui les fait reſſembler beaucoup au tripoli *; quelques-unes ont ſouffert un commencement de vitrification; les parties ſe ſont liées, & différens morceaux après avoir éprouvé une eſpèce de fuſion, ſe ſont joints au point d'exiger aujourd'hui de forts coups de marteau pour les ſéparer.

On imagine aiſément que ces pierres vitrifiées ne ſont point attaquables par les acides, elles ne ſe vitrifieroient dans un

* Je me propoſe de ſuivre la reſſemblance qu'ont ces pierres brûlées avec celles de certaines carrières de tripoli.

laboratoire qu'à un feu violent & long-temps continué; celles qui ont déjà été brûlées dans la mine, exigent un plus grand feu pour les vitrifier que celles de même nature qui n'ont point encore éprouvé de chaleur aussi considérable; les pierres calcaires quand il s'en rencontre, ce qui n'arrive que rarement dans ce lieu, y fleurissent ou se fondent après la calcination & se réduisent en terre par les pluies ou l'humidité de l'air.

Je descendis à l'endroit de la mine où le feu paroît aujourd'hui être le plus violent, dans une cavité assez considérable, formée par des terres qui s'y étoient affaissées: & j'y trouvai dans la partie la plus profonde & la plus reculée une ouverture de six à sept pouces de diamètre, d'où il sortoit une chaleur très-considérable; la personne qui m'accompagnoit m'assura que ce changement étoit nouveau pour elle qui y passoit souvent, & qu'elle le voyoit pour la première fois; elle craignoit qu'il n'y eût du danger à s'en approcher de trop près, & que le dessous du terrein étant miné par la combustion, il ne vînt à s'enfoncer sous l'Observateur; je m'aperçus aisément, en descendant, que les terres ne formoient pas un fond solide sous mes pieds, & je crus prudent d'y rester en me tenant le mieux qu'il m'étoit possible aux pierres voisines, dans la vue de m'en aider en cas que celles que j'avois sous moi vinssent à manquer; j'ai tiré de cet endroit les pierres vitrifiées dont je viens de parler, & j'ai trouvé sur quelques-unes, proche la cheminée de ce fourneau, des fleurs de soufre qui s'y étoient sublimées.

La chaleur qui sortoit, comme je l'ai dit, par cette ouverture, étoit très-vive; j'entendois un bourdonnement considérable que je soupçonnai d'abord produit par du vent qui auroit fait un bruit semblable en s'introduisant dans un réduit tortueux; mais j'entendis le même bruit à l'ouverture de plusieurs fourneaux différemment exposés au vent, & d'ailleurs on m'assura que ce bruit étoit plus sensible par un calme parfait que lorsque le vent souffloit, & il étoit peu violent ce jour-là; enfin j'entendois ce bourdonnement plus

diſtinctement par intervalles, ainſi que le pourroit produire un feu qui brûleroit avec force & ſe rallumeroit, excité par un nouveau courant d'air.

Il paſſe pour conſtant dans le pays, que cette mine brûle depuis environ cent ans; qu'auparavant elle fourniſſoit de très-bon charbon, ainſi que celles des environs qui en donnent ſouvent de meilleur que celui d'Angleterre; on montre encore aujourd'hui où étoit l'ouverture de la mine: l'origine de l'inflammation de cette mine paroît moins bien décidée, on la raconte différemment, on prétend que des Soldats allant y chercher en fraude du charbon, y laiſsèrent par mégarde ou par mauvaiſe intention, des lumières qui y mirent le feu, que l'incendie s'eſt communiqué, & qu'il dure depuis ce temps; mais quantité de faits rapportés dans les Tranſactions Philoſophiques & dans les Mémoires de l'Académie, prouvent que l'inflammation peut être produite naturellement & par la ſeule fermentation ou par d'autres cauſes naturelles encore inconnues.

On a ſenti de quelle conſéquence il étoit d'éteindre ce feu avant qu'il fût devenu plus conſidérable, & on y a travaillé, mais ſans y avoir juſqu'ici prêté de grandes attentions; on a fait une tranchée proche l'endroit où le feu paroiſſoit avoir le plus de force, mais ſoit qu'on l'ait fait trop près du feu, qu'elle ne fût pas aſſez profonde, ou qu'on n'ait pas pris les précautions convenables pour réuſſir, on a établi dans la mine un courant d'air qui a plutôt excité l'inflammation du minéral & accéléré que diminué le progrès du feu. Les ouvriers chaſſés par la chaleur ont ceſſé le travail; & les propriétaires abandonnant la mine n'ont point cru devoir y faire de nouvelles dépenſes: on ſe propoſoit d'y conduire un courant d'eau, qui en mouillant le charbon l'auroit empêché de brûler, mais comme pluſieurs filons ſont aujourd'hui enflammés, on n'auroit réuſſi qu'en conduiſant cette ſource dans tous les endroits où le feu ſe ſeroit porté.

Le feu ſuit aujourd'hui pluſieurs filons de la mine, qui ſont dans ce pays très-voiſins les uns des autres, le fonds dans

dans cet endroit n'étant presque que du charbon; cette remarque donne tout lieu d'appréhender que les progrès de l'incendie ne deviennent plus considérables avec le temps, elle annonce aussi plus de difficultés à éprouver avant de parvenir à éteindre le feu, mais elle ne doit pas faire regarder la réussite de cette entreprise comme impossible; si on néglige d'y porter attention, ne doit-on pas craindre que le feu gagnant toujours du terrein ne consume la richesse de cette province? A la vérité il n'a pas envahi depuis un siècle un grand espace de terrein, mais il est aisé d'imaginer les circonstances qui, réunies, pourroient occasionner la combustion du minéral, & concourir par conséquent plus promptement à la ruine du pays.

La perte ne consisteroit pas seulement en celle du charbon de terre qui auroit servi d'aliment au feu, & celle du terrein dont la superficie semble n'être plus propre à la végétation; mais elle entraîneroit encore la chute & le bouleversement des édifices construits sur ce terrein, & qui cesseroient d'être en sûreté sur un fond miné & sujet aux explosions des matières qui y brûleroient.

Les Transactions Philosophiques rapportent plusieurs exemples de vapeurs enflammées sorties des mines de charbon: il y a en Angleterre plusieurs mines qui brûlent depuis des années; on connoît aux environs de Zwickau en Misnie, une mine qui brûle depuis l'année 1600; l'Histoire de l'Académie, *année 1715*, fait mention d'une partie de la montagne de Diableret en Vallais, qui, tombant toute entière & s'affaissant, renversa cinquante cabannes de paysans, & écrasa quinze personnes & beaucoup d'animaux domestiques *.

Un fonds ainsi détruit par le feu, ne pourroit-il pas menacer de la même ruine les villes voisines de ce lieu? Chambon & la ville de Saint-Étienne n'auroient-elles pas à craindre dans la suite des temps, de pareils malheurs?

Je suis loin de vouloir comparer entièrement cet incendie à

* Voyez Tacite, à la fin du XIII.e Livre des Annales, qui décrit un fait pareil arrivé à la république des Juhoniens, *civitas Juhonum*, &c.

celui d'un volcan, quoique l'on pût donner la même origine à ces deux feux souterrains; d'ailleurs quand les causes en seroient différentes, certains effets pourroient ici se rapprocher.

On sait ce que peuvent produire l'air & l'eau dilatés par la chaleur quand on ne leur donne point d'issue. M. de la Tourette, dans une Dissertation où il recherche la cause du bouleversement total de la ville de Lyon, cité par Sénèque, après lequel, suivant cet auteur, les habitans des endroits voisins, *urbem in urbe quærebant*, l'attribue à un pareil incendie.

Quantité de faits indiquent les changemens qu'éprouve la surface du terrein par les pluies & les torrens, qui lavent & creusent les terres, déracinent les pierres, minent & enlèvent aux édifices ce qui devoit leur servir de soutien, ou, quand ils portent sur un fonds de glaise, les font couler & occasionnent leur renversement; on sait que ces changemens se voient souvent dans des terres travaillées pour l'exploitation des mines ou pour en retirer le charbon de terre, dont la superficie s'abaisse ou tombe dans ces cavités.

On a un exemple, aux environs de Saint-Chaumont, d'un terrein qui s'est affaissé; & l'on cite une montagne près cette ville qui, aujourd'hui, permet de voir un clocher situé par-delà & auparavant caché par la montagne; ce qui n'a dépendu que de l'abaissement de la montagne, puisque le clocher ni le terrein sur lequel il a été bâti n'ont point été élevés. Pline cite deux montagnes dans le territoire de Modène qui se heurtèrent & écrasèrent ce qui se trouva entre deux.

M. de Buffon nous donne *(Hist. Nat. T. I)* un tableau suivi de tous les effets que peuvent produire dans la Nature les eaux & les feux souterrains; mais, comme je l'ai dit, je suis bien loin de vouloir suivre exactement la comparaison de si grands évènemens avec ceux qui pourroient résulter du fait que je décris ici.

Cet incendie pourroit à la vérité devoir sa fin à une cause naturelle, à la disposition seule des filons qui, comme on sait, allant se perdre plus avant dans la terre à mesure qu'ils

s'éloignent de la superficie, parviennent plus ou moins promptement au niveau des eaux; mais il y a tout lieu de croire qu'on ne doit pas l'attendre si tôt de cette seule cause, parce qu'à Saint-Étienne les filons ont peu d'inclinaison & qu'étant très-fréquens, ils se trouvent souvent croisés par d'autres.

Pour parvenir plus promptement à éteindre cet incendie, je crois qu'il conviendroit, au lieu de creuser & de faire des tranchées, de rechercher toutes les ouvertures qui peuvent amener au feu l'air qui lui est nécessaire pour brûler, & de les boucher le plus exactement qu'il seroit possible pour intercepter les courans d'air, & qu'ainsi on parviendroit à éteindre le feu, mais non sans imaginer encore d'autres moyens que le lieu & les circonstances pourroient indiquer pour prévenir un mal qui semble menacer au moins ces provinces dans les siècles futurs.



OBSERVATIONS FAITES AUX GALERIES DU LOUVRE *Depuis 1760 jusqu'en 1764.*

Par M. BAILLY.

19 Décemb. 1764.

QUOIQUE la position des galeries du Louvre, dont une des faces regarde le midi, paroisse assez favorable aux observations astronomiques, je me trouve cependant très-gêné dans le lieu où j'ai été obligé d'établir mon observatoire ; c'est dans une des croisées de l'étage supérieur : il n'y a rien à desirer du côté de la solidité, car la pièce où cette croisée se trouve, porte presqu'entièrement sur des voûtes, & non-seulement l'étage inférieur, qui est immédiatement au-dessous, est voûté; mais tous les autres jusqu'aux fondemens. La partie que mon observatoire occupe porte sur les gros murs qui ont six pieds d'épaisseur; mais l'immutabilité du lieu est bien achetée par ses autres incommodités.

L'emplacement n'a en tout que 6 pieds de long, sur 5 de large, ce qui m'interdit l'usage des grandes lunettes que je ne pourrois pas y mouvoir; j'ai fait faire sur un grand balcon qui tient à la croisée, un chassis qui saille de dix pouces pour pouvoir découvrir par les côtés le levant & le couchant, toutes les pièces de ce chassis se démontent, afin de ne point barrer la direction des instrumens qui sont dans la croisée: j'y ai établi un instrument des passages, avec un sextant de 6 pieds de rayon. Je suis obligé de me renfermer dans les seules observations qui se peuvent faire au méridien, encore faut-il que la hauteur des astres observés n'excède pas 65 degrés.

L'instrument des passages, que j'ai fait faire au sieur Cannivet, est composé d'une lunette de 4 pieds, portée sur un axe de deux, mobile sur deux supports, dont l'un porte dans une entaille faite au mur, & l'autre est appuyé sur une pierre de

taille de 4 pieds de hauteur, ſolidement ſcellée dans le plancher. Il eſt très-parfaitement de niveau, car il donne, à très-peu près, la même erreur ſur le paſſage au méridien, à différentes hauteurs.

Le ſextant, ainſi qu'un quart-de-cercle de 3 pieds de rayon, m'ont été remis par M. de Thury.

Je me ſers de ce ſextant comme d'un quart-de-cercle, mais l'arc de ce ſextant, lorſque M. de Thury me le remit n'avoit que 52 degrés environ. Il n'auroit pu me ſervir pour obſerver des hauteurs méridiennes plus grandes; j'y ai fait ajouter par le ſieur Cannivet un arc de 15 degrés, ce qui lui donne actuellement 67 degrés d'amplitude: cette alonge eſt ſi adroitement & ſi ſolidement appliquée, qu'il eſt difficile de s'apercevoir de la jonction, & les règles de champ & les branches de fer qui le ſoutiennent, rendent cette partie de l'arc auſſi ſolide que le reſte.

Les autres inſtrumens que je poſsède, ſont une pendule du ſieur Lepaute, & une machine parallactique du ſieur Cannivet.

J'ai bien vérifié par des hauteurs correſpondantes la poſition de l'inſtrument des paſſages.

Quant au ſextant, par le peu d'eſpace qu'occupe mon obſervatoire, & par l'incommodité de ſa ſituation, il ne peut être vérifié, ni au zénith, ni à l'horizon, puiſque je ne vois ni l'un ni l'autre; j'en puis déterminer l'erreur, par un très-grand nombre de hauteurs méridiennes du Soleil & des étoiles, dont les déclinaiſons étant ſuffiſamment bien connues, donneront très-exactement la hauteur du pôle à mon obſervatoire. Mais je ne compte pas encore aſſez ſur cette exactitude, pour négliger de comparer les aſtres que j'obſerve, à des étoiles à peu près dans le même parallèle. Cette méthode, indépendante de l'aberration des inſtrumens, eſt toujours préférable.

Opposition de Mars en 1760.

Avec la machine parallactique, qui portoit une lunette de 3 pieds, garnie d'un réticule à loſange.

Les temps vrais ont été déterminés par des hauteurs correſpondantes.

Le 4 Mars à $12^h\ 34'\ 53''$, Temps vrai.

Différ. d'aſcenſ. dr. entre ♂ σ ♌	+ 4^d	40′	43″		parall. —	1″½
Différence de déclinaiſon.......	+ 0.	31.	49.			+ 11

d'où l'on a conclu:

Aſcenſion droite de ♂.........		171^d	52′	10″	
Déclinaiſon boréale...........		7.	52.	35	
Longitude................	5^f	19.	25.	29	corrig. de l'aberr.
Latitude boréale.............		4.	0.	41	

Le 5 à $12^h\ 0'\ 45''$ Temps vrai.

Différ. d'aſcenſ. dr. entre ♂ σ ♌..	+ 4^d	19′	2″
γ ♍...	— 1.	52.	49
Différence de déclin. entre σ ♌..	+ 0.	40.	45
γ ♍...	+ 0.	9.	36

d'où l'on a conclu:

Aſcenſion droite de ♂..........		171^d	30′	19″	parall. —	0″½
Déclinaiſon boréale...........		8.	1.	42		+ 11
Longitude................	5^f	19.	2.	18	corrig. de l'aberr.	
Latitude boréale..............		4.	0.	3		

Le 6 à $13^h\ 28'$, Temps vrai.

Diff. d'aſcenſ. dr. entre ♂ σ ♌....	+ 3^d	55′	49″
γ ♍....	— 2.	15.	44½
Différence de déclin. entre σ ♌...	+ 0.	49.	37½
γ ♍....	+ 0.	18.	34

d'où l'on a conclu:

Aſcenſion droite de ♂..........		171^d	7′	15″	parrall. —	3″
Déclinaiſon boréale...........		8.	10.	36½		+ 11½
Longitude...............	5^f	18.	37.	18		
Latitude boréale.............		3.	59.	38½		

Le 7 Mars à 11^h 10′ 12″, Temps vrai.

Différ. d'ascens. dr. entre ♂ σ ♌		+	3^d	36′	49″		
γ ♍.....		−	2.	35.	14		
Différence de déclin. entre σ ♌..		+	0.	56.	31		
γ ♍.....		+	0.	25.	50		

d'où l'on a conclu:

Ascension droite de ♂		170^d	47′	55″	parall.	+ 2″
Déclinaison boréale..........		8.	17.	46		+ 11
Longitude	5^f	18.	17.	1		
Latitude boréale............		3.	58.	31 ½		

Le 8 à 13^h 25′ 17″, Temps vrai.

Différ. d'Ascens. dr. entre ♂ γ ♌	−	2^d	59′	40″.
Différence de déclinaison.......	+	0.	34.	33

d'où l'on a conclu :

Ascension droite de ♂........		170^d	23′	18″	parall.	− 3″
Déclinaison boréale..........		8.	27.	0		+ 11 ½
Longitude.............	5^f	17.	0.	40		
Latitude boréale............		3.	57.	28		

Ayant comparé ces longitudes & latitudes obfervées, avec celles que donnent les Tables de Halley, j'ai trouvé que ces Tables donnoient 1′ 45″ de trop fur la longitude, & 1′ 44″ fur la latitude.

J'ai calculé le 7 Mars à 18^h 11′, temps moyen à Paris, le lieu héliocentrique de Mars, que j'ai trouvé 5^f 18^d 10′ 36″

− 1. 45.

5. 18. 8. 51.

Le lieu du Soleil, calculé fur les Tables de M. l'abbé de la Caille, étant de 11^f 18^d 10′ 17″, fon mouvement horaire 2′ 30″, celui de Mars rétrograde 59″.

J'ai conclu que l'oppofition de Mars étoit arrivée le 7 à 17^h 35′ 19″, temps vrai, dans 5^f 18^d 9′ 10″.

Les pofitions apparentes de σ du Lion & de γ de la Vierge

pour le commencement de Mars, observées par M. l'abbé de la Caille, étoient

σ ♌ .... 167ᵈ 11′ 27″.... déclin. bor. 7ᵈ 20′ 36″
γ ♍ .... 173. 22. 58 .... déclin. bor. 7. 52. 27.

OPPOSITION de Jupiter en 1760.

J'ai comparé Jupiter à ι du Verseau & μ du Capricorne; la position de ces Étoiles a été observée par M. de la Caille,

ι ♒ 328ᵈ 22′ 11″.... déclin. austr. 15ᵈ 1′ 26″
μ ♑ 325. 3. 6 .... déclin. austr. 14. 40. 8.

Le temps a été très-mauvais & constamment couvert; je n'ai pu observer que le 16 Août.

Avec la machine parallactique, j'ai pris les différences d'ascension droite & de déclinaison suivantes.

	Temps vrai.		
A	8ʰ 47′ 32″	différ. d'asc. dr. entre ♃ & ι ♒	— 3ᵈ 27′ 28″
		différence de déclinaison	+ 0. 11. 28
A	11. 34. 51.	différ. d'asc. dr. entre μ ♑ & ♃	— 0. 9. 28
		différence de déclinaison	+ 0. 33. 54
A	11. 38. 34.	différ. d'asc. dr. entre μ ♑ & ♃	— 0. 9. 50
		différ. de déclinaison	+ 0. 33. 40

d'où j'ai conclu :

Temps vrai.			
A 8ʰ 47′ 32″	ascens. droite. ♃	324ᵈ 54′ 18″	
	Déclin. australe.	15. 13. 15	
	Longitude. 10ˢ	22. 9. 23	} corrig. de l'aberration.
	Latitude austr. .	1. 8. 6	}
	Long. calc. 10.	22. 15. 13	err. des tables + 5′ 50″
	Latit. calculée. .	1. 8. 57	0. 51

J'ai ensuite calculé le lieu du Soleil & de Jupiter le 14 Août à 10ʰ 58′, Temps moyen à Paris; j'ai trouvé

	☉	4ˢ 22ᵈ 26′ 43″
Longitude corrigée héliocentrique	♃	10. 22. 24. 7
		2. 36

Le

Le mouvement horaire du Soleil étoit de 2′ 24″,5, celui de Jupiter rétrograde 17″ ½.

Donc le 14 Août à 9h 56′, Temps vrai, opposition de Jupiter & du Soleil dans 10f 22d 24′ 24″.

Opposition de Saturne en 1760.

Avec la machine parallactique, j'ai comparé Saturne à trois Étoiles qui ont été prises dans le Catalogue des Étoiles zodiacales de M. l'abbé de la Caille, & que j'ai fait insérer dans le *V.e tome des Éphémérides.*

N.° 502. asc. dr. appar. le 15 Sept. 1760..	353d 54′ 43″	déclin. A	4d 5′ 33″
N.° 505	355. 9. 35		4. 29. 17
N.° 509	357. 23. 31		4. 21. 42

Le 13 Septembre à 11h 45′ 9″, Temps vrai.

Différ. d'ascens. droite entre ♄ & * n.° 502....	+	3d 2′ 31″
entre ♄ & * n.° 505....	+	1. 47′ 29
Différence de déclinaison.. ♄ & * n.° 502....	−	0. 3. 0

A 12h 17′ 30″.

Différ. d'ascens. droite entre ♄ & * n.° 502....	+	3d 2′ 23″
* n.° 505....	+	1. 47. 36
Différence de déclin. entre ♄ & * n.° 502....	−	0. 2. 45

d'où j'ai conclu à 12h 1′, Temps vrai:

Ascension droite........		356d 57′ 10″	
Déclinaison australe......		4. 2. 47½	
Longitude........	11f	25. 35. 55½	corrigée de l'aberration.
Latitude boréale........		2. 29. 51	
Longitude calculée...	11.	25. 11. 23½	
Erreur en logitude...	−	0. 24. 32	

Le 18 Septembre.

Temps vrai.			
A 12h 20′	Diff. d'asc. dr. entre ♄ & * n.° 509..	−	0d 47′ 38″
	Différence de déclinaison.........	−	0. 8. 58

Temps vrai.			
A 12^h $26'$		—	0^d $47'$ $19''$
		—	0. 8. 36
12. 30		—	0. 47. $41\frac{1}{2}$
		—	0. 8. 36
12. 57.	Diff. d'asc. dr. entre ♄ & * n.° 502	+	2. 40. 56
	Différence de déclinaison	—	0. 6. 46
	Diff. d'asc. dr. entre ♄ & * n.° 505	+	1. 26. 22
A 13^h $12'$ $40''$	Diff. d'as. dr. entre ♄ & * n.° 502	+	2. 40. 41
	Différence de déclinaison	—	0. 6. 28
	Diff. d'as. dr. entre ♄ & * n.° 505	+	1. 25. 59

Par un milieu à $12^h 46'$, Temps vrai.

Ascension droite ♄		356^d $35'$ $45''$	
Déclinaison australe		4. 12. 36	
Longitude	11^f	25. 12. 21	corrigée de l'aberration.
Latitude boréale		2. 30. 26	
Longitude calculée	11.	24. 48. 1	
Erreur en longitude	—	0. 24. 20	
Erreur moyenne	—	0. 24. 26	

J'ai calculé pour 8^h $10'$ $50''$, Temps moyen, le 17 Septembre la longitude de Saturne & du Soleil.

♄	11^f 24^d $53'$ $32''$
	+ 0. 24. 26
Longitude vraie	11. 25. 17. 58
☉	5. 25. 18. 14
	16

Le mouvement horaire composé étant de $2'$ $38''$, j'ai conclu le moment de l'opposition de Saturne au Soleil à 8^h $10'$ $44''$, Temps vrai, dans 11^f 25^d $17'$ $45''$.

OPPOSITION DE JUPITER en 1761.

Je n'ai pu comparer Jupiter qu'à une étoile qui est au n.° 513 du Catalogue cité dans l'observation précédente.

Son afcenfion droite apparente étoit alors.....	358d	13′	3″
Déclinaifon apparente auftrale..........	1.	49.	31

Le 19 Septembre, avec la machine parallactique, j'ai obfervé & conclu les afcenfions droites & déclinaifons fuivantes.

Temps vrai.				
A 11h 30′ 29″	Afcenfion droite ♃..........	359d	50′	15″
	Déclinaifon auftrale..........	1.	50.	54
11. 41. 47.	Afcenfion droite ♃..........	359.	50.	11
	Déclinaifon auftrale..........	1.	51.	11
11. 51. 50.	Afcenfion droite ♃..........	359.	50.	0
	Déclinaifon auftrale..........	1.	50.	49
12. 2. 33.	Afcenfion droite ♃..........	359.	50.	3
	Déclinaifon auftrale..........	1.	51.	23

Donc, par un milieu, en ayant égard au mouvement de Jupiter, à 12h 2′ 33″.

Afcenfion droite ♃........		359d	50′	3″	
Déclinaifon auftrale........		1.	51.	0	
Longitude..........	11f	29.	7.	1	corrigée de l'aberration.
Latitude auftrale..........		1.	37.	45	
Longitude calculée....	11.	29.	15.	20	
Erreur des Tables....	+	0.	8.	19	

Le 21 Septembre.

Temps vrai.				
A 11h 20′ 0″	Afcenfion droite ♃..........	359d	35′	20″
	Déclinaifon auftrale..........	1.	57.	38
11. 30. 43.	Afcenfion droite ♃..........	359.	35.	57
	Déclinaifon auftrale..........	1.	57.	19
11. 46. 17.	Afcenfion droite ♃..........	359.	35.	31
	Déclinaifon auftrale..........	1.	56.	24
12. 5. 14.	Afcenfion droite ♃..........	359.	35.	16
	Déclinaifon auftrale..........	1.	57.	10

Donc à $12^h\ 5'\ 14''$, Temps vrai.

Aſcenſion droite ♃		359^d	$35'$	$28''$
Déclinaiſon auſtrale		1.	57.	26
Longitude	11^f	28.	50.	46
Latitude auſtrale		1.	38.	5
Longitude calculée	11.	28.	59.	16
Erreur des Tables	+	0.	8.	30

Le 22 Septembre.

Temps vrai.										
A 11^h	$39'$	$43''$	Aſc dr. ♃	359^d	$28'$	$4''$	déclin. A.	2^d	$25''$
12.	8.	26		359.	28.	4		2.	25
12.	17.	54		359.	28.	0		2.	33

Donc à $12^h\ 8'\ 26''$,

Aſcenſion droite ♃		359^d	$28'$	$0''$	
Déclinaiſon auſtrale		2.	0.	28	
Longitude	11^f	28.	42.	47	corrigée de l'aberration.
Latitude auſtrale		1.	37.	$50\frac{1}{2}$	
Longitude calculée	11.	28.	50.	59	
Erreur des Tables	+	0.	8.	12	

Le 24.

Temps vrai.										
A 11^h	$59'$	$2''$	Aſc. dr. ♃	359^d	$13'$	$31''\frac{1}{2}$	déclin. A.	2^d	$6'$	$33''$
12.	19.	11		359.	13.	$16\frac{1}{2}$		2.	6.	34

Donc à $12^h\ 19'\ 11''$, Temps vrai.

Aſcenſion droite ♃		359^d	$13'$	$18''$
Déclinaiſon auſtrale		2.	6.	35
Longitude	11^f	28.	26.	52
Latitude auſtrale		1.	37.	34
Longitude calculée	11.	28.	35.	5
Erreur des Tables	+	0.	8.	13

Le 19 Septembre	+ 8′	19″	erreur en longitude.
21	+ 8.	30	
22	+ 8.	12	
24	+ 8.	13	
	8.	19	erreur moyenne.

D'où j'ai conclu l'instant de l'opposition de Jupiter & du Soleil le 21 Septembre à 5h 26′, Temps vrai, Jupiter étant dans 11s 28d 52′ 42″; & l'erreur des Tables de Halley 8′ 19″.

OPPOSITIONS DE SATURNE EN 1761,

Étoiles qui m'ont servi dans l'observation.

Positions apparentes le 30 Septembre 1761, tirées du Catalogue déjà cité.

N.° 500 λ ♓ asc. dr.	352d 28′ 25″	déclin. B	0d 28′ 8″
N.° 503	354. 9. 42	déclin. A	0. 14. 56
N.° 506	355. 13. 24	déclin. B	0. 46. 10

Le 29 Septembre à 12h 28′ 10″.

Différence d'ascension droite entre λ ♓ & ♄	+ 16d 4′ 53″
Différence de déclinaison	+ 0. 16. 33
Différence d'asc. droite entre * n.° 506 & ♄	+ 13. 19. 41
Différence de déclinaison	— 0. 1. 0

Donc à 12h 28′ 10″,

Ascension droite ♄	8d 33′ 11″	
Déclinaison boréale	0. 44. 55	
Longitude	0s 8. 9. 12	corrigée de l'aberration.
Latitude australe	2. 42. 30	
Longitude calculée	0s 7. 44. 52	
Erreur en longitude	— 24. 20	

Le 30 à 14h 5′ 22″, Temps vrai.

Différence d'ascension droite entre λ ♓ & ♄	+ 16d 0′ 38″
Différence de déclinaison	+ 0. 14. 17

Différence d'asc. droite entre * n.° 503 & ♄....	+	14^d	19'	43"
Différence de déclinaison..................	−	0.	56.	57
Différence d'asc. droite entre * n.° 506 & ♄...	+	13.	15.	44
Différence de déclinaison..................	−	0.	3.	8

Donc à $14^h 5' 22''$,

Ascension droite de ♄.......		8^d	29'	12"	
Déclinaison boréale.........		0.	42.	29	
Longitude calculée.......	0^f	8.	4.	32	corrigée de l'aberration.
Latitude australe...........		2.	43.	8	
Longitude calculée.......	0^f	7.	39.	50	
Erreur des Tables..........		−	24.	42	

Le 1.er Octobre à $11^h 5' 47''$, Temps vrai.

Différence d'ascension droite entre λ ♓ & ♄....	+	15^d	56'	22"
Différence de déclinaison..................	+	0.	13.	2
Différence d'asc. droite entre * n.° 503 & ♄....	+	14.	15.	20
Différence de déclinaison..................	−	0.	55.	9
Différence d'asc. droite entre * n.° 506 & ♄...	+	13.	11.	32
Différence de déclinaison..................	−	0.	4.	46

Donc à $11^h 5' 47''$, Temps vrai.

Ascension droite ♄.......		8^d	24'	55"	
Déclinaison boréale......		0.	40.	56	
Longitude.............	0^f	8.	10.	7	corrigée de l'aberration.
Latitude australe.........		2.	42.	55	
Longitude calculée.......	0^f	7.	35.	46	
Erreur en longitude......		−	24.	21	

Comme l'observation du 30 a été faite presque dans l'instant même de l'opposition, j'ai calculé la longitude du Soleil pour $14^h 5' 22''$, Temps vrai.

	6^f	8^d	4'	9"
♄..................................	0.	8.	4.	32
Différence..........................	0.	0.	0.	23

D'où j'ai déduit l'instant de l'opposition le 30 Septembre à $14^h\ 14'\ 4''$, Temps vrai, dans $0^s\ 8^d\ 4'\ 32''$.

Si j'avois employé les trois observations des 29, 30 Septembre & 1.[er] Octobre avec l'erreur moyenne $24'\ 28''$, j'aurois trouvé le moment de l'opposition à $14^h\ 9'\ 54''$.

Oppositions de Mars en 1762.

J'ai comparé Mars à l'étoile *m* de la Vierge, dont j'ai pris la position dans le Zodiaque de Flamstead, duquel nous devons une édition nouvelle aux soins de M. le Monnier.

Position apparente le 15 Avril 1762.

Ascension droite	$202^d\ 17'\ 37''$
Déclinaison australe	7. 29. 39

Le 14 Avril.

Temps vrai.				
A $11^h\ 42'\ 9''$	diff. d'asc. dr.	+ $1^d\ 18'\ 9''$	diff. décl.	+ $16'\ 54''$
12. 13 42		+ 1. 17. 54		+ 17. 17

d'où j'ai conclu à $12^h\ 13'\ 42''$:

Ascension droite ♂		$203^d\ 35'\ 24''$	corrigée de la parallaxe.
Déclinaison australe		7. 46. 34	
Longitude	6^s	24. 41. 56	corrigée de l'aberration.
Latitude boréale		1. 56. 19	
Longitude calculée	6.	24. 43. 48	
Erreur	+	0. 1. 52	

Le 15.

Temps vrai.				
A $12^h\ 37'\ 15''$	diff. d'asc. dr.	+ $55'\ 15''$	diff. de décl.	+ $10'\ 22''$
13. 10. 51		+ 54. 54		+ 10. 32
13. 19. 7		+ 54. 39		+ 10. 48
13. 24. 52		+ 54. 31		+ 10. 59

d'où j'ai conclu à $13^h\ 10'\ 51''$:

Aſcenſion droite ♂........		203ᵈ 12′ 22″	corrigée de la parallaxe.
Déclinaiſon auſtrale........		7. 40. 20	
Longitude............	6ſ	24. 18. 35	corrigée de l'aberration.
Latitude boréale...........		1. 51. 4	
Longitude calculée......	6.	24. 20. 19	
Erreur...............	+	0. 1. 44	

Le 18 Avril.

Temps vrai.				
A 12ʰ 18ᵈ 36″	diff. d'aſc. dr...	+ 10′ 47″	diff. décl..	− 7′ 58″
12. 23. 15	....	+ 10. 47	....	− 7. 59
12. 27. 3	....	+ 10. 43	....	− 7. 37
12. 33. 31	....	+ 10. 40	....	− 7. 59
12. 38. 38	....	+ 11. 5	....	− 7. 51

d'où j'ai conclu à $12^h\ 38'$, Temps vrai :

Aſcenſion droite ♂.......		202ᵈ 6′ 39″	corrigée de la parallaxe.
Déclinaiſon auſtrale.......		7. 21. 32	
Longitude...........	6ſ	23. 10. 50	corrigée de l'aberration.
Latitude auſtrale...........		1. 47. 28	
Longitude calculée......	6.	23. 12. 32	
Erreur..............	+	0. 1. 42	
Erreur moyenne, déduite des trois obſervations..	+	0. 1. 46	

J'ai déterminé l'inſtant de l'oppoſition le 14 Avril à $6^h\ 43'\ 40''$, Temps vrai, dans $6^s\ 24^d\ 42'\ 50''$.

OPPOSITIONS DE SATURNE en 1762.

Le 12 Octobre, j'ai comparé Saturne à l'étoile μ ♓, dont voici la poſition apparente déduite de celle qu'on trouve dans le Catalogue des étoiles zodiacales de M. l'abbé de la Caille.

Le 12 Octobre 1762.

Aſcenſion droite.........................	19ᵈ 27′ 3″
Déclinaiſon boréale.........................	4. 56. 20

Temps

Temps vrai.			
10h 26′ 40″	diff. d'asc. dr. + 1d 16′ 22″	diff. de décl.	+ 47′ 35″
10. 34. 30	+ 1. 16. 40		+ 47. 44
10. 53. 50	+ 1. 16. 22		+ 47. 35

d'où j'ai conclu à 10h 38′, Temps vrai.

Ascension droite ♄		20d	43′	20″	
Déclinaison boréale		5.	43.	58	
Longitude	0f	21.	17.	52	corrigée de l'aberration.
Latitude australe		2.	47.	10	
Longitude calculée	0f	20.	53.	45	
Erreur		—	24.	7	

Les mauvais temps & d'autres empêchemens, ne m'ont pas permis de faire un plus grand nombre d'observations; mais celle-ci m'ayant paru fort exacte, j'ai cru pouvoir m'en servir pour déterminer l'instant de l'opposition, que j'ai trouvé être arrivée le 14 Octobre à 1h 46′ 22″, Temps vrai, la longitude de Saturne étant 0f 21d 10′ 7″.

Toutes les observations précédentes ont été faites avec la machine parallactique.

La suivante a été faite au méridien avec l'instrument des passages & le sextant de 6 pieds de rayon.

Opposition de Mars en 1764.

J'ai comparé Mars aux Étoiles suivantes, dont les positions sont tirées du zodiaque de M. l'abbé de la Caille.

Ascens. droite appar. α ♏	243d	45′	29″ déclin. A.	25d	53′	27″
τ ♏	245.	19.	18	27.	42.	15
θ *Ophiucus*	256.	53.	51	24.	44.	34
c Ophiucus	259.	15.	47			
σ ♐	280.	10.	3			

Le 30 Mai à 12h 7′ 10″, Temps vrai.

Différence d'ascension droite α ♏	+	6d	16′	24″
c Ophiucus	—	9.	14.	8
σ ♐	—	30d	8′	19″
Différence de déclinaison α ♏	—	1.	25.	24

τ ♏	—	3d	14′	10″
Parallaxe		0.	0.	19

Donc à 12h 7′ 10″,

Aſcenſion droite ♂		250d	1′	45″	
Déclinaiſon corrigée A.		24.	27.	45	
Longitude	8ſ	11.	52.	27	corrigées de l'aberration.
Latitude auſtrale		2.	14.	25	
Longitude calculée.	8.	11.	53.	17	
Latitude calculée.		2.	12.	51	
Erreur en longitude. . .	+	0.	0.	50	
Erreur en latitude. . . .	—	0.	1.	34	

Le 1.er Juin à 11h 56′ 2″, Temps vrai.

Différence d'aſcenſion droite α ♏	+	5d	32′	17
β *Ophiucus*.	+	3.	58.	17
ζ *Ophiucus*.	—	9.	58.	30
Différence de déclinaiſon α ♏	—	1.	24.	7
τ ♏	—	3.	12.	52
θ *Ophiucus*.	—	0.	14.	57

d'où j'ai conclu à 11h 56′ 2″:

Aſcenſion droite ♂		249d	17′	32″	
Déclin. auſtrale corrigée. . .		29.	29.	8	
Longitude	8ſ	11.	12.	45	corrigées de l'aberration.
Latitude auſtrale.		2.	21.	17	
Longitude calculée. . . .	8.	11.	13.	46	
Latitude calculée.		2.	19.	39	
Erreur en longitude. . .	+	0.	1.	1	
Erreur en latitude.	—	0.	1.	38	
Donc, err. m. en long. .	+	0.	0.	55	
En latitude.	—	0.	1.	36	

D'où j'ai déduit le moment de l'oppoſition le 1.er Juin 9h 58′ 0″, Temps vrai.

La longitude de ♂ étant.	8ſ	11d	22′	1″
La latitude auſtrale.	0.	2.	19.	40

MÉMOIRE
SUR QUELQUES MOYENS
DE PERFECTIONNER
LES INSTRUMENS D'ASTRONOMIE.

Par M. LE DUC DE CHAULNES.

LES progrès étonnans qu'a fait l'Astronomie depuis environ cent cinquante ans, & qui sont si peu proportionnés à tout ce que les Anciens avoient fait jusque-là, sont dûs principalement à la supériorité infinie des Instrumens modernes sur ceux que l'on employoit avant cette époque. L'application que M.rs Auzout & Picard firent aux instrumens d'Astronomie, de l'admirable invention des lunettes dûes au fameux Galilée, mit en état de distinguer & d'apprécier des espaces, dont on n'auroit pas imaginé avant lui que la mesure fût possible, mais en même temps que la vue acquéroit pour ainsi dire une nouvelle sagacité, il devint nécessaire de rendre les divisions des instrumens assez parfaites pour qu'elles pussent répondre avec exactitude à la petitesse des angles que l'on commençoit à distinguer; pour y parvenir, l'idée la plus naturelle, & à laquelle on s'est toujours attachée, a été d'augmenter autant qu'il a été possible le rayon des instrumens, parce qu'il étoit facile de voir que le même degré de précision apporté à la division d'un instrument dont le rayon étoit double d'un autre, devoit rendre l'erreur qu'on pouvoit commettre, de moitié moindre dans le premier que dans le second, & ainsi de suite dans la même proportion; mais en même temps la grandeur des instrumens a produit des inconvéniens qui ont compensé les avantages qu'on en pouvoit tirer: difficulté dans l'exécution, difficulté dans les vérifications, difficulté dans le transport, susceptibilité plus grande 23 Mars 1765.

de l'influence des différentes températures, & bien d'autres obſtacles que la pratique a fait connoître & qu'il ſeroit trop long de rapporter ici, ont arrêté les tentatives qu'on a faites pour porter plus loin par cette voie la perfection des inſtrumens aſtronomiques.

Ce ſont ces différens inconvéniens qui m'ont fait penſer que ſi l'on pouvoit parvenir à donner à des inſtrumens d'un rayon court (tel par exemple qu'un pied) un degré d'exactitude auſſi grand que pourroit en avoir un de 8 ou 10 pieds, ce ſeroit rendre un grand ſervice à l'Aſtronomie.

Quelques expériences que j'avois faites en appliquant le micromètre au microſcope, me fournirent des idées pour perſectionner la diviſion des inſtrumens, mais je ſentis qu'il étoit néceſſaire de trouver en même temps le moyen de faire marcher d'un pas égal les autres parties correſpondantes; c'eſt-à-dire d'employer des inſtrumens d'Optique plus forts que ceux qu'on appliquoit ordinairement, & de s'aſſurer d'une préciſion du niveau qui fût proportionnée à celle que me donneroient & les inſtrumens d'Optique que je comptois employer, & la perfection que j'eſpérois pouvoir donner à la diviſion.

Tels furent les trois objets que je me propoſai de remplir, & dont je vais rendre compte ſéparément.

INSTRUMENS D'OPTIQUE.

Comme il étoit néceſſaire que les inſtrumens d'Optique que je voulois employer pour le demi-cercle aſtronomique d'un pied de rayon, auquel je voulois donner le même degré de préciſion qu'ont les inſtrumens de 8 ou 9 pieds, fiſſent le même effet que faiſoient les lunettes que l'on appliquoit à ces inſtrumens; ma première idée fut de me ſervir de téleſcopes catoptriques, & je les y avois adaptés en prenant toutes les précautions néceſſaires pour m'aſſurer de leur ſolidité & pour leur donner une invariabilité que n'ont pas ordinairement ceux dont on ſe ſert pour les uſages auxquels on les emploie & qui ne l'exigent pas; mais les avantages infinis des lunettes

achromatiques m'ont fait abandonner cette première idée, & j'ai appliqué deux de ces lunettes de deux pieds & demi de foyer, construites par le sieur de l'Étang sur les principes de M. Clairaut, qui augmentent quarante-deux fois le diamètre des objets, qui par conséquent font au moins autant d'effet, pour le grossissement, qu'une ancienne lunette de 8 à 9 pieds, & incomparablement plus pour le champ & pour la netteté; ainsi à cet égard la comparaison ne peut être que favorable au nouvel instrument.

Perfection du Niveau.

Dans les instrumens ordinaires la précision des observations dépend du jugement que fait l'Observateur, de la situation du fil ou cheveu qui est suspendu au centre par rapport au point de la division auquel il répond; pour que ce jugement ait toute la perfection dont il est susceptible, il faut, 1.° Que le fil ou cheveu soit le plus parfaitement parallèle qu'il est possible, au limbe de l'instrument: 2.° Que la ligne qui passe par l'œil de l'Observateur, par le fil ou cheveu & par le point de la division, soit bien perpendiculaire au limbe pour éviter toute parallaxe: 3.° Que le fil ou cheveu soit le plus fin qu'il est possible pour distinguer plus sûrement à quel point de la division il répond.

Avant de dire de quel moyen je me suis servi pour perfectionner l'usage du fil à plomb; j'observerai que des deux façons de l'employer dont on se sert dans les instrumens, qui sont, ou que l'instrument tourne en entier pour présenter successivement toutes les divisions au fil suspendu au centre, ou de laisser l'instrument fixe, & alors de faire répondre le fil à plomb à un point marqué sur l'instrument, de façon que le point o de la division se trouve dans la ligne de niveau; j'ai choisi la seconde par des raisons de commodité qui sont inutiles à rapporter ici.

Voici maintenant le moyen que j'ai employé pour augmenter la précision du niveau & assurer le jugement de l'Observateur.

J'ai fait faire un tuyau ou porte-cheveu, d'environ un pied de long, terminé par en haut par un petit couvercle dans le centre duquel il y a un trou où est suspendu le cheveu: ce même porte-cheveu est terminé en bas par une bouteille de verre montée dans une cage de cuivre, & est destinée à mettre de l'huile pour arrêter plus promptement les vibrations de la balle de plomb suspendue au cheveu; à un pouce environ au-dessus de cette bouteille se trouve une boîte de cuivre qui fait partie du tuyau, cette boîte qui est cubique a six ouvertures, dont les deux, supérieure & inférieure reçoivent le haut du tuyau & la monture de la bouteille de verre, & les quatre latérales reçoivent quatre tuyaux pour former deux microscopes qui se croisent à angles droits, de façon que la cavité de la boîte appartient également au porte-cheveu & à chacun des microscopes.

Cette machine ainsi disposée, est faite pour que le cheveu qui est suspendu au couvercle du porte-cheveu tombant librement dans la bouteille, se trouve au foyer commun des oculaires des microscopes croisés, dont les lentilles objectives regardent chacune un point fixé sur l'instrument, mais placés de telle façon que l'un sert à mettre l'instument dans la ligne de niveau, & l'autre à en rendre le plan exactement vertical.

Par cette construction, il est aisé de voir que le cheveu ou fil à plomb n'étant que médiocrement grossi, puisqu'il ne l'est que par un oculaire de 18 lignes de foyer, répond à un point extrêmement petit & dont on peut cependant juger très-facilement, puisqu'il est grossi par toute la force du microscope; il ne l'est pas moins que l'Observateur n'éprouve point de parallaxe, & qu'il ne peut le voir que par une ligne exactement perpendiculaire, ou du moins exactement la même, & enfin que l'on ne retrouve toujours avec la plus grande précision la même position de l'instrument, tant dans le niveau que dans le vertical, lorsque l'on fera rapporter le même cheveu aux deux mêmes points qui auront été fixés dans la première observation qu'on aura faite pour la vérification.

Je ne parle point ici des moyens que j'ai employés pour faciliter la position exacte de ces points, pour abréger, & parce qu'ils trouveront leur place dans la description de l'instrument.

Division de l'Instrument.

L'application que j'avois faite il y a plus de vingt ans du micromètre au microscope, m'avoit appris que l'on pouvoit mesurer avec beaucoup d'exactitude des parties extrêmement petites, je m'étois assuré que l'on pouvoit distinguer sensiblement par le moyen de cet instrument, la quatre millième partie de la longueur d'une ligne, & cela m'avoit fait penser que l'on pouvoit s'en servir avantageusement pour apprécier les plus petites parties des divisions des instrumens, mais il ne suffisoit pas de les voir, il falloit trouver un moyen de les exécuter; la précision de la main la plus adroite étoit bien éloignée de celle de la vue augmentée & fortifiée par le microscope; il n'y avoit donc qu'une méthode mécanique qui pût y suffire; la douceur & l'égalité du mouvement de la vis me parurent le meilleur moyen que l'on pût employer pour conduire & fixer par-tout où je voudrois l'outil que l'on emploie pour tracer les divisions, que les Artistes nomment *tracelet;* ce fut donc à ce moyen que je m'arrêtai.

Je fis faire une plaque de cuivre taillée en demi-cercle, d'un pied de rayon & d'environ 2 à 3 lignes d'épaisseur, je fis attacher au centre de cette plaque un cylindre, ou pour mieux dire un cône tronqué, d'acier, d'environ un pouce de diamètre, tourné avec la plus grande attention; ce cône tronqué servoit de centre à l'alidade dont je vais parler, par le moyen d'un canon fait du métal qu'on emploie pour les miroirs des télescopes, dans lequel il entroit exactement.

Ce canon étoit attaché à l'alidade, laquelle étoit formée par une une plaque qui couvroit environ 50 degrés du demi-cercle & se terminoit du côté de la circonférence du cercle par une ligne parallèle à une tangente de ce cercle, afin de pouvoir y ajuster un micromètre, tel que je vais le décrire. Fig. 1.

Ce micromètre eſt une plaque de cuivre d'environ 7 pouces
Fig. 2. de long ſur 1 pouce $\frac{1}{4}$ de large, qui porte un arbre d'acier, ſur lequel il y a cinq ou ſix pas d'une vis ſans fin ; cet arbre porte à une de ſes extrémités une aiguille qui marque les diviſions ſur un cadran diviſé en cent parties; cette aiguille elle-même eſt une eſpèce de ſecteur ſur lequel il y a une diviſion de *Nonius* qui diviſe chaque partie du cadran en dix parties, c'eſt-à-dire un tour de l'arbre qui porte la vis, en mille parties; ce micromètre s'adaptoit ſous le bord de l'alidade de façon que la vis ſans fin pouvoit s'approcher ou s'éloigner de la tranche du demi-cercle que je voulois diviſer.

Tout étant ainſi préparé, je commençai en appliquant la vis ſans fin du micromètre au demi-cercle, à en tarauder toute la circonférence; je fis recommencer autant qu'il fut néceſſaire pour que les pas que la vis traçoit en cheminant, fuſſent bien profonds & bien égaux.

Lorſque cette opération fut terminée, je fis marquer les tours de vis de dix en dix ſur le bord du demi-cercle, ce qui étoit fort aiſé, parce que à meſure que l'alidade qui étoit emportée par le micromètre, avançoit de dix tours de vis, on traçoit un trait le long d'un de ſes bords, qui ſervoit de règle.

Cette diviſion, quoique très-imparfaite & très-groſſière,
Fig. 3. étoit ſuffiſante pour l'objet auquel elle étoit deſtinée, qui étoit de compter le nombre de tours de la vis dont les parties étoient marquées avec préciſion par le cadran.

L'inſtrument ſe trouvant en cet état, il étoit queſtion de marquer les deux points de zéro & quatre-vingt-dix degrés qui formaſſent l'angle droit, que je voulois enſuite ſubdiviſer en degrés, minutes, &c. Comme il étoit eſſentiel qu'ils fuſſent placés avec la plus ſcrupuleuſe exactitude, je voulus les déterminer par l'obſervation; pour cet effet, je fixai deux lunettes, l'une ſous le demi-cercle & l'autre ſur l'alidade, je les pointai ſur le même objet & je remarquai que le micromètre qui conduiſoit l'alidade ſe trouvoit ſur le huit cent vingtième tour de la vis ſans fin qui y étoit adaptée, à compter de

de l'origine de ſa courſe, j'écartai enſuite l'alidade de façon que ſa lunette ſe trouvât former un angle droit avec celle qui étoit fixée au demi-cercle; & après avoir fait pluſieurs fois le tour de l'horizon pour m'aſſurer de ſa direction, ſuivant les méthodes connues & avec le plus grand ſoin, je trouvai que l'aiguille du micromètre de l'alidade marquoit quatre-vingt-ſept parties au-delà du trois cent vingtième tour de la vis, à partir, comme je l'ai déjà dit, du commencement de ſa courſe; ce qui me donnoit pour diſtance entre les deux points qui formoient l'angle droit, quatre cents quatre-vingt-dix-neuf tours & treize parties.

Il étoit naturel de penſer que la même vis ſans fin, qui n'étoit compoſée que de cinq ou ſix pas, & qui avoit formé ſucceſſivement tous ceux qui ſe trouvoient ſur la tranche du demi-cercle, les auroit formés égaux entre eux, puiſque même en la ſuppoſant défectueuſe, chaque pas ayant paſſé dans tous les ſillons, celui qui auroit été un peu plus fort que les autres, les ayant tous parcourus, auroit dû les uſer également.

Dans cette ſuppoſition, je diviſai les quatre cents quatre-vingt-dix-neuf tours treize parties, par quatre-vingt-dix, & j'en formai une table qui marquoit à quel nombre de tours & de parties je devois tracer chaque degré; je fis faire une eſpèce de couliſſe qui portoit un tracelet, & j'ajuſtai cet outil ſur l'alidade, de façon qu'il étoit emporté avec elle & qu'il pouvoit auſſi être ſoulevé pendant le mouvement de l'alidade, afin de ne point rayer l'inſtrument; quand l'alidade étoit arrêtée à chaque point marqué par la table, on le faiſoit retomber, & en le faiſant gliſſer dans ſa couliſſe il traçoit une diviſion.

Cet outil, que j'ai beaucoup perfectionné depuis, demandera une deſcription particulière, mais comme elle ſeroit trop longue ici, je demande qu'on le ſuppoſe parfaitement exact dans ce moment, pour ne pas interrompre la ſuite de mes opérations.

Lorſque j'eus tracé par ce moyen les 90 degrés ſur mon inſtrument, je fus on ne peut pas plus étonné de voir que

bien loin d'avoir atteint la perfection que je desirois, je me trouvois fort au-dessous de celle des divisions les plus communes, & que l'inégalité des miennes étoit, pour ainsi dire, sensible à l'œil.

J'effaçai cette division, je la recommençai plusieurs fois infructueusement & je m'assurai que les inégalités que je trouvois, n'appartenoient pas au défaut de l'outil qui traçoit, ni à la manière dont il étoit fixé, mais bien certainement à l'inégalité des pas de la vis, & j'en fus d'autant plus sûr qu'étant moins disposé à le croire j'y apportois la plus grande attention.

Je me suis peut-être trop étendu sur cette tentative inutile de ma part, mais j'ai cru qu'il étoit nécessaire de la rapporter pour faire éviter à ceux qui pourront travailler sur cette matière une erreur que l'on auroit eu peine, ce me semble, à soupçonner.

Je crois que cette inégalité ne peut être attribuée qu'à la différente dureté des parties du métal qui cède plus facilement dans des endroits que dans d'autres, mais quelle qu'en soit la cause, je me trouvai forcé d'abandonner cette méthode & d'en chercher une autre.

Dans les différentes épreuves que j'avois faites, je fis une remarque qui me parut une ressource & qui en effet l'est devenue; c'est que lorsque j'avois pris toutes les précautions convenables pour bien assurer l'outil à tracer, pour donner à la vis le même degré de pression, pour éviter le temps perdu en la faisant marcher toujours du même sens, &c. je reconnus que lorsque je fixois l'alidade à un point quelconque de la table des divisions, & que j'avois en conséquence tracé une ligne sur l'instrument, je pouvois éloigner l'alidade & ensuite la ramener avec un si grand degré de précision qu'en tirant un second trait de tracelet, il retomboit dans la même ligne assez exactement pour ne faire que l'élargir sans la doubler; effet dont je m'assurois avec un très-bon microscope qui m'auroit fait apercevoir de la moindre erreur s'il y en avoit eu.

D'après cette remarque je pensai que si je pouvois m'assurer,

par le moyen du microſcope, de chacun des points du limbe où je devois tracer les degrés pour qu'ils fuſſent égaux entre eux, je pourrois en dreſſer une table qui me ſerviroit enſuite, en ſubſtituant le tracelet au microſcope, à tracer les diviſions ſur les mêmes points où j'aurois reconnu qu'elles devoient être; c'eſt ce moyen qui m'a réuſſi & dont je vais rendre compte un peu plus en détail.

Je pris deux microſcopes égaux, qui portoient chacun un fil de ſoie tendue au foyer de leur oculaire, & qui étoient conſtruits de façon que je pouvois les fixer ſur l'alidade à telle diſtance l'un de l'autre que je jugeois convenable, avec de la cire.

Je fis faire en même temps pluſieurs petites plaques de cuivre, de même épaiſſeur les unes que les autres, d'environ 3 lignes en quarré & ſur chacune deſquelles je fis tracer une interſection de deux lignes fines, qui ſe coupoient à peu près à angles droits.

J'obſerverai ici en paſſant, que j'ai trouvé beaucoup plus de facilité & d'exactitude à me ſervir de ces interſections que de tout autre objet, lorſque j'ai voulu déterminer un point précis avec les réticules, ſoit des lunettes, ſoit des microſcopes, parce que de quelque largeur que paroiſſent les lignes par l'effet de ces inſtrumens, le point où les bords de ces lignes ſe croiſent, eſt toujours beaucoup plus net & plus tranché, même au microſcope, que quelque point que ce ſoit.

Tout étant ainſi préparé, je plaçai un des microſcopes ſur l'alidade, de telle façon que quand l'aiguille du micromètre qui conduiſoit l'alidade, ſe trouvoit ſur le point de 320,87 qui étoit un des points donnés par l'obſervation de l'angle droit, le fil de ſoie de ce microſcope coupoit exactement une de ces interſections de cuivre que je plaçois avec de la cire ſur le limbe ſous le microſcope; cette manœuvre qui s'exécute aſſez facilement par le moyen d'une petite clef de cuivre qui embraſſe ces interſections, doit toujours être ſuppoſée dans toutes les autres obſervations.

Ce premier point étant ainſi placé, j'en plaçois un ſecond

par le moyen du même microſcope, que j'avois grand ſoin de ne pas déranger, en faiſant ſeulement marcher l'alidade juſqu'à ce que l'aiguille du micromètre marquât le point de huit cents vingt tours qui étoit le ſecond point donné par obſervation.

Lorſque ces deux points qui donnoient l'arc de 90 degrés furent ainſi fixés, je plaçai à peu près à 45 degrés une troiſième interſection, & je fixai le ſecond microſcope au-deſſus de cette interſection, de façon que ſon fil la coupoit exactement, pendant que le premier voyoit un des deux premiers points dont je viens de parler; il eſt aiſé de ſentir que ſi la troiſième interſection étoit bien placée, en faiſant mouvoir l'alidade juſqu'à ce que le premier microſcope la coupât exactement, le ſecond devoit retrouver l'autre point d'obſervation, les deux microſcopes faiſant alors l'office des deux pointes d'un compas que l'on auroit tranſporté avec la même ouverture de 0 à 45 degrés & de 45 à 90; ſi au contraire le ſecond microſcope ne rencontroit pas le point donné par obſervation, en jugeant du défaut de la poſition de l'interſection par la diſtance où ce microſcope étoit du point, je jugeois facilement de la quantité dont je devois la reculer ou l'avancer, & je parvins aiſément à la mettre dans la poſition exacte que je deſirois, alors je regardai quel point marquoit l'aiguille du micromètre, & je l'écrivis vis-à-vis du 45e degré de la table que j'avois préparée pour cet effet.

Avant d'aller plus loin je répétai avec le tracelet fixé ſur l'alidade ce que je venois de faire avec le microſcope, c'eſt-à-dire, je traçai les trois points de 0, de 45 & de 90, conformément aux nombres que j'avois eus par les obſervations & par cette opération; & j'eus la ſatisfaction en reſubſtituant de nouveau les microſcopes au tracelet, de voir que les lignes que j'avois tracées ſe trouvoient avec la plus grande préciſion ſous le cheveu des microſcopes.

Je dois obſerver ici, que quoique j'euſſe fait faire un demi-cercle entier, je n'avois eu d'abord dans l'idée que de diviſer un quart-de-cercle, & que l'addition de 45 degrés de chaque

côté du quart-de-cercle n'avoit été destinée qu'à supporter plus également l'alidade dans toutes ses parties, mais je voulus en profiter & diviser la totalité, & je trouvai même un avantage pour la division du quart-de-cercle, à avoir un certain nombre de degrés en deçà de 0 & au-delà de 90, comme je vais le dire tout-à-l'heure.

Pour sentir cet avantage, il faut faire attention que les microscopes qui en avoient beaucoup sur les pointes d'un compas, quelques fines qu'elles pussent être, avoient sur cet instrument le désavantage de ne pouvoir pas se rapprocher l'un de l'autre comme elles pour mesurer de petites distances, & que je ne pouvois dans le rapport du rayon de l'instrument les rapprocher plus près que pour mesurer un arc de 4 à 5 degrés.

Pour suppléer à cet inconvénient, voici la méthode dont je me suis servi; j'ai d'abord divisé tout le demi-cercle de 10 en 10 degrés, en suivant (ainsi que dans l'opération précédente & les suivantes) la même méthode de placer les intersections sous les microscopes, & j'étois d'autant plus sûr de la précision de mon opération, qu'en passant par les points de 0 & de 90 que j'avois eus par observation, je n'aurois pu parvenir à les retrouver avec exactitude si j'avois eu l'ouverture de 10 degrés trop grande ou trop petite; je marquai à mesure sur la table le nombre de tours & de parties du micromètre auquel répondoit chacune de ces divisions.

Je divisai ensuite, en prenant une ouverture de 9 degrés, tout le même demi-cercle de 9 en 9 degrés; cette opération se vérifioit encore plus sûrement que la première, parce que indépendamment des points de 0 & de 90, donnés par observation, je rencontrois aussi celui de 45 que j'avois eu par la première opération.

Cette division de 9 en 9 degrés, outre cet avantage, en avoit un autre bien plus considérable, par la propriété du nombre 9 que tous ses multiples diminuant successivement d'une unité, me fournissoient des nombres de toutes les espèces nécessaires pour diviser de degré en degré.

En effet, les multiples de 9 étant 9, 18, 27, 36; 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, &c. tous ces degrés étant marqués ſur le limbe devenoient chacun un nouveau point, d'où je pouvois partir pour trouver tous les degrés de même eſpèce dans chaque dixaine.

L'exemple fera mieux entendre ceci; pour avoir, par exemple, les degrés 19, 29, 39, 49, &c. je n'avois qu'à placer mes microſcopes éloignés entre eux de l'ouverture de 10 degrés, & placer l'alidade de façon que le premier microſcope ſe trouvât au point de 9, trouvé par l'opération précédente; le ſecond marquoit néceſſairement le point du 19.e degré, & ainſi de ſuite juſqu'à ce que j'arrivaſſe à 99 qui m'étoit donné par la même opération précédente.

18 & 108 me donnoient de même tous les degrés finiſſant par 8, c'eſt-à-dire 18, 28, 38, &c. & ainſi de tous les autres; j'abrégeai même cette opération en prenant l'ouverture de 5 degrés au lieu de celle de 10, parce qu'au moyen de cela, dans le même tour d'inſtrument, je marquois à la fois tous les degrés qui finiſſoient par 9 ou par 4, par 8 ou par 3, par 7 ou par 2, par 6 ou par 1, par 5 ou par 0, tels que 4, 9, 14, 19, 24, &c. & ainſi des autres; de cette façon en faiſant cinq fois le tour de l'inſtrument, ma table de degrés ſe trouva entièrement remplie; je fis une ſemblable opération pour diviſer l'inſtrument en demi-degrés.

Ce fut cette table qui acheva de me démontrer combien les pas de la vis étoient inégaux, car le nombre de parties qui répondoient à chaque demi-degré différoient prodigieuſement, y ayant des demi-degrés qui contenoient deux cents quatre-vingt-trois parties, pendant que d'autres n'en contenoient que deux cents ſoixante-onze, ce qui faiſoit une différence d'une minute 15 ſecondes environ.

Cette opération étant finie avec les microſcopes, je l'exécutai avec le tracelet, c'eſt-à-dire que l'ayant ſubſtitué au microſcope, & me ſervant de la table que je venois de conſtruire, je traçai ſur le limbe toutes les diviſions au même

nombre de tours & de parties du micromètre que j'avois trouvé par les microſcopes, & j'eus la même ſatisfaction que j'avois déjà eue, c'eſt-à-dire qu'en examinant de nouveau ces diviſions avec les microſcopes, je les trouvai dans la plus grande préciſion.

Il ne me reſtoit plus qu'à ſubdiviſer les degrés de 6 minutes en 6 minutes, comme je me l'étois propoſé d'abord; j'aurois bien pu les ſubdiviſer en plus petites parties, mais j'aimois mieux m'en tenir là pour plus de netteté, & parce que je pouvois par le moyen d'un micromètre en porter la ſubdiviſion auſſi loin que je le voudrois.

J'ai déjà fait remarquer plus haut, que pour obſerver avec plus de fineſſe & de préciſion, je préférois des interſections de ligne à des points, ſur-tout ſous le microſcope, c'eſt ce qui me détermina à marquer mes diviſions de 6 minutes par des interſections; & pour cet effet au lieu de la couliſſe dont je m'étois ſervi pour conduire le tracelet, je plaçai ſur l'outil qui l'avoit porté, deux petits leviers mobiles ſur leur centre, qui portoient chacun un tracelet, leſquels au moyen de cela traçoient chacun un arc aſſez petit pour ne pas différer ſenſiblement de la ligne droite, & qui en agiſſant l'un après l'autre, formoient une interſection, mais avant de me ſervir de cet inſtrument il falloit avoir une table qui m'indiquât à quels points je devois m'arrêter pour tracer chaque interſection: je n'avois plus la reſſource de pouvoir placer mes petites plaques de cuivre comme je l'avois fait pour les diviſions précédentes qui étoient au moins de 5 en 5 degrés; je penſai d'abord que ſur des diſtances beaucoup plus petites, telles qu'étoient les degrés, les pas de vis ne changeoient pas aſſez ſenſiblement entre eux pour qu'en diviſant le nombre total des parties de chaque degré en 10, chacune de ces parties ne fût ſenſiblement égale à celle qui la précédoit ou qui la ſuivoit immédiatement, je traçai en conſéquence de cette idée la diviſion de 6 en 6 minutes; mais quand je l'examinai avec le microſcope, je vis combien peu l'on peut compter ſur la préciſion de la vis.

Pour mieux ſentir combien il me fut facile de l'apercevoir ; & pour mieux reconnoître le degré de préciſion auquel je ſuis parvenu depuis, il faut obſerver, 1.° que les lignes qui formoient les interſections que j'avois tracées, étant un peu plus longues qu'il n'étoit néceſſaire pour ne ſe couper qu'une fois, il en réſultoit une eſpèce de réſeau ou moſaïque telle qu'on peut la voir dans la *figure 4.*

Fig. 4 & 5. 2.° Que le champ du microſcope avec lequel j'obſervois ces interſections étant aſſez grand pour y voir trois des loſanges formés par les interſections, le fil perpendiculaire du micromètre de ce microſcope répondoit à trois interſections l'une au-deſſus de l'autre, de façon que ſi elles ne ſe trouvoient pas parfaitement égales, ce fil ne pourroit jamais les rencontrer à la fois, ainſi que cela eſt repréſenté dans la *figure 5,* & c'eſt ce qui arrivoit aux interſections que j'avois tracées par la méthode dont je viens de parler.

Je cherchai quel remède je pourrois apporter à cet inconvénient, & je penſai que ſi je pouvois apercevoir dans le champ du microſcope quelques petits objets auxquels je puſſe rapporter les fils du micromètre, je pourrois, par le moyen du curſeur de ce micromètre, trouver entre le fil de ce curſeur & le fil vertical fixé au centre du micromètre une ouverture ou diſtance telle qu'étant répétée dix fois, elle remplît exactement la diſtance d'un degré dont les points m'avoient été donnés par les opérations précédentes; les fils du micromètre faiſant alors dans le champ du microſcope les fonctions des pointes de compas, comme les deux microſcopes les avoient faites pour de plus grandes diſtances. Pour cet effet, j'imaginai qu'en faiſant tomber légèrement ſur le limbe une pouſſière fine telle que de la poudre à poudrer, il ſeroit bien difficile qu'il ne ſe trouvât pas quelques-uns de ſes petits grains qui, groſſis & rendus diſtincts par le microſcope, ne ſe trouvaſſent placés de façon à y pouvoir comparer la poſition des fils du micromètre. Cette épreuve me réuſſit ſi bien, qu'après avoir déterminé par pluſieurs corrections l'ouverture ou diſtance entre les fils du microſcope néceſſaires pour faire la dixième partie du

du degré, je trouvai qu'en la rapportant sur tous les degrés l'un après l'autre, elle convint parfaitement à tous, & me donna le moyen de dresser la table complète de 180 degrés divisés de 6 en 6 minutes, & que l'ayant exécutée avec le tracelet & examinée avec le microscope, j'ai trouvé dans toute l'étendue de l'instrument, qu'en quelqu'endroit que j'arrêtasse l'alidade lorsque je faisois tomber le fil du micromètre sur une intersection, il rencontroit toujours parfaitement celle d'au-dessus & celle d'au-dessous. Fig. 4.

Ce qui confirma parfaitement encore la preuve de la précision de la table, c'est qu'ayant voulu me donner la facilité de reconnoître sous le microscope même les intersections qui répondoient aux degrés & aux demi-degrés, je me proposai de marquer par deux points placés au milieu des losanges qui se trouvoient au-dessus & au-dessous de l'intersection que je voulois désigner celles qui répondoient à un degré, & par un seulement celles qui répondoient à un demi-degré. Cette opération, qui auroit été, pour ainsi dire, impossible à la main la plus adroite, dirigée par l'œil le plus fin, me devint très-facile & très-prompte par le moyen de la table : j'adaptai à l'outil qui portoit le tracelet & à la place du tracelet un petit arbre traîné par une pointe aussi fine que celle de la plus petite aiguille qui tournoit dans un canon & qui, étant garni d'une petite poulie, étoit mis en mouvement par une espèce d'archet de la même façon que les ouvriers emploient pour les *forets* avec lesquels ils percent des trous.

Cet instrument étant ainsi préparé, j'arrangeai l'alidade de façon que le micromètre marquoit le nombre de la table qui donnoit le premier degré; j'ajustai, par le moyen de la loupe, le petit foret dans le milieu du losange qui répondoit aussi au premier degré, & en lui faisant faire deux ou trois révolutions avec l'archet, je marquai le petit point : de-là, sans autre attention que de faire marcher l'alidade par le moyen du micromètre & de l'arrêter aux points désignés par la table, je marquai tous les points de tous les degrés, sans qu'aucun s'écartât de la place où il devoit être & sans toucher aux côtés des losanges dans lesquels ils devoient se trouver.

Par tout ce qui vient d'être dit, il me paroît, & cette remarque me ſemble importante, que l'on ne peut guère compter ſur la préciſion des vis pour meſurer exactement les petites parties lorſqu'on ſuppoſe les tours de leurs hélices égaux, ainſi que les parties de ces tours; cependant c'eſt ſur cette opinion, ce me ſemble, qu'eſt fondée la confiance qu'on a dans les micromètres, & au moyen de cela, cette confiance peut faire tomber dans des erreurs aſſez conſidérables.

En effet, il me ſemble que la méthode la plus uſitée pour vérifier un micromètre & pour s'aſſurer de la valeur de ſes parties, c'eſt de meſurer un petit arc dont la valeur ſoit connue, & d'examiner combien il contient de parties du micromètre, afin de diviſer enſuite ce nombre de parties ſuivant les diviſions du petit arc, & de reconnoître par-là combien il faut de parties du micromètre pour une minute, par exemple, ou une ſeconde; mais comme en conſéquence de ce que je viens de dire, il eſt démontré par l'expérience qu'un même nombre de parties qui, dans un endroit de la vis, répond à une minute, n'y répondra pas dans un autre, & cela avec des différences aſſez conſidérables, il s'enſuivra une erreur dans l'obſervation.

Pour remédier à cet inconvénient, on peut ſe ſervir de la méthode que j'ai employée & qui peut être appliquée à tous les micromètres, qui eſt d'en dreſſer une table par obſervation: voici ce que j'entends par-là.

Il faut placer à une diſtance connue & meſurée exactement, une diviſion faite en grand de l'arc que l'on peut meſurer avec le micromètre, & qui ſoit ſubdiviſée en autant de parties que l'inſtrument dont on ſe ſert peut permettre d'en apercevoir diſtinctement; alors en faiſant marcher le curſeur du micromètre & l'arrêtant ſur chacune des ſubdiviſions l'une après l'autre, il faut écrire à meſure ſur la table que l'on aura préparée, le nombre de tours & de parties qui y répondra, & l'on ſera sûr que dans toutes les obſervations que l'on ſera poſtérieurement, le même nombre répondra toujours à la même quantité de minutes ou de ſecondes que l'on aura eues par la première obſervation, pourvu toutefois que (comme on

ſe doit toujours ſuppoſer) l'on évite le temps perdu de la vis, ſoit par un reſſort, ſoit en la faiſant cheminer toujours du même ſens.

Après avoir conſtruit l'inſtrument que j'ai l'honneur de faire voir à l'Académie, par les méthodes dont je viens de rendre compte, je l'ai vérifié par des expériences & des obſervations répétées & faites avec le plus grand ſoin, & je me ſuis aſſuré que, par la puiſſance de groſſir des lunettes, par la détermination du niveau, & par le moyen du microſcope appliqué aux diviſions, tels que je viens de les décrire, je pouvois répondre également dans toutes ſes parties, que les obſervations n'étoient pas ſuſceptibles d'une erreur de 2 ſecondes au plus, & qu'ainſi cet inſtrument, qui n'a qu'environ 11 pouces de rayon, atteignoit le même degré de préciſion que ceux de 8 à 9 pieds, conſtruits par les anciennes méthodes; ce qui eſt l'objet que je m'étois propoſé.

D'après tout ce qui vient d'être dit, il eſt aiſé de conclure qu'en ſuivant la même méthode & augmentant le rayon des inſtrumens, l'on pourroit en conſtruire aiſément de tels que leur préciſion allât juſqu'à la demi-ſeconde & au-delà; mais un avantage encore plus grand, s'il eſt poſſible, c'eſt de pouvoir diviſer avec cette même préciſion, & cependant d'une façon très-prompte & peu coûteuſe, tous les inſtrumens que l'on voudroit & de tel rayon que l'on jugeroit à propos. Il ne ſeroit queſtion pour cela que de conſtruire une plate-forme de 4 pieds de rayon, qui, par les raiſons ci-deſſus, donneroit la préciſion de la demi-ſeconde; cette plate-forme étant une fois diviſée, l'on n'auroit plus d'autre opération à faire pour diviſer tel inſtrument que l'on voudroit, que de le centrer ſur la plate-forme & de placer l'outil qui porte le tracelet ſur le premier point; après quoi, en faiſant tourner la plate-forme ſous le microſcope qui en obſerveroit les diviſions, ſans table, ſans calcul & ſans aucune eſpèce d'adreſſe, l'on ſeroit sûr de tracer toutes les diviſions dans les points où elles devroient être & dans la plus parfaite exactitude.

*DÉTERMINATION DE LA DISTANCE D'*ARCTURUS *AU BORD SUPÉRIEUR DU SOLEIL,*

Au Solſtice d'été de 1765.

Par M.rs LE DUC DE CHAULNES ET CASSINI.

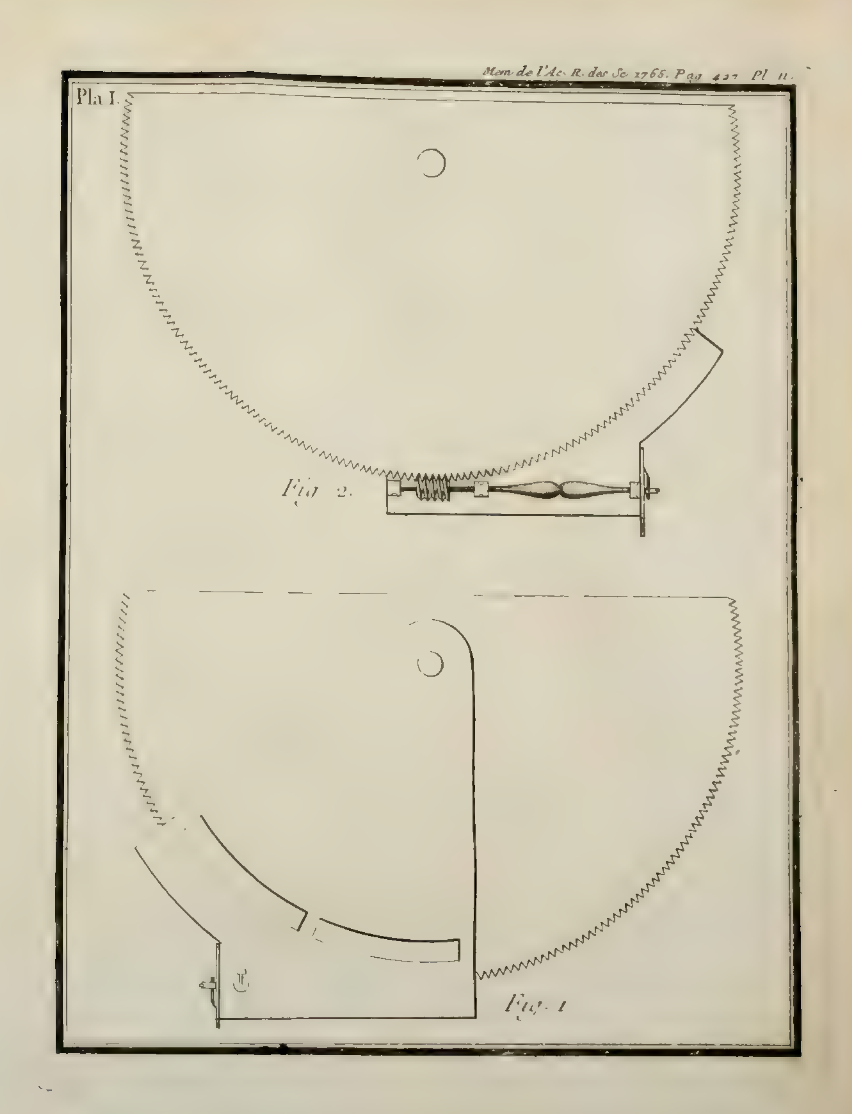
28 Juin 1765. M. LE DUC DE CHAULNES ayant préſenté à l'Académie un demi-cercle aſtronomique de ſon invention, d'un pied de rayon, deſtiné à prendre hauteur & à obſerver les angles horizontaux, afin de rendre ſon uſage également utile à l'Aſtronomie & à la Géographie; je ne ferai point ici la deſcription de cet inſtrument que M. le Duc a donnée dans le Mémoire qu'il a lû à l'Académie, je ne parlerai ici que de l'épreuve que nous en avons faite à l'Obſervatoire, de concert avec l'Auteur & M. l'abbé Chappe.

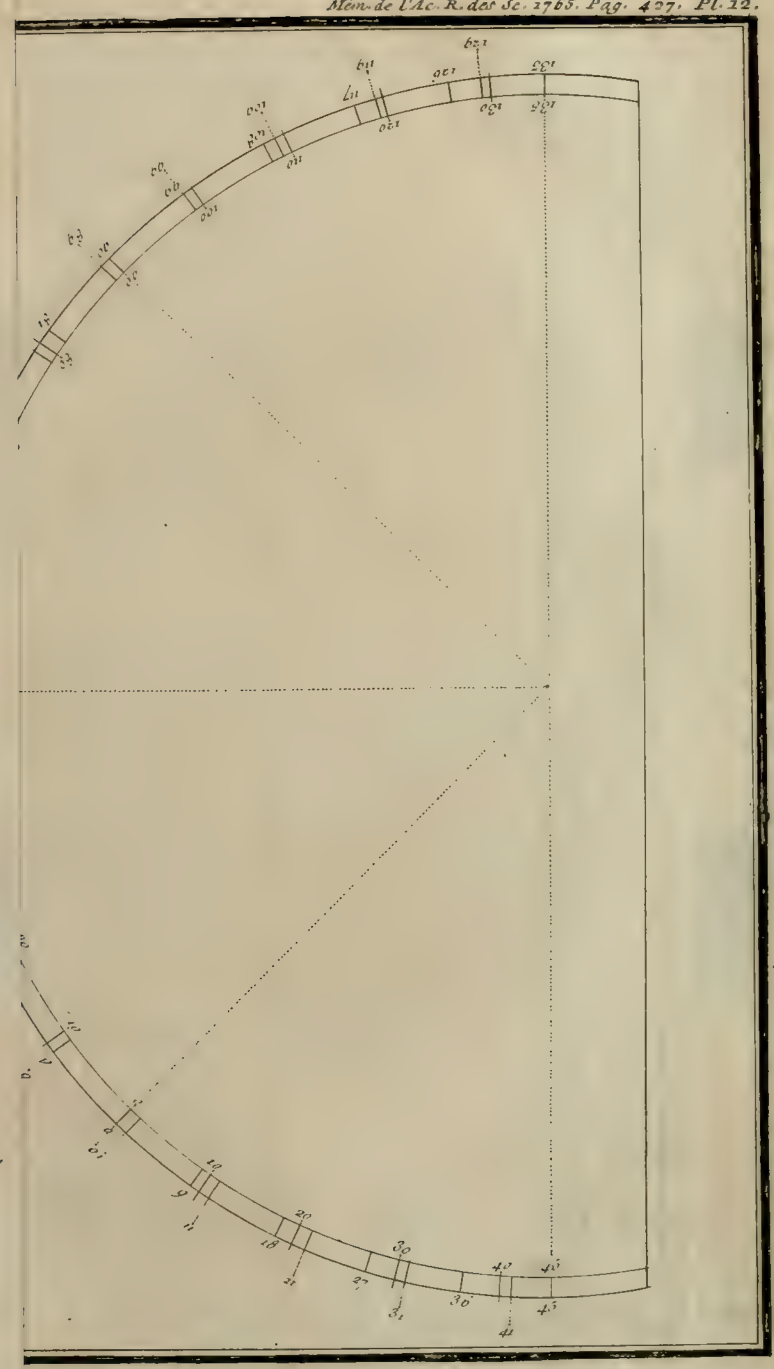
Les deux inſtrumens de comparaiſon étoient les deux quarts-de-cercle de 6 pieds de rayon, l'un mural & l'autre mobile, que j'emploie tous les ans pour les hauteurs ſolſticiales, tant d'été que d'hiver, & dont je me ſers alternativement pour parvenir à un réſultat moyen, celui que je publie tous les ans.

M. le Duc de Chaulnes, fondé ſur toutes les expériences qu'il avoit faites en particulier pour vérifier les diviſions de ſon inſtrument par une méthode qui lui eſt propre, nous avoit annoncé une préciſion auſſi grande que celle que l'on devoit attendre d'un quart-de-cercle d'un rayon beaucoup plus grand, & il en appeloit à l'expérience; je l'invitai à faire porter ſon inſtrument à l'Obſervatoire, à condition que non-ſeulement il ſeroit témoin de nos obſervations, mais encore qu'il y prendroit part, pour donner encore plus d'autorité à nos expériences.

Fig. 2.

Fig. 1.


Pla I.
Fig. 2.
Fig. 1


10
9
20
18
30
27
30
40
45
45

Pla. II.

Fig. 3

Fig. 4.

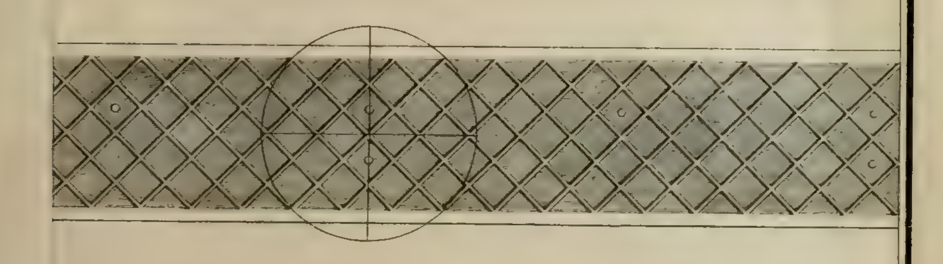
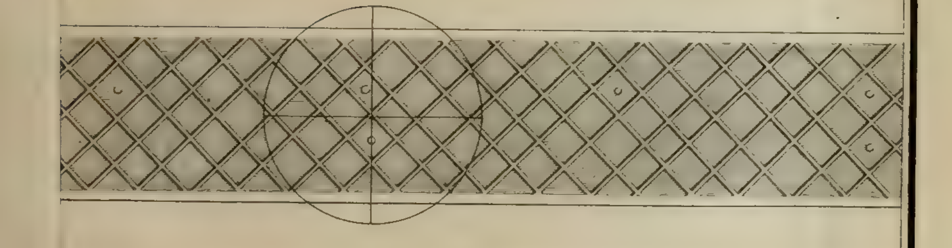
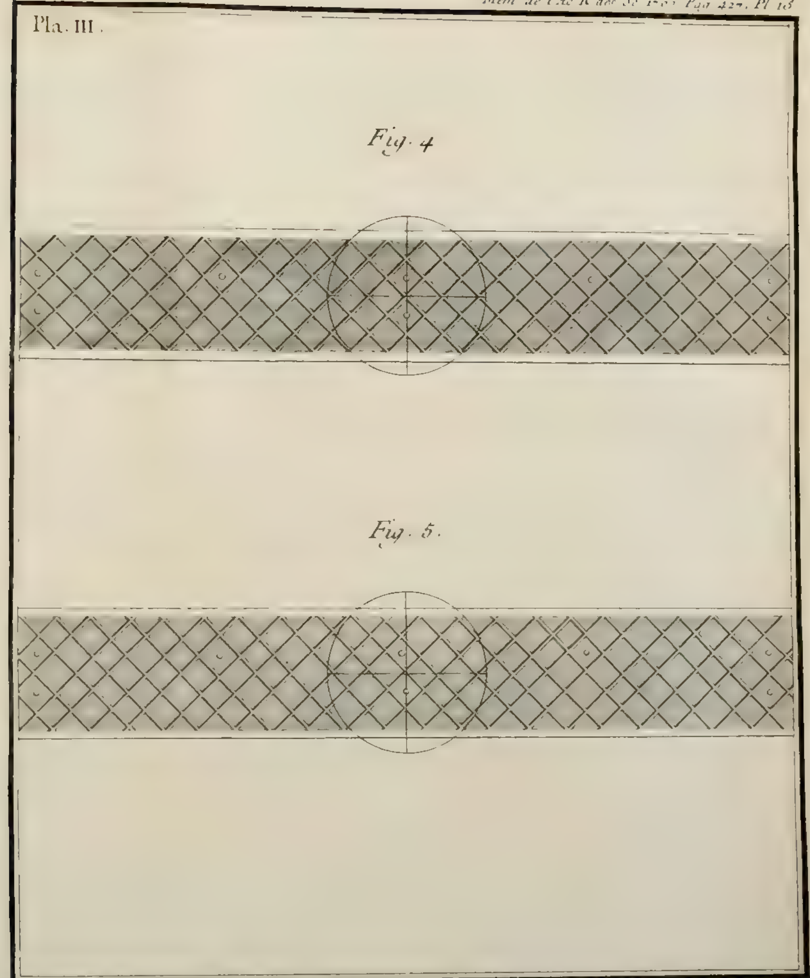


Fig. 5.



Pla. III.



Le 12 du mois de Juin, M. le Duc de Chaulnes vint à l'Obſervatoire, accompagné de S. É. Mgr le Cardinal de Luynes, la hauteur méridienne du Soleil fut obſervée avec les trois inſtrumens, S. É. écrivoit les obſervations, il en fit le calcul, il conclut de la diſtance du Soleil à *Arcturus*, obſervée la veille avec les trois inſtrumens, que la diſtance de cette étoile au bord du Soleil, étoit de $3^d\ 3'\ 11''$ ſelon M. le Duc de Chaulnes, de $3^d\ 3'\ 12''\frac{1}{2}$ ſelon M. Chappe, & de $3^d\ 3'\ 12''$ ſelon moi ; S. É. fut fort étonnée de trouver un accord ſi parfait que la plus grande différence n'alloit pas à deux ſecondes.

Le ciel, preſque toujours couvert à midi, ne devint ſavorable que le 20, que je déterminai avec l'inſtrument mobile de 6 pieds la diſtance d'*Arcturus* au bord du Soleil de 3^d $19'\ 11''$, la réduction au ſolſtice étoit de $7''\frac{1}{2}$, & par conſéquent la diſtance ſolſticiale étoit de $3^d\ 19'\ 18''\ \frac{1}{2}$.

M. le Duc de Chaulnes fit la même obſervation avec ſon inſtrument, mais le grand nombre d'Étrangers que la curioſité avoit attirés à l'Obſervatoire, ne nous permit pas de mettre l'inſtrument à l'abri de quelque variation; on obſerva le ſoir la hauteur d'*Arcturus*, qui fut trouvée ſi différente de celle que l'on avoit trouvée les jours précédens, que l'on ſoupçonna que l'on avoit dérangé l'inſtrument, ce qui fut confirmé dans la ſuite.

Le 21, l'obſervation fut complète, M. le Duc de Chaulnes détermina la diſtance d'*Arcturus* au bord du Soleil de $3^d\ 19'\ 15''\ \frac{1}{2}$, & moi je la trouvai avec le quart-de-cercle mobile de $3^d\ 19'\ 18''$, plus grande de $2''\ \frac{1}{2}$, la réduction au Solſtice étoit de $40'''$, & par conſéquent la diſtance ſolſticiale étoit de $3^d\ 19'\ 18''\frac{2}{3}$.

Le 22, l'obſervation fut faite avec les trois inſtrumens, M. le Duc de Chaulnes détermina la diſtance d'*Arcturus* au Soleil, de $3^d\ 18'\ 59''$; M. l'abbé Chappe de $3^d\ 19'\ 0''$, & moi de $3^d\ 19'\ 1''$; ainſi la plus grande différence entre les trois réſultats étoit de $2''$: nous ſuppoſerons donc cette diſtance de $3^d\ 19'\ 0''$, la réduction au ſolſtice étoit de $18''$.

Donc la diſtance apparente d'*Arcturus* au bord ſolſticial du Soleil, réſultante des obſervations faites avec les trois inſtrumens, peut être ſuppoſée de $3^d\ 19'\ 18''$.

---

29 Novemb. 1765.

LES Expériences qui ont été faites à l'Obſervatoire pendant l'eſpace de deux mois avec l'inſtrument que j'ai eu l'honneur de faire voir à l'Académie, ayant prouvé que ſon exactitude répondoit à ce qu'on s'en étoit promis, on a deſiré d'en faire conſtruire un par la même méthode, mais d'un rayon beaucoup plus grand, afin de parvenir à une préciſion fort ſupérieure à celle de tous les inſtrumens dont on s'eſt ſervi juſqu'ici ; & l'on eſt fondé à l'eſpérer, puiſque celui-ci qui n'a que 10 pouces $\frac{3}{4}$ de rayon, n'ayant jamais donné de différences plus grandes que 2 ou 3 ſecondes entre les hauteurs d'une même étoile obſervée en même temps avec deux quarts-de-cercle de 6 pieds de rayon, on ne peut douter qu'en augmentant le rayon du nouvel inſtrument, on ne parvienne facilement à rendre très-ſenſible la quantité d'une ſeconde : préciſion à laquelle, ce me ſemble, on n'a pu encore atteindre avec les plus grands inſtrumens connus.

On ſe rappellera aiſément que dans mon premier Mémoire, j'ai fait obſerver que l'uſage que je faiſois dans la conſtruction du nouvel inſtrument des microſcopes & des lunettes achromatiques, inventions déjà connues & dont je ne faiſois que l'application, devenoit inutile ſans la nouvelle méthode que j'ai employée pour donner à la diviſion un degré d'exactitude qui pût répondre à l'augmentation de puiſſance de ces inſtrumens optiques.

En effet, indépendamment de la rareté des Artiſtes capables d'une grande préciſion dans les diviſions, & des accidens qui peuvent abréger le temps de leur vie pendant lequel ils peuvent travailler à cette eſpèce d'ouvrage, quelle vue aſſez perçante, & quelle main aſſez adroite & aſſez ſûre pourroit ſe flatter d'égaler la préciſion d'un mouvement mécanique pour lequel la

main la moins exercée eſt plus que ſuffiſante, telle qu'eſt celle dont j'ai donné la deſcription dans mon premier Mémoire?

C'eſt d'après ces réflexions que j'ai penſé que non-ſeulement pour le nouvel inſtrument que l'on va conſtruire, mais que pour étendre davantage l'utilité de la nouvelle méthode de diviſion, il ſeroit convenable de commencer par faire une plate-forme d'un grand rayon qui ſerviroit à diviſer enſuite non-ſeulement le nouvel inſtrument, mais tous ceux que l'on ſeroit conſtruire par la ſuite & qui joindroit à l'avantage de la plus grande préciſion celui de diminuer les frais de ces inſtrumens, le temps qu'on emploie à les diviſer, & d'obvier à la rareté des ouvriers qui en ſeroient capables.

Il paroîtroit convenable que cette plate-forme, qui appartiendroit à l'Académie, fût dépoſée dans un lieu où tous les Artiſtes puſſent en faire uſage ſous les yeux d'un homme qui ſeroit commis par elle pour en avoir ſoin.



COMPARAISON DES HAUTEURS SOLSTICIALES AUX ENVIRONS DU TROPIQUE DU CAPRICORNE;

Observées en 1762 & 1764, avec celles qui ont été vues à l'obélisque du Gnomon de S.t Sulpice en 1743 & 1744.

Par M. LE MONNIER.

9 Février 1765.

CETTE dernière partie de la Méridienne de S.t Sulpice, mérite aujourd'hui notre attention à cause des variations qu'il s'agit d'attribuer, non pas à l'édifice qui, sur une distance de 270 pieds, n'a donné aucun mouvement sensible dans l'inclinaison apparente des rayons du Soleil, mais des variations relatives à la distance apparente des Tropiques.

Je ne répète point ici ce que j'ai dit en 1743 & en 1745 dans nos Mémoires, sur le peu de diminution sensible de l'obliquité de l'écliptique; & je n'ai établi, sur le même sujet, quelques résultats dans la préface des Institutions, qu'après y avoir bien réfléchi & discuté soigneusement les meilleures observations faites depuis cent ans. La Méridienne de Florence a été rétablie depuis les conclusions que j'avois déjà tirées, & on s'y accorde assez avec ce que j'ai établi; savoir que l'obliquité de l'écliptique ne varioit pas à beaucoup près d'une minute en cent années.

Venons aux observations faites au solstice d'hiver à S.t Sulpice, celles du solstice d'été, faites au foyer du verre objectif de 80 pieds

pieds ſur le marbre que l'on a découvert à chaque année, étant déjà publiées dans le volume de l'année 1762.

Le 22 Décembre 1744, l'air étant preſque tempéré, le vent nord-oueſt, j'ai marqué la route des deux bords pendant $3' \frac{1}{2}$, & l'ayant tracée au crayon, j'ai trouvé ſur le cuivre doré de la ligne méridienne 20 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$ ou $\frac{2}{3}$ pour le diamètre de l'image : or le bord d'en haut du Soleil étoit 10 lignes $\frac{1}{2}$ au-deſſus de celui qui avoit été tracé le 19 Décembre 1743 ; ainſi cette année-là, comme il s'en manquoit 17 ou $17'' \frac{1}{2}$ à la plus grande déclinaiſon du Soleil, parce que ſa longitude étoit déjà en ♑ $1^d\ 20' \frac{1}{2}$, il s'enſuit qu'il falloit faire graver le terme ſolſticial préciſément 2 lignes plus haut, ce qui a été exécuté.

Sur l'obéliſque, une ligne doit répondre à près de 9″ en déclinaiſon.

Car le 17 Décembre 1743, le Soleil étant $0^d\ 5'\ 9'' \frac{1}{4}$ au-deſſus du tropique du Capricorne, j'avois marqué la route des deux bords ſur l'obéliſque, le ciel étant fort ſerein. Je trouvai enſuite le 19 Décembre, la gelée du matin ayant paru à peine ſenſible & le Soleil étant très-vif à midi, que le bord d'en bas avoit monté ſur l'obéliſque de 2 pouces 2 lignes $\frac{1}{4}$, & celui d'en haut de 2 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$; ce qui donneroit 26 lignes $\frac{1}{2}$ ou $3'\ 42'' \frac{1}{2}$ pour le changement en déclinaiſon ſelon la table que j'avois ébauchée. Or le Soleil étoit ce jour-là, 19 Décembre 1743, $0^d\ 1'\ 41'' \frac{3}{4}$ au-deſſus du tropique; d'où l'on voit que l'obſervation de l'année 1744 a été plus avantageuſe pour me décider à faire graver les traits en minutes & demi-minutes, qu'on voit actuellement, plus tranquillement & de beaucoup plus près du haut d'une plate-forme en charpente, ſituée tout proche cet obéliſque.

J'ai tracé ces trois obſervations ſur la figure ci-jointe, ayant pris 10 pouces 2 lignes pour demi-diamètre; aux obſervations ſuivantes, j'ai préféré celles où l'on a obſervé les deux bords du Soleil, les autres ne pouvant pas prouver ſuffiſamment dans une recherche auſſi délicate.

En 1762, M. Tuillier a obſervé quatre jours de ſuite ſur cet obéliſque, & d'abord celles des 21 & 23 Décembre lui ont donné 8 & 13 ſecondes, dont le Soleil auroit moins

descendu qu'en 1743 & 1744; car en prenant un milieu entre les routes des deux bords qu'il a jugées, relativement aux divisions qui convenoient tant au haut qu'au bas de l'image, il a trouvé le 21 Décembre 9 secondes, au lieu qu'il ne s'en falloit qu'une seconde que le Soleil ne fût descendu ce jour-là jusqu'au tropique. Le 23, il a trouvé 54 secondes, au lieu de 41 dont le Soleil étoit plus élevé que le tropique; ce qui donne les différences de 8 & 13 secondes rapportées ci-dessus.

Si l'obliquité de l'écliptique a dû varier, le Portail n'auroit donc pas varié.

On voit par-là que le portail méridional, lequel a été bâti sur le roc, n'a point remué; autrement des différences de $8\frac{1}{2}$ à 9 secondes plus grandes pour chaque ligne d'affaissement, auroient paru concourir avec la diminution apparente de l'obliquité de l'écliptique.

L'effet de la nutation à la fin de l'année 1743, étoit $1''\frac{3}{4}$ moindre que les 9 attribuées à l'effet total lorsque le nœud de la Lune parvient au signe du Bélier; & à la fin de 1744, il étoit seulement 0",066 plus petit. Pareillement à la fin des années 1762 & 1764, il étoit moindre que les 9" de 1",1, & de 0",133; de manière que l'observation de 1762 peut être comparée, sans avoir égard à ces corrections, à celles de l'année 1743, & pareillement celles de 1764 à celles de 1744.

Examinons présentement quelle a dû être la distance des tropiques, observée tant à la première partie australe qu'à la troisième partie ou obélisque élevé sur l'extrémité septentrionale de la méridienne de S.t Sulpice.

Par les observations du solstice d'été, je ne trouve aucune différence sensible dans l'espace de dix-huit à vingt ans; & par celles d'hiver de l'année 1762, à peine y auroit-il une variation de 12 secondes: or dans la supposition d'une diminution réelle dans l'obliquité de l'écliptique, à raison d'une minute par cent ans, la distance des tropiques auroit dû paroître varier de $21''\frac{1}{2}$ à 24".



OBSERVATION DE L'OPPOSITION DE JUPITER AVEC LE SOLEIL LE 4 JANVIER 1765;

Et corrections qu'il convient de faire aux Tables de M. Cassini.

Par M. JEAURAT.

LES Obſervations que je donne ici ſur Jupiter, ont été faites aux approches de ſon oppoſition avec le Soleil; Jupiter a été comparé pendant ſept jours au méridien avec trois étoiles : voici la poſition apparente de ces étoiles pour le 1.er Janvier 1765. 2 Mars 1765.

Étoile κ des Gemeaux...	Longitude......	3ſ	0d	9'	30"
	Latitude auſtrale...	0.	0.	55.	5
	Aſcenſion droite..	0.	90.	10.	20
	Déclinaiſon boréale.	0.	22.	33.	8
Étoile μ de Caſtor......	Longitude.......	3.	2.	0.	56
	Latitude auſtrale...	0.	0.	50.	37
	Aſcenſion droite..	0.	92.	11.	1
	Déclinaiſon boréale.	0.	22.	36.	50
Étoile ♪ de Pollux......	Longitude......	3.	15.	14.	17
	Latitude auſtrale..	0.	0.	12.	24
	Aſcenſion droite..	0.	106.	30.	59
	Déclinaiſon boréale.	0.	22.	23.	45

Ces étoiles étoient ſi proches du parallèle de Jupiter, que Jupiter & les trois étoiles ont été obſervées dans le même

champ de la lunette, l'étoile δ de Pollux a même été vue dans la lunette en même temps que Jupiter.

L'inſtrument dont je me ſuis ſervi pour mes obſervations eſt un quart-de cercle de 3 pieds de rayon; ce quart-de-cercle a été dirigé exactement dans le plan du méridien; les lunettes de ce quart-de-cercle ſont garnies de micromètres: c'eſt avec cet excellent inſtrument que j'ai fait les obſervations qui ſuivent.

OBSERVATIONS DE JUPITER,

Faites à l'École royale Militaire.

JOURS des OBSERVATIONS.	TEMPS DE LA PENDULE POUR LES PASSAGES AU MÉRIDIEN.			
	η des GEMEAUX.	μ de CASTOR.	δ de POLLUX.	JUPITER.
1764. 23 Déc.	11h 49′ 57″	11h 57′ 58″	12h 55′ 9″	13h 3′ 32″
24 Déc.	11. 46. 24	11. 54. 25	12. 51. 36	12. 59. 26
25 Déc.	11. 42. 48	11. 50. 50	12. 48. 1	12. 55. 17
1765. 2 Janv.	11. 14. 10	11. 22. 11	12. 19. 22	12. 22. 7
3 Janv.	11. 10. 33	11. 18. 34	12. 15. 45	12. 17. 56
7 Janv.	10. 56. 4	11. 4. 5	12. 1. 17	12. 1. 9
11 Janv.	10. 41. 34	10. 49. 35	11. 46. 47	11. 44. 21

RÉDUCTION DES OBSERVATIONS

TEMPS VRAI DES OBSERVATIONS DE JUPITER, Faites dans ſon paſſage au Méridien.		ASCENSION droite de JUPITER.	DÉCLINAISON de JUPITER.
1764. 23 Décemb...	13h 2′ 8″	108d 36′ 56″	22d 32′ 54″ B.
24 Décemb...	12. 57. 9	108. 28. 40	22. 33. 51
25 Décemb...	12. 52. 10	108. 20. 8	22. 34. 51
1765. 2 Janvier...	12. 12. 21	107. 12. 13	22. 43. 50
3 Janvier...	12. 7. 23	107. 3. 42	22. 44. 58
7 Janvier...	11. 47. 35	106. 28. 52	22. 49. 0
11 Janvier...	11. 27. 59	105. 54. 17	22. 53. 0

Les aſcenſions droites & les déclinaiſons de Jupiter, que je viens de donner, & que j'appelle *obſervations réduites*, ſont celles que j'ai déduites par un milieu pris entre les déterminations que m'ont données les différentes étoiles auxquelles Jupiter a été comparé: ce milieu ne diffère pas de 6 ſecondes de chacune des déterminations particulières; on peut donc, à cette petite différence près, compter ſur ces déterminations & ſur les réſultats qui ſuivent.

RÉSULTATS de l'Obſervation réduite au Méridien de l'Obſervatoire royal de Paris.

Oppoſition de ♃ le 4 Janvier 1765 à		23^h	19′	45″	Temps vrai.
		23.	25.	53	Temps moyen.
Anomalie moyenne de ♃		8^f	29^d	25′	22″
Longit. héliocentr. de ♃	obſervée	3.	15.	30.	1
	calculée ſelon M. Caſſini	3.	15.	25.	4
	calc. ſelon mes premières Tables	3.	15.	26.	11
	calculée ſelon mes ſecondes Tables	3.	15.	29.	5
Erreur en longitude hélioc.	des Tables de M. Caſſini	—	0.	4.	57
	de mes premières Tables	—	0.	3.	50
	de mes ſecondes Tables	—	0.	0.	56
Latitude géocentrique obſervée de ♃		B.	0.	12.	16

Selon cette obſervation, Jupiter étoit très-près de ces moyennes diſtances, & cette ſituation eſt favorable à la détermination des principaux élémens de la théorie.

Pour parvenir à cette détermination, j'ai comparé le réſultat de cette dernière oppoſition avec celui du 9 Juillet 1759, où Jupiter étoit à $3^f\ 12^d\ 44'\ 4''$ d'anomalie moyenne; & avec celui du 21 Septembre 1761, où Jupiter étoit à $5^f\ 19^d\ 34'\ 31''$ d'anomalie moyenne.

De ces trois oppoſitions de Jupiter, obſervées dans trois points importans de ſon orbite, j'ai déduit les corrections qu'il convient de faire aux Tables de M. Caſſini, & j'ai trouvé

qu'en faisant abstraction des petites équations de M. Mayer; il falloit retrancher 19 secondes des moyens mouvemens en longitude des Tables; qu'il falloit aussi retrancher 10′ 58″ de l'anomalie moyenne de ces mêmes Tables; & que l'équation du centre doit être augmentée de 5′ 12″.

Enfin de ces corrections, j'ai conclu qu'en 1762 les élémens de la théorie de Jupiter doivent être ceux que voici.

Année 1762.	Longitude moyenne........	0^s	8^d	22′	26″
	Lieu de l'aphélie...........	6.	10.	36.	41
	Plus grande équation du centre..	0.	5.	36.	29



MÉMOIRE
SUR LA DURÉE
DE LA
SENSATION DE LA VUE.

Par M. le Chevalier D'ARCY.

Nos ſens ont été l'objet d'une multitude de déclamations de la part des Philoſophes; les uns rapportant tout à leur uſage, ont voulu les établir les arbitres uniques & immédiats de nos connoiſſances; les autres au contraire en exagérant leurs imperfections & les erreurs où ils nous entraînent, ont voulu nous faire renoncer à leur témoignage & nous livrer au doute univerſel. Ces derniers en nous ôtant les ſeuls guides dont nous puiſſions nous aider dans ce labyrinthe où la Nature nous a placés, nous ont traité comme des aveugles à qui on enlèveroit le bâton qui ſert à les conduire, ſous prétexte qu'il peut les égarer. La ſaine Philoſophie a fait enfin ceſſer toutes ces vaines déclamations; en nous éclairant ſur le véritable emploi des ſens, elle nous a appris que c'eſt d'eux ſeuls que nous devons attendre les premières informations des choſes, & que ſi c'eſt à l'entendement à élever l'édifice de nos connoiſſances, c'eſt aux ſens à le fonder. Mais en les rendant juges des premières vérités de fait, & comme les premiers miniſtres de notre inſtruction, elle nous preſcrit la néceſſité d'examiner avec une nouvelle attention la manière dont ils reçoivent & tranſmettent à l'ame les impreſſions des objets, afin de mieux reconnoître les erreurs qui en réſultent, les prévenir, ou au moins en déterminer les limites; enfin elle veut que nous ne négligions rien de ce qui peut rendre leur rapport plus fidèle & leurs témoignages plus certains. L'étude de nos ſens eſt donc une des plus

importantes au progrès de nos connoiſſances; c'eſt en m'occupant de ces objets que j'ai remarqué qu'il ſe paſſoit dans nos ſenſations un effet auquel juſqu'ici on a fait peu d'attention; cet effet c'eſt leur durée, c'eſt le temps qu'elles exiſtent après que la cauſe qui les a produites a ceſſé d'agir. Peu attentifs à ce qui ſe paſſe en nous, nos ſenſations nous paroiſſent inſtantanées, il nous ſemble qu'elles s'évanouiſſent preſque auſſi-tôt qu'elles ont été excitées, cependant elles n'en ſubſiſtent pas moins après, ainſi nous ſentons la brûlure d'une étincelle quand elle eſt déjà éteinte, & nous croyons voir des objets lorſqu'ils ſont déjà diſparus; nos ſenſations ſurvivent donc, ſi cela ſe peut dire, pendant un certain temps, aux actions qui les font naître: or il eſt facile d'imaginer que cet effet peut donner lieu à pluſieurs erreurs qui peuvent être importantes. Un examen détaillé de ces erreurs relativement à nos différens organes, ſeroit ſans doute très-intéreſſant, mais dans ce Mémoire je ne me propoſe de parler, que de celles qui réſultent de la durée de la ſenſation de la vue.

Pour faire mieux comprendre ce que je viens de dire, il faut rapporter quelques exemples des effets de cette durée de nos ſenſations par rapport à l'organe de la vue; l'anneau lumineux que l'on voit en tournant rapidement un flambeau, les roues de feu dans les feux d'artifices, la forme de fuſeau aplati ſous laquelle nous paroît une corde qui vibre, le cercle continu que nous préſente une roue dentée qui tourne avec vîteſſe, & un grand nombre d'autres apparences de ce genre ne ſont produites, comme on ſait, que par le temps que ſont à s'évanouir les ſenſations que les objets excitent dans l'œil; ainſi le flambeau ne nous montre un anneau de feu en tournant, que parce que le temps qu'il prend depuis ſon départ d'un point pour y revenir, eſt plus court que celui de la durée de la ſenſation qu'il a excitée en partant de ce point; de même la corde qui vibre ne paroît prendre une forme de fuſeau, que parce que la ſenſation qu'elle a excitée en partant du point extrême de ſa vibration, ſubſiſte encore lorſqu'elle y revient; cette durée de la ſenſation de la vue peut donc nous faire

croire

croire un corps existant dans un lieu, lorsqu'il l'a déjà quitté, mais elle peut nous tromper encore de plusieurs manières, nous faire imaginer & croire, par exemple, que des phénomènes existent lorsqu'ils ne subsistent plus, ou raccourcir la durée de ceux que nous observons; ainsi lorsqu'un corps opaque s'avance ou passe sur un disque lumineux, le corps opaque y est déjà entré que l'attouchement ne nous paroît pas encore fait, parce que la sensation de la partie du disque lumineux sur laquelle le corps est entré dure encore: mais il n'en est pas de même pour la sortie du bord opposé, c'est-à-dire de celui qui quitte le disque le dernier; car cet effet de la durée de la sensation n'y a plus lieu; il arrivera de-là que le temps du passage du corps opaque sur le disque lumineux sera raccourci pour l'Observateur de toute la durée de la sensation. Mais ce n'est pas seulement de cette manière que cet effet peut influer sur la justesse de nos observations, car si les impressions des objets sont d'autant plus durables qu'ils sont plus éclairés, il pourra en résulter (toutes choses étant d'ailleurs égales) des différences dans les observations faites avec des instrumens qui fournissent plus ou moins de lumière; enfin il se pourra encore que les sensations de deux Observateurs n'étant pas de la même durée, cette différence dans leur organisation en produise dans leurs déterminations. On s'attache beaucoup aujourd'hui, & avec raison, dans les observations importantes à munir les Observateurs d'instrumens semblables, pour réunir la parité des circonstances; ne devroit-on pas aussi s'attacher à savoir si leurs yeux, leurs premiers instrumens voient de même?

Toutes ces considérations & ces conjectures sur les effets qui peuvent résulter de la durée de la sensation de la vue, me firent croire qu'il seroit utile de reconnoître par des expériences, si cette durée étoit mesurable, & quelle étoit son étendue; car soit qu'elle fût assez grande pour produire des effets sensibles, soit qu'elle fût trop petite pour mériter quelque attention, je pensai qu'il seroit toujours intéressant dans l'un ou l'autre cas d'avoir déterminé ce qui en étoit.

Pour y parvenir, j'ai cherché différens moyens, mais il n'y en a point qui m'ait paru répondre aussi bien à ce qu'exigeoit l'effet que j'entreprenois de mesurer, que celui qui m'étoit indiqué par l'expérience du flambeau qui tourne; il est facile de concevoir que c'étoit de faire mouvoir circulairement avec la plus grande rapidité un corps ou lumineux ou fort apparent, & de tâcher cependant de mesurer sa vîtesse avec une suffisante précision; j'imaginai en conséquence la machine dont je vais donner la description en aussi peu de mots que je pourrai, pour qu'on juge de la nature & de la justesse de ses effets.

Une espèce de cage comme celle du mouvement d'une pendule, renferme plusieurs roues qui agissent les unes sur les autres, & dont la dernière a un arbre qui prolongé hors de la platine, porte une espèce de croix, les bras de cette croix qui sont égaux, forment autant de canons dans lesquels on peut faire entrer & tenir avec une vis une verge d'acier de 7, de 8 & de 9 pouces de long, &c. selon la grandeur du cercle que l'on veut que son extrémité décrive, pour abréger j'appellerai désormais ces verges, les bras de la croix; on conçoit maintenant que si un poids est appliqué à la première des roues de ce rouage ou de *cette espèce de machine*, il la fera tourner, & ainsi toutes les autres jusqu'à celle qui porte la croix, conséquemment si la verge fixée dans un des bras de cette croix, porte un charbon ardent ou tel autre corps que l'on voudra qui soit assez lumineux, ce corps, par le mouvement de la croix, lorsque la machine aura acquis la vîtesse nécessaire, formera l'apparence d'un anneau; pour être le maître de déterminer cette vîtesse, pour l'augmenter ou diminuer, enfin pour la rendre aussi uniforme qu'il étoit possible, il y avoit des volans ou petites plaques de cuivre portées par des coulans qu'on arrêtoit au moyen d'une vis, sur les verges dont nous avons parlé, qui formoient comme le prolongement des bras de la croix; on varioit les inclinaisons de ces volans & leurs distances au centre pour augmenter ou diminuer leur résistance, & on en mettoit de plus grands & de plus petits, lorsque par les différences de positions on ne pouvoit obtenir

les vîteſſes qu'on vouloit produire. Pour tenir fixement ſur les verges de la croix les différens corps lumineux qui devoient me ſervir dans mes expériences, il y avoit auſſi ſur ces bras d'acier des eſpèces de griffes que l'on fixoit par le moyen d'une vis à la diſtance du centre requiſe pour que le corps décrivit un cercle de la grandeur que je deſirois.

J'étois bien le maître, au moyen des volans dont je viens de parler, de régler la réſiſtance des bras de la croix & de faire que la machine prit la vîteſſe néceſſaire pour que le corps qu'elle portoit donnât l'apparence d'un anneau, mais cela ne m'apprenoit pas quelle étoit cette vîteſſe en elle-même, cependant c'étoit le point que je deſirois vivement de connoître: voici comme j'y ſuis parvenu; derrière la platine du mouvement dont j'ai parlé, il y a pluſieurs roues qui engrainent les unes dans les autres, & qui ſont menées par une des roues du rouage intérieur; la dernière de ces roues placée derrière la cage, porte quatre chevilles à égales diſtances, qui lèvent alternativement la queue d'un marteau qui frappe ſur un timbre; le rapport du nombre des tours de cette roue à celui de la roue qui porte la croix étant connu, il eſt de un à onze cents tours; on voit que lorſque la roue a fait un quart de tour, ou que l'on a compté un intervalle entre deux coups de marteau, la croix a fait deux cents ſoixante-dix-ſept tours.

On imaginera facilement, d'après cet expoſé, que pour connoître la vîteſſe réelle de la croix ou du corps qui décrit l'anneau, il ne faut qu'avoir celle de la roue qui fait ſonner le timbre, & qu'on pourra toujours déterminer celle-ci en obſervant avec une pendule à ſecondes le temps écoulé entre chaque coup de marteau; j'ajouterai que cette vîteſſe étoit aſſez uniforme pour que dans un très-grand nombre d'expériences, je ne l'aie pas vu différer d'un ſoixante-dixième ſur le tour entier de la roue, quoique le mouvement de la machine ne fût réglé, comme je l'ai déjà dit, que par la réſiſtance des volans.

Comme je crus que les expériences que je me propoſois de faire, devoient être vues à une certaine diſtance, cette

machine, telle que je la viens de décrire, fut placée dans un jardin sur une espèce d'échafaud à une hauteur de dix-huit pieds, & comme il falloit une force suffisante pour la faire mouvoir & aller un certain espace de temps, le poids descendoit dans un puits, afin qu'il pût agir plus long-temps.

Dans une chambre presque en face de la machine & à peu près à la même hauteur, étoit placée auprès d'une excellente pendule à seconde, une personne que j'appellerai quelquefois l'Observateur, chargée d'observer les différentes apparences des corps que la machine feroit tourner; il n'y avoit dans cette chambre aucune lumière, les volets en étoient fermés & la personne ne regardoit que par une ouverture faite dans un des volets, afin que ses yeux ne fussent distraits par aucune lumière étrangère; cette chambre étoit éloignée de la machine de vingt-huit toises.

Les choses étant ainsi disposées, je crus que je devois préférer d'abord de faire mes expériences pendant la nuit & avec des charbons allumés, parce que tous les effets deviendroient par-là plus marqués & plus sensibles. Ayant choisi une nuit assez obscure & assez tranquille, je commençai donc mes expériences, l'Observateur étant dans la chambre & moi auprès de la machine; je m'étois chargé d'en règler les mouvemens, ne me confiant pas assez à ma vue, affoiblie par un accident, pour des expériences aussi délicates, comme on le verra dans un moment; ayant placé un charbon ardent à une distance de 10 pouces du centre de la croix, je fis partir la machine, mais l'Observateur ne voyant point le charbon former d'anneau de feu, il me dit d'augmenter sa vîtesse, ce qu'ayant fait par les moyens dont j'ai parlé, je parvins, après plusieurs tentatives, à donner à ce charbon ardent toute celle qui étoit nécessaire pour qu'il décrivît la roue de feu que nous attendions. Comme l'Observateur comptoit les secondes à la pendule pendant l'expérience, il reconnut bientôt que la vîtesse nécessaire pour que le charbon formât l'anneau de feu étoit très-saisissable, ce qui étoit déjà une partie de l'objet que je me proposois; mais comme je voulois reconnoître & déterminer

cette vîteſſe avec toute la préciſion poſſible, je réglai la manière dont je m'y prendrois : pour cet effet, voici l'ordre que je ſuivois. Je donnois d'abord au charbon une très-grande vîteſſe, de ſorte que l'anneau fût parfait & ſans qu'il pût reſter la moindre incertitude ſur la continuité de ſon cercle, enſuite je la diminuois graduellement juſqu'à ce que la perſonne de la chambre vît ſenſiblement que cet anneau n'avoit plus lieu; or il eſt bon d'avertir que ce changement ne ſe faiſoit pas après un, deux ou trois tours du charbon, mais à chaque fois que le poids étoit deſcendu, c'eſt-à-dire après que la roue qui faiſoit ſonner le timbre avoit fait un tour & demi ou à peu-près : par-là, cette perſonne avoit le temps de compter à la pendule le nombre de ſecondes écoulées entre chaque coup du marteau pour bien reconnoître quelle étoit la vîteſſe du charbon qui donnoit l'apparence qu'elle voyoit, ſoit que ce fût celle d'un anneau parfait ou d'un anneau incomplet; mais elle ne déterminoit cette apparence que d'après ce qu'elle obſervoit dans les premiers tours du charbon qui ſuivoient le moment où la machine avoit pris une vîteſſe uniforme, parce que l'on auroit pu craindre que dans la ſuite ſa vue ne ſe fatiguât, ou que la continuité de la ſenſation ne l'empêchât d'en bien juger.

Il faut prévenir une objection, on pourroit imaginer que dans cette apparence de l'anneau, une partie du phénomène tiendroit au mouvement de l'œil qui ſuivroit par un effet machinal le charbon dans ſa révolution, mais j'ai fait pluſieurs expériences qui prouvent que cet effet n'y a aucune part, car en regardant par une pinnule ou par une fente longitudinale telle portion que l'on vouloit de l'anneau apparent décrit par le charbon, on la voyoit ſans interruption comme ſi en effet elle avoit fait partie d'un anneau de feu continu. Cette même expérience a été faite en plein jour, en faiſant tenir ſur la croix un diſque ou un plan circulaire de carton, auquel il y avoit une petite ouverture ou fenêtre; une perſonne placée près de la machine, regardoit par cette fenêtre un objet éloigné, enſuite on faiſoit tourner le diſque; lorſqu'il avoit acquis la

vîtesse suffisante, on voyoit l'objet d'une manière parfaitement continue, comme si rien n'en avoit intercepté la vue; la seule différence qu'on observoit, c'est qu'il paroissoit plus terne: je ne puis mieux en comparer la sensation qu'à celle d'un objet qu'on voit dans un télescope par un temps obscur ou gris, mais sans brouillard.

Après avoir exposé la manière dont se faisoient ces expériences, je ne rapporterai point dans le détail toutes celles qui ont été faites pour déterminer la vîtesse nécessaire pour que le charbon ardent donnât la sensation d'un anneau de feu; ce seroit abuser de l'attention de l'Assemblée: je me contenterai de parler des principales.

Par une nuit assez calme, mais où il y avoit un peu de clair de Lune, on trouva que le charbon donna la sensation d'une roue de feu lorsqu'il y avoit entre chaque coup du marteau un intervalle de 36 secondes, & par conséquent que le charbon faisoit sa révolution dans un espace de temps de 8 tierces; cette vîtesse fut diminuée, les intervalles entre chaque coup de la sonnerie ayant été rendus de 40 à 41 secondes, on ne vit plus l'anneau si parfaitement formé, on observoit comme des instans de discontinuités; mais lorsque j'eus rétabli la première vîtesse en rendant les intervalles de la sonnerie de 36 secondes, l'anneau reparut dans toute son égalité. Le lendemain, on revit encore l'anneau formé de même, le charbon tournant presque avec la même vîtesse que le jour précédent, les intervalles entre chaque coup du marteau n'étant augmentés que d'une seconde. Enfin n'ayant pas trouvé les jours suivans plus d'une seconde de différence dans les intervalles de ces coups, j'en conclus que cette vîtesse du charbon de 8 tierces étoit réellement la vîtesse que je cherchois ou la plus lente de toutes celles où il paroissoit donner l'apparence d'un anneau de feu, au moins pour la vue de l'Observateur. Il paroissoit assez vraisemblable que l'effet seroit encore le même si le charbon décrivoit un cercle beaucoup plus petit, mais dans le même temps; cependant je crus devoir en faire l'experience; je le fixai pour cet effet à une distance

du centre de 6 pouces, au lieu de 10 où il étoit, & l'anneau reparut de même que dans les expériences précédentes. Pour s'assurer de ce fait d'une manière précise & qui servît encore à confirmer ce que j'avois découvert sur la vîtesse nécessaire pour former la roue de feu, je plaçai un charbon sur chacun des bras opposés de la croix, l'un deux fois plus éloigné du centre que l'autre, ils donnèrent deux anneaux en même temps; on n'observa de différence que lorsqu'ayant diminué la vîtesse de leurs révolutions, la description de l'anneau n'étoit plus parfaite; alors il sembla, car je rapporte fidèlement les faits, que la discontinuité se faisoit remarquer dans le grand plus tôt que dans le petit.

Pendant le cours de ces expériences, la personne qui étoit dans la chambre a souvent regardé l'anneau, tantôt avec une petite lunette excellente, de la nouvelle construction de M. Lebas, & tantôt au travers d'une pinnule, mais il ne lui a pas paru que ces différences dans la manière de le voir en aient produit de sensibles dans ses apparences; c'est-à-dire que lorsque l'anneau paroissoit parfait ou incomplet à la vue simple, il paroissoit de même avec la lunette & la pinnule; on n'a pareillement rien observé de différent quand on regardoit le mouvement du charbon d'une plus petite distance que celle de la chambre, & moi qui étois très près de la machine, n'en étant pas éloigné de plus de trois pieds, il m'a toujours paru que lorsque la trace du charbon faisoit anneau pour l'Observateur, elle le faisoit aussi pour moi; il est vrai que lorsque je ne regardois qu'une petite portion de l'anneau, la sensation étoit continue pour moi, quoique la vîtesse ne fut que de 41 secondes entre chaque coup de la sonnerie, au lieu de 36 secondes nécessaires pour l'Observateur.

Quoi qu'il en soit, il résulte de ces expériences que la moindre des vîtesses où le charbon commence à donner l'apparence d'une roue de feu, est celle où il fait une révolution en 8 tierces; & comme j'ai prouvé que cet effet est le résultat du temps pendant lequel la sensation de la vue

ſubſiſte, il s'enſuit que cette ſenſation dure 8 tierces, ou que lorſqu'un objet fait ſur l'œil une impreſſion d'une certaine force, cette impreſſion exiſte après qu'il a diſparu pendant cet intervalle de temps; je dis après qu'il a diſparu, parce que c'eſt le fait. Si cela avoit beſoin de preuves après ce que j'ai dit, je rappellerois l'expérience dont j'ai parlé où en regardant une partie du cercle décrit par le charbon, on avoit une ſenſation continue de lumière, comme quand l'œil embraſſoit le cercle entier; mais nous allons rapporter une expérience directe qui ôtera toute incertitude: ayant placé une lumière derrière la machine & mis ſur la croix un diſque avec une ouverture, comme dans l'expérience dont il a été parlé plus haut, de manière que l'Obſervateur pût voir la lumière à travers l'ouverture du diſque, alors en donnant un mouvement à la machine, tel que l'on comptât 40 ou 41 ſecondes entre chaque coup de la ſonnerie; l'Obſervateur avoit une ſenſation continue de la lumière, ce qui paroîtroit indiquer que la vîteſſe ne ſeroit pas la même pour produire la ſenſation apparente d'un cercle lumineux, que pour donner la ſenſation continue d'un point lumineux devant lequel tourne le diſque opaque dont nous avons parlé.

Après avoir reconnu & déterminé la durée de la ſenſation de la vue par des expériences faites dans l'obſcurité, je comptois de la déterminer de même par d'autres faites en plein jour, avec des corps blancs ou fort apparens & même avec des corps de différentes couleurs, éclairés par le Soleil. Je me propoſois particulièrement, en employant les rayons de cet aſtre (ce que l'on peut faire d'une manière aſſez facile) de déterminer plus préciſément, 1.° ſi les différentes intenſités de la lumière n'occaſionnoient pas des variétés ſenſibles dans la durée de leurs ſenſations; 2.° ſi les variations dans la diſtance de l'Obſervateur n'en produiroient pas une dans le phénomène; 3.° ſi les rayons du Soleil de différentes couleurs, comme le rouge & le violet dont on attribue la diverſe réfraction à la différence de vîteſſe, ne produiroient pas du plus ou du moins dans la durée des ſenſations, mais

je

je n'ai pu faire que quelques-unes de ces expériences, le mauvais temps que nous avons eu m'en ayant empêché, cependant j'en ai fait assez pour pouvoir avancer qu'il faut à peu près la même vîtesse aux corps blancs pour donner une apparence annulaire, qu'au charbon de feu, c'est-à-dire que la sensation en duroit à peu près le même temps. J'ai fait aussi quelques tentatives pour reconnoître si plusieurs couleurs placées l'une à côté de l'autre donneroient une couleur mixte du total de l'anneau qui le formeroit; j'ai vu avec plaisir qu'un cercle dont les deux moitiés étoient chacunes d'une couleur différente, l'une jaune, l'autre bleu, donnoient, lorsque le cercle tournoit rapidement, la sensation d'un cercle vert, qui est, comme on le sait, le résultat du mélange de ces deux couleurs; j'ai fait tourner aussi un même cercle sur lequel j'avois appliqué les sept couleurs du prisme, savoir, le rouge, l'oranger, le jaune, le vert, le bleu, l'indigo & le violet, la sensation qui en a résulté étoit un blanc uniforme qui n'étoit point parfait, mais qui montroit clairement que si les couleurs eussent été dans la proportion & pureté qu'elles devoient avoir, il en seroit résulté la sensation du véritable blanc: on a répété les mêmes expériences la nuit en tenant un flambeau proche des cercles avec le même succès; on a vu dans le premier cas un cercle vert & dans l'autre un blanc gris-de-lin, l'un & l'autre très-uniforme.

On me demandera sûrement si parmi mes différentes expériences, je n'en ai point fait pour reconnoître si cette durée de la sensation de la vue étoit la même dans différentes personnes, c'est bien un objet que je me propose, mais que je n'ai pas encore pu remplir; il y a plus, c'est que cette comparaison n'est pas aussi facile à faire qu'on l'imagineroit, & on pourroit aisément s'y tromper; il faut pour faire ces expériences plus d'attention qu'on ne le croiroit, toutes les personnes n'y sont pas propres; il faut garder la position la plus constante & observer le plus grand repos; en effet, l'impression que l'œil reçoit de la ligne que décrit le corps lumineux, varie au plus léger mouvement de la tête & des

yeux, en parlant même, pour peu que ce ſoit un peu haut, apparemment par l'eſpèce d'ébranlement ou de convulſion que cet organe reçoit par ces mouvemens; pour peu qu'ils augmentent, l'anneau ſe change en ligne ſpirale & en d'autres courbes ſingulières; cette même diſcontinuité de la ligne de feu a encore lieu lorſqu'on ferme l'œil pendant quelque temps & qu'on le rouvre enſuite promptement, parce que l'œil n'a dans cet inſtant que la perception actuelle du petit eſpace qu'occupe le charbon ou le corps lumineux.

Pour réſumer tout ce qui vient d'être expoſé, il réſulte de ce que j'ai rapporté que la ſenſation de la vue dure un certain temps après que l'objet qui l'a excitée a diſparu, que ce temps peut être meſuré avec une ſuffiſante préciſion, & qu'on l'a trouvé à peu près de 8 tierces ou d'un ſeptième de ſeconde par l'obſervation des cercles lumineux formés par les charbons ardens; que cette durée paroît plus conſidérable par les expériences du diſque opaque & qu'il pourroit aller à 9 tierces; que cette durée de la ſenſation peut influer ſenſiblement dans les phénomènes où on peut confondre l'apparence réelle d'un objet dans un lieu, avec ſon apparence imaginaire par la durée de la ſenſation; que dans les corps qui ſe meuvent avec beaucoup de vîteſſe, elle peut produire pluſieurs effets très-ſinguliers, comme par exemple de faire paſſer un corps opaque devant nos yeux, ſans que nous l'apercevions lorſque ſa vîteſſe eſt aſſez grande pour qu'il parcoure la grandeur de ſon diamètre en moins de temps que ne dure la ſenſation du fond qui eſt au-delà. Ne pourroit-on pas penſer encore que pluſieurs effets où la lumière nous paroît continue, ne doivent cette apparence qu'à cet effet de notre vue, & ne donneroit-il pas un degré de vraiſemblance de plus à l'opinion de quelques Phyſiciens qui ont prétendu que les particules de la lumière au lieu d'être continues ſont diſſéminées & ſéparées entre elles par de grands intervalles; ne pourroit-il pas ſe faire encore que la lumière venant par pulſation, elle nous parut continue, parce que l'intervalle de ces pulſations ſeroit plus court que celui de la durée de la ſenſation de la

vue ? Je pourrois joindre ici encore plusieurs autres conjectures sur différens phénomènes auxquels cette durée peut donner lieu, mais elles pourront facilement être imaginées par ceux qui sont au fait de ces matières, sans que je m'arrête à les détailler; je me contente d'avoir établi le fait que j'avois entrepris de reconnoître.

J'aurois pu attendre pour rendre publiques mes expériences & leur résultat, que le travail que je me suis proposé sur cette matière fut achevé, mais j'ai pensé qu'elles pourroient faire naître à quelques personnes l'idée de suivre le même objet, & que de ce concours de travaux il résulteroit un plus grand nombre d'expériences & plus d'observations qui serviroient à l'éclaircir; le phénomène qui paroît le plus simple est souvent si compliqué, & doit être envisagé sous tant de faces, qu'il ne peut être bien connu, développé & expliqué, que par les efforts réunis de différentes personnes; en douter, seroit bien mal connoître la Nature ou bien présumer de soi-même; enfin j'ai cru qu'on ne seroit pas fâché d'apprendre que nos sensations qui nous paroissent si instantanées & si fugitives, ne le sont pas tant (au moins celles de l'organe de la vue) qu'on ne puisse en observer la durée & la mesurer ; j'avoue que cette durée est peu considérable, cependant par les différentes observations que j'ai faites au commencement de ce Mémoire sur ces effets, il me paroît qu'elle mérite dans plusieurs occasions de n'être pas négligée, sur-tout dans un temps où l'on sent plus que jamais l'importance de la précision dans les observations; on ne doit point oublier qu'une des plus belles découvertes de l'Astronomie moderne & qui a fourni une nouvelle confirmation au système de l'attraction, (je veux dire la découverte de la nutation de l'axe terrestre) ne roule que sur un résultat d'observations, dont la totalité n'est que de 18 secondes en neuf ans.



MÉMOIRE

Sur deux Machines, propres à donner le rapport que les différentes Meſures à grains, ou celles des liquides, ont avec le boiſſeau ou la pinte de Paris.

Par M. TILLET.

LE Conſeil ayant conçu le deſſein de faire établir le rapport des poids & des différentes meſures dont on ſe ſert en France, avec le poids de marc & les meſures qui ſont en uſage à Paris, & ſon intention étant de faire procéder d'abord à un tarif, au moyen duquel on puiſſe connoître tout d'un coup, ſoit lorſqu'il s'agira des grains, ſoit lorſqu'il ſera queſtion des liquides, dans quelle proportion ſont avec le boiſſeau ou la pinte de Paris, les meſures de cette eſpèce qui ſont établies dans les provinces, M. le Contrôleur général a confié l'exécution de ce projet à M. de Montaran, Intendant du Commerce, & a jeté les yeux ſur M. Hellot & ſur moi pour y concourir.

Ce travail va être précédé d'un autre du même genre & qui eſt auſſi important; il concerne les poids des principaux États de l'Europe, dont nous avons établi le rapport avec le marc de France, après avoir obtenu ces poids en nature, par le canal des Ambaſſadeurs du Roi. Nous lirons inceſſamment à l'Académie, le diſcours préliminaire que le tarif ſur les poids étrangers nous a paru demander: il expliquera la marche que nous avons tenue, & les précautions que nous avons priſes pour qu'on eût quelque confiance dans nos opérations.

Celles qui regardent le rapport des meſures établies en France, ont d'abord exigé de nous que nous nous occupaſſions du moyen de les rendre aiſées & le moins ſuſceptibles d'erreurs qu'il fût poſſible. Les boiſſeaux & les pintes qui ſont en uſage dans nos différentes provinces, varient à l'infini, ſoit pour la

continence, ſoit pour la forme qu'on leur a donnée; les réductions en pareils cas demandent des calculs, préſentent des difficultés; & les dimenſions d'un vaiſſeau quelconque une fois priſes, on n'en tire aucune facilité pour établir les dimenſions d'un autre.

Nous avons donc imaginé quelques machines propres à abréger le travail, ou plutôt à le faire diſparoître; un ſimple coup d'œil en effet ſur une graduation ſuffira pour connoître tous les rapports, & les décider ſans erreur.

La première de ces machines eſt deſtinée à meſurer les grains: elle eſt compoſée 1.° d'un large tuyau de fer-blanc qui a la forme cylindrique, dont le diamètre eſt de 10 pouces de dedans en dedans ſur 27 à 28 de hauteur, & dont les deux extrémités ſont ouvertes; 2.° d'un plateau de bois rond, épais d'un pouce & couvert ſur ſa tranche d'une bande de peau de daim; ce plateau ainſi garni a 10 pouces de diamètre & entre avec juſteſſe dans le cylindre de fer-blanc: au moyen d'un écrou qui eſt pratiqué dans le milieu de ce plateau, on le monte ſur une tige de bois qui porte une vis à chacun de ſes bouts & dont la hauteur eſt à peu-près la même que celle du cylindre; deux pièces de bois, longues de 2 pieds & aſſemblées en forme de croix, reçoivent dans un écrou qui eſt à leur centre l'autre vis de la tige & lui ſervent de pied; deux barreaux de fer hauts d'environ 4 pieds 8 pouces, limés carrément & attachés par des écrous à l'une des pièces de bois qui forment le pied de la machine, s'élèvent parallèlement à la tige, & ſont deſtinés à maintenir le cylindre dans le ſens perpendiculaire où il doit être placé; deux boîtes de fer-blanc ſoudées à 15 pouces l'une de l'autre en dehors & des deux côtés du cylindre, ſervent à donner paſſage aux deux barreaux de fer & maintiennent droit le cylindre; elles lui laiſſent néanmoins la liberté de gliſſer le long des barreaux de fer & de recevoir avec juſteſſe le plateau de bois dont nous avons parlé. La tige qui porte ce plateau étant immobile, tout le jeu vient du cylindre; & à l'aide de deux poignées, on l'élève ou on le baiſſe d'une manière inſenſible, ſuivant

Planche I, fig. 1.ere

Fig. 2.

qu'on le juge à propos. Une vis de cuivre garnie de ſon écrou & attachée à une des boîtes, ſert à comprimer, quand on le veut, le barreau de fer que cette boîte embraſſe, & à arrêter le cylindre au point précis de hauteur où l'on a beſoin (Fig. 1.ere) qu'il ſoit; lorſque le cylindre eſt totalement baiſſé, ſes bords ſupérieurs ſe trouvent à fleur du plateau & ne forment avec lui qu'un plan horizontal; le bord de la boîte qui porte la vis eſt auſſi au niveau du cylindre, & l'on va ſentir que la préciſion eſt abſolument néceſſaire ſur ce dernier point. Depuis en effet le bord de cette boîte & ſur un des côtés du barreau de fer règne une règle de cuivre qui eſt partagée en pouces, & préſente auſſi la diviſion du pouce en lignes à la faveur d'un curſeur ou petite boîte de cuivre mobile, ſur laquelle cette ſubdiviſion eſt marquée; la règle de cuivre a 27 pouces de hauteur, & eſt arrêtée ſur le barreau de fer avec des vis à tête perdue. Le cylindre eſt embraſſé par une eſpèce de boîte de fer-blanc, placée obliquement & en forme de rigole qui prend depuis le bord ſupérieur du cylindre juſque vers ſon milieu; cette rigole a une couliſſe à ſon extrémité pour donner iſſue au grain lorſqu'il eſt queſtion de vider le cylindre.

A meſure qu'on élève ce cylindre & la boîte qui y eſt ſoudée, on parcourt la graduation appliquée ſur l'un des barreaux de fer, l'on ſoulève le petit curſeur qui déſigne les lignes, & ce que l'on gagne en hauteur ſur la règle de cuivre, on l'établit en profondeur dans le cylindre; dès-lors il n'eſt plus queſtion que de ſavoir à quelle quantité de pouces cubes de grains répondent les pouces & les lignes de hauteur ſur le diamètre fixe, & l'on a en ce genre la clef de tous les rapports.

D'après le tarif que nous avons fait pour l'appliquer à un cylindre tel que celui-ci, dont le diamètre intérieur eſt de 10 pouces, le point ou le 12.e de ligne répond à $\frac{8875}{16272}$ parties du pouce cube; la ligne donne 6 pouces cubes $\frac{8868}{16272}$; le pouce donne 78 pouces cubes $\frac{732}{1356}$; & le pied répond à 942 pouces cubes $\frac{648}{1356}$. Lorſqu'on veut ſavoir de combien de

pouces cubes est composée une quantité quelconque de grains, on élève le cylindre à la hauteur qu'on juge à peu-près nécessaire; on établit au-dessus une trémie, d'où le grain qu'on y a versé, tombe avec égalité dans le cylindre; s'il se trouve plus élevé qu'il ne faut, on le baisse insensiblement; on tâche peu-à-peu, & en se servant d'un rouleau de bois, de mettre le grain au niveau du cylindre; lorsqu'il y est, on fixe le cylindre au moyen de la vis qui comprime le barreau de fer, & l'on regarde à quel point de la graduation répond le bord de la boîte qui embrasse ce barreau & s'applique sur la règle de cuivre. Si, par exemple, le bord de cette boîte se trouve arrêté à 8 pouces 5 lignes & à peu-près un 12.e de ligne, on sera certain qu'il y a 661 pouces cubes $\frac{2}{3}$ de grains dans la quantité qu'on a mesurée, & qu'on a exactement le boisseau de Paris. Il en sera ainsi de l'évaluation de toute autre quantité de grains que le hasard fournira depuis la moindre des mesures jusqu'au minot, que le cylindre peut contenir *.

La deuxième machine que nous mettons sous les yeux de l'Académie, est destinée à indiquer sur le champ combien il y a de pouces cubes dans une quantité quelconque de liquide, à quelle mesure de Paris cette quantité répond, & quelle est sa pesanteur; c'est proprement un *hydromètre*. Cet instrument est composé, comme on voit, d'un tuyau cylindrique d'étain haut d'environ 13 pouces, & dont le diamètre intérieur est de 2 pouces 9 lignes & une portion de ligne presque imperceptible; au-dessus de ce cylindre est une platine de cuivre qu'on y arrête par quatre vis, & sur laquelle est posée perpendiculairement une règle du même métal divisée par pouces, Planche II, fig. 1.re

* Nous sentons bien qu'en faisant usage de cette espèce de boisseau universel, qu'on pourroit nommer *Sitomètre* ou *Cccccmètre*, on n'obtiendra pas toute la précision que le tarif indique, & qu'il seroit même impossible d'y parvenir lorsqu'il s'agiroit de mesurer une très-petite quantité de grains; mais en considérant cet instrument comme aussi propre au moins à mesurer les grains avec quelqu'exactitude que les boisseaux dont on se sert communément, il n'y faut voir en général que les facilités qu'il donne pour la connoissance prompte des rapports, & on ne doit prendre du tarif que ce qui peut être saisi dans la pratique.

lignes & quarts de ligne; on voit à côté de cette règle une petite planche, ſur laquelle eſt appliquée une bande de carton, qui n'y eſt retenue que par des têtes de vis & qu'on peut changer à volonté : cette bande eſt partagée en trois colonnes, dont la première indique les différentes meſures, la ſeconde marque le poids des liquides, & la troiſième donne le nombre de pouces cubes relatifs aux meſures. Le cylindre
Fig. 2. renferme un fil d'argent long auſſi de 13 pouces ou environ & fiché dans un morceau de liége arrondi, dont l'épaiſſeur très-égale eſt de $\frac{3}{4}$ de pouce, la largeur de 2 pouces 5 lignes du côté où il reçoit le fil d'argent, & de 2 pouces ſeulement du côté oppoſé; la tranche de ce liége eſt par conſéquent formée en biſeau, & ceci a ſon utilité.

Au milieu de la platine & à fleur du bas de la règle de cuivre graduée, eſt une petite ouverture faite pour donner paſſage au fil d'argent, afin qu'il puiſſe s'élever le long de cette règle, & enfiler de petits anneaux qu'on y a diſtribués pour le maintenir droit. Il y a une autre ouverture de la groſſeur du petit doigt à côté de la règle; elle eſt deſtinée à recevoir la queue d'un entonnoir, & à donner par-là le moyen de remplir le cylindre d'eau ſans déranger la platine; il faut obſerver que la graduation de la règle ne commence pas du niveau de la platine; il y a un eſpace de huit lignes de hauteur qui ne porte aucune diviſion, & ceci a encore ſon objet.

Lorſqu'on veut faire uſage de cet hydromètre on place l'entonnoir & l'on y verſe de l'eau peu à peu; le liége ſurnage & le fil d'argent va gagner la ligne où la graduation commence. Il faut s'arrêter là un inſtant pour obſerver ſi la pointe du fil d'argent ſe fixera rigoureuſement à zéro, & cependant ne tenir aucun compte de cette petite quantité du liquide; on ſent en effet qu'elle n'eſt verſée d'abord dans le cylindre que pour former un niveau d'eau & faciliter le calcul, puiſqu'il ne s'agit plus, après cette précaution, d'eſtimer, ſoit les inégalités du fond du cylindre s'il y en a, ſoit le plus ou le moins de profondeur qu'occupe le liége, lorſqu'il a été plongé dans l'eau & a pris du liquide la quantité dont il peut ſe charger.

Suppoſons

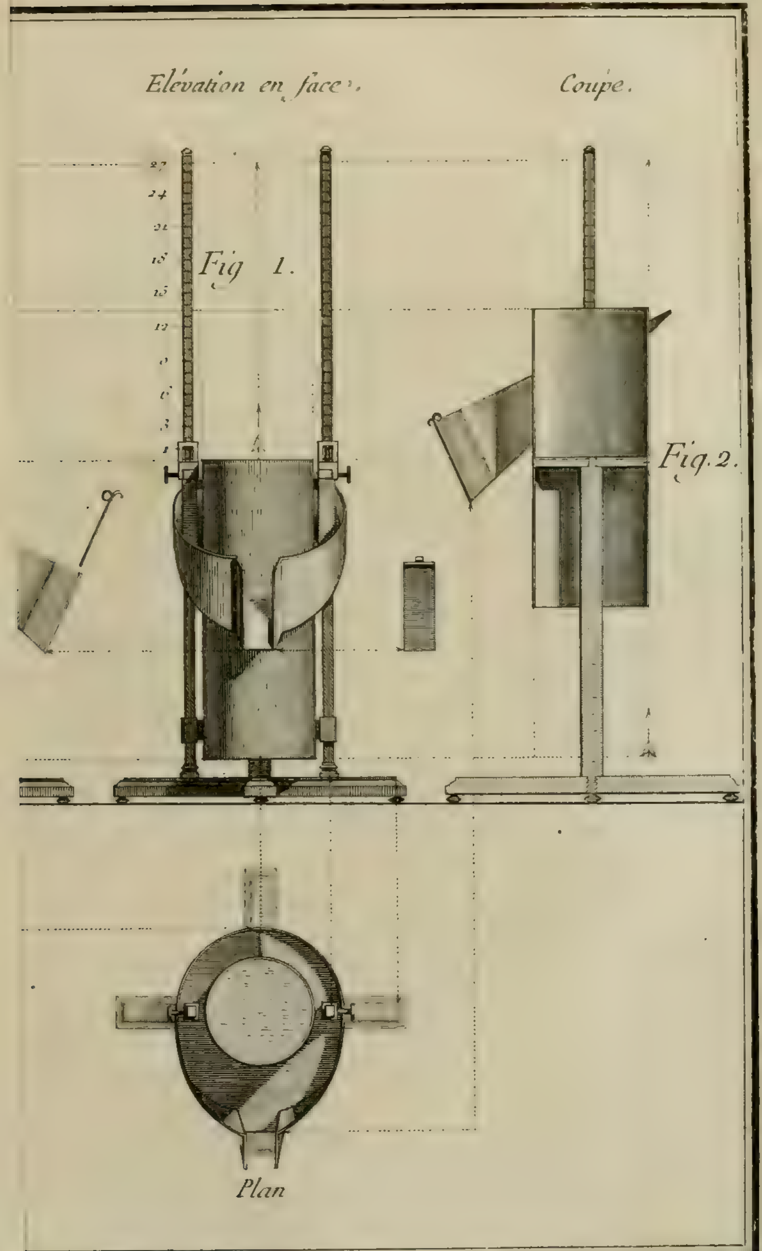
Supposons donc que la pointe du fil d'argent n'a point encore entamé le premier point de la graduation; il est question de mettre dans le cylindre des quantités d'eau bien déterminées, & d'observer si elles répondent constamment à des hauteurs pareilles. Pour obtenir sur cela une grande justesse il faut peser l'eau, n'en perdre aucune goutte & tenir même compte du peu qu'il en reste attaché aux parois du vase; dans l'expérience qu'on fera, par exemple, avec l'hydromètre que nous présentons, on remarquera que 3 onces 7 gros 9 grains d'eau font monter le fil d'argent à 1 pouce $\frac{1}{16}$ de ligne, & donnent la quantité de liquide que contient un poisson, c'est-à-dire 5 pouces 11 $\frac{511}{512}$ lignes cubes; que proportionnellement 15 onces 4 gros $\frac{1}{2}$ font élever le fil d'argent à 4 pouces $\frac{1}{4}$ de ligne, forment la chopine rase de Paris & fournissent 23 pouces 11 lignes $\frac{127}{128}$ cubes; & qu'enfin 8 pouces & une demi-ligne désignent la pinte rase, annoncent 31 onces 1 gros d'eau & 48 pouces cubes, à une portion près de fraction très-légère.

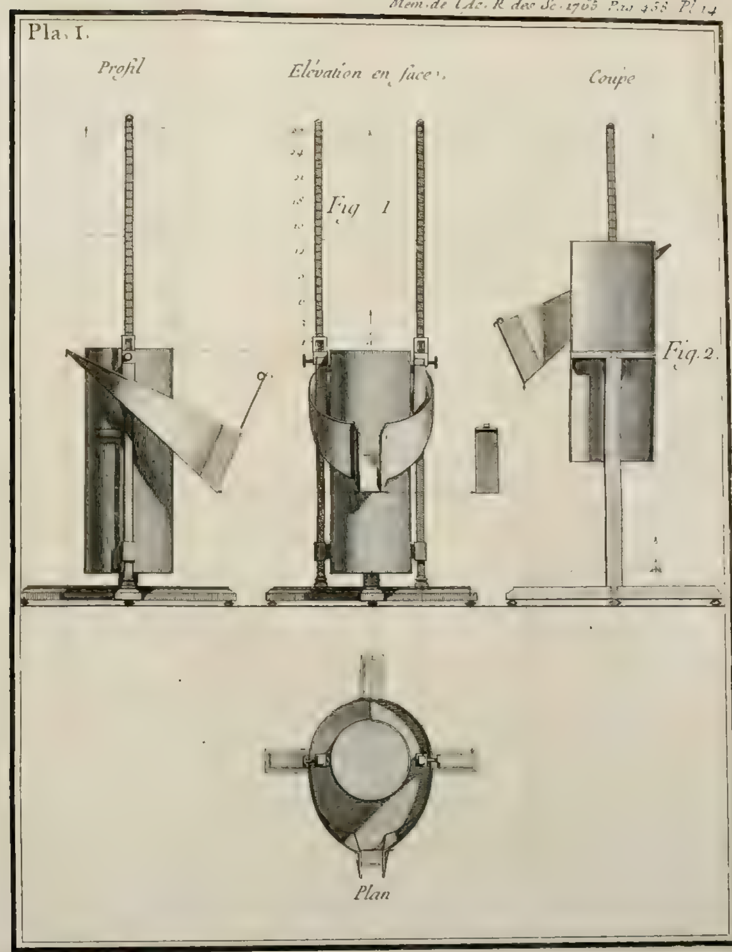
Quand une fois le fil d'argent s'est élevé au point où il doit s'arrêter, on ne s'aperçoit point qu'il varie; nous l'avons quelquefois trouvé fixé au même quart de ligne où l'eau l'avoit fait monter huit ou dix heures auparavant.

On ne saisira pas toute la précision de cet instrument si pour en juger on emploie les mesures ordinaires; deux pintes ou deux chopines également pleines en apparence, ne contiennent pas toujours la même quantité de liquide, sur-tout si l'on ne rase pas la liqueur: il faut nécessairement peser l'eau qu'on verse dans cet hydromètre afin de parvenir à l'exactitude, & tenir encore compte, comme nous l'avons dit, de la petite portion d'eau qui reste attachée aux parois du vase dans lequel on a pesé le liquide; dès-lors il est aisé de sentir combien cet instrument nous deviendra utile pour l'exactitude des rapports; il nous avertira des moindres différences qui pourront se rencontrer dans les mesures dont nous aurons à faire la comparaison.

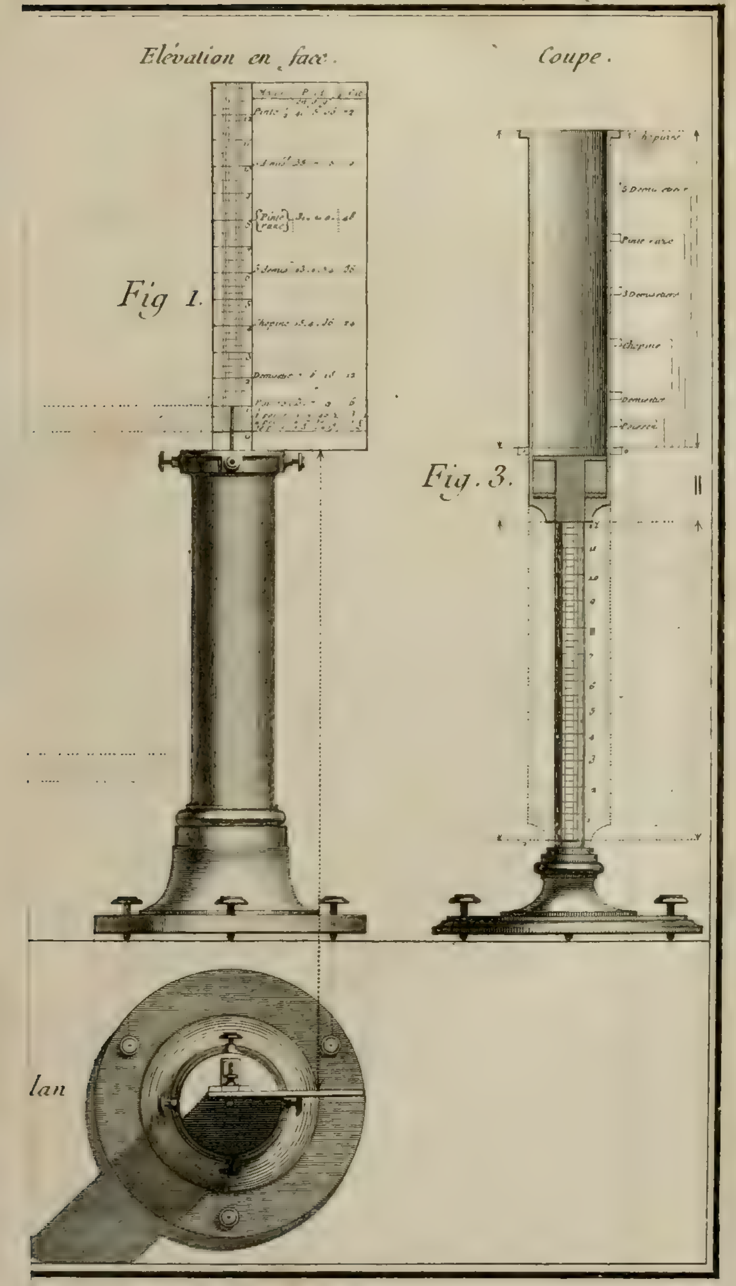
Si ayant fait une ouverture au bas du cylindre, on y adapte un robinet, on pourra, après avoir rempli d'eau l'inſtrument, en tirer telle quantité bien déterminée qu'on voudra; le fil d'argent, en effet, indique à meſure qu'il deſcend, la diminution graduelle du liquide; il ne s'agit que de l'arrêter au point où il faut, en ne laiſſant échapper l'eau que goutte à goutte, vers le moment où la quantité fixe qu'on veut tirer du cylindre s'en ſera écoulée.

Fig. 3. Nous mettons ſous les yeux de l'Académie un ſecond inſtrument propre à meſurer les liquides & qui approche aſſez pour la forme, de celui que nous propoſons pour meſurer les grains; un cylindre d'étain du même diamètre que celui dont nous venons de parler s'élève ou ſe baiſſe inſenſiblement & avec douceur ſur un piſton dont le bout ſupérieur eſt terminé par une double virole d'étain & garni de filaſſe comme celui d'une ſeringue. Ce piſton eſt monté perpendiculairement ſur un plateau de bois porté lui-même par trois vis de ſer, à l'aide deſquelles ce plateau eſt mis de niveau facilement; une règle de cuivre attachée dans la longueur du piſton & graduée par pouces, lignes & quarts de ligne, indique la marche du cylindre &, par le degré d'élévation où il ſe trouve, donne la profondeur plus ou moins grande du vide qui réſulte à la partie ſupérieure de ce cylindre. Lorſqu'il eſt deſcendu auſſi bas qu'il le peut être & qu'il ne paroît aucun point de la graduation, le bord ſupérieur du cylindre ſe trouve plus haut de 2 lignes que l'extrémité du piſton garnie de la double virole d'étain, & ce petit vide a ſon utilité; on le remplit d'eau juſqu'aux bords du cylindre avant que de faire uſage de l'inſtrument; à la faveur de ce premier niveau, dont il ne faut tenir aucun compte, on ne s'occupe point des vides que le bout du piſton laiſſe toujours, & dans leſquels une petite portion de l'eau s'inſinue. Si après avoir fait jouer pluſieurs fois le cylindre ſur le piſton, on voit que l'eau revient toujours au niveau, on ne craint plus d'élever le cylindre pour y verſer celle dont on veut connoître la quantité fixe & pour établir

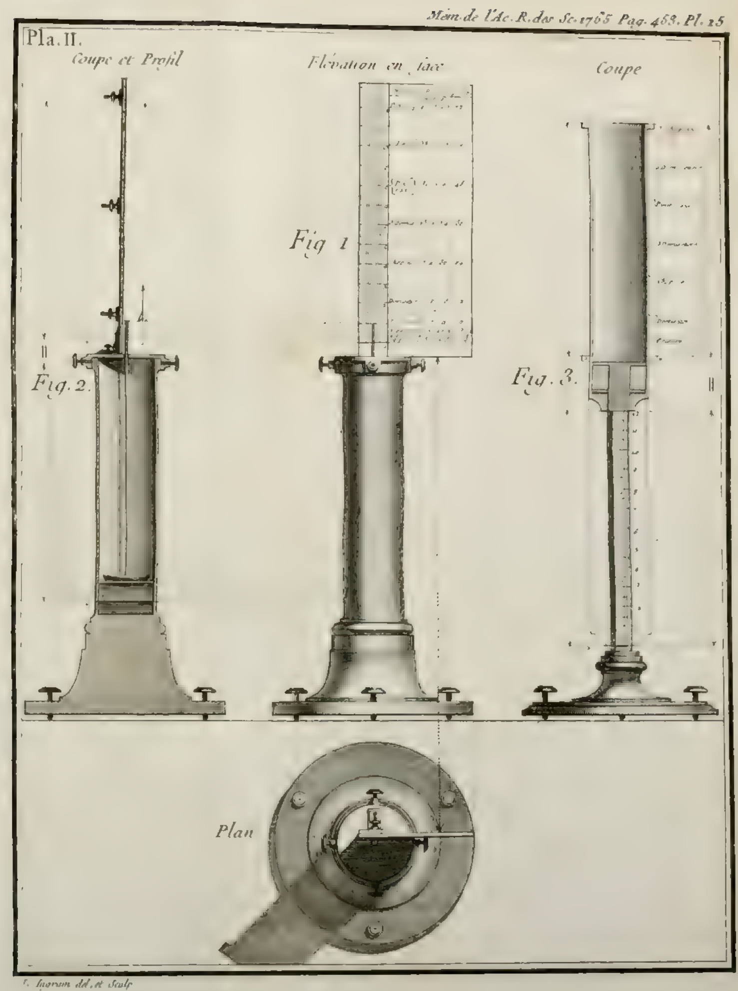

Elévation en face.
Coupe.
27
24
21
18
15
12
9
6
3
1
Fig 1.
Fig. 2.
Plan



J. Ingram del et Sc



Elévation en face.
Coupe.
Fig 1.
Fig. 3.
lan


Mém. de l'Ac. R. des Sc. 1765 Pag. 458. Pl. 25
Pla. II.
Coupe et Profil
Elévation en face
Coupe
Fig 1
Fig. 2.
Fig. 3.
Plan
del. et Sculp

un ſecond niveau ; la partie de la graduation qui eſt alors découverte, déſigne avec exactitude la hauteur de l'eau qu'on a miſe la ſeconde fois, & comme on connoît le diamètre du cylindre, on a la quantité de pouces cubes d'eau qui réſultent de la hauteur donnée; on juge encore, d'après ce qui a été obſervé dans l'uſage du premier hydromètre, du poids de l'eau qui eſt la matière de l'expérience & de la meſure connue à laquelle cette quantité d'eau répond.



MÉMOIRE
SUR
L'UTILITÉ DES ÉCLIPSES DE SOLEIL,
Qui ont été obſervées Totales & Annulaires, & de l'uſage que l'on peut faire de celle que nous attendons partiale, au 16 Août 1765.

Par M. LE MONNIER.

Aſſemblée publique 17 Avril 1765.

APRÈS avoir expoſé l'année dernière, quelles étoient les principales obſervations faites en ce Royaume, de l'éclipſe annulaire du 1.er Avril 1764; après avoir, dis-je, établi par le concours de deux Obſervateurs, munis chacun des inſtrumens néceſſaires, la durée de l'anneau, vu à Rennes, très-diſtinctement pendant 3′ 20″, ſans que l'on y puiſſe ſoupçonner, même une ſeconde d'erreur; il nous reſtoit à comparer entr'elles, le grand nombre d'obſervations faites à l'orient & à l'occident, vers les limites de cette Éclipſe annulaire, & qui nous ſont parvenues ſucceſſivement.

D'abord la durée de l'anneau qui a été vue du côté de l'occident beaucoup trop longue, méritoit la plus ſérieuſe attention; puiſqu'il étoit viſible que cette durée, n'avoit été prolongée, que par l'action de quelques cauſes phyſiques.

D'un autre côté l'obſervation faite à Sens, vers le limite oriental, par M. le Cardinal de Luynes qui a vu cette Éclipſe un inſtant annulaire, ne s'accorde pas mieux que celle de Rennes, avec la trace du centre de l'ombre projetée, ni avec les obſervations faites à Calais; ces phénomènes nullement annoncés ni prévus, demandoient pour lors un examen très-particulier, ce qui me détermina à rechercher auſſi ce qui avoit été vu dans les deux autres Éclipſes annulaires des années 1737 & 1748.

En 1748, mes obſervations faites en Écoſſe, décidèrent irrévocablement la queſtion du diamètre apparent de la Lune, qui n'eſt nullement altéré lorſque, dans les Éclipſes centrales, cette planète paſſe entre nous & le Soleil : cela a été confirmé en 1761, par le paſſage de Vénus ſur le Soleil; & l'année dernière à Londres, où l'on a meſuré pluſieurs fois, ce diamètre apparent vers le temps du milieu de l'Éclipſe.

Ce premier pas, ſi eſſentiel au calcul de la durée des Éclipſes, étant fait, il s'agiſſoit d'examiner, ſi en effet, la durée des Éclipſes annulaires a dû être conſtamment trop longue en 1737, 1748 & 1764, ou plutôt, afin de doubler l'effet des cauſes qui ont dû agir conſtamment; d'examiner encore, ſi dans les Éclipſes de 1706, 1715 & de 1724 l'obſcurité totale a dû être trop courte.

J'ai lû dans nos Aſſemblées de l'année dernière, le réſultat de mon travail & j'ai prouvé qu'effectivement les Éclipſes totales & avec demeure, paroiſſent d'une durée tant ſoit peu plus courte que ſelon le calcul des mouvemens horaires de la Lune & du Soleil; au contraire de ce que m'ont indiqué plus ſenſiblement les Éclipſes annulaires, dont la théorie ne donne pas la durée de l'anneau, auſſi longue qu'elle a été obſervée.

Les cauſes phyſiques que l'Aſtronomie & l'Optique nous indiquent en pareilles circonſtances, ſont maintenant très-faciles à indiquer. Ou bien la Lune eſt environnée d'une atmoſphère très-déliée & dont la matière eſt fort rare; ou ce qui revient au même, les rayons du Soleil qui raſent la Lune ſouffrent une réfraction d'autant plus grande qu'ils s'approchent de ce corps, & par conſéquent s'inclinent vers l'axe du cône d'ombre, au lieu de parvenir en ligne droite du Soleil juſqu'à notre œil.

Juſqu'ici la nature de ce genre d'inflexion de rayon n'a pu ſe découvrir, comme je l'ai fait voir dans le Mémoire que j'ai achevé de lire à l'Académie, au mois de Décembre dernier.

On trouve dans les Tranſactions philoſophiques de 1739, un Écrit *, compoſé par un des Membres de cette Académie, où l'on fait voir que dans la ſuppoſition que l'atmoſphère

* *De Atmoſphæra lunari, Diſſert.*

lunaire fût assez sensible pour détourner les rayons du Soleil, & procurer une réfraction horizontale de $\frac{1}{8}$ de minute seulement, jamais le cône d'ombre, dans les éclipses de Soleil, n'arriveroit jusque sur la surface de la Terre, & qu'ainsi il n'y auroit nulle espérance de voir des Éclipses totales.

Cette réfraction horizontale d'environ $\frac{1}{8}$ de minute, est pourtant bien inférieure à celles que nous éprouvons dans notre atmosphère, que les Astronomes ont décidé s'accroître dans les zones tempérées jusqu'à 32 & 33 minutes; ainsi la matière réfractive ou bien l'inflexion des rayons du Soleil qui rasent la Lune est donc à peine sensible, & sembloit ne mériter nulle attention jusqu'à ce que des observations réitérées nous eussent convaincu de la réalité des causes physiques qui agissent, & nous aient mis à portée d'en apprécier les effets, leurs limites, en un mot la juste quantité qui leur convient.

Dans l'Astronomie, les moindres détails sont à la vérité très-nécessaires & pour le moins aussi importans que des observations réitérées, celles-ci n'ayant pas toujours un même degré de bonté ou d'exactitude.

Mais on ne nous persuadera jamais, par exemple, que dans l'Éclipse annulaire vue à Berlin par une lunette de réfraction, qui donnoit une image peinte sur un tableau, le Soleil y ait paru s'enfler, pour ainsi dire, & augmenter en grosseur par les pointes des cornes qui cessèrent d'être aiguës un peu avant le milieu de l'Éclipse: je n'ai vu en Écosse le même jour, étant fort près du limite, ces pointes autrement que fort aiguës, & l'atmosphère lunaire ne me produisit aucun effet sensible. Ce n'est donc que sur la durée de l'anneau vu à Berlin pendant 1′ 22″ qu'on auroit pu remarquer l'effet de cette atmosphère, soit qu'elle ait détourné les rayons du Soleil, soit qu'ils se soient détournés par l'effet de l'attraction, s'approchant de la Lune & en quittant leur direction primitive pour arriver jusqu'à nous: les Éclipses de 1715 & de 1737, indiquent suffisamment un pareil détour dans les rayons qui rasent le disque lunaire; mais je trouve plus de difficultés à en assigner les termes ou limites.

En 1764, les limites de l'Éclipſe annulaire ont été obſervés proche *Sens* & *Rocheſter*.

La plupart des Obſervateurs, en pareil cas, ſuivent les routes ordinaires & n'ont jamais fait aſſez d'attention aux points de la circonférence du limbe du Soleil où ſe forment les ruptures de l'anneau; ou bien aux points où commencent l'obſcurité totale & la réapparition de lumière dans les autres Éclipſes: il faut excepter l'Eclipſe vue par M. Halley en 1715.

Déſormais ces points de la circonférence du diſque du Soleil ſeront les plus importans & nous fourniront les limites que nous voudrions bien aſſigner: ſouvent l'effet de cette inflexion des rayons de lumière eſt à peine ſenſible: ce n'eſt que par les Éclipſes annulaires & totales qu'il devient remarquable; il produit pluſieurs ſecondes d'heure, mais il échappe d'ailleurs à la fineſſe de nos meilleurs inſtrumens, à moins qu'on n'y emploie le ſeul moyen que je viens d'indiquer.

Nous avons cette année, le 16 du mois d'Août, une Éclipſe partiale * qui ſera très-peu conſidérable à Paris, puiſque le calcul que j'en ai fait & lû à l'Académie, donne à peine deux doigts du Soleil éclipſés, ce qui ne répond qu'à la ſixième partie du diamètre du Soleil; je ne doute pas cependant que cette obſervation ne puiſſe ſervir, comme je le ferai voir, à indiquer l'effet de l'inflexion des rayons du Soleil qui paroîtront raſer en certaines circonſtances le diſque lunaire: voici les moyens principaux que je me propoſe d'y employer & que j'invite les curieux à ſuivre. Quand l'Éclipſe finira, comme la route apparente de la Lune dans ſon orbite ſe confondra preſque avec la Tangente du diſque ſolaire, alors l'effet produit par les cauſes phyſiques deviendra plus ſenſible, non pas ſeulement parce qu'il doit tant ſoit peu accourcir la durée de l'Éclipſe, mais parce qu'il tranſportera le contact ou la ſéparation des deux diſques à tout autre point de la circonférence que ne le donnent les calculs ordinaires: ainſi ce point du diſque ſera fort eſſentiel à bien obſerver, relativement à la ligne verticale ou horizontale. D'un autre côté, ceux qui

* *Annoncée dans l'Almanach de Beauvais.*

ſeront ſitués vers les parties méridionales de la France, pourront obſerver auſſi la Lune qui raſe le Soleil vers le temps du milieu de l'Éclipſe, & il ſeroit à deſirer qu'ils meſuraſſent ſoigneuſement la grandeur & la ſituation du ſegment éclipſé; ce ſont les voies les plus ſimples de reconnoître les limites que nous recherchons aujourd'hui avec tant de ſoin, non-ſeulement pour perfectionner la Théorie générale des Éclipſes, mais ſur-tout pour pénétrer plus avant dans les recherches des cauſes phyſiques, que la dernière Éclipſe annulaire ne nous a que trop indiquées.

L'extrait de ce Mémoire avoit été dépoſé au Secrétariat le 16 Mars 1765, & a été décacheté & communiqué à l'Aſſemblée après les vacances du premier ſemeſtre, le 24 Mai ſuivant.



MÉMOIRE

MÉMOIRE

Sur les conditions nécessaires pour qu'on puisse observer les Immersions & les Émersions du second Satellite de Jupiter.

Par M. DE LA LANDE.

LES Astronomes célèbres qui ont créé ou du moins perfectionné la théorie des Satellites de Jupiter, ont sans doute examiné les circonstances où l'on peut voir la durée entière des éclipses du second Satellite, mais on n'a presque rien écrit là-dessus, si l'on excepte ce qu'en a dit en 1729 M. Maraldi, dans un Mémoire où il a parlé le premier de l'inclinaison variable du second Satellite : j'ai même lieu de croire, à la vue des Éphémérides de M. l'abbé de la Caille & de M. Zanotti, que ces célèbres Astronomes n'avoient point discuté cette matière, car l'un & l'autre ont annoncé beaucoup plus de ces éclipses complètes qu'il n'y en aura réellement. 20 Avril 1765.

Cependant il n'est rien de plus intéressant dans l'Astronomie que ces sortes de phénomènes ; le second Satellite de Jupiter étant, après le premier, celui qui sert le plus aux observations des longitudes, il nous importe d'en perfectionner les Tables; mais ce Satellite étant le plus irrégulier des quatre, sur-tout quant au changement extraordinaire de son inclinaison, il importe beaucoup de pouvoir observer les durées entières de ces éclipses. Or ces durées observables sont extrêmement rares ; il n'en existe encore que onze dans le recueil de toutes les observations faites jusqu'à ce jour ; il est donc nécessaire de n'en omettre aucune à l'avenir, & cet article est un de ceux qui m'ont paru mériter le plus d'attention dans la construction des Éphémérides; j'ai donc souhaité qu'il fût exact dans la *Connoissance des mouvemens célestes* que je calcule depuis quelques années; mais pour cela j'ai été obligé de

chercher une méthode, de discuter plusieurs circonstances, & de faire des calculs rigoureux pour les années 1769 & 1774, ce sera l'objet de ce Mémoire.

Les circonstances qui influent sur l'objet de ces recherches, sont au nombre de cinq, le lieu du nœud du Satellite, le demi-diamètre de l'ombre, l'inclinaison de son orbite, la latitude de Jupiter & la parallaxe annuelle ou parallaxe du grand orbe.

J'emprunterai le lieu du nœud du second Satellite, des Tables de M. Wargentin que j'ai publiées en 1759 à la suite des Tables de M. Halley. On y voit, *pages 148 & suivantes,* que la plus grande durée des éclipses répond aux argumens 1266 & 2968, c'est-à-dire aux anomalies moyennes de Jupiter $4^s\ 6^d\ 36'$ & $9^s\ 26^d\ 48'$, les équations qui conviennent à ces anomalies moyennes sont $-4^d\ 36'$ & $+4^d\ 48'$, ainsi les anomalies vraies correspondantes sont $4^d\ 2'\ 0''$ & $10^d\ 1'\ 36''$; ajoutant pour le lieu de l'aphélie de Jupiter en 1769, $6^s\ 10^d\ 57'$, on a pour les nœuds du second Satellite $10^d\ 12'\ 57''$ & $4^d\ 12'\ 33''$.

Ces deux longitudes qui devroient différer exactement de 6^s, diffèrent de $24'$ de plus; c'est une irrégularité dans ces Tables, mais comme elle est de peu de conséquence, je prendrai un milieu & je supposerai le lieu du nœud $10^s\ 12^d\ 45'$; au reste, ce petit nombre de minutes est absolument insensible dans ces recherches, car les éclipses dont il s'agit ici arrivent fort loin des nœuds, un degré d'erreur sur le nœud ne produiroit pas $15''$ de temps sur la demi-durée des éclipses, quantité dont on ne peut être certain; il ne résultera donc aucune erreur sensible de la supposition que je fais ici, que le lieu du nœud ascendant du second Satellite pour 1769, est $10^s\ 12^d\ 45'$.

Le demi-diamètre de l'ombre du second Satellite a paru quelquefois à M. Maraldi de $1^h\ 25'$, quelquefois de $1^h\ 27'$, cela sembleroit indiquer une excentricité dans l'orbite, mais nous n'avons pas encore assez d'observations pour statuer là-dessus; je suis donc obligé de supposer l'orbite circulaire & concentrique, & j'emploierai avec M. Wargentin $1^h\ 25'\ 40''$

pour le demi-diamètre de l'ombre, en temps; c'est la plus grande de toutes les demi-durées des éclipses; elle a lieu quand Jupiter est à $10^s\ 12^d\ 45'$ de longitude, qui est le lieu du nœud ascendant du Satellite, ou dans le nœud opposé. Cette quantité $1^h\ 25'\ 40''$ répond à $6^d\ 1'\ 33''$ de l'orbite du Satellite.

Ce demi-diamètre de l'ombre est déduit des observations de M. Maraldi, de M. Wargentin & autres, qui ont été faites avec des lunettes de 15 ou 18 pieds à peu près, on trouveroit quelques secondes de moins avec des lunettes ou des télescopes d'une plus grande force; ainsi la quantité que l'on trouve par ces observations pour le demi-diamètre de l'ombre, n'est pas exactement le rayon du cône d'ombre que Jupiter répand derrière lui, mais le rayon du cercle sur la circonférence duquel est le centre du Satellite quand on commence à l'apercevoir, ou qu'on le perd de vue, avec une lunette de 18 pieds.

Soit *LFOI* le cercle de l'ombre réelle, ou la section du cône obscur que répand Jupiter, *FCM* une portion de l'orbite du second Satellite, qu'il parcourt quand Jupiter est dans les nœuds, *N* le centre du Satellite quand il entre dans l'ombre & que la portion éclairée *MI* de son disque devient assez petite pour n'être plus visible avec une lunette de 18 pieds; *A* le centre du Satellite en émersion, quand le segment *BF* commence à être sensible; *NA* est la portion de l'orbite décrite en $2^h\ 51'\ 20''$, & *CA* est de $6^d\ 1'\ 33''$. Fig. 1.

Quand le Satellite a une latitude comme *CD*, & qu'il décrit l'arc *DE*, Jupiter étant éloigné des nœuds, le segment *GH* est toujours le même, le Satellite en *E* est toujours sur la même circonférence *AEK* (en supposant l'ombre circulaire); ainsi la durée de l'éclipse mesurée par *PE* nous fera toujours connoître la latitude *CD* du Satellite, quoique le cercle *AKN* ne soit pas la véritable circonférence de l'ombre.

Il en résulte cependant un phénomène que je dois faire observer; au temps où le point *E* de l'émersion paroît presque toucher le disque de Jupiter, comme cela arrive dans le premier temps où l'on commence à voir les deux phases; le segment lumineux *GH* peut fort bien être entièrement caché

par le disque de Jupiter, quoique le point *E* ne le soit point, & dans ce cas on ne verroit point le Satellite sortir de l'ombre, quoique par le calcul fait sur la circonférence *AEK* l'émersion dût être observable ; ainsi cette circonstance diminue le nombre des éclipses dont on pourroit voir la durée entière si *AEK* étoit la circonférence de l'ombre, & que le Satellite ne fût qu'un point.

Pour estimer la valeur de l'intervalle *EG*, je vais déterminer le rayon *CE* & le rayon *CG* en parties décimales ou en millièmes du rayon de Jupiter; le rayon *CE* étant le sinus de 6^d $1'$ $33''$ pour le rayon d'un cercle qui est égal à 9,017 rayons de Jupiter, on dira 1 : 9,017 : : sinus 6^d $1'$ $33''$: 0,9466, cela nous apprend que le rayon du cercle *AEKN* est au rayon du disque de Jupiter dans le rapport de 9466 à 10000, c'est-à-dire plus petit de 0,0534 ou d'environ un dix-neuvième.

Pour avoir aussi le rayon de l'ombre véritable, on considérera que le diamètre du Soleil est à celui de Jupiter comme 9,923 est à 1 *(voyez mon Astronomie, page 524)*, & que la distance du second Satellite par rapport à Jupiter est 1228 fois plus grande que celle de Jupiter au Soleil, puisqu'elle paroît sous un angle de $2'$ $48''$ *(Astronomie, page 1138)*, & que le sinus de $2'$ $48''$ est 1228 fois plus petit que le rayon du cercle, on aura donc à cause du cône d'ombre, cette proportion; la distance de Jupiter au Soleil est à celle du Satellite à Jupiter, comme la différence des demi-diamètres de Jupiter & du Soleil, est à la différence des demi-diamètres de Jupiter & de la section de l'ombre, ou, ce qui revient au même, on divisera 8,923 par 1228 & l'on aura 0,00727 ou $\frac{1}{137}$, cela nous aprend que le rayon *CB* ou *CG* de l'ombre est plus petit seulement de $\frac{1}{137}$ que le rayon du disque de Jupiter, cela ne fait que $40''$ pour le temps, au lieu que la différence 0,0534 vaut $4'$ $50''$; ainsi la demi-durée de l'éclipse du second Satellite, telle que nous l'observons dans les nœuds, est plus petite de $4'$ $10''$ de temps que celle du centre du Satellite sur la section de l'ombre.

Cependant, comme nous ignorons la valeur du diamètre du Satellite & celle du ſegment *B F* qui peut être aperçu, & que nous ne ſavons ni l'effet de la pénombre, ni celui de l'atmoſphère de Jupiter, nous ne pouvons déterminer exactement le rayon du cercle ſur le bord duquel ſe trouve le bord du Satellite dans ſon immerſion ou ſon émerſion; nous ſuppoſerons donc que le Satellite eſt réduit au ſeul point *E*, & nous nous ſervirons du cercle *AEKN* à la place du vrai cercle de l'ombre.

L'inclinaiſon de l'orbite de ce Satellite eſt ſujète à une variation périodique de $1^d 18'$, & cette quantité ſe rétablit dans l'eſpace de trente-un ans; M. Maraldi l'avoit déjà remarqué dans les Mémoires de 1729; M. Wargentin, dans ſes Tables, a donné quatorze colonnes pour la demi-durée de ſes Éclipſes: voici le dernier terme de chaque colonne. J'ai marqué à côté l'inclinaiſon qui en réſulte dans une ſection circulaire, & les années dans leſquelles on l'a obſervée ou dans leſquelles on l'obſervera ſuivant les Tables de M. Wargentin; je n'ai pas employé dans tout ceci l'hypothèſe de la figure elliptique de Jupiter & de ſon ombre (*Voy. mon Aſtron. p. 1124*), parce que cela n'importe preſque pas dans la recherche dont il s'agit.

DEMI-DURÉE.	INCLINAIS.	ANNÉES.
1^d 18′ 1″	2^d 29′	1700, 1731, 1762
1. 16. 35	2. 42	1703, 1734, 1765
1. 15. 8	2. 54	1705, 1736, 1767
1. 13. 42	3. 4½	1707, 1738, 1769
1. 13. 0	3. 9	1708, 1739, 1770
1. 12. 16	3. 14	1708, 1739, 1770
1. 11. 33	3. 19	1709, 1740, 1771
1. 10. 50	3. 23½	1709, 1740, 1771
1. 10. 7	3. 28	1710, 1741, 1772
1. 9. 24	3. 32	1711, 1742, 1773
1. 8. 41	3. 36	1712, 1743, 1774
1. 7. 58	3. 40	1713, 1744, 1775
1. 7. 15	3. 44	1714, 1745, 1776
1. 6. 32	3. 48	1716, 1747, 1778

Il eſt difficile de diſtinguer, par les Tables de M. Wargentin, ſi ces différentes inclinaiſons ſe rapportent au commencement ou au milieu de chaque année; l'erreur que cauſe cette incertitude peut aller à 3 ou 4 minutes, c'eſt-à-dire à 30 ſecondes ſur la demi-durée; mais comme l'on ne ſauroit être aſſuré de ces demi-durées par obſervation avec une préciſion plus grande, nous ſuppoſerons que les demi-durées de la Table précédente ſe rapportent au milieu de chaque année, ſans vouloir garantir qu'elles n'aient pas lieu également au commencement & à la fin; au reſte, ces variations de l'inclinaiſon ne ſont pas encore aſſez bien déterminées pour qu'on doive s'arrêter à ces petites différences.

La latitude géocentrique de Jupiter influe néceſſairement ſur les obſervations de la durée entière des éclipſes du ſecond Satellite. Soit *S* le Soleil, *I* le centre de Jupiter, *O* le centre de l'ombre que parcourt le ſecond Satellite, tous trois placés ſur une même ligne; par le centre de Jupiter & celui de la Terre, on tirera une ligne *IT* qui faſſe un angle *TIS* égal à la latitude de la Terre, vue de Jupiter & conſidérée par rapport à l'orbite de Jupiter, la Terre voyant Jupiter ſuivant le rayon *TIR*, rapportera le centre de Jupiter à un point *R* de l'ombre plus méridional que le centre *O* ſi la Terre eſt au nord du plan de l'orbite de Jupiter, & à un point plus ſeptentrional ſi la Terre eſt au midi. Fig. 2.

Ainſi cette latitude de la Terre, ſera paroître la ſection de l'ombre plus ſeptentrionale quand la Terre ſera au ſeptentrion, & plus méridionale quand elle ſera au midi, puiſqu'il faut comparer l'ombre dont la poſition eſt variable, à Jupiter dont la poſition eſt ſuppoſée conſtante.

Pour ſavoir dans quel temps la Terre eſt au nord de l'orbite de Jupiter, je conſidère que le nœud aſcendant de l'orbe de Jupiter ſur l'écliptique, eſt à $3^s\ 8^d$ de longitude, ainſi la partie de l'orbe de Jupiter, compriſe entre $3^s\ 8^d$ & $6^s\ 8^d$ eſt au nord de l'écliptique, ainſi tant que la Terre ſera entre $3^s\ 8^d$ & $6^s\ 8^d$ elle ſera au midi de l'orbe de Jupiter, & tant que le Soleil ſera entre $3^s\ 8^d$ & $6^s\ 8^d$ elle ſera au nord; donc

la ſection de l'ombre paroîtra plus ſeptentrionale que Jupiter, depuis le 1.er de Juillet juſqu'au 1.er de Janvier, & plus méridionale pendant l'hiver & le printemps, ou dans les ſix derniers ſignes d'anomalie.

Il ne reſte plus qu'à chercher la quantité de cette élévation; ou ce qui revient au même, la latitude jovicentrique de la Terre: on commencera par chercher la latitude héliocentrique, ou, vue du centre *S* du Soleil, elle eſt égale à 79′, multipliées par le ſinus de la diſtance du Soleil à $3^s\ 8^d$, ce qui eſt à peu près l'anomalie du Soleil; on aura enſuite la latitude vue du point *I*, en diſant: *le ſinus de l'angle au Soleil eſt au ſinus de l'angle à Jupiter,* ou *le ſinus de la commutation, eſt au ſinus de la parallaxe annuelle, comme la latitude héliocentrique, eſt à la latitude jovicentrique,* ſuivant la propoſition que j'ai démontrée dans *mon Aſtronomie, article 817, page 379.*

On pourroit ſe contenter, dans les cas dont il s'agit ici, de prendre la ſeptième partie de l'équation du centre du Soleil, & l'on auroit, à une ou deux minutes près, la latitude dont il s'agit; en effet, les temps où l'on voit les deux phaſes du ſecond ſatellite, ſont toujours aſſez voiſins des quadratures de Jupiter; la diſtance de Jupiter eſt alors à peu près la même, par rapport au Soleil ou à la Terre, c'eſt-à-dire cinq fois plus grande que la diſtance de la Terre au Soleil; il faut donc prendre la cinquième partie de la latitude héliocentrique, ou ce qui revient au même, ſuppoſer la plus grande latitude héliocentrique de 16′, c'eſt la ſeptième partie de la plus grande équation du Soleil, l'une & l'autre varie comme le ſinus de la diſtance du Soleil à $3^s\ 8^d$; ainſi la latitude de la Terre par rapport au plan de l'orbite de Jupiter eſt à peu-près la ſeptième partie de l'équation du Soleil, dans les temps où l'on peut voir les deux phaſes du ſecond Satellite, & elle eſt boréale dans les ſix premiers ſignes d'anomalie du Soleil.

La quantité *RO,* dont le centre de l'ombre paroît plus ou moins haut que le centre de Jupiter, eſt égal à *IO* ſin. *OIR*, c'eſt-à-dire 9,017 multiplié par le ſinus de la latitude de la Terre.

La cinquième considération & la plus importante de toutes celles qui influent dans le calcul dont il s'agit, est celle des parallaxes du grand orbe, ou de la parallaxe annuelle, qui est de 8 à 10 degrés. Si nous supposons que dans la *figure 2*, le plan *STI* de la figure représente le plan de l'orbite de Jupiter, *T* le lieu de la Terre, réduit au plan de l'orbe de Jupiter (nous négligerons cette réduction, qui ne peut jamais aller à 27 secondes); *TIS* la parallaxe du grand orbe dans le plan de l'orbe de Jupiter, égal à l'angle *OIR*; avant l'opposition de Jupiter au Soleil, la Terre étant en *T* à l'occident de Jupiter, & Jupiter passant au méridien le matin, comme cela arrive dans la première quadrature, le centre *I* de Jupiter paroît au point *R* de l'ombre qui est plus à l'orient que le centre *O* de l'ombre, & cela d'une quantité *OR* égale à *IO* sin. *OIR* ou 9,017 multipliés par le sinus de la parallaxe du grand orbe. Mais dans la seconde quadrature, Jupiter passant au méridien à six heures du soir, la Terre étant plus orientale que Jupiter, l'ombre paroîtra aussi à l'orient ou à la gauche du disque de Jupiter.

Fig. 3. Soit *DPQ* le disque de Jupiter, dont le centre est en *I*, & dont le rayon *IP* est pris pour unité; *IBO* une portion de l'orbite de Jupiter; *IB* un arc égal à 9 sin. par. c'est-à-dire l'effet de la parallaxe annuelle, le point *B* sera le point de l'orbite de Jupiter, auquel répond le centre apparent de la section de l'ombre, quant à la longitude, le point *B* sera à la droite ou à l'occident du point *I* dans la première quadrature, avant l'opposition.

Soit *BC* égal à 9 sin. lat. ou à la septième partie de l'équation du Soleil, le point *C* sera le centre apparent de l'ombre, & il sera au-dessous ou au midi de l'orbite *IBO* de Jupiter, depuis le 21 Décembre jusqu'au 21 Juin, le rayon *CP* de l'ombre sera 0,9466.

Soit *ASP* une portion de l'orbite apparente du second satellite, dont la latitude *BS*, par rapport à l'orbite de Jupiter, est égale à 9 sin. *I* sin. *D* (*Voy. mon Astron. art. 2342*), c'est-à-dire la distance du satellite multipliée par le sinus de l'inclinaison & par le sinus de la distance de Jupiter au nœud du

Satellite

Satellite qui eſt à $10^f\ 12^d\ 45'$ de longitude; je ſuppoſe l'orbite *ASP* parallèle à l'orbite *OBR*, cela eſt ſenſiblement vrai ſur un eſpace de quelques degrés & fort près des limites, comme cela ſe rencontre toujours, dans le temps des deux phaſes viſibles; en effet, le petit angle dont il s'en faut que *AP* ne ſoit parallèle à *OI*, eſt à l'inclinaiſon du ſatellite, comme le coſinus de la diſtance au nœud, eſt au rayon; ainſi à 10 degrés de diſtance aux limites, l'inclinaiſon n'eſt pas d'un demi-degré. Si l'on vouloit uſer d'une exactitude plus rigoureuſe, l'on pourroit calculer la latitude *PR* du ſatellite pour le moment de l'immerſion ou de l'émerſion, ce qui ſeroit aiſé en augmentant la quantité *D*, ou la diſtance de Jupiter au nœud de 5 à 6 degrés, c'eſt-à-dire d'un nombre de degrés égal à l'arc *SP* de l'orbite de Jupiter, comme je le ferai ci-après. Quand la latitude *BS* ou *RP* du ſatellite, ſera préciſément égale à la perpendiculaire abaiſſée de l'interſection *P*, ſur l'orbite de Jupiter *IRO*, le ſatellite ſortant de l'ombre en *P*, pour entrer ſous le diſque de Jupiter ne ſera que paroître, à peine pourra-t-on l'apercevoir; mais dans la révolution ſuivante, il paſſera ou plus haut ſi la latitude eſt croiſſante, ou plus bas ſi elle eſt décroiſſante: il faut donc ſavoir quel jour il paſſera au point *P*, pour prédire le temps où l'on verra les deux phaſes, c'eſt-à-dire l'immerſion en *A*, & l'émerſion en *P*.

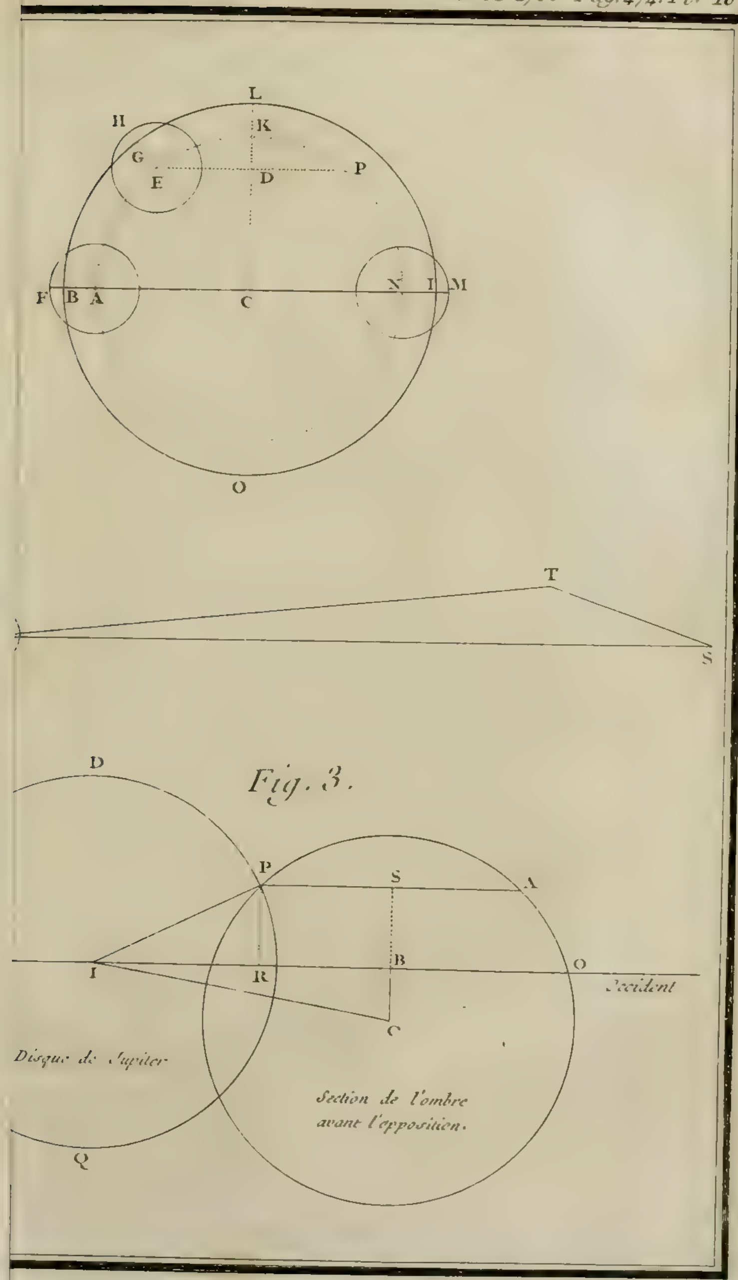
Connoiſſant la parallaxe *IB*, & la latitude *BC*, il eſt aiſé de calculer *IC* & l'angle *BIC*, dans le triangle *PIC* dont on connoît *IC*, $IP = 1$, & *PC* égal à 0,9466; on trouvera l'angle *PIC*, on en ôtera l'angle *PIB*, ſi le point *C* eſt oppoſé au point *S*, & l'on aura l'angle *PIB* dont le ſinus *PR*, eſt la hauteur de l'interſection *P*, au-deſſus de l'orbite de Jupiter, ſi cette hauteur ſe trouve plus ou moins grande que la latitude du ſatellite 9 ſin. *I* ſin. *D*; on ſera le même calcul pour les révolutions ſuivantes, & l'on verra celle où le ſatellite paſſe à la hauteur de l'interſection *P*.

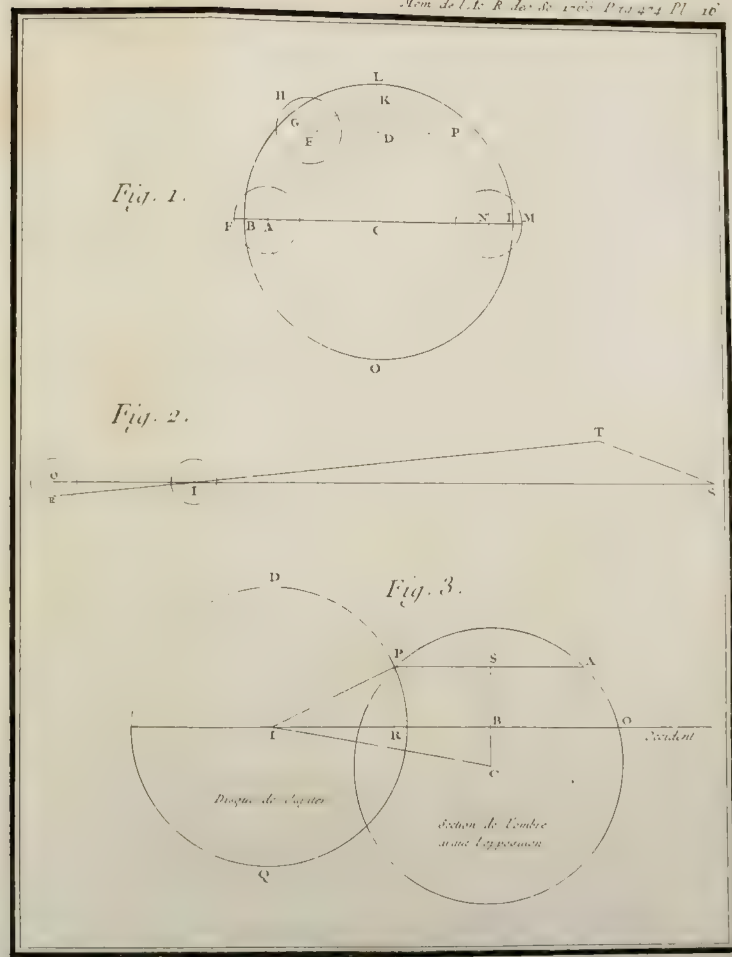
EXEMPLE. Le 6 Février 1769, à $18^h\ 11'$ de temps vrai, on demande ſi l'émerſion du ſecond Satellite ſera viſible; la longitude héliocentrique de Jupiter eſt de $7^f\ 11^d\ 13'$, ſa

longitude géocentrique 7^f 21^d $43'$, ainsi la parallaxe du grand orbe sera de 10^d $30'$, c'est la plus grande qu'il y ait vers cette quadrature de Jupiter, & si cette émersion n'est pas visible il n'y en aura aucune dans ce mois-là ni dans le mois précédent. Multipliant la distance 9,017 par le sinus de $10^d \frac{1}{2}$, on a 1,6528 pour la valeur de *IB;* l'équation du Soleil étant alors de 1^d $13'$, la septième partie $10'$ est à peu près la quantité de la latitude jovicentrique de la Terre, ou l'abaissement de la Terre au midi du plan de l'orbite de Jupiter; le nœud ascendant du Satellite étant à 10^f 12^d $45'$, & sa longitude jovicentrique au moment de la conjonction, égale à la latitude héliocentrique de Jupiter 7^f 11^d $13'$, la latitude sera australe, ainsi le point *C* & le point *S* seront du même côté par rapport à l'orbite *IB* de Jupiter, la distance au nœud sera de 3^f 1^d $32'$; si l'on ajoute la valeur de *SP* à la longitude du Satellite, c'est-à-dire environ 5^d $17'$, l'on trouvera la distance du point *P* de l'émersion au nœud ascendant, qui sera 2^f 26^d $15'$; l'inclinaison pour le même temps est de 3^d $3'$; si l'on ajoute ensemble les logarithmes de 9,017, du sinus de 86^d $15'$ & du sinus de 3^d $3'$, on aura le logarithme de 0,4788, c'est la latitude du Satellite; il reste à savoir si la hauteur *PR* de l'intersection des deux cercles est plus ou moins grande que cette latitude.

La valeur de *IB* étant à celle de *BC* comme le sinus de 10^d $30'$ est à celui de $10'$, on aura pour l'angle *BIC* 0^d $55'$, & l'hypothénuse $IC = 1,6430$ égale au sinus de $10^d \frac{1}{2}$ multiplié par la distance 9,017 & divisé par le cosinus de 0^d $55'$. Pour avoir l'angle *PIC* l'on dira, 1,6430 est à 1,9466 :: 0,0534 : 0,0632 qui est la demi-différence des segmens formés par la perpendiculaire, on en ajoutera la moitié 0,0316 avec la moitié de la base, 0,8215, on aura le plus grand segment 0,8531, qui est le cosinus de 31^d $27'$ valeur de l'angle *PIC;* on y ajoutera l'angle $BIC = 0^d$ $55'$, & l'on aura l'angle $PIB = 32^d$ $22'$ dont le sinus *PR* est 0,5353.

Ainsi la hauteur *PR* du point de section des deux cercles


L
H
K
G
P
E
D
F
B
A
C
N
I
M
O
T
S
Fig. 3.
D
P
S
A
I
R
B
O
C
Disque de Jupiter
Section de l'ombre
avant l'opposition.
Q


Fig. 1.
L
K
H
G
E
D
P
F B A
C
N I M
O
Fig. 2.
T
O
E
I
S
Fig. 3.
D
P
S
A
I
R
B
O
Occident
C
Disque de Jupiter
Section de l'ombre
dans l'opposition
Q

eſt plus grande que celle du Satellite 0,4788; d'où il ſuit que l'émerſion n'eſt point viſible, non plus que celles qui précèdent & qui ſuivent, quoiqu'elles aient été annoncées comme viſibles dans les Éphémérides : la parallaxe annuelle ſera trop petite en 1769.

Le 11 Janvier 1668, M. Caſſini, à Bologne, obſerva le ſecond Satellite qui entra dans l'ombre à $8^h\ 8'$ du ſoir, $4'$ après être ſorti de deſſous le diſque de Jupiter : on trouve le lieu du Soleil pour ce moment-là $9^d\ 21'\ 32''$, la longitude héliocentrique de Jupiter $1^f\ 7^d\ 45'$, la parallaxe annuelle $11^d\ 21'$, la ſection de l'ombre étoit de $4'$ au-deſſous de la ligne *IB*, & le Satellite avoit auſſi une latitude méridionale; on trouve donc l'angle *PIC* $23^d\ 34'$, l'angle *PIB* $23^d\ 54'$, la hauteur $PR = 0{,}4051$; l'inclinaiſon du Satellite étoit alors $2^d\ 54'$ ſuivant les Tables de M. Wargentin, & la diſtance au nœud 85^d, ainſi la latitude du Satellite étoit 0,4545, plus grande de 494; d'où il ſuit que le Satellite devoit être pendant $4'\frac{1}{4}$ entre les deux cercles, mais ſi la parallaxe annuelle eût été ſeulement de 11^d on n'auroit pu obſerver l'immerſion : ce réſultat qui s'accorde très-bien avec l'obſervation de M. Caſſini, confirme la méthode que j'ai donnée dans ce Mémoire.

On voit donc que même dans les quadratures de Jupiter, & lorſque Jupiter eſt à 90^d des nœuds du Satellite, on ne voit pas les deux phaſes, ſi Jupiter eſt près de ſon aphélie, c'eſt-à-dire aux environs de la limite auſtrale qui eſt à 33^d d'anomalie, la parallaxe annuelle étant alors trop petite.



OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE DE SOLEIL DU 16 AOÛT 1765,

Obſervée à Colombes.

Par M. DE COURTANVAUX.

31 Août 1765. J'AVOIS fait demander à M. Meſſier, qui eſt journellement occupé des obſervations qu'il fait à l'Obſervatoire de la Marine, de venir obſerver cette Éclipſe dans l'Obſervatoire que j'ai fait bâtir à Colombes & qui eſt muni de très-bons inſtrumens; M. Meſſier ayant accepté ma propoſition, vint à Colombes le 11 de ce mois, l'après-midi, pour prendre connoiſſance de mon Obſervatoire; l'ayant trouvé bien monté en inſtrumens, dès le lendemain 12, il prit des hauteurs correſpondantes du Soleil avec un quart-de-cercle de 2 pieds de rayon, placé dans une tour ronde au midi, & qui ne ſert que pour ces ſortes d'obſervations: il obſerva auſſi le midi à un inſtrument des paſſages dont la lunette a 5 pieds de foyer. Le 13, je l'obſervai moi-même à cet inſtrument, M. Meſſier étant parti le matin pour aller chercher à Paris un petit téleſcope grégorien excellent, de 12 pouces de foyer, le grand miroir ayant 3 pouces de diamètre & qui groſſiſſoit environ quarante fois celui des objets; ce téleſcope étoit monté ſur une machine parallactique très-commode, aiſée à mouvoir & les mouvemens très-doux; à ce téleſcope étoit auſſi adapté un micromètre à fil de ſoie qui s'inclinoit dans tous les ſens, de ſorte qu'il étoit aiſé de le placer ſuivant le mouvement du Soleil; on pouvoit auſſi adapter à cet inſtrument un micromètre-objectif de 24 pieds de foyer, mais M. Meſſier a mieux aimé faire uſage du micromètre à fil, étant plus commode & plus aiſé à mouvoir, en ayant déjà fait uſage pluſieurs fois; c'eſt pourquoi il l'a préféré pour obſerver les phaſes de l'Éclipſe,

d'autant plus que l'inſtrument placé une fois dans le plan du méridien, il étoit aiſé de ſuivre le Soleil : ce petit téleſcope appartient à M. le Préſident de S * *.

Par les hauteurs correſpondantes du Soleil priſes le 14 au nombre de neuf, par onze priſes le 15, par quatorze priſes le 16, jour de l'Éclipſe; par celles du 17, au nombre de ſix; & par les midis obſervés à mon inſtrument des paſſages, les 12, 13, 14, 15 & 17, nous avons parfaitement connu la marche de la pendule, qui eſt réglée ſur le temps moyen; il ne nous eſt donc reſté aucun doute ſur ſa marche, qui a été des plus régulières; elle eſt du ſieur Ferdinand Berthout, célèbre horloger de Paris. Les hauteurs correſpondantes du Soleil, priſes le matin & le ſoir, les 14, 15, 16 & 17; nous ont fait connoître auſſi la poſition de mon inſtrument des paſſages à la hauteur où paſſoit alors le Soleil : nous avons reconnu qu'il n'y avoit pas une demi-ſeconde de déviation, comme on le verra par les obſervations que je vais rapporter ici :

Midi obſervé à l'inſtrument des paſſages.

	H.	M.	S.	T.
Le 12 Août	0.	4.	31.	45
13......	0.	4.	21.	15
14......	0.	4.	11.	52 ½
15......	0.	4.	1.	52 ½
17......	0.	3.	39.	52 ½

Midi vrai obſervé par les hauteurs correſpondantes.

		H.	M.	S.	T.
Le 14 Août	par 9 hauteurs	0.	4.	11.	55
15......	11......	0.	4.	1.	42
16......	14......	0.	3.	50.	24
17......	6......	0.	3.	40.	18

Le 16, jour de l'Éclipſe, 5 ou 6 minutes avant midi, M. Meſſier a meſuré pluſieurs fois le diamètre du Soleil, & par un milieu, il l'a trouvé de 2484 parties du micromètre, qui répondent à 31′ 41″.

Vers 3 heures & demie, nous nous ſommes préparés pour l'obſervation du commencement de l'Éclipſe, le ciel étoit ſerein aux environs du Soleil : M. Meſſier avoit déterminé le point du limbe du Soleil, où l'attouchement des deux bords devoit ſe faire, & cela par le moyen du micromètre à fil adapté à ſon petit téleſcope qui s'inclinoit dans tous les ſens, comme il a déjà été dit plus haut, de ſorte qu'il a ſaiſi le commencement de l'Éclipſe à la ſeconde; pour moi je ne me ſuis aperçu du

commencement que 3 secondes & demie après lui, avec un téleſcope de Short, de 3 pieds de foyer, auquel j'avois adapté un micromètre-objectif de 18 pieds de foyer. Pendant 5 ou 6 ſecondes, le bord de la Lune, entrant ſur le Soleil, a paru à M. Meſſier fort inégal, & paroiſſoit échancré; plus avancé ſur le Soleil, il eſt devenu plus régulier, mais ondoyant: voici les obſervations que j'ai pu faire avec mon téleſcope garni de ſon micromètre-objectif. Diamètre du Soleil meſuré avant midi, je l'ai trouvé de 31' 40". 30"'.

TEMPS à la PENDULE.	TEMPS VRAI.	GRANDEUR de L'ÉCLIPSE.	
H. M. S.	H. M. S.	M. S. T.	
4. 2. 5	3. 58. 16½	....	Commencement de l'Éclipſe.
4. 5. 2	4. 1. 14	0. 21. 42	Grand. de l'Éclipſe en partie du diam. du Soleil.
4. 9. 15	4. 5. 27	1. 13. 24	*Ibid.*
4. 11. 41	4. 7. 53	2. 12. 18	*Ibid.*
4. 16. 53	4. 13. 5	3. 24. 30	*Ibid.*
4. 23. 50	4. 20. 2	4. 22. 12	*Ibid.*

OBSERVATIONS DE M. MESSIER.

TEMPS VRAI.	Parties du MICR.	PARTIES du Grand-cercle.	Grandeur de l'Éclipſe en doigts.	
H. M. S.		M. S. T.	Doigts M.	
0. 45. 0	2484	31. 41. 0	....	Diamètre apparent du Soleil ſuivant le parallèle.
3. 52. 12	2486	31. 42. 30	....	Diamètre du Soleil.
3. 58. 13	......	....	....	Commencement de l'Éclipſe.
4. 7. 57	2316½	29. 33 * 0	0. 29	Grandeur de l'Éclipſe.
4. 9. 57	969	12. 21. 30	....	Diſtance des Cornes.
4. 13. 33	2200	28. 3 * 30	1. 23	Grandeur de l'Éclipſe.
4. 15. 0	......	....	....	Le Soleil ſe couvre.
4. 20. 2	2144	27. 21 * 0	1. 39	Grand. de l'Écl. meſurée ſans verre, nuages rares.
4. 22. 3	1275	16. 16. 0	....	Diſtance des Cornes meſurée ſans verre.
4. 25. 27	2063	26. 19 * 0	2. 2	Grandeur de l'Éclipſe meſurée ſans verre.
4. 28. 0	......	....	....	Nuages qui couvrent entièrement le Soleil.
5. 20. 0	......	....	....	Le Soleil ſort des nuages, mais l'Éclipſe eſt finie.

Nota. Les quantités marquées d'une Étoile *, ſont les parties éclairées reſtantes du diamètre du Soleil, perpendiculaire à la ligne des Cornes meſurée.

Poſition de mon Obſervatoire.

Sa diſtance à la perpendiculaire eſt de 4974 toiſes au nord, ce qui fait 5′ 13″,8.

Donc la latitude eſt de.	48ᵈ 55′ 28″
Hauteur de l'Équateur.	41. 4. 32

La diſtance à la méridienne eſt de 3150 toiſes, ce qui fait 3′ 19″ de grand cercle ou 20″ $\frac{1}{3}$ de temps à l'occident.



OBSERVATION
SUR UN ANÉVRISME
QUI A PRODUIT DES EFFETS SINGULIERS,

Par M. PETIT.

SI plus un fait eſt rare, & plus il paroît devoir mériter l'attention des Phyſiciens; j'ai lieu de préſumer qu'ils recevront favorablement le récit de celui que je vais rapporter.

Il s'agit d'une oblitération parfaite du tronc de l'artère carotide droite, à la ſuite d'un anévriſme qui lui-même s'eſt effacé par le ſeul effort de la Nature, & cette oblitération, quoiqu'entière & parfaite, n'a pas empêché celui chez lequel elle s'eſt opérée, de vivre encore pluſieurs années après ſa formation. Je ne connois aucun fait ſemblable à celui-là: les circonſtances qui l'ont accompagné, mettront les perſonnes inſtruites à portée de juger de ſon importance.

Au commencement de l'année 1758, M. Vieillard Médecin de Paris, homme d'eſprit & très-inſtruit dans ſon art, s'aperçut que M. ſon frère, Avocat du Roi au bailliage de S.t-Lô, portoit ſous le côté droit de la mâchoire inférieure une petite tumeur à laquelle perſonne n'avoit encore pris garde.

Ce mal étoit très-léger en apparence, & cependant M. Vieillard le Médecin s'en alarma, au point de dire à quelques perſonnes qu'il regardoit ſon frère comme un homme mort. Ses craintes qu'il ne chercha point à diſſimuler, ne paſsèrent point dans l'eſprit de ſon frère, celui-ci prétendoit que ſon mal n'étoit qu'une bagatelle, & il ne voulut pratiquer aucuns des remèdes qui pour lors lui furent conſeillés.

Mais voyant, deux mois après cette première époque, que la tumeur s'étoit accrue de moitié, il conſentit à appliquer deſſus un bandage propre à la contenir; il n'en recueillit aucun fruit, la tumeur continua à s'augmenter; le malade ſe dégoûta du

du bandage, & le quitta: il s'agissoit de trouver un autre moyen de s'oppoſer au progrès du mal. On aſſembla dans cette intention pluſieurs Médecins & Chirurgiens; M. Bourdelin, Membre de cette Académie, étoit du nombre des Conſultans; j'en étois auſſi. Par l'examen que nous fimes de la tumeur, nous reconnumes qu'elle étoit ſituée un peu plus bas que l'angle de la mâchoire inférieure, qu'elle étoit de la groſſeur d'un œuf de pigeon, qu'on y ſentoit une pulſation très-manifeſte, & quand on la comprimoit, on la faiſoit diſparoître; mais bien-tôt après elle ſe repréſentoit comme auparavant. Preſque tous les conſultans furent du même avis, ſur la nature de la tumeur: on décida que c'étoit un anévriſme vrai; les ſentimens ſe partagèrent, quand il fut queſtion de fixer préciſément le ſiége de cet anévriſme; en mon particulier je préſumois que c'étoit vers la bifurcation du tronc de la carotide, que la dilatation s'étoit faite: on convint généralement que le cas n'étoit pas ſans danger, & que, pour le prévenir, les fréquentes ſaignées étoient néceſſaires: on conſeilla de plus au malade, d'obſerver le plus grand régime, & d'éviter avec ſoin tout exercice violent tant du corps que de l'eſprit.

M. Vieillard exécuta pendant près de trois mois ce qui avoit été décidé dans la conſultation: la tumeur diminua de moitié, & le malade ſe voyant en train de guériſon quitta Paris, pour s'en retourner à Saint-Lô.

Ce fut lors de ce départ que M. Vieillard le Médecin, dit à pluſieurs perſonnes, qu'il croyoit que le reſte de l'anévriſme achèveroit de diſparoître; qu'il penſoit de plus que la cavité de l'artère elle-même s'effaceroit entièrement; & qu'alors il y auroit tout à craindre pour les jours de ſon frère; qu'il ne ſeroit pas étonné de recevoir au premier moment la nouvelle de ſa mort: l'évènement n'a que trop juſtifié la hardieſſe de ce pronoſtic ſingulier.

De retour à Saint-Lô, M. Vieillard jouiſſant en apparence d'une bonne ſanté, oublia les conſeils que nous lui avions donnés, il négligea de ſe faire ſaigner; il abandonna le régime &

reprit ſa manière de vivre ordinaire; la tumeur n'en continua pas moins à diminuer & diſparut enfin tout-à-fait.

Au bout de deux ou trois ans, quelques affaires ayant appelé M. Vieillard à Paris, je le vis, je l'examinai, & je m'aſſurai par moi-même qu'il ne reſtoit de l'ancienne tumeur prétendue anévriſmale qu'un petit nœud ſitué ſous la mâchoire, à l'endroit où la tumeur avoit exiſté; ce nœud étoit fort dur, d'une forme oblongue & ſans aucune pulſation; les artères temporales & maxillaires de ce côté battoient très-foiblement.

Ce changement, qui n'avoit été attendu que de M. Vieillard le Médecin, n'avoit apporté d'autre incommodité au malade que celle de prononcer avec une ſorte de difficulté, de bégayer un peu & d'avoir la bouche habituellement remplie de ſalive, enfin de ne pouvoir tirer la langue hors de la bouche.

Sept ans ſe ſont écoulés dans cet état, ſans que pendant tout ce temps il ſoit arrivé le moindre accident : vers la Pentecôte de l'année dernière, M. Vieillard vint à Paris en aſſez bonne ſanté, mais il étoit aiſé de s'apercevoir que ſa bouche étoit inondée d'une plus grande quantité de ſalive & que la prononciation étoit plus difficile.

Enfin le Samedi 24 Novembre, il fut frappé d'une forte apoplexie, dont il eſt mort au bout de quelques jours. On avoit obſervé dans les trois ou quatre jours qui avoient précédé cette attaque, qu'il étoit comme une perſonne ivre, qu'il ne raiſonnoit pas juſte, & que d'un moment à l'autre il ne ſe ſouvenoit pas de ce qu'il venoit de dire ou faire.

J'ai fait la diſſection de ſon cadavre en préſence de pluſieurs perſonnes & notamment de M. Maloët, très-habile Médecin, avec lequel j'avois vu le malade dans le temps de ſa dernière maladie : voici les choſes que nous y avons obſervées.

Le côté droit du cerveau étoit couvert d'une ſéroſité ſanguinolente, ſous cet épanchement le cerveau étoit ſain, il n'y avoit aucun épanchement à l'extérieur du côté oppoſé, mais en ouvrant le ventricule ſupérieur il en ſortit environ cinq à ſix onces de ſang diſſous, & il reſta un caillot de ſang coagulé,

de la grosseur d'un petit œuf de poule, il étoit placé en arrière sur les couches des nerfs optiques; cette concrétion de sang cachoit une ample & profonde crévasse qui s'étoit faite dans la substance même du cerveau à l'endroit désigné; il est évident que cette crévasse & l'épanchement qui s'en est suivi ont été les causes déterminantes de l'apoplexie dont M. Vieillard est mort.

Du côté gauche, c'est-à-dire du même côté où tout ce désordre s'étoit opéré, l'artère carotide & les branches qui en prennent naissance nous ont paru avoir un tiers plus de calibre que dans l'état naturel.

Ce que nous cherchions spécialement à connoître, c'étoit l'état de l'ancienne tumeur jugée anévrismale, & celui de l'artère carotide, à la dilatation de laquelle on avoit cru devoir l'attribuer, ainsi nous tournames notre attention de ce côté, & nous découvrimes, avec un grand étonnement, au moins de ma part, que le pronostic tiré par M. Vieillard le Médecin, étoit pleinement justifié, c'est-à-dire que l'artère carotide droite étoit complètement oblitérée depuis sa séparation de l'artère souclavière droite, jusqu'à sa division en deux branches principales, ce qui répond à peu près à l'angle de la mâchoire inférieure: en se bouchant tout-à-fait, cette artère qui est ordinairement grosse comme le bout du petit doigt, s'étoit convertie en un cordon grêle, dans l'intérieur duquel on ne distinguoit aucune trace de conduit, & ce cordon pouvoit avoir environ 2 lignes de diamètre.

Il y avoit dans le bas de cette artère, précisément à l'endroit où elle naît de la souclavière droite, il y avoit dis-je, un petit sac anévrismal, gros comme une noix muscade ordinaire, sa tunique étoit fort mince, & l'intérieur de sa cavité étoit rempli par une matière en partie graisseuse, en partie semblable à du sang desséché; on distinguoit encore l'ouverture par laquelle, avant l'oblitération de l'artère, ce sac communiquoit avec la cavité de l'artère elle-même, cette ouverture étoit fort petite.

Enfin à la place de la tumeur ci-dessus décrite, il se trouvoit

un nœud dur, oblong, gros comme le noyau d'une olive & qui n'avoit aucune cavité à l'intérieur, les artères laryngées, ſub-linguales & maxillaires y aboutiſſoient & avoient un calibre plus petit que dans l'état naturel.

Ce récit préſente pluſieurs circonſtances remarquables ſur leſquelles il eſt bon de faire quelques réflexions.

D'abord on voit un homme vivre plus de ſix ans ſans grande maladie, quoique chez lui le tronc d'une de ſes carotides fût entièrement fermé. La circulation s'eſt entretenue du côté affecté, non-ſeulement par les anaſtomoſes des branches de la carotide externe droite avec celle de la carotide externe du côté oppoſé, mais encore par la communication établie entre les deux carotides internes, au moyen de la grande & notable anaſtomoſe de leurs rameaux antérieurs, & celle enfin de la carotide droite avec le tronc bifurqué de l'artère baſilaire; mais le ſang en paſſant par les anaſtomoſes ſuſdites, a dû néceſſairement être ralenti dans ſon cours; en traverſant tous ces défilés, il a éprouvé un plus grand nombre de frottemens qu'il n'auroit fait, & la force qui l'y pouſſoit eſt reſtée la même que ſi les frottemens ne s'étoient point multipliés; c'eſt à ce ralentiſſement du mouvement circulatoire qu'il me ſemble qu'on doit attribuer l'abondance de la ſalive dont la bouche de M. Vieillard étoit inondée; le ſang traînoit, pour ainſi dire, dans les glandes ſalivales, il n'y arrivoit qu'avec lenteur, il y ſéjournoit long-temps, il n'en ſortoit qu'avec difficulté, il étoit forcé par-là de laiſſer échapper ſa ſéroſité; elle ſe mêloit à la ſalive, elle en augmentoit la quantité; les Médecins voient tous les jours la même choſe arriver, quand le ſang ne pouvant librement ſe diſtribuer aux parties qui ſont au-deſſous de la poitrine, eſt obligé de refluer vers la tête, qu'il ſurcharge, & à travers les vaiſſeaux de laquelle l'excès de ſa maſſe l'empêche de paſſer avec aiſance; alors il ſurvient une ſalivation aſſez abondante, ce qu'on obſerve aſſez ſouvent dans les cas d'obſtruction des viſcères du bas-ventre, & ſpécialement dans la maladie hypocondriaque lorſqu'elle eſt accompagnée de ces ſortes d'engorgemens.

C'eſt encore au ralentiſſement du mouvement circulaire du ſang dans le côté affecté, qu'il faut à mon avis, rapporter la difficulté que le malade avoit à prononcer, le bégayement qu'il éprouvoit, & l'impoſſibilité dans laquelle il ſe trouvoit de tirer ſa langue hors de ſa bouche; pour que le mouvement muſculaire s'opère d'une manière convenable, il faut que le ſang artériel circule librement dans le muſcle : quand ſon cours y eſt gêné, lui-même gêne à ſon tour la contraction de la fibre muſculaire; or la même cauſe qui, dans le cas préſent, s'oppoſoit à la libre tranſmiſſion du ſang à travers les glandes ſalivales, produiſoit le même effet à l'égard de celui qui pénétroit les muſcles de la langue; ces muſcles ſe trouvoient donc incommodés de la trop grande quantite de ſang qui s'y arrêtoit; les eſprits lancés dans les muſcles trouvoient les nerfs à la preſſe, ils éprouvoient de la difficulté à les remplir, il n'y arrivoient qu'après avoir vaincu cette difficulté, & pour ainſi dire par bonds & par ſaccades; je ne crois pas qu'il en faille davantage pour rendre en général le mouvement muſculaire difficile & irrégulier; en particulier, ces cauſes agiſſant ſpécialement ſur la langue doivent donner naiſſance au bégayement & à la difficulté de prononcer.

Il n'eſt pas plus difficile d'expliquer pourquoi il s'eſt fait une crévaſſe ſi énorme dans la ſubſtance du cerveau du côté oppoſé à celui qui étoit malade; car on ſent bien que la maſſe totale du ſang, qui avoit coutume avant l'oblitération de l'artère carotide droite de ſe partager entre cette artère & celle du côté gauche, a été forcée après l'oblitération formée de ſe porter par le ſeul conduit de cette dernière; il eſt clair que cette maſſe plus grande a forcé les tuniques de cette artère, laquelle a dû ſe dilater plus qu'auparavant, ainſi que tous les rameaux qui en prennent naiſſance, & c'eſt à cauſe de cela que dans l'ouverture du cadavre nous avons trouvé l'artère carotide gauche & toutes ſes branches plus groſſes que dans l'état naturel; or parmi ces branches les principales ſont celles qui ſe diſtribuent aux lobes moyens & antérieurs du cerveau, chacun ſait que les tuniques de ces branches ſont d'une très-grande

ténuité; les Anatomistes ont coutume de dire qu'en pénétrant dans le crâne, les artères se dépouillent de leur membrane musculaire; en effet, ces vaisseaux n'ont pas à l'intérieur du crâne plus d'épaisseur que les veines n'en ont dans le reste du corps; cette délicatesse des artères du cerveau a toujours été regardée comme une des causes qui favorise le plus les congestions sanguines, qui ont coutume de faire naître les différentes espèces d'apoplexie; dans les circonstances où M. Vieillard se trouvoit, les vaisseaux avoient été forcés d'admettre presque le double du sang qu'ils recevoient avant que la carotide droite fût bouchée; ils ont résisté long-temps à leur extrême dilatation, enfin ils ont cédé, leurs membranes se sont distendues autant qu'elles pouvoient l'être, mais enfin incapables de prêter davantage elles se sont crévées, le sang s'est épanché, il a comprimé les parties voisines, l'apoplexie s'en est suivie & a terminé les jours du malade.

Peut-être eût-il vécu davantage si des affaires intéressantes ne l'eussent arraché au repos dont il jouissoit au sein de sa patrie, & ne l'eussent contraint de venir respirer l'air épais & mal-sain de cette capitale & de s'y livrer à un nouveau genre de vie; à un certain âge, on ne change point impunément de manière de vivre; c'étoit par une sorte de miracle que M. Vieillard jouissoit de la vie, elle ne tenoit, pour ainsi dire, à rien, le plus léger accident pouvoit la lui faire perdre; il a eu le malheur d'éprouver l'action d'une cause qui peut détruire la santé des personnes les plus robustes, est-il étonnant qu'il y ait succombé?

Il paroît que malgré l'influence de cette cause, s'il eut voulu suivre les conseils des Médecins, s'il se fût fait ouvrir la veine plus souvent, & sur-tout à son arrivée à Paris, il eût pu échapper au danger qui le menaçoit; la masse totale de ses humeurs diminuée par la saignée, il se seroit moins porté de sang au cerveau, les vaisseaux auroient continué à résister à son effort comme ils le faisoient depuis si long-temps, ils seroient restés entiers & la vie eût été conservée.

L'explication des phénomènes que nous venons d'examiner

ſe préſente aſſez naturellement à l'eſprit, & peut être ſaiſie ſans peine; eſſayons de développer comment & pourquoi il s'eſt pu faire que le phénomène principal, c'eſt-à-dire l'oblitération de la carotide ait eu lieu; je crois que c'eſt à l'anévriſme qui s'eſt formé au pied de cette artère, qu'on doit attribuer ces effets ſinguliers, & voici comment il me ſemble que la choſe doit être conçue.

Les tuniques de nos artères jouiſſent d'une force contractile très-grande, & c'eſt en exerçant cette force, qu'elles reviennent ſur le fluide qui pénètre leur cavité, le preſſent & concourent par-là à hâter ſon mouvement progreſſif; ce fluide eſt le ſeul agent qui opère la dilatation de ces tuyaux & qui les entretienne ouverts à certain degré, en ſorte que leur cavité eſt toujours proportionnée à l'effort que fait le fluide ſur leurs parois pour les écarter, & cet effort à ſon tour eſt en raiſon de la maſſe & de la vîteſſe du fluide, en ſorte que ſi l'on diminue conſidérablement la quantité du ſang, comme il arrive par les hémorragies, le calibre de toutes les artères diminue proportionnellement à la diminution du fluide qu'elles contiennent: ce qui ſe fait par le reſſerrement de leurs membranes, leſquelles s'appliquent toujours immédiatement ſur le fluide ſuſdit; la même choſe arrive quand la vîteſſe de ce fluide n'eſt plus la même; les tuniques n'éprouvant plus le même effort de la part de l'agent deſtiné à les dilater, prennent petit à petit le deſſus ſur cet agent affoibli, elles ſe reſſerrent inſenſiblement & ſe ferment enfin tout-à-fait, c'eſt-là ce qui arrive aux artères ombilicales & au canal artériel, faiſons l'application de ces principes au cas préſent.

Il s'étoit formé un ſac anévriſmal préciſément à la naiſſance de la carotide droite, ce ſac caché derrière la clavicule, n'a point été aperçu ni même ſoupçonné pendant la vie de la perſonne qui fait le ſujet de cette obſervation, mais il n'en produiſoit pas moins le ralentiſſement de la marche du ſang dans le tronc de la carotide droite; en effet ce fluide en partant de l'artère ſouclavière s'élançoit dans le ſac anévriſmal, heurtoit contre ſes parois, employoit ſon effort à les

distendre, se réfléchissoit en frappant contre eux & perdoît évidemment par-là une grande partie de la vîtesse qu'il avoit reçue ; il ne s'avançoit dans le creux de l'artère qu'après avoir souffert cette perte ; trop foible alors pour soulever suffisamment les membranes de ce conduit, il les laissoit revenir sur elles-mêmes : dans la proportion que de jour en jour son action diminuoit, dans la même proportion l'effet de la force contractile des membranes s'augmentoit ; enfin cette force est parvenue au point de l'emporter sur l'action du fluide, il a été exprimé & chassé & il ne s'est plus trouvé en état de vaincre la résistance des tuniques épaissies par leur resserrement, & accoutumées à ne plus céder à son effort : il a cessé de pénétrer dans la cavité de cette artère, & les membranes de ce vaisseau rapprochées au point de se toucher immédiatement, demeurant constamment dans cet état, se sont collées entre elles de manière que la cavité de l'artère s'est entièrement effacée ; le sang qui n'a pu passer par ce tuyau bouché, après quelques tentatives inutiles, s'est vu forcé de prendre son cours par l'artère souclavière, il s'y est si bien accoutumé qu'il a en quelque sorte oublié le chemin du sac anévrismal ; il est arrivé à ce sac ce que l'artère venoit d'éprouver ; des grumeaux de sang s'y sont formés, ils en ont rempli la cavité, ils ont empêché le nouveau sang de s'y porter ; pendant ce temps la sérosité des grumeaux s'est dissipée, les tuniques du sac les ont resserrées, l'ouverture s'est rétrécie, il n'est resté à l'intérieur que le *coagulum* rouge qui s'est à la fin desséché totalement, & que nous avons trouvé lors de l'ouverture du cadavre.

Mais cette tumeur que l'on sentoit sous l'angle de la mâchoire inférieure, & que l'on avoit regardée comme la maladie principale, comment s'est-elle formée? pourquoi s'est-elle effacée & convertie en un noyau dur & compact? Ce phénomène est celui dont il me semble le moins aisé de rendre raison, voici cependant comme je pense que la chose est arrivée.

Quand une fois le tronc de la carotide a été parfaitement bouché,

bouché, les parties droites de la tête n'ont pu se nourrir que par le sang qu'elles ont reçu au moyen des anastomoses dont nous avons déjà parlé; ce sang, apporté par le tronc de la carotide gauche, après s'être réparti dans les différentes branches de cette artère, a gagné les rameaux des artères correspondantes du côté droit, &, par un nouveau mouvement opposé à celui qu'il suit dans l'ordre naturel, il s'est échappé des rameaux pour passer dans le tronc des artères laryngées, sublingales, maxillaires, tant internes qu'externes, temporales & même carotides internes du côté droit: or continuant toujours sa marche de cette manière par un mouvement en quelque sorte rétrograde, il est arrivé par ces différens canaux à un point commun, à un véritable confluent qui s'est trouvé au lieu de réunion de ces différens vaisseaux; arrivé de tous côtés à ce point de rencontre & ne pouvant passer outre, tant à cause de l'oblitération du tronc principal, que parce que tous les vaisseaux étoient également pleins & résistoient à peu-près tous également, il a fallu que le lieu où cette rencontre s'est faite se soit dilaté en tout sens: cette dilatation a formé la tumeur que nous avions sentie au-dessous de la mâchoire; elle étoit vraiment anévrismale, mais le sang poussé & pressé dans cette espèce de cul-de-sac, a dû laisser transuder la lymphe dans le tissu cellulaire environnant; elle s'y est épaissie & endurcie. Pendant ce temps, le sang lui-même a perdu son mouvement & n'a pu former qu'un tampon qui remplissoit la portion d'artère dilatée; les colonnes de sang, apportées lentement par les vaisseaux que nous venons de nommer, ont frappé foiblement contre le grumeau, sans ébranler sa masse qui est restée immobile & sans action sur les tuniques de l'artère dilatée: mais, par son séjour, il a été contraint de lâcher sa sérosité; il a par-là diminué de volume; le ressort des membranes de l'artère a aidé à cette diminution, & dans la proportion que cette masse perdoit de sa grosseur, le ressort susdit augmentoit de force & d'action; enfin il s'est trouvé que le grumeau, entièrement fondu & repoussé, n'a pu empêcher les membranes de s'approcher assez pour se toucher & se coller; ces membranes

étoient encroûtées & épaissies par l'extravasation de la lymphe; en se rapprochant & se confondant, elles ont formé le noyau dur qui a succédé à la tumeur anévrismale.

Quel que soit le jugement qu'on portera sur la manière dont nous avons cru pouvoir expliquer les différens accidens survenus dans le cours de cette singulière maladie, nous avons pensé que le fait en lui-même étoit digne d'être observé, & qu'il pouvoit être de quelque utilité à ceux qui étudient la Physique du corps humain, où qui se destinent à l'exercice de la Médecine.



MÉMOIRE
SUR
LA VARIATION DE L'INCLINAISON
DE L'ORBITE
DU SECOND SATELLITE DE JUPITER.

Par M. MARALDI.

ON ſait depuis long-temps, que l'inclinaiſon de l'orbite du ſecond Satellite de Jupiter eſt variable; M. Wargentin a établi la plus grande inclinaiſon de $3^d\ 47'$ & la plus petite de $2^d\ 29'$, par conſéquent la variation eſt de $1^d\ 18'$; il a remarqué le premier que cette variation eſt périodique, & que la période eſt d'environ trente-un ans, de ſorte que l'inclinaiſon croît pendant environ quinze ans & demi, moitié de la période, & décroît pendant l'autre moitié; c'eſt en ce ſens qu'on doit entendre ce qu'on lit dans le Mémoire qui eſt à la tête des obſervations du ſecond Satellite, publiées en 1749 dans les Mémoires de l'Académie d'Upſal, de l'année 1743. *Non obſcure patuit inclinationem orbitæ ſecundi ſtatas, ſatiſque regulares creſcendi & decreſcendi vices ſervare;* car on ne connoît pas encore les loix de cette variation; on ne ſait pas ſuivant quel rapport l'inclinaiſon augmente & diminue, & je penſe qu'il ſera fort difficile de le déterminer par les obſervations, parce que celles qui y ſont propres ſont fort rares; il faudroit pouvoir obſerver la durée des éclipſes de ce Satellite plus ſouvent que l'arrangement même de ſon ſyſtème ne le permet. Les obſervations faites en 1750 & 1751, 1714 & 1715 m'ont fait apercevoir une différence dans l'inclinaiſon, qui ne peut pas être attribuée à la variation périodique; je ne crois pas qu'on puiſſe la rejeter entièrement ſur l'incertitude des obſervations ou ſur la difficulté de déter-

30 Avril 1765.

miner exactement l'inclinaiſon; on en jugera par le détail des obſervations que nous allons rapporter.

Le 16 Août 1750, j'ai obſervé par un fort beau temps l'immerſion du ſecond Satellite dans l'ombre de Jupiter à $10^h\ 56'\ 25''$, avec une lunette de 18 pieds; le même jour M. Stroëmer, avec une lunette de même foyer, a obſervé à Upſal l'émerſion de ce Satellite à $14^h\ 17'\ 3''$. La différence des méridiens entre Paris & Upſal eſt de $1^h\ 1'\ 10''$; donc l'émerſion eſt arrivée à $13^h\ 15'\ 53''$ au méridien de Paris. L'obſervation de M. Stroëmer eſt qualifiée *bonne* dans une copie de toutes les obſervations des ſatellites de Jupiter qui ont été faites en Suède depuis 1748 juſqu'en 1762, que M. Wargentin a eu la bonté de m'envoyer écrite de ſa main.

J'ai trouvé dans le même Recueil les obſervations des phaſes de deux éclipſes que M. Wargentin a obſervées lui-même à Stockolm avec un téleſcope de deux pieds, & que je tranſcris ici mot à mot.

1751, 9 Janv.	$5^h\ 57'\ 15''$ immer. Stockolm	8. 11. 57. émerſ. Stockolm	W. tel. 2 pieds, il fait très-beau. B.
1751, 11 Sept.	11. 34. 2. immer. Stockolm	W. tél. 2 pieds, très-bien.	
	13. 57. 50. émerſ. Stockolm	W. m. tél. à quelques ſec. près.	

On ne lit pas cette circonſtance, *à quelques ſecondes près*, dans une copie des obſervations faites en Suède en 1751 & 1752, que j'ai trouvée dans les papiers de M. l'abbé de la Caille, à qui elle a été envoyée vraiſemblablement par M. Wargentin, car elle eſt écrite de la même main que ma copie.

Voilà trois éclipſes du ſecond Satellite, obſervées dans l'intervalle de treize mois, dont la durée a été déterminée par les obſervations immédiates de l'entrée du Satellite dans l'ombre & de ſa ſortie; on peut donc calculer trois fois l'inclinaiſon, & connoître la variation en treize mois.

La demi-durée des éclipſes du ſecond Satellite eſt la ſeule

des données du problème qu'il soit possible de déterminer immédiatement par observations ; j'ai emprunté les autres des Tables de M. Wargentin, j'ai supposé par conséquent les nœuds au 12e degré 15 minutes du ♌ & du ♒ ; je proposerai dans ce Mémoire mes conjectures sur leur situation & leur mouvement. Quant au demi-diamètre de la section de l'ombre dans l'orbe du Satellite, ou ce qui revient au même, la plus grande demi-durée des éclipses, je l'ai trouvée par un milieu entre sept déterminations, de 1^h 25′ 51″; elle ne diffère que de 11 secondes de celles des Tables de M. Wargentin, qui est de 1^h 25′ 40″.

J'ai calculé l'inclinaison dans l'hypothèse de la section de l'ombre circulaire, parce que je me suis assuré que la demi-durée des éclipses du second Satellite depuis les nœuds jusqu'aux limites est exactement la même dans l'une & dans l'autre hypothèse, pourvu que dans chaque hypothèse on se serve de l'inclinaison déduite de la même hypothèse, c'est-à-dire que lorsqu'on calcule la demi-durée des éclipses dans l'hypothèse de la section de l'ombre circulaire, on se serve de l'inclinaison déduite de l'hypothèse circulaire, & dans l'hypothèse de la section de l'ombre elliptique, on se serve de l'inclinaison déduite de l'hypothèse elliptique ; voici les élémens dont je me suis servi.

Le 16 Août 1750, la demi-durée de l'éclipse observée, 1^h 9′ 44″ qui répond à 4^d 54′ 18″$\frac{1}{2}$ de l'orbe du Satellite ; la distance de Jupiter au nœud ascendant du Satellite 72^d 3′, la longitude héliocentrique de Jupiter étant calculée suivant les Tables de M. Cassini.

Le 9 Janvier 1751, la demi-durée de l'éclipse, 1^h 7′ 21″ = 4^d 44′ 15″, la distance de Jupiter au nœud ascendant 85^d 20′.

Le 11 Septembre 1751, la demi-durée de l'éclipse, 1^h 11′ 54″ = 5^d 3′ 27″, la distance de Jupiter au nœud ascendant 107^d 21′ ou bien 72^d 39′ au nœud descendant.

Le demi-diamètre de l'ombre est de 6^d 1′ 33″$\frac{1}{2}$, il est le

même pour le temps de ces trois éclipſes. Avec ces élémens, j'ai trouvé l'inclinaiſon:

Le 16 Août 1750, de.	$3^d\ 41'\ 2''$
Le 9 Janvier 1751.	3. 44. 30
Le 11 Septembre	3. 26. 12

Ainſi la variation a été de 18′ 18″ en huit mois de temps, depuis le 9 Janvier 1751 juſqu'au 11 Septembre de la même année, ce qui fait preſque le quart de toute la variation périodique *(a)*.

Comme la circonſtance, à quelques ſecondes près, ajoutée dans ma copie, vis-à-vis de l'émerſion du 11 Septembre 1751, pourroit y faire ſoupçonner une erreur *(b)*, qui auroit produit dans le calcul, la différence que j'attribue à la variation de l'inclinaiſon; je joins ici, ſans entrer dans l'examen de cette circonſtance, qui m'a paru peu importante, puiſque M. Wargentin l'a omiſe dans la copie envoyée à M. de la Caille; je joins, dis-je, les immerſions du Satellite, obſervées avant l'oppoſition de Jupiter au Soleil, des années 1750 & 1751, & les émerſions obſervées

(a) J'ai trouvé l'inclinaiſon de $3^d\ 28'\ 9''$ par la comparaiſon de l'immerſion obſervée à Hernoſand, par M. Schenmark avec une lunette de 20 pieds, le 17 Août 1751 à $14^h\ 22'\ 47''$, ou réduite au méridien de Paris $13^h\ 20'\ 35''$; & l'émerſion que j'ai obſervée à Paris à $15^h\ 43'\ 6''$; mais mon obſervation eſt rapportée avec des circonſtances qui la rendent ſi douteuſe, que je n'ai pas voulu la joindre aux obſervations de M. Wargentin & en faire uſage. Voici ce que je trouve dans le journal des obſervations.

1751. 17 Août	$13^h\ 18'\ 22''$	le Satellite n'eſt pas entré dans l'ombre; Jupiter eſt couvert par les nuages.
	13. 20. 52	Jupiter étant découvert, on ne voit plus le 2.^{d} Satellite.
	15. 43. 6	il me ſemble voir le ſecond Satellite qui ſort de l'ombre tout près de Jupiter; lorſque je ſuis retourné à la lunette, Jupiter étoit couvert; il ne m'a pas été poſſible de le revoir & de m'en aſſurer.

En ſuppoſant l'émerſion certaine, la demi-durée de cette Éclipſe a été de $1^h\ 11'\ 15''\frac{1}{2}$ $= 5^d\ 0'\ 45''$; la diſtance de Jupiter au Nœud aſcendant étoit de $105^d\ 9'$, ou de $74^d\ 51'$ au Nœud deſcendant; on trouveroit l'inclinaiſon de $3^d\ 28'\ 9''$.

(b) Cette erreur ſeroit de 5′ 36″, car ayant calculé la durée de l'Éclipſe du 11 Septembre 1751, en ſuppoſant l'inclinaiſon conſtante de $3^d\ 44'\ 30''$, j'ai trouvé cette durée de $2^h\ 18'\ 12''$, au lieu qu'elle a été obſervée de $2^h\ 23'\ 48''$; cette erreur tomberoit entièrement ſur la ſeule obſervation de l'émerſion, puiſque l'immerſion a été très-bien obſervée.

après l'opposition; par lesquelles on peut trouver la durée des Eclipses, calculer l'inclinaison & constater la variation; on verra quelle précision on peut attendre de cette méthode, à laquelle on est souvent obligé d'avoir recours, faute d'observations immédiates.

Date		Temps	Phénomène	Lieu & Instrument	*Erreur des Tables.*
1750.	1 Octobre..	16h 12′ 51″	Immersion à	Thury, Lunette de 14 pieds...	— 2′ 33″
	12........	9. 16. 1.		Stockolm, Télescope de 2 pieds.	— 2. 14
	19........	11. 55. 17.			— 2. 32
1750.	26 Octobre...	16h 53′ 15″	Émersion à..	Stockolm, Télescope de 2 pieds.	— 0′ 38″
	30........	6. 12. 50.			— 0. 23
	6 Novembre	7. 47. 24.		Thury, Lunette de 14 pieds...	— 1. 21
	13........	11. 27. 17.		Stockolm, Télescope de 2 pieds..	— 1. 44
1751.	6 Octobre..	8h 46′ 22″	Immersion à	Stockolm, Télescope de 2 pieds.	— 1′ 46″
	13........	10. 33. 17.		Marseille..................	— 1. 59
	27........	15. 36. 43.		Thury, Lunette de 14 pieds..	— 1. 55
*	7 Novembre	8. 33. 22.		Hernosand, Lunette de 20 pieds.	— 2. 43
1751.	9 Décembre	10h 43′ 12″	Émersion à	Stockolm, Télescope de 2 pieds...	+ 3′ 58″
	16........	13. 17. 22.			+ 3. 8
	27........	5. 10. 0.			+ 3. 31

On remarquera que parmi les observations de l'année 1750, il y a une immersion observée à Stockolm le 19 Octobre à 11h 55′ 17″, & une émersion observée dans la même ville le 26 Octobre à 16h 53′ 15″; que l'intervalle entre les observations de ces deux phases est de 7j 4h 57′ 58″, dont la moitié 3j 14h 28′ 59″ étant ajoutée à l'heure de l'immersion, donne l'heure du milieu d'une Éclipse arrivée le 23 Octobre à 2h 24′ 16″ au méridien de Stockolm le jour même de l'opposition de Jupiter au Soleil.

Si on calcule par les Tables de M. Wargentin, de la seconde édition, le temps des conjonctions véritables du Satellite des 19 & 26 Octobre, on trouvera la conjonction véritable du 19

* Je ne sais où j'ai pris cette observation; je ne la trouve dans aucune des deux copies de M. Wargentin.

à $12^h\ 3'\ 20''$, & celle du 26 à $14^h\ 42'\ 35''$; l'intervalle entre ces deux conjonctions, qui est de $7^j\ 2^h\ 39'\ 5''$, étant ôté de $7^j\ 4^h\ 57'\ 58''$, intervalle entre les deux phases observées, on aura la durée de l'Éclipse arrivée le 23 Octobre de $2^h\ 18'\ 53''$. J'ai trouvé la durée de cette même Éclipse de $2^h\ 17'\ 47''$ par l'immersion observée à Thury le 1.er Octobre & l'émersion observée à Stockolm le 13 Novembre; j'en supprime le détail parce qu'il ne serviroit qu'à alonger ce Mémoire: en prenant un milieu, on aura la durée de cette Éclipse de $2^h\ 18'\ 20''$.

Je ne sais s'il ne vaudroit pas mieux s'en tenir à la première détermination, parce que (indépendamment que les deux premières observations ont été faites par le même Astronome, dans le même lieu & avec les mêmes instrumens) si le mouvement du Satellite est sujet à quelque inégalité qui nous soit encore inconnue, il est à présumer qu'elle influera moins sur la durée conclue par la comparaison des observations moins éloignées entre elles; mais il faut avouer aussi que les observations, soit des immersions, soit des émersions faites si proche de l'opposition, ne sont pas aussi exactes que celles qui en sont plus éloignées, parce que la lumière de Jupiter diminuant celle du Satellite, fait qu'on cesse de le voir plus tôt en entrant dans l'ombre, & qu'on l'aperçoit plus tard en sortant, & prolonge par conséquent la durée des éclipses; la théorie du Satellite & les Tables, pourront être perfectionnés par la suite; on pourra revenir sur ses pas & recommencer les calculs, au lieu que je doute fort qu'on puisse jamais évaluer l'incertitude de la durée des éclipses causée par la lumière de Jupiter; ainsi tout bien considéré, je pense qu'il vaut mieux s'en tenir au milieu qui résulte des deux déterminations; j'y suis d'autant plus porté que le milieu entre toutes les combinaisons des trois immersions avec les quatre émersions est précisément de même, c'est-à-dire $2^h\ 18'\ 20''$; on peut donc supposer la demi-durée de l'éclipse du 23 Octobre 1750, de $1^h\ 9'\ 10''$, la distance de Jupiter au nœud étoit de $78^d\ 13'$, on trouve l'inclinaison de $3^d\ 38'\ 25''$; mais par la comparaison des observations

observations de 1751, on trouve la durée des éclipses pour le 26 Novembre de 1^h $14'$ $11''$, la distance de Jupiter au nœud étoit de 65^d $54'$, ce qui donne l'inclinaison de 3^d $18'$, $23''$: donc la variation a été de 20 minutes en treize mois. Je ne m'arrêterai pas à faire des réflexions sur l'inclinaison déterminée par cette méthode; on sent bien qu'elle ne peut pas être aussi exacte que celle qu'on trouve par la durée des Éclipses, conclue des observations immédiates des phases de la même éclipse : il me suffit d'avoir prouvé la variation de 20 minutes en treize mois, qui est plus du quart de toute la variation périodique, ce qui doit mettre l'observation du 11 Septembre 1751 à l'abri de tout soupçon; je passe à une remarque plus importante.

J'ai trouvé par les observations que je rapporterai ci-dessous, que le 18 Octobre 1714, la demi-durée des éclipses a été de 1^h $13'$ $57''$, & j'en ai conclu l'inclinaison de 3^d $24'$ $19''$; mais le 17 Septembre 1715, l'inclinaison conclue de la durée de l'Éclipse déterminée ce jour-là par les observations immédiates de l'entrée du Satellite dans l'ombre, & sa sortie, a été de 3^d $44'$ $58''$; donc la variation a été de 20 minutes en onze mois de temps. Je remarque qu'en 1714, avant l'arrivée de Jupiter aux limites des Satellites, l'inclinaison a été moindre qu'en 1715 après le passage de Jupiter par les limites, & que le contraire est arrivé en 1751; c'est-à-dire qu'au mois de Janvier avant l'arrivée de Jupiter aux limites, l'inclinaison a été plus grande qu'au mois de Septembre après le passage de Jupiter par les limites, ce qui m'a fait conjecturer que cette variation de l'inclinaison pourroit venir de ce que le lieu des Nœuds que je suppose dans ces calculs n'est pas le vrai; en effet, ayant calculé le lieu des nœuds pour le 18 Octobre 1714, en supposant la demi-durée des éclipses de 1^h $13'$ $57''$, & la plus grande inclinaison constante de 3^d $44'$ $53''$, comme elle étoit le 17 Septembre 1715, on les trouve dans 21^d $21'$ $45''$ du Lion & du Verseau; mais par l'observation du 11 Septembre 1751, en supposant l'inclinaison constante de 3^d $44'$ $30''$ comme elle a été déterminée le 9 Janvier de

la même année, on les trouve dans 0d 54′ 9″ du Lion & du Verſeau; donc la différence eſt 20d 27′ 36″, ce qui dénoteroit une libration des nœuds de 10d 13′ 48″ & placeroit le lieu moyen dans 11d 8′ du Lion & du Verſeau. M. Wargentin les a placés dans 12d 15′ des mêmes; je ne ſais s'il connoît cette libration, mais il n'en a encore rien publié.

Les obſervations du 17 Septembre 1715 ſont rapportées dans les Mémoires de l'Académie de 1740; voici les obſervations de 1714, faites à Paris par mon oncle, avec une lunette de 17 pieds.

1714.	4 Août	14h	59′	8″	immerſion	— 2′ 59″	
	23 Sept.	9.	31.	16.	immerſion	— 4. 9.	
	18 Oct.	9.	21.	37.	Le Satellite venoit de ſortir; on ne le voyoit pas une minute auparavant.		
	12 Nov.	6.	34.	25	émerſion	+ 2′ 42″	
	19 Nov.	9.	12.	37	émerſion	+ 3. 30.	

J'ai fait part à l'Académie de mes recherches ſur la variation de l'inclinaiſon, par deux lettres écrites d'Éclimont, où j'ai paſſé la plus grande partie de l'année 1765, pour rétablir ma ſanté. Dans la première lettre qui a été lûe dans l'Aſſemblée du 21 Août, j'ai établi la période de la libration des Nœuds de trente ans, & j'y ai joint une Table du lieu du Nœud aſcendant pour le 1.er Janvier de chaque année de la période. Dans la ſeconde lettre qui a été lûe dans l'Aſſemblée du 23 Novembre, j'ai déterminé la plus petite inclinaiſon de 2d 43′ 15″ pour le commencement des années 1673, 1703, 1733 & 1763, & la plus grande inclinaiſon de 3d 45′ 30″ pour le commencement des années 1688, 1718 & 1748; de ſorte que l'inclinaiſon moyenne eſt de 3d 14′ 22″, & la différence de cette inclinaiſon à la plus grande & à la plus petite, eſt de 31′ 7″, que j'ai diſtribuée ſuivant le rapport du ſinus total au ſinus de la diſtance au commencement de la période, pour conſtruire la Table de l'inclinaiſon pour chaque année de la période, que j'ai jointe à cette lettre.

MÉMOIRE

Sur la cauſe de la variation de l'inclinaiſon de l'orbite du ſecond Satellite de Jupiter.

Par M. BAILLY.

LE phénomène, le plus ſingulier de tout le ſyſtème du monde, eſt peut-être la variation de l'inclinaiſon de l'orbite des ſatellites de Jupiter, que les Aſtronomes ont été forcés d'admettre ſans en connoître la cauſe. 30 Avril 1765.

Il eſt conſtant que les demi-demeures du ſecond Satellite, dans l'ombre de Jupiter, ont été obſervées en 1668 de $1^h\ 19'$, & en 1715 de $1^h\ 7'\ \frac{1}{2}$, à peu-près à la même diſtance des nœuds, c'eſt-à-dire vers 90 degrés. Voilà par conſéquent une différence de près de 12' de temps, & c'eſt un fait d'où l'on peut partir.

La détermination du lieu du nœud & celle de l'inclinaiſon ne peuvent ſe déduire que de l'obſervation; mais l'obſervation ne donne directement qu'une quantité, qui eſt le produit du ſinus de la diſtance au nœud par le ſinus de l'inclinaiſon: il s'enſuit, que pour avoir l'inclinaiſon, il faut ſuppoſer le lieu du nœud, ou réciproquement.

Il reſte donc toujours quelque incertitude ſur les élémens qu'on en peut tirer: feu M. Maraldi * examine ces variations & trouve, avec raiſon, qu'il n'y a que trois manières de les expliquer; 1.° en ſuppoſant une excentricité au ſatellite; 2.° en ſuppoſant un mouvement dans les nœuds; 3.° en ſuppoſant une variation dans l'inclinaiſon. M. Maraldi fait voir que les deux premières cauſes ſeroient inſuffiſantes, & il s'arrête à la dernière, c'eſt-à-dire à la variation de l'inclinaiſon; je ferai voir par la ſuite que chacune de ces trois cauſes concourt à produire l'effet que nous obſervons.

* Voy. Mém. de l'Acad. 1729, p. 393.

La variation de l'inclinaiſon a été adoptée par M. Wargentin & par M. Maraldi neveu; tous les deux ont vu qu'il n'y avoit que ce moyen, qui fût ſuffiſant pour expliquer les inégalités des demi-durées des Éclipſes; effectivement il auroit fallu ſuppoſer une excentricité prodigieuſe, démentie par les obſervations, ou un mouvement du nœud, tantôt direct, tantôt rétrograde & paſſant de l'un à l'autre en très-peu de temps.

Mais cette variation de l'inclinaiſon paroît répugner aux loix connues de la Nature; loix auxquelles tous les corps céleſtes obéiſſent: ſi l'on en cherche l'explication dans l'attraction admiſe ſi univerſellement, & ſi j'oſe le dire, démontrée par toutes les planètes; un corps ne peut être retiré du plan de ſon orbite, ſoit pour s'élever, ſoit pour s'abaiſſer, qu'il n'y ait au-deſſus ou au-deſſous, un autre corps qui agiſſe ſur lui. Quel eſt-il ce corps qui élève & abaiſſe alternativement l'orbite du ſecond Satellite dans une période de trente-deux ans? ſon inclinaiſon varie depuis $2^d\ 30'$ juſqu'à $3^d\ 48'$ à peu près.

L'inclinaiſon du premier eſt de $3^d\ 8'$, celle du troiſième, qui eſt variable, n'a jamais été obſervée de plus de $3^d\ 27'$; celle du quatrième eſt de $2^d\ 36'$. Or ſi l'on peut concevoir que l'action de ces petites planètes puiſſe être aſſez ſenſible pour retirer le ſecond du plan de ſon orbite, cette action doit ceſſer lorſque l'inclinaiſon du ſecond a atteint la plus grande des trois autres, pourquoi croit-elle donc de 23 minutes au-delà?

De plus, ſi cette variation étoit dûe à l'attraction des Satellites; ſa période ſeroit celle du retour des Satellites au même aſpect & non pas un intervalle de trente-deux ans.

J'ai calculé l'effet de cette attraction, & je me ſuis convaincu qu'il eſt inſenſible; je réſerve ces détails pour l'ouvrage dans lequel je rendrai compte à l'Académie de tous mes travaux à cet égard.

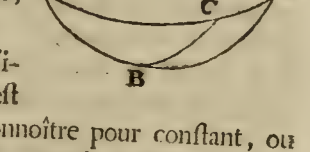
Il ſeroit d'ailleurs très-extraordinaire que l'attraction mutuelle des Satellites eût un ſi grand effet pour altérer leur inclinaiſon & n'en eût aucun pour mouvoir leurs nœuds que tous les Aſtronomes ont regardé juſqu'ici comme fixes, & ces Aſtronomes ſont ce que l'Europe a produit de plus célèbre, M.rs

Caſſini, Maraldi l'oncle, Bradley, Wargentin & M. Maraldi lui-même juſqu'aujourd'hui.

Il faut donc que la théorie faſſe voir en même temps que l'inclinaiſon eſt variable, & que les nœuds ſont fixes ou à peu-près. Les Géomètres ſavent qu'il y a une relation néceſſaire entre les équations du mouvement du nœud, & celles de l'inclinaiſon, celles-ci étant toujours beaucoup plus petites : ſi le mouvement du nœud eſt inſenſible, l'inclinaiſon doit paroître invariable ; mais la théorie fait voir que le nœud des orbites des deux Satellites a un mouvement qui doit être aſſez conſidérable, tandis que l'inclinaiſon ne varie pas ſenſiblement : il faut donc examiner ſi l'on ne peut pas concilier la théorie avec les obſervations.

Maintenant, je crois pouvoir démontrer que l'inclinaiſon de l'orbite du Satellite troublé, ſur l'orbite du Satellite perturbateur eſt conſtante ; la variation que nous obſervons dans l'inclinaiſon du Satellite troublé ſur l'orbite de Jupiter, a pour unique cauſe le mouvement du nœud du Satellite troublé.

Soit AC l'orbite de Jupiter, AB l'orbite du Satellite perturbateur, BC celle du Satellite troublé.



L'angle ABC qui meſure l'inclinaiſon mutuelle des deux orbites, eſt celui que la théorie nous a fait reconnoître pour conſtant, ou dont les variations ſont inſenſibles. Le nœud B eſt celui qui ſe meut en rétrogradant de A en B ; l'inclinaiſon ACB eſt celle que nous obſervons, & AC le mouvement du nœud C ſur l'orbite de Jupiter.

Pour trouver la relation que l'angle ACB & le côté AC ont avec le côté AB, qui repréſente le mouvement réel du Nœud, nous aurons recours à la Trigonométrie ſphérique, & nous trouverons

$$\text{tang.}\, AC = \frac{\text{ſin.}\, AB \;\text{tang.}\, B}{\text{coſ.}\, AB \;\text{coſ.}\, A \;\text{tang.}\, B + \text{ſin.}\, A},$$

$$\text{coſ.}\, C = \text{coſ.}\, B\,(\text{coſ.}\, A - \text{ſin.}\, A \;\text{tang.}\, B \;\text{coſ.}\, AB).$$

La première de ces formules nous fait connoître 1.° que le ſinus AB étant multiplié par la tangente d'un fort petit angle, la tangente de AC ne ſera jamais très-grande, & que la valeur de AC ſera toujours fort au-deſſous de celle de AB; 2.° que la tangente de AC, croiſſant juſqu'à ce que AB ſoit de 90 degrés, croîtra encore au-delà, parce que le coſinus de AB, devenu négatif, diminuera le dénominateur.

J'ai déterminé le *maximum* par les règles de *maximis*, & j'ai trouvé que l'arc AC étoit le plus grand lorſque

$$\text{ſin. } AB = \sqrt{\left(1 - \frac{\text{tang.}^2 B}{\text{tang.}^2 A}\right)}.$$

Le nœud C paroîtra donc avoir un mouvement de libration autour du point A, c'eſt-à-dire que tandis que le point B parcourra le premier quart de ſa révolution & juſqu'à ce que ſin. AB ſoit égal à $\sqrt{\left(1 - \frac{\text{tang.}^2 B}{\text{tang.}^2 A}\right)}$, le nœud C s'éloignera du point A & aura un mouvement rétrograde; il deviendra direct & ſe rapprochera du point A, où il coincidera lorſque B aura parcouru 180 degrés; enſuite B parcourant le 3.e quart de ſa révolution, il continuera d'être direct en s'éloignant du point A de l'autre côté, juſqu'à ce que

$$\text{ſin. } AB = \sqrt{\left(1 - \frac{\text{tang.}^2 B}{\text{tang.}^2 A}\right)}.$$

Enfin il reprendra le mouvement rétrograde pour ſe rapprocher du point A, où il ſe confondra, lorſque B ayant achevé ſa révolution, s'y confondra lui-même.

L'époque où ce mouvement doit commencer eſt donc la conjonction des nœuds du Satellite troublé & du Satellite perturbateur au même point de l'orbite de Jupiter; ces nœuds ſe retrouvent encore en conjonction lorſque B a fait une demi-révolution.

En même temps, la ſeconde formule nous fait connoître

que l'angle C* diminuera pendant la première demi-révolution du nœud B; lorſque le point B ſera parvenu en D, l'angle C ſera plus petit que l'angle A & de la même quantité dont il le ſurpaſſoit au commencement du mouvement.

Suppoſant l'inclinaiſon la plus grande du ſecond, $3^d\ 48'$, celle du troiſième, $3^d\ 9'$.

L'inclinaiſon du ſecond décroîtra depuis $3^d 48'$ juſqu'à $2^d 30'$, tandis que le point B parcourra les deux premiers quarts de ſa révolution & croîtra enſuite pendant les deux autres quarts juſqu'à ce qu'elle ſoit revenue à $3^d 48'$.

Pour que toutes ces apparences aient lieu, il ſuffit que le nœud B faſſe ſa révolution ſur l'orbite du Satellite perturbateur dans l'intervalle de trente ou trente-un ans, qui eſt la période des inégalités des demi-durées obſervées par M.rs Maraldi & Wargentin, le mouvement annuel ſera donc d'environ 12 degrés; quantité que je déduis très-facilement de ſa théorie, au moyen des maſſes calculées par la méthode expliquée dans l'Ouvrage que je publierai inceſſamment.

Nous venons de voir que la période de la variation de l'inclinaiſon, s'achève en même temps que celle de la révolution des nœuds, & que cette variation ne peut avoir d'autre cauſe que cette révolution; que les nœuds des Satellites ſur l'orbite de Jupiter, n'ont qu'un mouvement d'oſcillation autour d'un point fixe, & cela joint à ce que ces nœuds reviennent exactement à ce point, deux fois dans une révolution, ſatisfait très-bien aux obſervations qui, depuis plus d'un ſiècle, n'ont pas fait connoître de changement très-ſenſible dans les nœuds; d'abord toutes les obſervations, faites dans le temps de la plus grande & de la plus petite inclinaiſon ont dû donner ce même lieu du nœud; les autres paroiſſoient donner ce lieu plus ou moins avancé: & leur mouvement, dans différens ſens, devoit être attribué à l'erreur des obſervations, & à l'incertitude de l'inclinaiſon. D'ailleurs, on ne croyoit pas alors, que la théorie pût donner aux nœuds un mouvement direct: M. de la Lande eſt je crois le premier qui l'ait remarqué; on avoit donc placé

* C eſt ſuppoſé plus grand que A.

les nœuds des Satellites, au 15.e degré du Verſeau & du Lion; parce qu'on les avoit obſervés ſouvent dans ce point-là.

M. Maraldi eſt le ſeul qui ait eu l'idée ingénieuſe de concilier les obſervations, en donnant au nœud un mouvement de libration d'environ 10 degrés : il me fit l'honneur de me dire au mois de Mars dernier, qu'il trouvoit que l'on repréſentoit beaucoup mieux les obſervations, en admettant ce mouvement. Je fus fort ſatisfait de m'être rencontré avec lui, & je l'aſſurai que non-ſeulement la théorie m'avoit indiqué ce mouvement, mais que l'accord des obſervations m'en avoit auſſi prouvé la réalité.



SUITE DE L'HISTOIRE DE L'INOCULATION DE LA PETITE VÉROLE, DEPUIS 1758 JUSQU'EN 1765.

Troisième Mémoire.

Par M. DE LA CONDAMINE.

JE reprens l'histoire de l'Inoculation où je l'ai laissée dans le second mémoire que j'eus l'honneur de lire en 1758, devant cette assemblée. Le temps prescrit à la lecture de celui-ci *(a)* suffiroit à peine, pour annoncer les titres de tous les écrits publiés en Europe depuis sept ans, pour & contre cette méthode : écrits dont le plus grand nombre est échappé à nos Journalistes. Je me bornerai donc à dire un mot des principaux, à rappeler les faits historiques les plus importans, & à répondre à deux objections nouvelles.

Lû les 17, 21 & 24 Nov. 1764, sauf les additions pour 1765.

Peu de jours après la lecture de mon second mémoire, le bruit se répandit qu'un enfant inoculé à *Paris* depuis trois ans, par M. *Tronchin*, avoit une seconde petite vérole *(b)*. Le rapport imprimé de quatre médecins *(c)*, qui le visitèrent & constatèrent la nature de sa maladie, celui de quatre docteurs consultés *(d)*, sur une éruption à peu près de même espèce survenue à S. A. S. Mademoiselle, neuf ans après son

(a) Ce mémoire, lû à la fin de 1764 dans les assemblées particulières de l'Académie, avoit été destiné pour l'assemblée publique du 14 Novembre précédent. Il fut remis à celle de l'année suivante, avec des augmentations. La lecture publique n'a pas eu lieu ; je lui en ai conservé la forme, il est ici censé lû en Nov. 1765.

(b) Mercure de France, *Décembre, 1758, page 149.*

(c) Mercure de France, *Janvier, 1759, 1.er volume, page 166.* Journal des Savans, *Février, 1759, page 319.*

(d) Mercure de France, *Février 1765, page 172.* Journal de Médecine, *Février 1765, p. 162.* Gazette salutaire, *24 Janvier 1765.*

inoculation, l'hiſtoire de la prétendue petite vérole du jeune Baron de *Torck*, publiée dans les journaux de Hollande *(e)*, ont fait taire, dans le temps, ces bruits populaires; mais ne les empêcheront pas de ſe renouveler en pareille occaſion, comme il eſt arrivé l'année dernière à *Paris*, au ſujet d'un jeune homme inoculé à *Lyon* depuis deux ans *(f)*. Qu'une garde-malade, qu'un chirurgien de village, qu'un frère apothicaire prennent pour petite vérole, une maladie dont les ſymptômes ſont équivoques, rien n'eſt plus vraiſemblable que cette mépriſe; mais par quel motif des médecins de profeſſion *(g)*, affectent-ils de confondre avec la petite vérole, proprement dite, une maladie légère, qui ſe termine en quatre jours, qui n'eſt jamais dangereuſe, & dont la marche & le caractère diſtinctif, ont été décrits par des médecins de toutes les nations *(h)*, un & deux ſiècles avant que la petite vérole artificielle fût connue dans nos climats? Je n'entreprends point de répondre à cette queſtion.

J'eus en 1759 & 1760, à l'occaſion du premier de ces évènemens une longue conteſtation à ſoutenir, dont on peut voir les pièces dans les Mercures de France de ces deux années. Je n'en fais ici mention, que parce qu'il eſt dit dans le rapport des ſix commiſſaires ant'-inoculiſtes *(i)*; *que j'ai refuſé d'accepter le défi qui m'avoit été propoſé, de me faire inoculer, pour prouver démonſtrativement que l'inoculation ne peut avoir d'effet, lorſqu'une fois on a eu la petite vérole bien complette.* Deux mille exemplaires du Mercure de France, font foi que j'acceptai la propoſition *(k)*. Il eſt vrai, que pour ôter tout prétexte de prolonger ou de renouveler la diſpute, je mis pour condition que

(e) Bibliothèque des Sciences & Arts. *La-Haye, 1756; Juillet, Août, Septembre, page 221.*

(f) Lettre à M. l'abbé Arnaud, *Paris, 1765*, par M. *Mathon de la Cour.*

(g) Rapport des ſix Commiſſaires, lû à la Faculté, &c. *Paris, 1765, page 39*, Note (Z**) N.° 11.

(h) Lettre de M. Hoſti, *Mercure de France, Janvier 1759, 1.er volume, page 154.* Traité de la Vérolette (par M. Hatté D.r de la Faculté) *Paris, 1759, chez d'Houry.*

(i) Rapport des ſix Commiſſaires, *page 43*, Note Z*** N.° 1.

(k) Mercure de France, *Sept. 1759, page 188 & ſuiv.*

l'auteur du défi rétracteroit son assertion si l'opération proposée n'étoit suivie d'aucun effet, comme je rétracterois la mienne si j'avois une seconde petite vérole. On a trouvé cette condition juste : elle n'a point été acceptée. Je sais qu'il est difficile de réunir tous les suffrages; mais il l'étoit encore plus de prévoir que j'aurois tout-à-la fois des railleries à essuyer de la part du public pour avoir accepté un défi qu'on trouvoit aussi ridicule qu'indécent *(l)*, & des reproches solennels de six docteurs de la Faculté, de m'être refusé à cette épreuve, qu'ils nomment *généreuse* & *patriotique*.

Je pourrois aussi demander à ces docteurs ce que cette expérience, faite sur moi, leur auroit prouvé *démonstrativement*, quand la même épreuve, faite par le docteur *Maty* *, dont ils m'invitent de suivre l'exemple, ne prouvoit rien selon eux, puisqu'elle ne les a pas fait changer d'avis?

* *Journal Britannique, t. XV, pag. 424. Nov. & Déc. 1754.*

Dans mon mémoire de 1758, j'avois répondu sommairement aux quatre questions de M. *de Haën*, célèbre professeur de *Vienne* en Autriche, auxquelles il prétendoit qu'on n'avoit jamais fait de réponse positive; mais M. *Tissot*, dans sa lettre imprimée à *Lausane* en 1759, a satisfait si complètement aux questions de ce docteur qu'il sembloit n'avoir pas laissé de lieu à la replique : aussi M. *de Haën* n'en fit-il point. Il se contenta de donner la même année un nouvel ouvrage, intitulé *Réfutation de l'Inoculation*, auquel le docteur *Taylor*, *à Londres*, & M. *Tissot* ont répondu *(m)*. La seule chose qui m'ait paru prouvée dans cet écrit de M. *de Haën*, c'est que plusieurs médecins de nom se donnent pour témoins d'une seconde petite vérole dans un même sujet. En mon particulier, je n'ai jamais nié la possibilité physique de ce cas; je me suis borné, dans mon second mémoire, à prouver que

(l) D'autant plus que l'effet de l'inoculation sur moi, quel qu'il pût être, ne pouvoit éclaircir le point contesté, qui étoit de savoir si la maladie de trois jours de l'enfant étoit ou n'étoit pas la petite vérole. Voyez *Mercure de France, 1759, page 188.*

(m) Voyez plusieurs Lettres de M. Tissot à M. de Haen, à M. Zimmerman, à M. Hirzel. *Lausane, 1761 & 1765.*

le riſque d'avoir une ſeconde fois cette maladie *(n)* n'eſt pas probablement d'un ſur dix mille, que le riſque d'en mourir eſt donc ſept à huit fois moindre encore, & par conſéquent d'un ſur ſoixante-dix ou quatre-vingt mille, & qu'un tel riſque doit être évidemment regardé comme nul, ſur-tout à l'égard d'une opération qui, de l'aveu de ſes apologiſtes, comporte le riſque d'un ſur trois cents.

Auſſi depuis quarante-trois ans n'a-t-on allégué avec quelque vraiſemblance, ſur deux ou trois cents mille inoculations, qu'un exemple de rechute *mortelle* d'un ſujet inoculé efficacement *(o)*, & en remontant à la ſource de ce bruit, j'ai prouvé que la perſonne n'avoit pas eu la petite vérole artificielle. Enfin les douze mille francs, promis *(p)* à celui qui donneroit la preuve d'une récidive, même ſans être mortelle après une inoculation efficace, ſont encore chez le dépoſitaire, ſans que perſonne ait pu les réclamer à juſte titre, malgré les bruits faux & contradictoires qui ont couru *(q)*.

Il a paru depuis 1758 un grand nombre d'autres écrits pour & contre la petite vérole artificielle, en Angleterre, en Hollande, en Danemarck, en Suède, en Allemagne & en Italie, ſur leſquels le temps ne me permet pas de m'arrêter *(r)*.

(n) Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, 1758, *p. 481.*

(o) Ibid. page 477; hiſtoire de *Cocona Timoni.*

(p) Mercure de France, *Janvier 1765, II vol. page 148.* Année Littéraire, 1765, *T. I, page 134.*

(q) La Lettre de M. *Gatti*, médecin conſultant du Roi, lecteur en l'Univerſité de Piſe, inſérée dans la gazette littéraire de l'Europe, du 1.er Sept. 1765, *T. V, p. 377*, ſuivie du certificat de Mad.e la Ducheſſe de *Boufflers*, prouve que l'inoculation n'avoit produit dans cette dame, il y a deux ans & demi, ni fièvre, ni éruption, ni ſuppuration variolique; & pendant que cette lettre étoit publique, on faiſoit courir le bruit que M. *Gatti* avoit dénoncé lui-même la petite vérole dont cette dame a été attaquée récemment, comme une ſeconde petite vérole, & qu'en conſéquence il avoit réclamé les douze mille francs par lui conſignés chez M. *Bataille*, place de Vendôme, à Paris.

(r) La 4.e de mes *Lettres ſur l'état préſent de l'inoculation en France* peut ſuppléer à cette omiſſion, en attendant un catalogue raiſonné de tous les ouvrages pour & contre l'inoculation, qui ſont parvenus à ma connoiſſance. Les nouveaux & les plus célèbres en Allemagne ſont ceux de M.rs de *Haën*, *Tiſſot*, *Tralles* & *Strack*; en Italie ceux de M.rs *Manetti*, *Pauli*, *Caluri*, *Lunadei*, &c. j'aurai occaſion d'en citer quelques autres.

Mais je ne puis passer sous silence le plus curieux de tous; & ce seroit sans doute la dissertation épistolaire latine contre l'inoculation *(Brescia, 1759)*, par M. *Roncalli*, ancien médecin de *Brescia*, si cette première production n'eût été suivie d'une seconde du même auteur & plus singulière encore. Elle a pour titre, *Action de grâces de l'Académie Royale des Sciences au noble Comte Roncalli Parolino, pour le présent qu'elle a reçu de lui de sa dissertation contre l'Inoculation*. Brescia, 1760.

L'action de grâces de l'Académie, consiste en une lettre de politesse du secrétaire de la Compagnie, chargé de remercier les auteurs de l'envoi de leurs ouvrages. Cette lettre, que M. *Roncalli* a fait imprimer suivant son usage *(s)*, est suivie d'un supplément à sa première dissertation, dans lequel il traite de fable l'inoculation des jeunes princes de la maison d'*Orléans*, en 1756, par M. *Tronchin.* Il se flatte qu'il a porté les derniers coups à l'hydre imaginaire qu'il combat, & il défie de lui citer une seule insertion postérieure à son premier écrit. Il eût été mieux fondé à défier de lui dire jusqu'où les inoculations s'étoient multipliées depuis cette époque. Je m'arrête : la gravité de l'assemblée seroit interrompue si j'entrois dans un plus long détail à ce sujet *(t)*, sur lequel plusieurs journalistes se sont égayés.

M. *Tralles*, célèbre médecin de *Prague*, dans un ouvrage

(s). M. le Comte RONCALLI nous apprend qu'il a dédié à M.gr le Dauphin un recueil *in-folio*, relié en broderie, de lettres qu'il a reçues de ses correspondans, & il en promet deux autres volumes du même format. Ce recueil est intitulé : *Europæ Medicina*; il le destinoit, dit-il, *pour la bibliothèque des Enfans de France.*

(t) Voyez Bibliothèque des Sciences & Arts, 1759, *Avril, Mai & Juin, page 482.* Journal Encyclopédique, 1759, *Septembre, 1.re partie, page 111 ; & 1761, Août 1.re partie, page 136.* Journal Étranger, 1760, *Janvier, pages 116 & 190; & Août, page 224.* Journal des Savans, *Février 1760, page 342.* Lettre de M. GANDINI sous le nom de DICEOPHILE. *Pise, 1759.* Oratio harveyana du docteur TAYLOR, *2.me édition, Londres, 1760 ou 1761.* Mémoire de M. le Comte de REDERN, *Mémoires de l'Académie de Berlin, 1758, page 71.* Lettres à M. BERNOULLI, *Mercure de France, Mars 1760, page 151, &* Lettres au docteur MATY sur l'état présent de l'inoculation en France, *lettre 5.e page 179.* Année littéraire, 1760, *tome V, page 340.* Mémoires de Trévoux, 1761, *Juillet, 2.e vol. page 1878.*

qu'il a publié en 1761 *(u)* sur la petite vérole naturelle, avoit conclu que l'inoculation étoit le plus sûr moyen de s'en préserver. La lettre que M. *de Haën* a écrite à M. *Tralles*, n'est point parvenue jusqu'à moi ; mais par la réplique de M. *Tralles* dans un nouvel ouvrage *(x)*, je vois que M. *de Haën* fonde une partie de ses argumens sur des faits notoirement faux, que M. *Tralles*, mal informé de ce qui se passe en France & persuadé de la véracité de M. *de Haën*, que personne n'a révoquée en doute, reçoit pour vrais, sans faire attention que ce savant professeur peut avoir été abusé par de faux rapports.

On lut dans cette assemblée, au mois d'Avril 1760, des réflexions de M. *Daniel Bernoulli* sur les avantages de la petite vérole artificielle *(y)*. Elles servoient de discours préliminaire à un mémoire très-profond sur la même matière, sous le titre modeste d'*Essai d'analyse de l'Inoculation*, qui a paru dans le recueil de l'Académie de 1760. Au mois de Novembre suivant, un géomètre du premier ordre lut dans cette même assemblée un *Mémoire sur l'application du calcul des probabilités à l'inoculation de la petite vérole*, qu'il a depuis fait imprimer *(z)*. Dans ce mémoire, il combat quelques idées de M. *Daniel Bernoulli*. Il ne m'appartient point d'entrer dans cette discussion ; mais je ne dois pas laisser sans réponse une objection qui me regarde, *un argument qui n'avoit jamais été proposé d'une manière aussi frappante*, & dont les adversaires de l'inoculation pourroient tirer avantage.

On accuse ses défenseurs de n'avoir pas assez fait d'attention à la différente durée des deux risques que l'on court de mourir de la petite vérole naturelle ou de l'inoculée.

Qu'il me soit permis d'abord de faire remarquer que la plupart des apologistes de cette pratique n'ont comparé le risque de l'inoculé qu'au risque du malade actuel de la petite vérole

(u) *De methodo medendi variolis sæpe insufficiente magno pro inoculatione argumento.* Wratisl. 1761.

(x) *De insitione vel admittenda vel repudianda.* Wratislaviæ, 1765.

(y) Mercure de France, *Avril 1760, page 173.*

(z) Opuscules de M. d'ALEMBERT, *tome II, XIe Mémoire*, chez *David, Paris, 1761, page 29.*

naturelle, ſans tenir compte dans cette comparaiſon de la poſſibilité de n'être jamais atteint de cette maladie. Alors on pouvoit leur répondre : *Je me ferois inoculer ſans héſiter ſi j'étois ſûr d'avoir la petite vérole ; mais je ne l'aurai peut-être jamais.* Je ſuis, je crois, le premier qui, pour prévenir cette réplique, ai réduit tous les hommes qui n'ont pas encore eu la petite vérole à deux claſſes, qui n'en admettent point une troiſième : ſavoir à celle des inoculés & à celle des expectans. Je ne compare donc point le danger de la petite vérole actuelle au riſque de l'inoculation : on peut échapper à cette alternative & n'avoir jamais cette maladie ni naturellement, ni artificiellement. Je compare le riſque d'attendre la petite vérole des mains de la nature, à celui de la prévenir par l'inſertion : deux riſques entre leſquels il faut néceſſairement opter & dont l'un eſt inévitable ; & en mettant les choſes ſur le plus bas pied, j'ai conclu que le riſque de l'inoculé étoit au moins vingt-cinq ou trente fois moindre que le riſque de celui qui laiſſe agir la nature *(a)*.

Mais voici la nouvelle objection : *Le riſque de l'inoculation eſt prochain, puiſque le ſort de l'inoculé ſe décide ordinairement en quinze jours & même en moins, au lieu que le riſque d'attendre la petite vérole ſe répand ſur la vie.* D'où l'on conclud qu'il ne falloit pas, dans la comparaiſon des deux riſques, négliger d'avoir égard à leur différente durée : voici ma réponſe. NOUVELLE OBJECTION.

J'ai bien ſenti que pour la juſteſſe du parallèle, il falloit tenir compte de la différente durée des deux riſques, dont l'un eſt préſent & dont l'autre peut être éloigné : mais comme, de l'aveu de l'auteur de l'objection, cette différence ne peut RÉPONSE.

(a) Voyez ma réponſe à la quatrième queſtion de M. de *Haën*, à la fin de mon ſecond Mémoire ſur l'inoculation, éditions de *Genève & d'Avignon, 1759. J'ai mis les choſes ſur le pied le plus bas, en ſuppoſant le riſque de mort par l'inoculation de un ſur deux cents, une fois plus grande qu'il ne réſulte des liſtes de l'Hôpital de* LONDRES, *& le riſque de mourir* tôt ou tard *de la petite vérole naturelle, pour celui qui l'attend, d'un ſur huit, moindre par conſéquent d'un huitième que le riſque du malade actuel, que j'ai conclu d'un ſur ſept par un calcul modéré.* Mémoires de l'Académie des Sciences, 1754, *page 654.*

s'évaluer exactement; que d'ailleurs le risque de l'inoculation cesse au bout de quinze jours, au lieu que celui de l'expectant reste le même & se renouvelle à chaque épidémie; qu'il va même en croissant, du moins jusqu'à un certain âge, & qu'il peut faire passer la vie dans des transes continuelles; j'ai cru l'inégalité de la durée des deux risques abondamment compensée par le poids de toutes ces considérations. Cependant me tenant en garde contre le soupçon d'avoir exagéré les avantages de l'insertion; après avoir d'abord estimé le risque de l'inoculé cinquante fois moindre que celui de l'expectant, puis trente fois seulement, je me suis borné [a] à conclure que le risque étoit dix fois moindre. J'ai de plus ajouté la restriction suivante : *Je ne saurois trop répéter qu'il importe peu qu'il y ait quelque petite erreur dans les nombres sur lesquels mes calculs sont fondés...... Quelque supposition que l'on fasse (en changeant les nombres dans les limites de la vraisemblance) les conclusions ne peuvent différer que du plus au moins, & il sera toujours évident, qu'il n'y a pas de proportion entre le risque auquel on s'expose dans l'expectative de la petite vérole naturelle, & celui que l'on court en la prévenant par l'inoculation.* J'ai souvent renouvelé dans mes écrits cette protestation *(b)*. La différence de deux risques, dont l'un est très-prochain, & dont l'autre peut être très-éloigné, étant inappréciable, de l'aveu de l'auteur de l'objection, qu'ai-je pu faire de mieux, que de supposer l'un des deux risques beaucoup plus grand, & l'autre beaucoup plus petit qu'ils ne le sont en effet, & d'en tirer une conséquence d'autant plus évidente que la supposition est plus exagérée?

[a] *Voy. Mém. de l'Acad. 1754, page 665.*

Dès 1754, j'avois voulu prévenir cette objection [b], sans prévoir qu'elle seroit un jour exposée d'une manière si séduisante. L'objection n'auroit plus lieu si l'on prouvoit que

[b] *Voy. Mém. de l'Académie, page 663.*

(b) Je me suis expliqué d'une façon équivalente dans les premières éditions de mon second mémoire, *1759, Genève, page 50. Avignon, page 51 : Faites à ce calcul déjà réduit, telle autre déduction qu'il vous plaira, vous ne trouverez aucune proportion, &c.* Cet article de mon second mémoire, en 1758, a été transporté dans le 1.er lorsque celui-ci fut réimprimé dans le recueil de l'Académie des sciences de 1754, qui n'a paru qu'en 1759. *Voyez pages 654 & 655.*

l'inoculation

l'inoculation prudemment administrée n'est jamais mortelle. Il est du moins très-vraisemblable qu'elle peut être perfectionnée au point de la rendre exempte de tout risque; & mon illustre adversaire paroît ne pas s'éloigner de ce sentiment. Il indique lui-même la réponse à son objection : c'est une victime qu'il a parée pour la sacrifier, puisqu'il termine son mémoire en protestant qu'il se regarderoit comme coupable envers la Société, s'il avoit eu pour but de dissuader d'une pratique qu'il croit utile.

Je suis obligé de passer légèrement sur les inoculations faites en France depuis sept à huit ans. Celles de *Paris* sont assez connues. On sait que les plus grands noms ont continué de parer la liste de nos inoculateurs. Celle de M. *Gatti* montoit à près de cent personnes en 1763 : elle approche aujourd'hui * de deux cents. Celles de M.rs *Tenon, Geoffroi, Hosti, Tronchin*, *Petit* du Palais-royal, *Antoine Petit* l'académicien, *Coste, Bertrand, Quercnet*, & autres que j'ignore, doubleroient au moins ce nombre. Mais toutes celles de *Paris* prises ensemble, n'égalent pas à beaucoup près celle du reste du royaume. C'est dans nos provinces méridionales que la petite vérole artificielle a fait les plus grands progrès. Si ceux qu'elle faisoit à *Lyon*, où l'on comptoit en 1763 près de cent cinquante inoculés, ont été suspendus par la fausse supposition de quelques accidens, de laquelle j'ai la preuve *(c)*, par l'exagération des autres & par des calculs vicieux, mais bientôt réfutés *(d)*; tandis qu'on disputoit à *Lyon*, on alloit de cette ville, de ses environs, & de *Paris* même, se faire inoculer à *Genève*. Cependant le nombre des inoculés de *Lyon* passe aujourd'hui deux cents : la liste de ceux de *Marseille* monte à cent trente-six, au rapport de M. *de Baux*, auteur du *Parallèle des deux petites véroles*. *Avignon, 1761* : les listes des villes d'*Aix*, d'*Avignon*, d'*Arles* & de *Tarascon*, passoient cent quinze au printemps dernier & se sont accrues depuis. Du nombre des

* En 1765.

(c) Par plusieurs lettres manuscrites des parens même des inoculés.

(d) Voyez *Nouveaux Éclaircissemens*, &c. par M. le Chevalier DE CHASTELLUX.

inoculés d'*Avignon* eſt la fille de M. le Marquis de *Cambis Velleron*, âgée de dix-ſept ans, qui s'étant inſtruite en particulier par la lecture, des avantages de l'inſertion, a mis, de l'aveu de ſes parens, ſa vie & ſes charmes ſous la ſauvegarde de cet heureux préſervatif. Dans la ville de *Niſmes* ſeule, on compte aujourd'hui plus de cent petites véroles artificielles. A *Montpellier*, M.[lle] de *Montcalm*, fille d'un héros dont nous pleurons encore la perte, a donné l'exemple à la fleur de ſon âge; & M. *Vigaroux*, docteur en médecine, a fait inoculer ſes deux enfans. A *Toulouſe*, deux fils d'un conſeiller au parlement, ont ſubi cette épreuve. Ce n'eſt pas ſeulement dans le Lyonnois, le Languedoc & la Provence que la nouvelle méthode s'eſt étendue: on en a fait d'heureux eſſais dans les Cévennes, dans le Gévaudan, en Auvergne, en Anjou, en Lorraine, en Alſace, en Franche-Comté, en Normandie, & tout récemment en Picardie, à Saint-Quentin ſur trois enfans avec un plein ſuccès. Je ne parle que de ce qui m'eſt connu & dont j'ai la preuve entre les mains. Il eſt temps que ces faits enſévelis dans le ſilence ſoient connus du public.

Ce ſeroit ici le lieu de rappeler deux ou trois accidens de morts qu'on impute, avec quelque ſorte d'apparence, à l'inoculation, ſur plus de mille expériences, faites en France depuis dix ans; mais cette diſcuſſion me mèneroit trop loin. J'ai fait ailleurs mention du premier de ces accidens arrivé à *Paris* en 1755: l'inoculateur ne fut pas averti d'une circonſtance, qui rendoit l'épreuve dangereuſe & qui la fit juger telle *(e)* avant l'évènement. La mort d'un enfant de quatre ans inoculé près de *Beſançon*, a fait beaucoup de bruit à *Paris* l'hiver dernier. Le fait a été diſcuté contradictoirement dans quatre brochures *(f)*.

(e) Voyez les Mémoires de l'Académie des ſciences, 1758, *page 454*. Seconde Lettre de M. DE LA CONDAMINE à M. ***, conſeiller au parlement de Dijon, *Mercure de France*, *Octobre 1759*, *page 145*.

(f) Lettres concernant l'inoculation; *à Beſançon*, chez *Charmet*, *1765, in-8.°* Réponſe, &c. ſur l'inoculation; *à Beſançon*, *chez Daclin*, *in-8.°* Pièces juſtificatives des Lettres concernant l'inoculation; *à Lons-le-Saunier*, *chez Delhorme*, *1765, in-8.°* Réponſe à la ſeconde Brochure de M. de ***, &c. *à Beſançon*, *chez Daclin*. Année littéraire, 1765, *tome VI*, *page 324*.

L'enfant eſt mort, de l'aveu des deux parties adverſes, d'une fièvre milliaire ſcarlatine ſuivie d'engorgement aux glandes parotides. Cette fièvre milliaire pouvoit-elle être prévue? Étoit-elle épidémique? A-t-elle été occaſionnée par le procédé extraordinaire qu'a ſuivi l'inoculateur? Autant de queſtions qu'il ne m'appartient pas de décider; mais de façon ou d'autre on ne peut s'en prendre à la méthode. J'aurois peine à trouver en France un troiſième exemple de mort, qu'on puiſſe avec quelque apparence, mettre ſur le compte de la petite vérole artificielle: car il ne s'agit point ici de morts cauſées par des accidens poſtérieurs & viſiblement étrangers à l'effet de l'opération; ni de ſujets inoculés infructueuſement, & enſuite attaqués d'une petite vérole naturelle: ce qui ne peut ſurprendre que des gens peu inſtruits. Les docteurs *Jurin* & *Nettleton* ont écrit il y a plus de quarante ans *(g)* & *Pylarini* dès l'année 1715, que l'inſertion qui ne produit point ſon effet, ne met pas à l'abri de la petite vérole. En remontant à la ſource des évènemens funeſtes imputés à l'inoculation, j'oſe dire qu'on n'en trouvera guère qui n'appartienne évidemment à l'une de ces deux claſſes.

Il en eſt pourtant une troiſième ſur laquelle je n'ai pas aſſez inſiſté. Non-ſeulement il eſt probable, mais il eſt démontré par les loix de la probabilité, que ſur un certain nombre d'inoculés, ſur-tout dans un temps d'épidémie, quelques-uns doivent avoir déjà contracté l'infection du virus par la contagion naturelle avant de ſubir l'opération. On n'en peut douter quand les ſymptômes de la petite vérole ſe manifeſtent le jour même de l'application du virus, ou les premiers jours qui le ſuivent; mais parmi les petites véroles qui ne ſe déclarent que le ſeptième jour de l'opération, & qu'on prend pour inoculées, il doit y en avoir, & certainement il y en a de naturelles, qui peuvent être confluentes, dangereuſes, même mortelles, & qu'on impute injuſtement à l'inſertion. On a vu plus d'une fois la petite vérole

(g) Recueil de pièces, 1756, pages 39, 85, 121. *Tous ceux*, diſoit le Docteur NETTLETON, dès 1723, *qui ont écrit ſur l'inoculation, nous ont appris qu'elle manque quelquefois, & que dans ces cas-là, on n'eſt pas plus à couvert de la petite vérole que ſi l'on n'avoit rien fait.*

ſpontanée attaquer ceux qu'on préparoit pour l'artificielle : j'aurai lieu d'en citer un exemple frappant qui met cette vérité dans tout ſon jour. En faut-il davantage pour expliquer très-naturellement comment il eſt arrivé quelquefois que des inoculés ont eu la petite vérole confluente? pourquoi quelques-uns en ont été marqués? pourquoi la petite vérole inoculée ſemble participer de la nature de l'épidémie courante, & avoir moins de ſuccès quand celle-ci eſt fort meurtrière? enfin pourquoi il eſt mort quelques inoculés ſans qu'il parût y avoir une cauſe étrangère?

Quant aux accidens légers dont l'inſertion eſt quelquefois ſuivie, & qui ſont beaucoup plus fréquens & plus dangereux après la petite vérole naturelle, il faut avouer que les ant'-inoculiſtes ſont bien injuſtes. Toujours prêts à regarder, ſans aucune preuve, comme des effets de l'inoculation, les maladies qui ſurviennent aux inoculés, même un temps conſidérable après leur cure, ils ſe gardent bien de lui attribuer le changement de tempérament & l'affermiſſement de la ſanté de pluſieurs perſonnes juſque-là fort délicates, & même infirmes; quoiqu'ils ne puiſſent nier que la petite vérole naturelle, quand elle eſt heureuſe, ne produiſe aſſez ſouvent cette amélioration: nous en avons des exemples ſous les yeux dans pluſieurs inoculés de l'un & de l'autre ſexe.

Et plut à Dieu que nos adverſaires ne fuſſent qu'injuſtes! mais on feroit un volume des bruits faux, calomnieux, abſurdes même, & ſouvent indeſtructibles, répandus avec art, pour arrêter le progrès d'une méthode qui pourroit conſerver tous les ans trente mille ſujets à l'État *(h)*. Nous avons vu imprimer dans une gazette de médecine, qu'un médecin de *Clermont* en Auvergne venoit de mourir de douleur d'avoir perdu ſon fils unique *(i)* par l'inoculation. Cet enfant étoit mort depuis dix-ſept ans de la petite vérole naturelle, & jamais on n'avoit inoculé à *Clermont*. Le déſaveu de l'auteur même de cette gazette, d'abord ſéduit par le rapport d'un

(h) Réfl. de M. D. BERNOULLI ſur l'inoc. *Merc. de Fr. Juin 1760.*

(i) Gazette d'*Épidaure, 1.re feuille, 1761.* Le fait fut démenti dans les feuilles ſuivantes. Voyez auſſi la 3.e lettre au d.r MATY, ſur l'état préſent de l'inoc. en France, *page 95.*

docteur de la Faculté, n'a pas suffi pour effacer à *Milan* l'impression de la première nouvelle, & six ans se sont écoulés avant que l'inoculation reparût en cette ville. Le faux bruit de la proscription totale de cette pratique en France, empêche son établissement à *Naples*, sollicité par le célèbre docteur *Serrao*. Dans un hôpital de *Florence*, on inocule douze enfans par autorité du Gouvernement, & le bruit se répand qu'il en est mort dix-huit *(k)*. Il est vrai que ce bruit ne s'est pas confirmé. Une gazette hollandoise publie que l'inoculation est abandonnée à *Paris* par le grand nombre de morts *subites* qu'elle y a causées, & cette supposition impossible & contradictoire de mort subite, puisque l'inoculation ne produit aucun symptôme avant le septième jour, passe dans la plupart des gazettes de l'Europe, & est accueillie, crue, citée sans examen par un célèbre professeur de *Vienne*. Devenue respectable par ce suffrage, elle acquiert une sorte d'autenticité; & la confiance qu'avoit eue jusqu'alors le docteur *Tralles* en l'inoculation en est fort ébranlée *. Un anonyme a l'impudence d'imprimer à *Paris* même, & sans le moindre prétexte, que M.gr le duc de *Chartres* a eu la petite vérole naturelle depuis son inoculation : j'ai déjà démenti *(l)*, pour obéir aux ordres de S. A. S. cette imposture, qui n'avoit besoin d'être réfutée que pour les pays étrangers. J'ai accepté publiquement, peut-être à tort, je l'ai déjà dit, le défi qu'on m'avoit fait de me faire inoculer : de quel front six docteurs osent-ils nier, dans un écrit public, un fait dont j'ai autant de témoins à *Paris* qu'il y a de gens qui savent lire?

* *De insitione variolarum, &c.* TRALLES. *Vratislaw*, 1765.

Après de tels exemples, il faut avouer qu'on doit lire avec précaution les assertions des ant'-inoculistes & se défier des bruits les plus accrédités.

L'évènement le plus mémorable dans l'histoire de l'inoculation, est sans doute l'arrêt du parlement de *Paris* du 8 Juin 1763, par lequel il est fait défenses provisoirement de la pratiquer dans l'enceinte des villes & des fauxbourgs. On avoit

(k) *Memoria intorno al vajuolo del dott.* BACCARINI, Faënza, 1765, pag. 20.

(l) Lettres au d.r MATI sur l'état de l'inoculation en France, *page 123*.

répandu le bruit que cette pratique entretenoit l'épidémie. Si le danger eût été réel, le mal pouvoit faire des progrès pendant le temps néceſſaire pour prendre les informations juridiques: il n'y avoit pas un moment à perdre. L'arrêt proviſoire a calmé les fauſſes alarmes, ſans ôter la liberté naturelle aux particuliers. J'ai traité ce point aſſez au long dans la première de mes *Lettres ſur l'état préſent de l'inoculation en France* *, adreſſées au docteur *Maty.* On a reconnu depuis le peu de fondement de ces bruits. Le fils & l'épouſe du magiſtrat qui préſide à la police, & à la réquiſition duquel étoit intervenu l'arrêt, viennent d'éprouver le ſuccès de cette méthode *(m)*. La cinquième des lettres que je viens de citer, contient le détail de ce qui s'eſt paſſé depuis l'arrêt, dans les aſſemblées de la Faculté de médecine; mais ce n'eſt que depuis l'impreſſion de ces lettres qu'a paru le rapport des ſix docteurs oppoſans à la petite vérole artificielle *(n)*: rapport qu'il faut bien ſe garder de confondre avec l'avis de la Faculté. Ce corps reſpectable laiſſe un libre cours aux opinions particulières & n'a point encore donné ſon avis, quoiqu'il l'ait laiſſé entrevoir *(o)*. M. *Antoine Petit*, de cette Académie, chargé de rédiger le rapport des ſix autres commiſſaires, en a fait lecture à l'aſſemblée de la Faculté du 5 Septembre 1764. Les notes qu'il y doit joindre, en ont juſqu'ici retardé la publication *(p)*. Ce n'eſt pas à moi de prévenir cette réponſe, que toute l'Europe attend avec impatience. Je me renferme ici dans les fonctions d'hiſtorien, & c'eſt pour les remplir que je dois dire que les journaux, les écrits périodiques & pluſieurs feuilles volantes ſont remplis de réclamations *(q)* ſur un grand nombre de faits avancés dans le

* *Paris, 1764, p. 14 & ſuiv.*

(m) Madame *de Sartine* & M. ſon fils, inoculés par M. *Hoſty* en 1765.

(n) Rapport ſur le fait de l'inoculation; *in-4.° Paris, 1765.*

(o) Dans la délibération de la Faculté du 5 Septembre 1764, après la lecture des deux rapports pour & contre, cinquante-deux voix contre vingt-ſix opinèrent en faveur de l'inoculation; mais il faut trois aſſemblées de la Faculté pour confirmer un décret. Voyez Lettres au docteur MATY, ſur l'état préſent de l'inoculation, &c. *page 160.*

(p) Cet ouvrage a paru en 1766, & eſt digne de ſon auteur.

(q) Gazette littéraire de l'Eu-

rapport des ant'-inoculateurs; faits niés, désavoués, contredits formellement, par les témoignages les plus respectables, & en particulier par plusieurs médecins, qui se plaignent de l'abus qu'on a fait de leurs réponses aux questions qui leur ont été proposées de la part de la Faculté de *Paris ;* en altérant, tronquant & défigurant leurs expressions, & en leur donnant un autre sens. Outre ces témoignages, rendus publics par la voie de l'impression, j'en ai vu grand nombre d'autres manuscrits de médecins françois & étrangers, entr'autres des docteurs *Pringle* & *Maty*. Le premier m'a envoyé sa réponse à la lettre qu'il a reçue d'un de nos docteurs, & m'a permis de l'opposer au commentaire infidèle qu'on a fait de son texte dans le rapport des six commissaires *(r)*. Outre le fait qui me regarde & contre lequel je me suis inscrit en faux *(s)*, j'ai relevé, dans le même rapport, les inconséquences & les vices d'un raisonnement qui ne mérite pas ce nom, & qu'il n'est pas possible de justifier *(t)*. J'avois sommé, dans ma lettre au docteur *Maty* *, M.rs les commissaires de publier les réponses qu'ils recevroient des différentes Universités: elles n'ont pas même été communiquées aux autres docteurs; & malgré la délibération prise à ce sujet, la Faculté de médecine de *Montpellier*, ni aucune autre du royaume, ni des Universités étrangères n'ont été consultées, non plus que le collége des

* *Page 170.*

rope, 1765, *tome V, n.° 2, pages 24 & 27; n.° 3, page 45; n.° 6, page 140; n.° 8, page 187.* Année littéraire, 1765, *tome II, page 109; tome III, pages 53 & 135.* Journal de Médecine, 1765, *Janvier, page 72; Avril, pages 292 & 315; Mai, page 461; Juillet, page 39.* Mémoire de M. ROUX, docteur-régent, présenté à la Faculté, 1765. Journal Encyclopédique, 1765, *Août, pages 60 & 70.* Gazette salutaire de *Bouillon*, 1765, *Avril, pages 18 & 25; Mai, page 2; Juin, pages 20, 28, &c.* Lettre à M. l'abbé ARNAUD. *Paris*, 1765.

(r) Rapport sur le fait de l'inoculation. *Paris, 1765, page 69, note (Oo*) n.° 1.*

(s) Gazette littéraire d'Europe, 1765, *page 45.* Gazette salutaire de *Bouillon*, 1765. *Supplément du 18 Avril.*

(t) Journal Encyclopédique, 1765, *15 Août, page 70.* Année littéraire, *tome III, page 53.* Gazette littéraire d'Europe, 1764, *tome V, page 257.* Une des conséquences de ce sophisme, est que *Plus l'inoculation sauveroit de vies, plus elle seroit dangereuse.*

médecins de *Londres*. On n'a écrit que des lettres particulières; & toutes les réponses dont on n'a rien pu tirer de défavorable à l'inoculation, ont été supprimées. Ce n'est que dans un petit ouvrage italien *(u)*, récemment imprimé à *Faënza*, qu'on peut voir celle du docteur *Manetti* de *Florence* à M. *Geoffroi*, laquelle est de tout point favorable à l'insertion.

ANGLETERRE. Passons à l'état de l'inoculation dans les différentes parties de l'Europe. On sait sur quel pied elle est aujourd'hui en Angleterre. Dès 1758, elle n'y avoit plus de contradicteurs. Elle s'est depuis étendue & s'étend de jour en jour dans les trois royaumes des États Britanniques & dans leurs colonies; on inocule des régimens entiers. Je vois par une lettre de *Derham* qui m'est tombée entre les mains, qu'en 1762 dans un temps d'épidémie très-maligne qui le rendoit d'autant moins favorable à la pratique de l'insertion, quatre-vingt-seize soldats furent attaqués de la petite vérole, qu'on en inocula cent vingt-sept qui n'étoient pas encore atteints du mal, du moins visiblement, & qu'on n'en perdit qu'un; tandis qu'il en mourut vingt-quatre des quatre-vingt-seize qui l'avoient été naturellement; c'est-à-dire un de quatre, précisément dans la même proportion à l'égard de ceux-ci, que dans l'hôpital de la petite vérole de *Londres* depuis dix-sept ans.

Il y a quelques années que le fils d'un fermier assez pauvre, des environs de *Londres*, nommé *Sutton*, vint se faire inoculer à l'hôpital de la petite vérole de cette ville. De retour à la maison paternelle, il inocula lui-même son père, âgé de quarante-cinq à cinquante ans. Celui-ci se ressouvenant que dans sa jeunesse il avoit fait son apprentissage en chirurgie, entreprit de se faire inoculateur. Il loua deux maisons où il reçoit, loge, nourrit, prépare, inocule & traite pendant six semaines pour la somme de cinq guinées, ceux qui se présentent pour subir l'opération. Je n'ose rapporter le nombre des cures qu'on prétend qu'il a faites sans aucun accident. Il est aujourd'hui fort à son aise & il a des envieux. J'ai recueilli

(u) *Memoria intorno egli ultimi effeti del vajuolo innestado, in Toscana del dottore* VINCENZO BACCARINI. Faënza, 1765.

ce

ce fait en 1763, de la bouche de plusieurs médecins du collége de *Londres,* assemblés chez le docteur *Pringle*, & j'en pris sur le champ une note. C'est probablement du même homme, quoiqu'il ne soit pas nommé, qu'il est dit dans la gazette de France du 20 Septembre dernier [a], que depuis cinq ans il n'a perdu qu'un inoculé sur quatre mille, & que son père & son frère ont fait la même opération sur trente-six mille personnes avec le même succès. Je ne doute pas qu'il n'y ait dans ce récit de l'exagération; mais quand ces trois inoculateurs auroient perdu cent personnes, même deux cents sur quarante mille inoculés, dont quatre mille & plus eussent été tôt ou tard victimes de la petite vérole naturelle, n'auroient-ils pas encore mérité quatre mille couronnes civiques *(x)*! Et c'est leur fortune que l'on envie! Un particulier de *Charles-Town,* capitale de la Caroline méridionale, après s'être enrichi par le débit de certaines pilules mercurielles, réputées spécifiques pour préparer à l'inoculation, & dont l'effet, dit-on, n'a jamais manqué, on ajoute qu'il fait présent de son secret au public. Je tire ce fait, dont je ne suis pas garant, d'une lettre de *Berlin* du 15 Octobre dernier [b], de M. *Formey* qui a reçu une boîte de ces pilules *(y)*. Le docteur *Monro,* fameux Professeur de l'Université d'*Édimbourg,* vient de donner avec beaucoup d'impartialité, l'histoire de l'inoculation en Écosse, où cette opération a lutté pendant vingt ans contre le préjugé, depuis l'accident d'un inoculé mort d'une hydrocéphale, dont le célèbre *Maitland,* introducteur de l'insertion en Angleterre, n'avoit pas été averti. Le nouvel ouvrage du docteur *Monro*, est une réponse aux questions qui lui ont été faites de la part de la Faculté de *Paris.* Le résultat de ses recherches est que la petite vérole naturelle qui, suivant les listes mortuaires de *Londres,* depuis plus d'un siècle détruit la quatorzième partie du genre humain, lève en Écosse un tribut annuel d'un dixième sur l'humanité.

[a] *1765.*

[b] *1765.*

(x) Voyez un plus grand détail sur ces faits dans la gazette de France du 15 Janvier 1768, qui paroît tandis que cette feuille est sous presse.

(y) On m'écrit de *Londres*, qu'une société de médecins prépare une réponse au mémoire des six commissaires ant'-inoculistes

HOLLANDE. La petite vérole artificielle, recommandée en Hollande par les écrits de M. *Chais*, pasteur de l'église françoise de *la Haye*, par ceux de M. *Schwenke*, célèbre professeur d'anatomie, disciple de *Boërhaave*, & par l'ouvrage d'une société de médecins & de chirurgiens de *Rotterdam* en 1757, se soutient, sur-tout parmi la noblesse & les gens riches: on sent assez les obstacles qui s'opposent à sa propagation parmi le peuple. M. *Bernard*, docteur en médecine à *Amsterdam*, avoit inoculé plus de cinquante personnes au printemps dernier *, Il en étoit venu un si grand nombre à la *Haye* pour se faire inoculer eux ou leurs enfans, que le magistrat craignant que la contagion ne s'y glissât, a fait défense d'admettre les étrangers à cette opération dans la ville. Un médecin de la *Nouvelle Yorck*, en Amérique *(z)*, soutint *à Leyde* l'année dernière une thèse en faveur de cette méthode: on y voit une table de huit mille trois cents vingt-sept inoculés en Pensilvanie, & en d'autres provinces voisines dont il n'est mort que dix-neuf, c'est-à-dire un sur quatre cents soixante-sept.

* *1765.*

DANEMARCK. Le roi de Danemarck a donné l'exemple le plus propre à persuader ses sujets des avantages de l'inoculation, en permettant que le prince royal son fils *(a)* se soumît à cette opération, conformément aux desirs de ce jeune prince alors âgé de onze ans & demi. Il fut inoculé le 10 Juin 1760, & *(b)* eut la petite vérole la plus douce & la plus bénigne.

Un mémoire du 19 Octobre 1764, dressé par M. *Berger*, premier médecin de Sa Majesté Danoise, & dont je suis redevable aux soins de M. le comte de *Bernstorff*, ministre & secrétaire d'État en Danemarck, m'apprend le succès de plusieurs inoculations alors récentes, pratiquées à *Copenhague* sur des sujets illustres *(c)*. L'auteur du mémoire avoit déjà fait inoculer ses trois enfans, & M. *Fabricius*, médecin de l'hôpital royal de *Copenhague*, ses deux fils. C'est par ce

(z) Jean Van Brugh Tenent, de insitione variolarum.

(a) Ce Prince est monté sur le trône par la mort du roi son père, le 13 Janvier 1766.

(b) Voyez Mercure de France, *Août 1760, page 140.*

(c) Entr'autres, quatre neveux de M. le Comte *de Reventlau* & plusieurs parens de M. le Comte *de Bernstorff.*

docteur que l'inoculation a été introduite dans le duché de *Holstein.* L'expérience que j'ai proposée depuis plusieurs années vient d'être faite à *Copenhague.* Une jeune dame fut attaquée d'une fièvre avec éruption; son médecin douta si c'étoit la petite vérole, ou la vérolette, cette maladie à laquelle on donne tant de noms différens *(d).* Un autre docteur consulté, fit inoculer un enfant avec un fil imbu de la matière des boutons de la jeune dame. Sept jours après l'enfant eut une légère éruption aux bras & aux mains, qui ne dura que deux ou trois jours: il fut purgé, mis au régime pendant quelque temps, puis inoculé de nouveau avec de la matière d'une petite vérole non équivoque: il prit cette maladie qu'il eut très-bénigne, & jouit depuis d'une parfaite santé. Cette expérience mérite d'être répétée. Les inoculations faites dans la seule ville de *Copenhague,* montoient l'année dernière à près de deux cents. Le docteur *Robolt-Frys,* de l'académie des sciences de Danemarck devoit publier incessamment une nouvelle théorie de l'inoculation & la relation de ses progrès dans ce royaume. Il paroît à *Altena* un premier volume de *Lettres sur l'inoculation, dédiées au Parlement de Paris,* par le docteur *Hensler.*

La petite vérole a été moins maligne & moins fréquente depuis quelques années à *Copenhague,* & les opérations y ont été moins nombreuses depuis un an, mais toutes ont réussi. On inocule à *Bergen,* on continue à *Dronheim,* la méthode fait des progrès continuels en Norvège.

Quant à la Suède, je n'ai pu jusqu'à présent me procurer l'ouvrage de M. *Schultz* sur l'histoire de l'inoculation dans ce même royaume *(e):* M. le sénateur comte de *Scheffer* m'a mis en état d'y suppléer; ainsi que M. *Baër,* aumônier du roi de Suède, par un mémoire très-intéressant dressé par M. *Schultz* même, que M. *Baër* m'a remis de la part de l'académie de *Stockolm,* & qu'il a pris la peine de traduire du Suédois. Je ne puis en donner, en ce moment, qu'un SUÈDE.

(d) Traité de la Vérolette déjà cité, *page 506. Note (h).*
(e) Fata variolarum in Suecia.

extrait succinct : je conserverai, autant qu'il me sera possible, les expressions mêmes de l'auteur.

* 1765. « Je n'ai inoculé jusqu'ici * (c'est M. *Schultz* qui parle) que » cent quarante & une personnes, mais toutes sont vivantes & » jouissent d'une parfaite santé : j'en ai vu inoculer plus de quinze » cents, dont je puis assurer que pas une seule n'est morte ni » n'a contracté d'infirmité.

» M. *Hast,* médecin principal de la Bothnie orientale, en a » inoculé trois cents dix-huit, dans le seul été de 1763 : la » plupart étoient des enfans de païsans Finnois. Il s'est rendu » chez eux, leur a fourni des médicamens, & s'est contenté » d'un honoraire qui prouve bien son désintéressement. Le nombre » des inoculations faites en Suède, montoit à onze ou douze » cents au mois d'Octobre 1764, & l'on n'a pas connoissance » que personne en soit mort. A la dernière Diète des États, » le corps des médecins a produit une liste nombreuse de ceux » qui avoient subi cette opération. Il n'y a, depuis les premières » expériences faites en Suède en 1754, nul exemple de seconde » petite vérole parmi les inoculés.

» Peu s'en est fallu que l'inoculation n'ait perdu tout son » crédit à *Upsal,* par l'imprudence que l'on commit en laissant » deux enfans qu'on préparoit, communiquer avec d'autres qui » avoient la petite vérole naturelle. L'éruption parut en eux dès » le troisième jour, preuve évidente qu'ils avoient reçu le venin » variolique, par la simple contagion, avant que d'être inoculés : » aussi leur petite vérole fut-elle confluente, & ils en moururent ». Depuis ce temps, on a pris l'habitude en Suède d'isoler pendant quinze jours ceux qui vont être inoculés ; & malgré cette précaution, M. *Schultz* cite un exemple d'un enfant qu'on préparoit & dans lequel la petite vérole naturelle se déclara le quatorzième jour, à la veille de l'opération. Si elle eût été faite quelques jours plus tôt & que l'enfant fût mort, on n'auroit pas même soupçonné qu'il mouroit de la petite vérole naturelle, & sa mort eût été mise aussi sûrement qu'injustement sur le compte de l'inoculation, comme il est si souvent arrivé.

« Aucun médecin ni aucun ecclésiastique, en Suède, ne

s'eſt déclaré contre cette pratique. » Quant à ces derniers, nous pouvons dire la même choſe en France. Aucun de nos docteurs en théologie n'a écrit pour la combattre; l'auteur de l'*Inoculation déſérée, &c.* eſt un laïc : neuf docteurs de *Sorbonne* approuvèrent *(f)* dès 1723 la propoſition de faire l'expérience en France. La plupart des eccléſiaſtiques qui blâment cette méthode en converſation, n'en parlent que par ouï-dire. Je pourrois en dire autant de pluſieurs médecins qui s'y oppoſent, ſans l'avoir jamais vu ni voulu voir pratiquer; ils ſemblent craindre d'être forcés à changer de ſentiment.

« Depuis 1754, que l'inoculation eſt accréditée à *Stockolm*, « on ne s'eſt pas aperçu de la moindre épidémie dans cette « ville; il n'y a eu que quelques malades épars en divers quartiers, « comme il arrive toujours dans une grande ville. »

Le reſte du mémoire de M. *Schultz* eſt rempli d'obſervations auſſi curieuſes qu'utiles, & dont pluſieurs ſont entièrement neuves; je les réſerve pour nos aſſemblées particulières.

Toutes ces nouvelles m'ont été confirmées par une lettre récente de M. le comte de *Scheffer.* Il n'y a point de païs, après l'Angleterre, où l'inſertion ait fait plus de progrès qu'en Suède : cette méthode n'y éprouve plus de contradiction. M. le docteur *Roze de Rozenſtein* a eu beaucoup de part à ſes progrès par ſon exemple ſur ſes enfans, ſes écrits & ſes conſeils. Les enfans du peuple, en Suède, aujourd'hui ſont inoculés en bien des endroits aux dépens du public : les ſeigneurs particuliers font inoculer à leurs frais ceux de leurs vaſſaux.

ALLEMAGNE.

Je puis à peine indiquer une partie des expériences de la petite vérole artificielle, faites en différentes parties de l'Allemagne. Elle avoit pris faveur à *Berlin* même, où l'on s'eſt déſabuſé de croire que la petite vérole naturelle y eſt peu dangereuſe. L'inſertion a été adminiſtrée heureuſement dans l'hôpital de *la Charité :* elle s'étendoit parmi la nobleſſe & la bourgeoiſie aiſée : pluſieurs négocians l'avoient employée heureuſement dans leur famille : M. *Meckel*, ſavant médecin &

(f) Lettre de M. *de la Coſte* à M. *Dodart*, 1723. Voyez *le Recueil de pièces, &c. page 152.*

anatomiſte de l'académie de *Pruſſe*, en avoit donné l'exemple ſur ſes enfans. Ses ſuccès ont été interrompus par un accident funeſte : trois fils de M. le préſident de *Horſt* ont été inoculés dans un temps d'épidémie : dans deux des trois, la petite vérole s'eſt manifeſtée deux jours après l'opération, ce qui ne permet pas de douter qu'ils ne l'euſſent déjà contractée naturellement, & l'un & l'autre en ſont morts : le troiſième, en qui les ſymptômes n'ont paru que le huitième jour, eut une petite vérole très-bénigne [a]. Ce double évènement, qui eût accrédité la méthode ſi l'opération eût été différée de trois jours, n'a ſervi qu'à la décrier. L'inſertion s'eſt pratiquée à *Magdebourg ;* elle eſt très-commune en Weſtphalie & en Baſſe Saxe [b]. Je ne parle point de *Hanover,* où elle eſt preſque auſſi ancienne qu'en Angleterre. M. *Soulzer,* médecin du duc régnant de *Saxe-Gotha*, m'écrivoit le 10 Sept. 1759, qu'il avoit fait depuis un an vingt-ſept inoculations, à commencer par ſes enfans ; que du nombre des vingt-ſept, étoit le fils cadet de S. A. S. âgé de douze ans ; qu'un officier, âgé de vingt-huit ans, après une petite vérole inoculée très-bénigne, dont la matière avoit été priſe du jeune prince, s'étoit fait inoculer une ſeconde fois, après ſa convaleſcence, avec la matière d'une petite vérole naturelle ; mais que les plaies ſéchèrent ſous le fil varioleux. Une lettre du 19 Juillet 1764, de M. le Baron *Van-Swieten,* premier médecin & bibliothécaire de leurs majeſtés impériales, m'apprend que l'inoculation n'a pas encore pris racine en Autriche, & que ſes progrès ſeront naturellement retardés en *Bohème* par un accident arrivé à un médecin qui avoit fort bien réuſſi à *Dreſde :* c'eſt le docteur *Timiani ;* & je juge qu'il s'eſt juſtifié de cet accident, puiſqu'il eſt devenu premier médecin de la cour de Saxe, après avoir inoculé trois princes de la maiſon électorale. Je ne puis paſſer ſous ſilence un trait que j'ai tiré de la même lettre de M. *Van-Swieten*, & qui caractériſe autant l'intrépidité que l'humanité de l'Impératrice-reine. Cette princeſſe, qui n'a jamais eu la petite vérole *(g),* voyant ſes gardes écarter de ſon carroſſe

[a] *Lettres particulières de* Berlin.

[b] On y compte déjà (1765) plus de ſix cents inoculés.

(g) Elle l'a eue depuis, & s'en eſt heureuſement tirée pour le bonheur de l'Europe.

une pauvre femme dont l'enfant en étoit tout couvert, ordonne qu'on la laiſſe approcher, prend l'enfant dans ſes bras, lui donne un baiſer & le rend à ſa mère avec une aumône digne de la main d'où elle ſortoit.

Le nombre des inoculateurs à *Genève* montoit à plus de quatre cents dès l'année dernière *; l'uſage en devint commun dans les villes de Suiſſe *(h)*, où il a paſſé de *Lauzanne.* Tout le monde connoît le zèle de M. *Tiſſot* pour cette méthode, ainſi que ſes ouvrages répandus & accueillis dans toute l'Europe. GENÈVE & SUISSE. * *1765.*

L'inſertion auſſi heureuſement pratiquée en Italie qu'en France, a cauſé de part & d'autre à peu près les mêmes débats: cependant les écrits en faveur de cette méthode ſont beaucoup plus nombreux que ceux qui l'ont combattue. M. *Gandini*, à *Gènes;* M. *Pauli*, profeſſeur en médecine à *Lucques*, & M. *Manetti*, à *Florence*, M. *Lunadei* à *Urbin*, ſe ſont diſtingués parmi ſes protecteurs. J'ai des réponſes récentes qui détruiſent les faux bruits qu'on avoit répandus en France ſur divers eſſais d'inoculation, faits dans pluſieurs villes du nord de l'Italie. On a inoculé avec ſuccès à *Gènes*, à *Veniſe*, à *Padoue*, à *Véronne*, à *Breſcia*, à *Mantoue*, à *Bologne*, à *Milan*, à *Plaiſance*, à *Parme*, & plut à Dieu qu'on y eût inoculé plus tôt! à *Piſe*, à *Lucques*, à *Florence*, à *Sienne*, à *Rome* même. Il n'y a guère parmi les grandes villes d'Italie que *Naples* où l'on n'ait pas encore tenté, par la raiſon que j'ai dite plus haut, l'inoculation moderne. Je dis moderne; car j'apprends qu'on y trouve parmi le peuple, des veſtiges de l'inoculation du pays de Galles par friction, comme on en a trouvé en Danemarck, dans le comté de *Mœurs* en Weſtphalie, dans quelques provinces de France, en Barbarie, aux Indes & tout récemment en Suède: toujours avec quelque pratique ſuperſtitieuſe, accompagnée d'une pièce de menue monnoie donnée en échange; & dans tous ces lieux, cet uſage ancien & bizarre, qui vraiſemblablement a paſſé d'Orient en Europe dans le temps des croiſades, ſe nomme, *acheter la petite vérole.* ITALIE.

Je crois avoir répondu dans mes divers écrits à toutes les

(h) Mémoires de la Société phyſique de Zurich, *tome III.*

objections contre l'inoculation ; mais il en est une qui m'est nouvelle, & qui seroit la plus forte de toutes si elle étoit fondée. L'inoculation est inutile, dit-on, puisque la petite vérole n'est plus dangereuse, & que la méthode de la traiter s'est perfectionnée, sur-tout à *Vienne* en Autriche, au point qu'entre les mains d'un médecin habile, la vie du malade est en sûreté. Faut-il d'autre réponse à cette objection que la liste récente des morts de cette maladie dans un grand nombre de villes d'Europe ? Pourquoi la dernière épidémie à *Montpellier*, de l'aveu de M. de *Sauvages*, ancien professeur, a-t-elle enlevé sous les yeux d'une Faculté célèbre, la moitié des enfans attaqués *(i)*, & les trois quarts à *Berlin* en 1759 *(k)*? Pourquoi l'épidémie de l'année dernière à *Toulouse*, a-t-elle été funeste à tous les adultes, presque sans exception ? Mais je ne connois qu'un médecin dans le monde, qui, séduit par un grand nombre de cures heureuses dans des épidémies bénignes, ose avancer un pareil paradoxe. Le cri de tous ses confrères s'élève contre lui. Il y a bientôt deux ans qu'on auroit pu lui répondre, heureuse la terre qui vous possède ! heureuse la ville de *Vienne* où tous les malades sont à portée de jouir de votre secours ! vous qui vous flattez de dérober à la petite vérole naturelle plus de victimes que l'inoculation n'en préserve, voulez-vous confondre ceux qui refusent de vous croire, & les convaincre de votre supériorité dans la cure de cette maladie ? sauvez la tête auguste *(l)* actuellement en proie à ce monstre que vous savez dompter ; vous serez à nos yeux le dieu de la médecine ; mais, que vois-je ? vous pleurez avec nous l'insuffisance de votre art & la témérité de vos promesses.

Nouvelle Objection et Réponse.

JE m'étois flatté, Messieurs *, l'année dernière de pouvoir détourner vos yeux de ce triste tableau, en vous annonçant dans l'assemblée publique du 14 Nov. (1764), la nouvelle qu'on

* Ce mémoire devoit être lû à l'assemblée publique du 13 Nov. 1765.

(i) Lettre de M. *de Sauvages* à M. *Raulin*, docteur régent à *Paris*.

(k) Mémoires de l'Académie de Berlin, 1758, *page 76*.

(l) *Marie-Elisabeth*, Archiduchesse, princesse de *Parme*, morte à *Vienne* de la petite vérole, le 27 Novembre 1763, âgée de vingt-deux ans.

qu'on venoit de recevoir, le matin même, de l'heureux ſuccès de l'inoculation du Prince *Ferdinand de Parme;* mais je ne puis aujourd'hui retracer cet heureux évènement ſans vous rappeler la perte que nous venons de faire de l'Infant ſon père Don *Philippe* par le même fléau dont il a ſu préſerver ſon fils. Ce Prince s'en ſeroit garanti lui-même s'il n'avoit pas été déſabuſé trop tard, par la reine ſa mère, de l'opinion *(m)* où on l'avoit laiſſé, qu'il avoit eu la petite vérole dans ſon enfance. Les larmes me viennent aux yeux quand je me rappelle qu'en 1756, ce prince me fit l'honneur de m'interroger ſur pluſieurs faits concernant la petite vérole artificielle; à *Parme* même, dans cette Cour, dont feue Madame Infante, & une jeune princeſſe comblée de tous les dons de la nature, faiſoient l'ornement, & qu'en moins de ſix ans trois têtes ſi précieuſes aient été moiſſonnées par la même faux, dont j'ai fait de vains efforts pour prévenir les coups. Laiſſons, puiſqu'il le faut, à cette cruelle maladie, le ſoin de faire, par ſes ravages continuels, l'apologie de l'inoculation, d'une manière plus frappante que les raiſonnemens les plus convaincans.

Inoculation du Prince de Parme.

Mort de l'Infant Don Philippe.

CONCLUSION.

ADDITION.

JE crois devoir me juſtifier ici ſur deux imputations contradictoires. On m'a reproché d'avoir exagéré le danger de la petite vérole, & en même temps d'avoir repréſenté cette maladie comme plus générale qu'elle ne l'eſt en effet: j'ai fait voir ailleurs l'incompatibilité de ces deux ſuppoſitions [a]. Bien loin d'avoir attribué à la petite vérole une trop grande généralité, j'ai donné dans un excès contraire, en ſuppoſant, pour la commodité du calcul [b], que la moitié des hommes mouroit ſans avoir eu cette maladie; ce que perſonne n'a oſé ſoutenir. On a ſouvent employé les expreſſions ſuivantes: *être exempt de la petite vérole, n'être pas ſujet à la petite vérole, échapper de la petite vérole*, dans deux ſens différens, ce qui a cauſé pluſieurs équivoques; on a tantôt entendu ceux

[a] *Voy. Mém. de l'Acad. 1758, page 475.*

[b] *Voy. Mém. de l'Acad. 1754, page 653.*

(m) Lettre de M. le comte de Rochechouart, Miniſtre plénipotentiaire de France à Parme, à l'auteur.

qui meurent ſans avoir éprouvé cette maladie, & tantôt ceux que l'on jugeoit n'en être pas ſuſceptibles. Je déclare que par cette expreſſion, *être exempt de la petite vérole* ou autre équivalente, j'ai toujours entendu ceux qui paſſent leur vie ſans payer ce fatal tribut, auquel je crois que tous les hommes naiſſent ſujets, & dont ils ſont ſuſceptibles tant qu'ils n'y ont pas ſatisfait. J'ai expoſé ailleurs les fondemens de mon opinion, que des gens de l'art pourroient rendre plus probable, & dont on ne peut démontrer la fauſſeté *(n)*.

Quant au riſque de mort que court le malade actuel de la petite vérole, je l'ai eſtimé d'un ſur ſept, en prenant à peu près le milieu entre le réſultat des recherches des docteurs *Jurin, Nettleton Mather*, d'une part, qui eſt d'un mort ſur cinq malades, d'un ſur ſix ou de deux ſur onze pour l'Angleterre, du docteur *Schultz* & du docteur *Monro*, d'un ſur cinq pour la Suède & l'Écoſſe *(o)*; & d'autre part ſur l'eſtimation faite à *Genève* d'un ſur dix *(p)*. Mais pour prouver que je ne me ſuis pas écarté de la vérité, & pour fixer les idées ſur ce point, qui ne peut être mis dans tout ſon jour que par des liſtes mortuaires, où l'âge des inhumés & le nom de la maladie dont ils ſont morts, ſeroient déclarés, règlement que j'ai fait de vains efforts pour obtenir *(q)*; voici une Table qui préſente ſous un même point de vue les différentes ſuppoſitions que l'on peut faire du nombre de ceux qui meurent ſans avoir eu la petite vérole, & du nombre de ceux qui ont cette maladie; d'où il réſulte évidemment que l'on ne

(n) Lettre V au docteur *Maty. Paris, 1764, p. 192 & 193.*

(o) Let. à M. *Daniel Bernoulli. Merc. de Fr. Sept. 1759, p. 194.*

(p) Voyez les Mémoires de l'Acad. 1758, *p. 471.* J'aurois pu ajouter des preuves d'un grand nombre d'exemples de perſonnes qui ont eu la petite vérole naturelle dans un âge très-avancé, telles que meſdames les maréchales *de Tallard, de Monteſquiou & de Villars*, mad[e] *Méliand* mère du Conſeiller d'État, & ayeule de madame la Marquiſe d'*Argenſon*, dont pluſieurs à 80 ans paſſés; & plus récemment encore, M. *Poncher*, Doyen des Doyens des Maîtres des Requêtes. On lit dans le *Recueil de pièces, &c. p. 183*, qu'un homme de 80 ans avoit reçu la petite vérole par inoculation. Quelle preuve a-t-on que celui qui meurt à 100 ans ſans l'avoir eue, n'en étoit pas ſuſceptible!

(q) Traité de l'inoculation par *Butini, page 46.*

peut ſans choquer toutes les notions reçues, & ſans contredire des faits notoires, ſuppoſer que la mortalité de la petite vérole naturelle ſoit moindre que d'un ſur ſept, ou tout au moins d'un mort ſur huit malades qui en ſont attaqués.

Les liſtes mortuaires de *Londres*, publiées par autorité du Gouvernement, remontent au-delà d'un ſiècle (M. le Chevalier de *Chaſtellux* en a donné un extrait [a]), & elles prouvent que la petite vérole, tantôt bénigne & tantôt fort meurtrière, détruit année commune plus de la quatorzième partie du genre humain. M. *Daniel Bernoulli*, dont le ſuffrage à titre de géomètre du premier ordre & de docteur en médecine, ne peut être récuſé, a prouvé par diverſes conſidérations ſur les nécrologes de *Londres*, de *Vienne*, de *Berlin*, de *Breſlau* [b], qu'il faut compter un treizième du total des morts de *Londres*, au lieu d'un quatorzième, pour victimes de la petite vérole. C'eſt ſur ce fondement que j'ai conſtruit la Table ſuivante. Si l'on objecte que ce terrible fléau eſt moins redoutable en France qu'ailleurs, au lieu de répondre que j'aurois autant de droit de ſuppoſer le contraire; en attendant que des liſtes deſirées par tous ceux qui ont à cœur l'intérêt de l'humanité, nous apprennent s'il y a quelque déduction à faire, je m'en tiendrai à des faits connus & conſtatés dans les endroits cités, & ſurtout à *Londres*, par un ſiècle & demi d'expérience.

[a] *Nouveaux éclairciſſemens, &c.*

[b] *Voy. Mém. de l'Acad. 1760, page 8.*

Je diviſe le genre humain en treize portions, dont une doit être la proie de la petite vérole; ces treize portions compoſent deux claſſes, l'une de ceux qui payent le tribut à cette maladie, l'autre de ceux qui en ſont exempts; l'une des deux ne peut croître ſans que l'autre diminue: plus il y aura d'exempts, moins il y aura de varioleux, & réciproquement. Les deux claſſes priſes enſemble comprennent les treize portions du total des hommes.

Je n'ai avancé aucun fait dans ce Mémoire ni dans les précédens, non plus que dans mes autres ouvrages ſur l'inoculation, ſans citer mes garans. Il ſeroit à ſouhaiter que tous ceux qui ont écrit ſur cette matière, pour ou contre, euſſent pris la même précaution.

TABLE de la mortalité commune de la petite vérole, dans les différentes ſuppoſitions qu'on peut faire ſur le nombre des exemts ; en partageant la totalité des hommes en treize parts, dont une eſt deſtinée à mourir de la petite vérole.

	12			1	
	11			2	
	10			3	
	9			4	
	8			5	
	7			6	
Si, de treize individus qui naiſſent, on en ſuppoſe	6	exempts de la petite vérole,	il en reſtera	7	qui auront cette maladie, & de ce nombre il en mourra un.
	5			8	
	4			9	
	3			10	
	2			11	
	1			12	
	0			13	

On voit d'abord, en conſidérant le premier nombre des deux colonnes de cette table, que ſi de treize perſonnes qui naiſſent, il y en avoit douze exemtes de la petite vérole, le ſeul des treize qui l'auroit, en mourroit infailliblement, & qu'ainſi elle ſeroit toujours mortelle; ce qui eſt viſiblement faux.

On voit pareillement, en comparant l'un à l'autre le dernier nombre de chaque colonne, que pour qu'il ne mourût qu'un varioleux ſur treize, il faudroit qu'aucun des treize ne fût exemt de cette maladie & que tout le monde eût la petite vérole: ce qui eſt auſſi faux que la première ſuppoſition, & en parcourant toutes les ſuppoſitions intermédiaires repréſentées par la table, on verra que comme ſur treize perſonnes on ne peut en ſuppoſer plus de cinq ou ſix exemtes de la petite vérole, il s'enſuit que des ſept ou huit autres, il en mourra une: ſavoir une de ſept, comme je le ſuppoſe, en portant le nombre des exemts à ſix, & une de huit en bornant le nombre des exemts à cinq ſur treize: ce qui eſt l'hypothèſe de M. *Bernoulli.*



MÉMOIRE
SUR LA RÉSOLUTION GÉNÉRALE DES ÉQUATIONS DE TOUS LES DEGRÉS.

Par M. BÉZOUT.

QUOIQUE la méthode que je vais expoſer ait été trouvée vers la fin de l'année 1762, j'avois réſolu néanmoins de ne la donner que, lorſque libre d'occupations d'un autre genre, j'aurois pu donner aux calculs quelques degrés de perfection dont ils ſont ſuſceptibles, & en étendre davantage l'application; mais ayant remarqué que M. Euler, dans le IX.e tome des nouveaux Commentaires de Péterſbourg, vient de donner une méthode ſur la même matière, je crois ne devoir pas différer davantage de faire connoître la mienne.

Le Mémoire que j'ai donné en 1762 *, contient le germe de la méthode actuelle; auſſi celle-ci a-t-elle ſuivi de près la première, ainſi que le prouve un précis de cette méthode préſentée au Secrétariat de l'Académie au commencement de Janvier 1763; la publication du travail de M. Euler m'engage à faire cette obſervation, ſans laquelle on pourroit peut-être penſer que mon travail eſt poſtérieur au ſien.

* Voy. Mém. de l'Acad. 1762, p. 14 & ſuiv.

On verra par la comparaiſon du Mémoire de M. Euler avec le mien, que quoique nos deux méthodes puiſſent conduire aux mêmes réſultats, nous différons cependant beaucoup ſur l'eſtimation du degré de l'équation dont doit dépendre la réſolution de l'équation propoſée. Ce ſavant Analyſte penſe qu'il ſera toujours moindre que celui de la propoſée, je penſe au contraire, qu'il ſera toujours beaucoup plus élevé, mais que l'équation ne renfermera que les difficultés de tous les degrés inférieurs à la propoſée; la ſuite mettra le lecteur en état de juger lequel de ces deux ſentimens eſt fondé.

L'équation dont la réſolution de la propoſée doit dépendre,

monte, ainſi que nous venons de le dire, à un degré beaucoup plus élevé que celle-ci; mais 1.° l'expoſant de ce degré eſt le produit de l'expoſant du degré de la propoſée par les expoſans de tous les degrés inférieurs: 2.° chacun des autres expoſans de la même équation, eſt un multiple de l'expoſant du degré de la propoſée; ce qui ramène la difficulté à être tout au plus d'un degré marqué par le produit des expoſans des degrés inférieurs à celui de la propoſée: 3.° mais la difficulté n'eſt pas même de ce degré; elle ſe réduit uniquement à cette queſtion. . . . *Sachant qu'une équation ne doit avoir pour racines que des quantités radicales de degrés inférieurs au ſien, déterminer toutes ces racines.* C'eſt de la réſolution de cette queſtion, que dépend la réſolution finale des équations, & c'eſt dans la vue d'y parvenir, que nous donnons une ſeconde méthode pour la réſolution générale des équations, dont l'expoſant eſt un nombre composé; méthode qui renferme d'ailleurs la première & dont nous eſpérons donner, par la ſuite, l'application à la queſtion que nous venons d'énoncer.

Pour mettre le Lecteur plus en état de juger ſi la méthode que nous allons expoſer, avance l'art de réſoudre les équations, nous croyons devoir lui remettre brièvement ſous les yeux l'état de la queſton.

Réſoudre généralement une équation, c'eſt aſſigner une expreſſion algébrique de chacune des racines qui, étant ſubſtituée dans cette équation, y ſatisfaſſe indépendamment de toute valeur particulière que l'on pourroit donner aux coëfficiens de cette équation.

Cette expreſſion algébrique doit être telle qu'elle renferme des radicaux de tous les ordres inférieurs à la propoſée, & notamment ceux de cet ordre: la néceſſité de cette condition eſt évidente, par cette conſidération que l'équation propoſée pouvant devenir ſucceſſivement chacune des équations des degrés inférieurs, par la ſuppoſition que ſes derniers termes ſoient zéro, l'expreſſion de ſes racines doit devenir en même temps celle des racines de ces degrés inférieurs; & d'ailleurs

il eſt évident que dans chaque degré, l'expreſſion de la racine doit renfermer au moins un radical de ce même degré.

Cela poſé, notre méthode conduiſant, ainſi que nous l'avons dit & qu'on le verra, à une équation dont tous les expoſans de l'inconnue ſont des multiples du degré de la propoſée, réſout, à proprement parler, la difficulté de ce degré; ce qu'aucune méthode propoſée juſqu'ici n'a encore donné le moyen de faire: elle met en évidence les radicaux du degré de l'équation. La *réduite* qu'elle donne ne doit donc plus renfermer que la difficulté d'avoir les radicaux des degrés inférieurs; & quoique, par cette raiſon, elle monte & doive monter à un degré ſupérieur à la propoſée, elle n'en eſt pas moins d'une difficulté moindre.

Mais ſi pour réſoudre une équation propoſée, par exemple une équation du 5.e degré, on ſuivoit la route que ſemblent indiquer les méthodes qu'on a eues juſqu'ici pour les degrés inférieurs; ſi, par exemple, on cherchoit à la décompoſer en deux équations, l'une du 3.e & l'autre du 2.e on arriveroit à une réduite du 10.e degré. Quoique ce degré ſoit bien inférieur au 120.e qui eſt celui auquel la réduite montera par notre méthode, il s'en faut cependant de beaucoup que cette réduite du 10.e degré ſoit auſſi facile à réſoudre que celle du 120.e il s'en faut même du tout: en effet, la réduite du 10.e degré que l'on a pour lors, renferme encore toutes les difficultés de la propoſée, puiſqu'elle ne met point en évidence les radicaux du degré de celle-ci.

Si, pour éviter cet inconvénient, on ſuppoſe arbitrairement la racine exprimée par une fonction de radicaux du degré de la propoſée, on fait à la vérité une ſuppoſition plus uniforme, à ce qu'on peut raiſonnablement conjecturer ſur la forme de cette racine; mais outre que cette méthode eſt indirecte, il reſte encore à ſavoir comment on en compoſera une équation comparable à la propoſée, & s'il y a pluſieurs manières d'y parvenir, quelle eſt celle qui conduira à la réduite qui peut donner la ſolution? doit-on faire diſparoître les radicaux dans l'équation que l'on doit comparer à la propoſée? peut-on en

laiſſer ſubſiſter? &, dans ce dernier cas, à quelle règle peut-on reconnoître ceux qui peuvent reſter? Telles étoient les difficultés dont étoit ſuceptible la méthode que M. Euler propoſoit dans le VI.e Tome des anciens Mémoires de Péterſbourg, difficultés que lève à la vérité celle qu'il donne aujourd'hui; mais celle-ci même ſuffit-elle ſi, comme nous le prétendons, la réduite doit être plus élevée que la propoſée?

EXPOSÉ de la première Méthode pour la réſolution des Équations.

Je conſidère une équation de quelque degré que ce ſoit, comme le réſultat de deux équations à deux inconnues, dont l'une a été éliminée par les procédés connus dans l'Algèbre. Après diverſes tentatives ſur la forme la plus ſimple que doivent avoir ces deux équations, je me ſuis arrêté à celle-ci:

$$y^m - 1 = 0, \text{ \&}$$
$$ay^{m-1} + by^{m-2} + cy^{m-3} + dy^{m-4} + \text{\&c.} \ldots + x = 0;$$

m étant l'expoſant de la propoſée, que je ſuppoſe repréſentée par $x^m + px^{m-2} + qx^{m-3} + rx^{m-4} + \text{\&c.} \ldots + T = 0$; c'eſt-à-dire que je ſuppoſe n'avoir pas de ſecond terme: s'il y en avoit un, on le feroit diſparoître par les méthodes connues, ou bien on prendroit les deux équations

$$y^m - 1 = 0, \text{ \&}$$
$$ay^{m-1} + by^{m-2} + cy^{m-3} + dy^{m-4} + \text{\&c.} \ldots + h + x = 0;$$

c'eſt-à-dire qu'on admettroit un terme ſans y & ſans x dans la ſeconde équation.

J'ai réduit à $y^m - 1 = 0$ la première de ces deux équations, que j'avois d'abord priſe de cette forme plus générale $y^m + A = 0$; mais la ſuppoſition de $A = -1$, eſt celle qui, en donnant une forme plus régulière & plus ſymétrique aux différens termes des équations qui réſultent de la comparaiſon avec la propoſée, m'a paru la plus propre à faciliter l'élimination

l'élimination ou les éliminations que la méthode exige, & à conduire aux résultats les plus simples.

Dans la seconde équation, $ay^{m-1} + by^{m-2} +$ &c. je n'ai point admis de puissances supérieures à y^{m-1}, parce que l'équation $y^m - 1 = 0$ donnant $y^m = 1$, feroit rentrer ces puissances supérieures dans la classe des inférieures; en sorte que cette équation a toute la généralité qu'on peut desirer.

Ces observations faites, on éliminera y, & on aura une équation en x qui sera du degré m, & on comparera la somme des termes qui multiplieront une même puissance de x au coëfficient de la même puissance de x dans la proposée; cette comparaison fournira autant d'équations qu'il y a de coëfficiens indéterminés a, b, c, &c.

Par les méthodes connues, on réduira toutes ces équations à une seule dont la résolution fera connoître a, b, c, &c. alors on aura toutes les valeurs de x, en substituant celles de a, b, c, &c. dans l'équation $ay^{m-1} + by^{m-2} +$ &c... $+ x = 0$, & mettant successivement pour y ses valeurs fournies par l'équation $y^m - 1 = 0$, qui est toujours facile à résoudre.

EXEMPLE sur le troisième degré.

Je reprends $y^3 - 1 = 0$,

& $ay^2 + by + x = 0$.

Pour éliminer commodément, je multiplie cette seconde équation par y, & je substitue pour y^3 sa valeur 1, ce qui me donne

$$by^2 + xy + a = 0.$$

Je multiplie celle-ci par y, & substituant pour y^3 sa valeur 1, j'ai $xy^2 + ay + b = 0$.

J'ai donc les trois équations

$$ay^2 + by + x = 0,$$
$$by^2 + xy + a = 0,$$
$$xy^2 + ay + b = 0.$$

A l'aide de deux de ces trois équations quelconques, je prends la valeur de y^2 & celle de y; je les substitue dans la troisième, & j'ai, toute réduction faite,

$$x^3 - 3abx + a^3 = 0,$$
$$+ b^3$$

dont la comparaison, avec l'équation générale du 3.e degré $x^3 + px + q = 0$, donne $-3ab = p$, $a^3 + b^3 = q$; d'où l'on tire $a^6 - qa^3 - \frac{1}{27}p^3 = 0$, équation du degré 3, 2, 1, dans laquelle les exposans sont multiples de l'exposant 3 de la proposée, & qui ne renferme plus que la difficulté du 2.d degré.

Les trois valeurs de y que donne l'équation $y^3 - 1 = 0$, étant $y = 1$, $y = \frac{-1+\sqrt{(-3)}}{2}$, $y = \frac{-1-\sqrt{(-3)}}{2}$, les trois valeurs de x seront donc $x = -a - b$, $x = -a \times (\frac{-1+\sqrt{(-3)}}{2})^2 - b \times (\frac{-1+\sqrt{(-3)}}{2})$, & $x = -a \times (\frac{-1-\sqrt{(-3)}}{2})^2 - b \times (\frac{-1-\sqrt{(-3)}}{2})$.

EXEMPLE sur le quatrième degré.

Je prends $y^4 - 1 = 0$,
& . . . . . $ay^3 + by^2 + cy + x = 0$.

Multipliant successivement par y, & substituant pour y^4 sa valeur, j'aurai en y comprenant la seconde de ces deux équations, les quatre équations suivantes.

$$ay^3 + by^2 + cy + x = 0,$$
$$by^3 + cy^2 + xy + a = 0,$$
$$cy^3 + xy^2 + ay + b = 0,$$
$$xy^3 + ay^2 + by + c = 0.$$

De trois desquelles tirant les valeurs de y^3, y^2, y, pour

les ſubſtituer dans la quatrième, on aura

$$\begin{array}{l} x^4 - 4acx^2 + 4a^2bx - a^4 = 0 \\ \quad - 2b^2x^2 + 4bc^2x - c^4 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad + b^4 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad + 2a^2c^2 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad - 4ab^2c. \end{array}$$

Comparant cette équation à l'équation générale du 4.e degré $x^4 + px^2 + qx + r = 0$, on aura

$(A)\ldots 4ac + 2b^2 = -p$, $(B)\ 4a^2b + 4bc^2 = q$, $(C)\ a^4 + c^4 - b^4 - 2a^2c^2 + 4ab^2c = -r$.

Si on cherche à déterminer immédiatement a ou c, on arrivera à une équation du 24.e degré ou du degré 4, 3, 2, 1, dont les expoſans des différens termes ſeront des multiples de 4, laquelle n'aura par conſéquent tout au plus que la difficulté du 6.e degré; mais elle n'aura pas même cette difficulté, ainſi qu'on le verra ci-après.

Mais ſi, au lieu de chercher a ou c, on veut déterminer b, on trouvera une équation du 6.e degré réſoluble à la manière de celles du 3e, ainſi qu'il arrive par les méthodes connues juſqu'ici.

Pour avoir cette équation, de l'équation (B), on tirera $a^2 + c^2 = \frac{q}{4b}$, qui donne $a^4 + c^4 = \frac{qq}{16b^2} - 2a^2c^2$; ſubſtituant dans l'équation (C), il vient $\frac{q^2}{16b^2} - 4a^2c^2 - b^4 + 4ab^2c = -r$, ou, en mettant pour ac ſa valeur $\frac{-p-2b^2}{4}$, tirée de l'équation (A), on a, toute réduction faite,

$$\begin{array}{l} 64b^6 + 32pb^4 + 4p^2b^2 - q^2 = 0 \\ \qquad\qquad\qquad - 16rb^2 \end{array}$$

b étant trouvé par cette équation, on aura aiſément a & c par les deux équations $a^2 + c^2 = \frac{q}{4b}$, & $ac = \frac{-p-2b^2}{4}$.

Enfin l'équtaion $y^4 - 1 = 0$ donnant ces 4 valeurs de y, $y = +1$, $y = -1$, $y = +\sqrt{(-1)}$, $y = -\sqrt{(-1)}$, l'équation $ay^3 + by^2 + cy + x = 0$, donnera ces quatre valeurs de x,

$$x = -a - b - c$$
$$x = +a - b + c$$
$$x = +a\sqrt{(-1)} + b - c\sqrt{(-1)}$$
$$x = -a\sqrt{(-1)} + b + c\sqrt{(+1)}.$$

RÉFLEXIONS sur la Méthode.

En réfléchissant sur les réduites du 3.e & du 4.e degré; & faisant attention que la première se résout à la manière des équations du second degré, & la seconde à la manière de celles du troisième, on pourroit être tenté de penser avec quelques Analystes, que le 5.e degré aura une réduite qui se résoudra à la manière du 4.e degré; c'est-à-dire qui ne seroit que du 20.e degré avec des exposans tous multiples de 5: il est bon d'examiner ici jusqu'à quel point cette induction seroit fondée.

Il est bien vrai que la réduite que nous venons de trouver pour le 4.e degré, se résout à la manière des équations du 3.e degré; mais si au lieu de chercher b, nous eussions cherché a ou c, la réduite, au lieu d'être du 6.e degré seulement, auroit été du 24.e avec des exposans multiplés de 4, ainsi que nous l'avons dit ci-dessus & que nous allons le prouver.

En effet, si de l'équation *(B)*, on tire la valeur de b pour la substituer dans *(A)*, on aura

$$(D) \ldots 8(4ac + p) \times (a^4 + c^4 + 2a^2c^2) + qq = 0.$$

Et si, dans l'équation *(C)*, on substitue la valeur de bb, tirée de l'équation *(A)*, on aura

$$(E) \ldots 4(a^4 + c^4) - 56a^2c^2 - 16pac + 4r - pp = 0;$$

substituant dans *(D)*, au lieu de $a^4 + c^4$, sa valeur tirée

de *(E)*, on aura

$$512a^3c^3 + 256pa^2c^2 + 40ppac + 2p^3 = 0$$
$$- 32rac - 8pr$$
$$+ qq$$

équation qui donnera trois valeurs pour ac.

Soit B l'une de ces valeurs, en ſorte que $B = ac$ ou $c = \frac{B}{a}$, & concevons qu'on ſubſtitue pour c cette valeur dans (E); on aura une équation de cette forme $a^8 - Aa^4 + B^4 = 0$: donc puiſque ac a trois valeurs, on aura trois équations différentes, & chacune de la forme $a^8 - Aa^4 + B^4 = 0$; donc puiſque chacune donne huit valeurs pour a, cette quantité a aura en effet vingt-quatre valeurs. De plus, il eſt clair, par les principes de la compoſition des équations, que l'équation qui donneroit ces vingt-quatre valeurs (& qui n'eſt autre que celle qui réſulteroit de l'élimination de b & c) doit être le produit des trois équations de la forme $a^8 - Aa^4 + B^4 = 0$; donc dans cette réduite, a n'aura en effet d'autres expoſans que des multiples de 4.

Cela poſé, il me ſemble qu'il y a bien lieu de douter dès-à-préſent, que la réduite du 5.ᵉ degré ne puiſſe être que du 20ᵉ, réſoluble à la manière du 4ᵉ: en effet, ſi l'équation du 3.ᵉ degré, a une réduite du 6ᵉ, c'eſt-à-dire du degré 1 . 2 . 3; ſi celle du 4.ᵉ a une réduite du 24ᵉ, c'eſt-à-dire du degré 1 . 2 . 3 . 4, & qu'on faſſe attention que celle du ſecond ſeroit du 2.ᵉ ou du degré 1 . 2; on verra que les degrés des réduites formeront cette ſuite 1 . 2, 1 . 2 . 3, 1 . 2 . 3 . 4, &c. en ſorte qu'il y a déjà une très-grande probabilité que la réduite du 5.ᵉ degré ſera du degré 1 . 2 . 3 . 4 . 5 ou du 120.ᵉ degré. Mais, dira-t-on, il y a auſſi pour le 4.ᵉ degré une réduite qui n'eſt que du 6ᵉ? cela eſt vrai: mais c'eſt une ſimplification accidentelle, & dont voici l'origine.

Des trois quantités a, b, c qui entrent dans l'équation $ay^3 + by^2 + cy + x = 0$, la quantité b, qui tient une eſpèce de milieu entre les deux quantités a & c, ſe trouve

dans les équations de comparaiſon $4ac + 2b^2 = -p$, $4a^2b + 4bc^2 = q$, &c. diſpoſée de la même manière à l'égard de a & à l'égard de c; mais a n'eſt point diſpoſé à l'égard de b comme à l'égard de c, non plus que c n'eſt ſemblablement diſpoſé à l'égard de b & de a; d'où il eſt facile de voir que b doit en effet être donné par une équation plus ſimple que celle qui donnera a ou c. Et ſi l'on fait attention à la formule générale $ay^{m-1} + by^{m-2} + cy^{m-3} +$ &c... $+ x = 0$, on verra que dans tous les degrés pairs, il y aura ainſi un terme moyen qui aura, dans les équations de comparaiſon, une diſpoſition ſemblable à l'égard de deux extrêmes quelconques, & qui donnera lieu à une pareille ſimplification: mais dans les degrés impairs, rien ne donne cet eſpoir; car, ainſi qu'on le verra ci-après pour le 5.e degré, les quantités a, b, c, d entrent toutes de la même manière dans les équations de comparaiſon, en ſorte qu'il n'y a de préférence pour aucune.

D'ailleurs, comment concevoir que la quantité a qui, dans le 3.e degré, a ſix valeurs, qui en a vingt-quatre dans le 4.e, retombât tout de ſuite à n'en avoir que vingt dans le 5.e? quelle ſeroit la loi qui règleroit une marche auſſi bizarre? car il ne faut pas croire que ce ſoit la méthode que nous propoſons qui élève ainſi la réduite: cette méthode donne, ainſi qu'on le voit, les réſultats les plus ſimples que les autres ont pu donner pour ce que l'on a connu juſqu'ici; mais comme elle eſt uniforme, elle découvre l'analogie que peuvent avoir les expoſans des réduites, & les cas où ces expoſans peuvent être ſimplifiés. Le Lecteur peut juger maintenant ſi l'on eſt fondé à attendre pour réduite du 5.e degré une équation réſoluble à la manière du 4.e.

Quoique la réduite qu'on auroit pour le 4.e degré en cherchant a ou c, doive monter au 24.e degré, il s'en faut de beaucoup cependant qu'elle ait la difficulté de ce degré, 1.º tous ſes expoſans devant, ainſi que nous venons de le voir, être des multiples de 4, la difficulté retombe au 6.e; 2.º cette équation du 6.e ne peut renfermer que des radicaux quarrés & des radicaux cubes;

en effet, la valeur de a^4 qu'elle donnera doit être la même que celle que l'on tireroit de l'équation $a^8 - Aa^4 + B^4 = 0$, laquelle ne peut donner pour a^4 qu'une quantité dans laquelle il entrera des radicaux quarrés & des radicaux cubes seulement; ainsi il y a donc bien lieu de croire, 1.° que dans les degrés ultérieurs, la réduite aura aussi pour exposans de ses termes des multiples de l'exposant du degré de l'équation proposée; 2.° que sa résolution complète ne dépendra que des degrés inférieurs, mais en renfermera toutes les difficultés réunies; passons au 5.e degré.

Exemple sur le cinquième degré.

Je prends $y^5 - 1 = 0$,

&..... $ay^4 + by^3 + cy^2 + dy + x = 0$;

Après avoir multiplié comme ci-dessus par y, & substitué pour y^5 sa valeur 1, j'aurai les cinq équations suivantes,

$$\begin{array}{l} ay^4 + by^3 + cy^2 + dy + x = 0, \\ by^4 + cy^3 + dy^2 + xy + a = 0, \\ cy^4 + dy^3 + xy^2 + ay + b = 0, \\ dy^4 + xy^3 + ay^2 + by + c = 0, \\ xy^4 + ay^3 + by^2 + cy + d = 0. \end{array}$$

Prenant, à l'aide de quatre de ces équations, les valeurs de y^4, y^3, y^2, y, & les substituant dans la cinquième, on aura

$$\left.\begin{array}{l} x^5 - 5adx^3 + 5bd^2x^2 - 5cd^3x + a^5 \\ \quad - 5bcx^3 + 5a^2cx^2 - 5a^3bx + b^5 \\ \quad\quad + 5c^2dx^2 - 5b^3dx + c^5 \\ \quad\quad + 5ab^2x^2 - 5ac^3x + d^5 \\ \quad\quad\quad + 5a^2d^2x - 5a^3cd \\ \quad\quad\quad + 5b^2c^2x - 5ab^3c \\ \quad\quad\quad - 5abcdx - 5bc^3d \\ \quad\quad\quad\quad - 5abd^3 \\ \quad\quad\quad\quad + 5a^2bc^2 \\ \quad\quad\quad\quad + 5a^2b^2d \\ \quad\quad\quad\quad + 5b^2cd^2 \\ \quad\quad\quad\quad + 5ac^2d^2 \end{array}\right\} = 0;$$

Qui étant comparé à l'équation du 5.e degré
$x^5 + 5px^3 + 5qx^2 + 5rx + s = 0$, donne

$$ad + bc = -p \ldots\ldots (A)$$
$$bd^2 + a^2c + c^2d + ab^2 = q \ldots\ldots (B)$$
$$cd^3 + a^3b + b^3d + ac^3 - a^2d^2 - b^2c^2 + abcd = -r \ldots\ldots (C)$$
$$a^5 + b^5 + c^5 + d^5 - 5a^3cd - 5abd^3 - 5ab^3c - 5bc^3d + 5a^2bc^2 + 5a^2b^2d + 5b^2cd^2 + 5ac^2d^2 = s.$$

Quoique j'aie déjà retourné ces dernières équations de bien des manières, & que j'aie trouvé divers moyens d'abréger considérablement le travail de l'élimination, je ne puis néanmoins en donner encore les derniers résultats ; c'est un travail que je reprendrai par la suite.

Je ferai cependant remarquer que l'équation finale aura, ainsi que je l'ai déjà dit, des multiples de 5 pour exposans de ses différens termes.

En effet, si l'on fait $b = ka^2$, $c = la^3$, $d = ma^4$, on aura

$$ma^5 + kla^5 = -p,$$
$$km^2a^{10} + la^5 + l^2ma^{10} + k^2a^5 = q,$$
$$lm^3a^{15} + ka^5 + k^3ma^{10} + l^3a^{10} - m^2a^{10} - k^2l^2a^{10} + klma^{10} = -r;$$
$$a^5 + k^5a^{10} + l^5a^{15} + m^5a^{20} - 5lma^{10} - 5km^3a^{15} - 5k^3la^{10} - 5kl^3ma^{15}$$
$$+ 5kl^2a^{10} + 5k^2ma^{10} + 5k^2lm^2a^{15} + 5l^2m^2a^{15} = s.$$

Où il est facile de voir que l'équation qu'on aura après avoir éliminé m, k, l, ne renfermera que des puissances de a^5.

Il est facile de trouver un grand nombre d'équations résolubles, & qui, sans avoir toute la généralité de la proposée, sont néanmoins très-étendues ; nous ne nous y arrêterons pas : nous observerons seulement que si dans les équations (A), (B), (C), (D), on fait, 1.° $ad = bc$, & $b^2 = ac$; 2.° si on fait $a = 0$ & $d = 0$, ou $b = 0$ & $c = 0$; 3.° si on fait $a = 0$ & $c = 0$, ou $b = 0$ & $d = 0$, on trouvera dans chaque cas une équation résoluble & dont deux coëfficiens seulement seront assujettis & dépendans des autres, ces équations seront celles que nous avons données dans les Mémoires de l'Académie, année 1762, mais il est facile d'en trouver plusieurs autres.

EXEMPLE

Exemple sur le sixième degré.

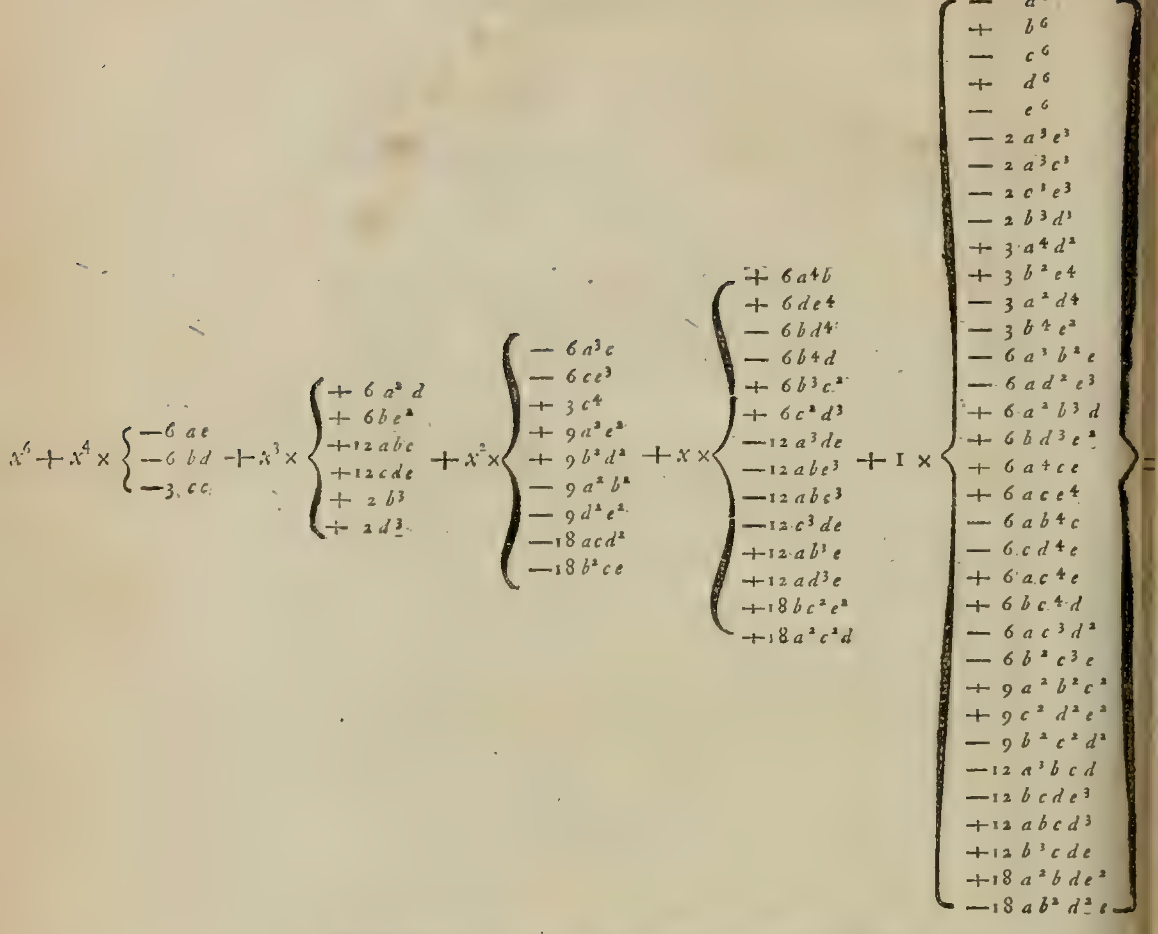
On prendra $y^6 - 1 = 0$

Et $ay^5 + by^4 + cy^3 + dy^2 + ey + x = 0$.

Et procédant comme dans les degrés précédens, on aura les six équations suivantes.

$$ay^5 + by^4 + cy^3 + dy^2 + cy + x = 0,$$
$$by^5 + cy^4 + dy^3 + ey^2 + xy + a = 0,$$
$$cy^5 + dy^4 + ey^3 + xy^2 + ay + b = 0,$$
$$dy^5 + ey^4 + xy^3 + ay^2 + by + c = 0,$$
$$ey^5 + xy^4 + ay^3 + by^2 + cy + d = 0,$$
$$xy^5 + ay^4 + by^3 + cy^2 + dy + e = 0.$$

Cinq de ces équations donneront les valeurs de y^5, y^4, y^3, y^2, & y, lesquelles substituées dans la sixième, donneront toute réduction faite, l'équation suivante,



$$x^6 + x^4 \times \left\{\begin{array}{l} -6\,ae \\ -6\,bd \\ -3\,cc \end{array}\right. + x^3 \times \left\{\begin{array}{l} +6\,a^2d \\ +6\,be^2 \\ +12\,abc \\ +12\,cde \\ +2\,b^3 \\ +2\,d^3 \end{array}\right. + x^2 \times \left\{\begin{array}{l} -6\,a^3c \\ -6\,ce^3 \\ +3\,c^4 \\ +9\,a^2e^2 \\ +9\,b^2d^2 \\ -9\,a^2b^2 \\ -9\,d^2e^2 \\ -18\,acd^2 \\ -18\,b^2ce \end{array}\right. + x \times \left\{\begin{array}{l} +6\,a^4b \\ +6\,de^4 \\ -6\,bd^4 \\ -6\,b^4d \\ +6\,b^3c^2 \\ +6\,c^2d^3 \\ -12\,a^3de \\ -12\,abe^3 \\ -12\,abc^3 \\ -12\,c^3de \\ +12\,ab^3e \\ +12\,ad^3e \\ +18\,bc^2e^2 \\ +18\,a^2c^2d \end{array}\right. + 1 \times \left\{\begin{array}{l} -\ a^6 \\ +\ b^6 \\ -\ c^6 \\ +\ d^6 \\ -\ e^6 \\ -2\,a^3e^3 \\ -2\,a^3c^3 \\ -2\,c^3e^3 \\ -2\,b^3d^3 \\ +3\,a^4d^2 \\ +3\,b^2e^4 \\ -3\,a^2d^4 \\ -3\,b^4e^2 \\ -6\,a^3b^2e \\ -6\,ad^2e^3 \\ +6\,a^2b^3d \\ +6\,bd^3e^2 \\ +6\,a^4ce \\ +6\,ace^4 \\ -6\,ab^4c \\ -6\,cd^4e \\ +6\,ac^4e \\ +6\,bc^4d \\ -6\,ac^3d^2 \\ -6\,b^2c^3e \\ +9\,a^2b^2c^2 \\ +9\,c^2d^2e^2 \\ -9\,b^2c^2d^2 \\ -12\,a^3bcd \\ -12\,bcde^3 \\ +12\,abcd^3 \\ +12\,b^3cde \\ +18\,a^2bde^2 \\ -18\,ab^2d^2e \end{array}\right\} =$$

C'eſt-là l'équation que l'on doit comparer avec l'équation générale du ſixième degré, que nous ſuppoſerons repréſentée par $x^6 + 3px^4 + 2qx^3 + 3rx^2 + 6sx + t = 0$.

Si on ſuppoſe $ae = bd = cc$ & $b^2 = ac$, on aura le premier cas des équations réſolubles de ce degré, que nous avons données en 1762.

Si on ſuppoſe trois quelconques des lettres $a, b, c, d, e,$ égales à zéro, on aura toujours une équation réſoluble.

Si on ſuppoſe $a = 0$, & $e = 0$, on aura une équation réſoluble, dans laquelle il y aura trois coëfficiens arbitraires, & les deux qui ſeront aſſujétis ſeront des fonctions rationnelles de ces trois-là. Il eſt facile de trouver un grand nombre d'autres cas.

Exposé de la ſeconde Méthode.

Cette méthode comprend la précédente, mais elle facilite beaucoup le calcul, lorſque l'expoſant du degré de l'équation propoſée eſt un nombre compoſé.

Soient k & l les deux facteurs de cet expoſant; on fera:

$$y^k - 1 = 0$$

$$\text{Et } y^{k-1}(ax^{l-1} + bx^{l-2} + cx^{l-3} + \ldots\ldots h)$$
$$+ y^{k-2}(a'x^{l-1} + b'x^{l-2} + c'x^{l-3} + \ldots\ldots h')$$
$$+ y^{k-3}(a''x^{l-1} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots h'')$$
$$+ \&c.\ldots\ldots + x^l + Ax^{l-1} + Bx^{l-2} + \ldots\ldots P = 0.$$

Et pour éliminer y, on s'y prendra de la même manière que ci-deſſus. On parviendra à une équation en x qui ſera du degré kl, & dont on comparera les termes avec l'équation propoſée, ce qui donnera autant d'équations qu'on aura de coëfficiens indéterminés. Si, pour plus de ſimplicité, on veut que l'équation n'ait pas de ſecond terme, on fera $A = 0$.

Exemple ſur le quatrième degré.

Ici $kl = 4$ qui a ces deux couples de facteurs, $4 \cdot 1$ & $2 \cdot 2$.
Si l'on ſuppoſe $k = 4$ & $l = 1$, on aura

$$y^4 - 1 = 0,$$
$$\& \; ay^3 + a'y^2 + a''y + x = 0.$$

Ce qui n'eſt autre choſe que ce que preſcrit la première méthode.

Mais si l'on suppose $k = 2$ & $l = 2$; on aura

$$y^2 - 1 = 0$$
$$\& \, y(ax + b) + x^2 + B = 0.$$

Donc pour éliminer, on aura ces deux équations

$$y(ax + b) + x^2 + B = 0,$$
$$\& \, y(x^2 + B) + ax + b = 0.$$

Lesquelles donneront

$$\begin{matrix} x^4 + 2Bx^2 - 2abx + B^2 = 0 \\ -a^2x^2 \qquad\qquad -b^2 \end{matrix}$$

comparant à l'équation $x^4 + px^2 + qx + r = 0$, on a $2B - a^2 = p$, $-2ab = q$, $B^2 - b^2 = r$;

d'où par un calcul facile on tire,

$$\begin{matrix} a^6 + 2pa^4 + p^2a^2 - \frac{q^2}{4} = 0. \\ -ra^2 \end{matrix}$$

Cette équation étant résolue, il sera facile d'avoir b & B, & par conséquent les quatre valeurs de x, en résolvant l'équation $x^2 + B + y(ax + b) = 0$, & mettant pour y ses deux valeurs 1 & -1, que donne l'équation $y^2 - 1 = 0$.

EXEMPLE sur le sixième degré.

On a $kl = 6$, ce qui donne $k = 6$, $l = 1$, ou $k = 2$, $l = 3$, ou $k = 3$, $l = 2$.

Soit 1.° $k = 6$, $l = 1$, on aura,

$$y^6 - 1 = 0,$$
$$\& \, ay^5 + a'y^4 + a''y^3 + a'''y^2 + a''''y + x = 0.$$

C'est-à-dire la même chose que par la première méthode.

Soit 2.° $k = 2$, $l = 3$ on aura,

$$y^2 - 1 = 0,$$

& $y(ax^2 + bx + c) + x^3 + Bx + C = 0.$

Éliminant y, on aura

$$\begin{aligned} x^6 + 2Bx^4 + 2Cx^3 + BBx^2 + 2BCx + CC &= 0 \\ - a^2x^4 - 2abx^3 - b^2x^2 - 2bcx - c^2 & \\ - 2acx^2. & \end{aligned}$$

Dont la comparaiſon avec l'équation générale $x^6 + px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t = 0$, donne $2B - aa = p$, $2C - 2ab = q$, $BB - bb - 2ac = r$, $2BC - 2bc = s$, $CC - cc = t$.

Si à l'aide de ces équations, on détermine l'équation en a, on la trouvera du 20.e degré, toutes les puiſſances de a étant paires. Je ſoupçonne fort qu'elle peut être décompoſée en deux équations du dixième degré ayant chacune des puiſſances paires de a, & dont les coëfficiens ſeront ſeulement affectés de radicaux du ſecond degré; mais je n'en ai point achevé le calcul; la méthode actuelle en fournit les moyens.

Au reſte, rien n'eſt plus facile que de trouver ici des cas de ſolution qui, quoique particuliers à l'égard de l'équation générale, ſont néanmoins très-étendus.

Par exemple, ſi on ſuppoſe $c = 0$; on aura $C = \sqrt{t}$; $B = \frac{s}{2\sqrt{t}}$; $b = \sqrt{\left(\frac{ss}{4t} - r\right)}$; $a = \frac{2\sqrt{(t)} - q}{2\sqrt{\left(\frac{ss}{4t} - r\right)}}$,

& l'équation de condition $\frac{-4t + 4q\sqrt{(t)} - q^2}{\frac{4s^2}{t} - 4r} + \frac{s}{\sqrt{t}} = p$,

en ſorte que l'équation $x^6 + px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t = 0$, eſt réſoluble quels que ſoient q, r, s & t, pourvu que p rempliſſe cette condition.

Si on ſuppoſe $a = 0$, on aura $B = \frac{p}{2}$, $C = \frac{q}{2}$;

$b = \sqrt{\left(\frac{pp}{4} - r\right)}$, $c = \frac{pq - 2s}{4\sqrt{\left(\frac{pp}{4} - r\right)}}$, & l'équation de condition $\frac{4pqs - ss - 4rq^2}{4pp - 16r} = t$; donc toute équation du sixième degré $x^6 + px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t = 0$, est résoluble quels que soient p, q, r & s, pourvu que t remplisse cette condition.

Enfin, si on suppose $b = 0$, on aura $C = \frac{q}{2}$, $B = \frac{s}{q}$; $a = \sqrt{\left(\frac{2s}{q} - p\right)}$, $c = \frac{\frac{ss}{q} - r}{2\sqrt{\left(\frac{2s}{q} - p\right)}}$ & l'équation de condition $t = \frac{2sq^3 - pq^4 - s^4 + 2rqs^2 - r^2q^2}{(8s - 4qp)q}$. Donc toute équation du sixième degré $x^6 + px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t = 0$, est résoluble quels que soient p, q, r & s, pourvu que t remplisse cette condition; il est aisé d'en trouver une infinité d'autres.

3.° Soit $k = 3$, $l = 2$, on aura

$y^3 - 1 = 0$,

& $y^2(ax + b) + y(a'x + b') + x^2 + B = 0$.

En sorte que les trois équations pour éliminer y, seront:

$$y^2(ax + b) + y(a'x + b') + x^2 + B = 0,$$
$$y^2(a'x + b') + y(x^2 + B) + ax + b = 0,$$
$$y^2(x^2 + B) + y(ax + b) + a'x + b' = 0.$$

De ces trois équations, on tirera

$$\begin{aligned} x^6 &+ 3Bx^4 + a^3x^3 + 3B^2x^2 + 3ab^2x + B^3 = 0. \\ &- 3aa'x^4 + a'^3x^3 + 3a^2bx^2 + 3a'b'^2x + b^3 \\ &\qquad - 3a'bx^3 + 3a'^2b'x^2 - 3a'Bbx + b'^3 \\ &\qquad - 3ab'x^3 - 3bb'x^2 - 3ab'Bx - 3bb'B \\ &\qquad\qquad - 3aa'Bx^2 \end{aligned}$$

Que l'on comparera à l'équation générale $x^6 + 3px^4 + qx^3 + 3rx^2 + 3sx + t = 0$. L'équation en a, n'aura d'autres exposans que des multiples de 3; il en sera de même de celle en b, de celle en a', de celle en b'.

Si on suppose $a = a' = 0$, cette équation se réduira à

$$\begin{aligned} x^6 + 3Bx^4 &+ 3B^2x^2 + B^3 = 0. \\ &- 3bb'x^2 + b^3 \\ &\qquad\quad + b'^3 \\ &\qquad\quad - 3bb'B \end{aligned}$$

Qui donne

$B = p, bb' = p^2 - r$, & $b^3 + b'^3 - 2p^3 + 3pr = t$;

en sorte que la résolution sera absolument la même que pour le 3.e degré, ce qui doit être en effet, puisque l'équation n'est véritablement que du 3.e degré.

Si on suppose $b = b' = 0$, on aura $B = p + aa'$, $a^3 + a'^3 = q, pp + paa' = r, s = 0, (p + aa')^3 = t$, ou $\frac{r^3}{p^3} = t$. De la comparaison des deux équations $a^3 + a'^3 = q$ & $pp + paa' = r$, on déduira facilement la valeur de a' & celle de a. Donc l'équation $x^6 + 3px^4 + qx^3 + 3rx^2 + \frac{r^3}{p^3} = 0$, est résoluble quels que soient p, q, r.

Soient, par exemple, $p = 2, q = -5, r = -6$, on aura $x^6 + 6x^4 - 5x^3 - 18x^2 - 27 = 0$.

$$a^3 + a'^3 = -5.$$

$$aa' = -5.$$

Et par conséquent, $a^6 + 5a^3 = 125$. Donc

$$a = \sqrt[3]{[-\tfrac{5}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{(525)}]}$$

& $a' = -\sqrt[3]{[\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(525)}]}$. $B = -3$.

Cela posé, l'équation

$$y^2(ax + b) + y(a'x + b') + x^2 + B = 0;$$

qui alors se réduit à

$$ay^2x + a'yx + x^2 - 3 = 0;$$

donne

$$x = -\frac{1}{2}(ay^2 + a'y) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(aay + a'a'y^2 + 2aa' + 12)};$$

C'est-à-dire,

$$x = -\frac{1}{2}\left[y^2\sqrt[3]{\left[-\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(525)}\right]} - y\sqrt[3]{\left[\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(525)}\right]}\right.$$
$$\left.\pm \frac{1}{2}\sqrt{\left[y\sqrt[3]{\left[\frac{275}{2} - \frac{5}{2}\sqrt{(525)}\right]} + y^2\sqrt[3]{\left[\frac{275}{2} + \frac{5}{2}\sqrt{(525)}\right]} + 2\right]}\right]$$

qui donnera les six racines, en mettant pour y ses trois valeurs

$$y = 1, \quad y = \frac{-1 + \sqrt{(-3)}}{2}, \quad y = \frac{-1 - \sqrt{(-3)}}{2}.$$

Il est aisé de trouver beaucoup d'autres équations résolubles dans ce degré & dans les degrés supérieurs; nous ne nous y arrêterons pas.



OBSERVATIONS

OBSERVATIONS DE L'ÉCLIPSE DU SOLEIL DU 16 AOÛT 1765.

Par M. LE MONNIER.

J'AVOIS préparé, pour obſerver le commencement de cette Écliple, une lunette achromatique de 10 pieds $\frac{1}{2}$, que M. Short m'avoit envoyée de Londres; mais les nuages m'ont fait manquer le commencement de l'Écliple.

A 4^h 17′ 42″, la corne inférieure a paru atteindre le *nadir* du diſque du Soleil; & avec le micromètre, j'ai trouvé entre les verticaux des deux cornes 13′ 07″ $\frac{1}{2}$.

A 5^h 11′ 50″, la fin de l'Écliple à diſtance du nadir de 15 degrés, autant qu'il a été poſſible de la diſtinguer entre les nuages.

L'Almanach de Beauvais eſt le ſeul qui ait annoncé cette Éclipſe partiale, qui, ſans cela, nous eût échappé.

A CALAIS, M. le Prince de Croy y a fait obſerver de 2 doigts $\frac{5}{6}$ la grandeur de cette Écliple, dont le commencement à 3^h 50′ 46″, & la durée 1^h 17′ 31″ $\frac{1}{2}$, la fin y ayant paru à 5^h 08′ 17″ $\frac{1}{2}$.

A BREST, M. le Chevalier de Goimpy s'eſt ſervi de la lunette du quart-de-cercle de 3 pieds, qui ne lui avoit pas procuré d'ailleurs la correction de la pendule, mais il l'avoit règlé ſur la ligne méridienne; & quant à la durée de l'Écliple, avec cette lunette de 3 pieds, il la donne comme très-préciſe & hors d'incertitude, le ciel ayant été à Breſt fort ſerein.

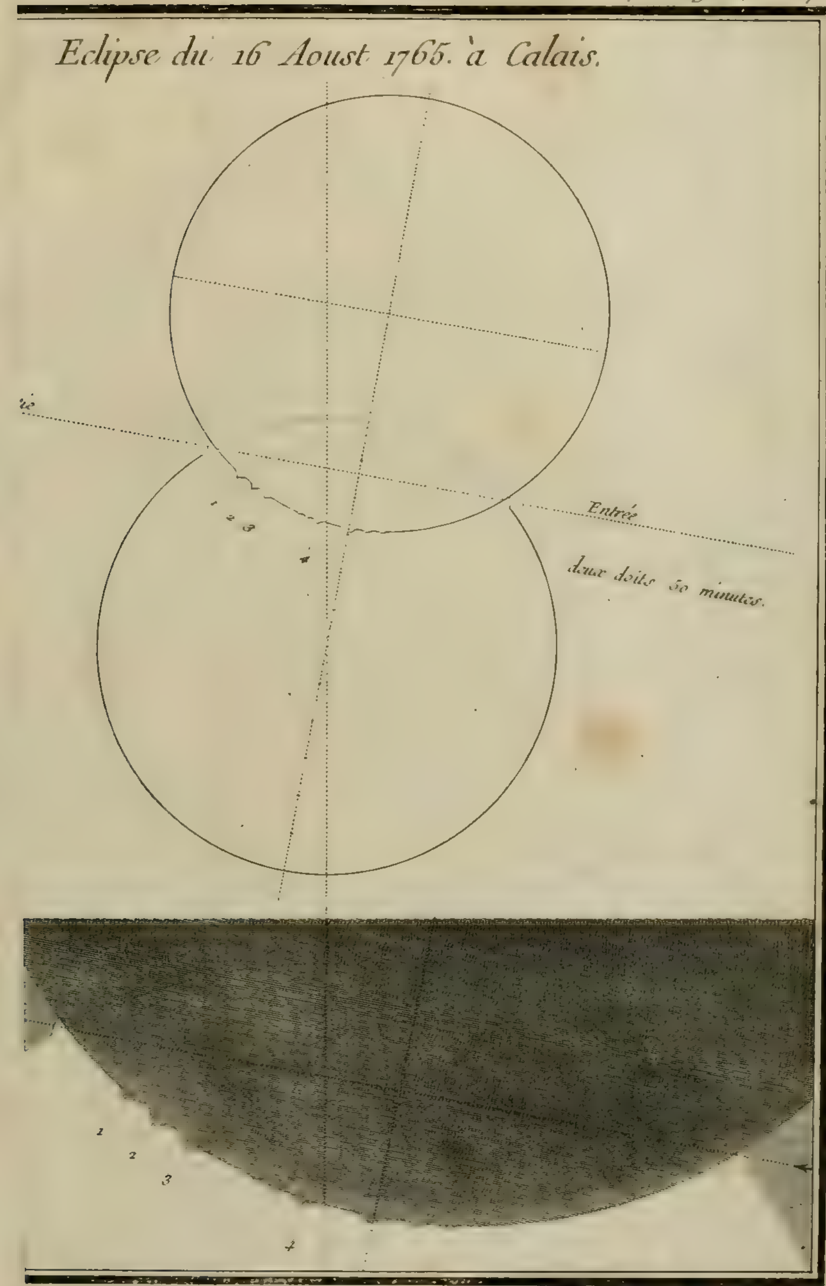
A 3^h 38′ 16″ $\frac{1}{2}$, commencement apparent, le diſque du

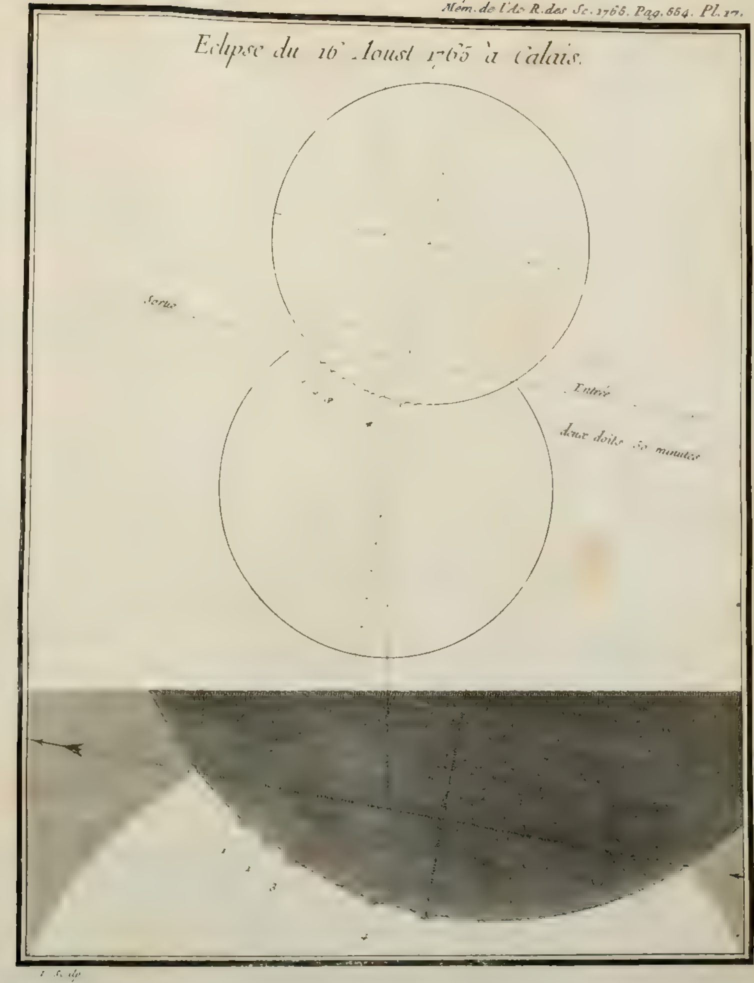
Soleil ayant ſucceſſivement paru plus enfoncé par le diſque opaque de la Lune.

A $4^h\ 38'\ 50''$, fin de l'Éclipſe, & le point du diſque où cette fin a paru ſe faire a précédé au fil vertical du quart-de-cercle le paſſage du 2.^{d} bord du Soleil de 9 ſecondes à la pendule.

Une obſervation fort exacte dans les pays méridionaux de la France, & ſur-tout ſi elle eût pu ſe faire à Madrid, nous auroit fait connoître inconteſtablement que les cauſes phyſiques en auroient accourci la durée de plus d'une minute à la pendule. Voyez les *Savans étrangers, Tome VI*, les Tables donnent à $4^h\ 22'$ de temps moyen, le Soleil ♌ $23^d\ 53'\ 17''$, la longitude de la Lune ♌ $24^d\ 11'\ 24''$, la latitude boréale $1^d\ 16'\ 41''\frac{1}{2}$: il faudra avancer le lieu du Soleil de 45 ſecondes pour connoître l'erreur des Tables de la Lune.




Eclipse du 16 Aoust 1765. à Calais.
Entrée
deux doits 50 minutes.
1 2 3
4
1
2
3
4


Eclipse du 16 Aoust 1765 à Calais.
Sortie
Entrée
deux doits 50 minutes

PRÉCIS
D'UNE THÉORIE GÉNÉRALE
DE LA DIOPTRIQUE.

Par M. EULER.

1. UN nombre quelconque de ſurfaces réfringentes ſphériques étant propoſé PAP, QBQ, RCR, &c. dont les centres ſe trouvent ſur le même axe EI, je conçois leurs convexités tournées en même ſens vers l'objet $E\varepsilon$, & je nomme les rayons de leur courbure Fig. 1. Rayons des ſurfaces p, q, r, s, &c.

de $PAP = p$, de $QBQ = q$, de $RCR = r$, de $SDS = s$, &c.

2. Je conſidère d'abord les rayons de lumière moyens, & je poſe la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction pour ces ſurfaces Raiſons de réfraction n, n', n'', n''', &c.

$PAP = n : 1$, $QBQ = n' : 1$, $RCR = n'' : 1$, $SDS = n''' : 1$, &c.

or pour les rayons d'une autre eſpèce quelconque, j'augmente ou diminue ces nombres n, n', n'', n''', &c. de leurs différentielles dn, dn', dn'', dn''', &c. dont les valeurs doivent être tirées de la nature de chaque milieu réfringent, terminé par les ſurfaces propoſées.

3. Que devant ces ſurfaces ſoit expoſé un objet rayonnant $E\varepsilon$ dont les rayons moyens, infiniment proches de l'axe, repréſentent par chaque réfraction les images en $F\zeta$, $G\eta$, $H\theta$, $I\iota$, &c. & nommant les diſtances Iere CONSIDÉRATION.

$EA = a$, $FB = b$, $GC = c$, $HD = d$,
& $AF = \alpha$, $BG = \beta$, $CH = \gamma$, $DI = \delta$,

Explication des diſtances a, b, c, d, &c. & $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, &c.

les principes de la Dioptrique fourniſſent ces égalités

$$\frac{n-1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{n}{\alpha}, \quad \frac{n'-1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{n'}{\beta}, \quad \frac{n''-1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{n''}{\gamma}, \text{ \&c.}$$

Demi-diamètre de l'objet $E\varepsilon = z$.

4. Ensuite posant le demi-diamètre de l'objet $E\varepsilon = z$, celui de chaque image se trouve déterminé de cette sorte :

Images principales $F\zeta$, $G\eta$, $H\theta$, $I\iota$, &c.

$$F\zeta = \frac{\alpha z}{n\,a},\ G\eta = \frac{\alpha\beta z}{nn'ab},\ H\theta = \frac{\alpha\beta\gamma z}{nn'n''abc},\ I\iota = \frac{\alpha\beta\gamma\delta z}{nn'n''n'''abcd},\ \&c.$$

Explication des lettres A, B, C, D, &c.

ou bien si nous posons pour abréger,

$$\alpha = \frac{a}{A},\ \beta = \frac{b}{B},\ \gamma = \frac{c}{C},\ \delta = \frac{d}{D},\ \&c.$$

nous aurons premièrement

$$p = \frac{(n-1)a}{nA+1},\ q = \frac{(n'-1)b}{n'B+1},\ r = \frac{(n''-1)c}{n''C+1},\ s = \frac{(n'''-1)d}{n'''D+1},\ \&c.$$

& ensuite

$$F\zeta = \frac{z}{nA},\ G\eta = \frac{z}{nn'AB},\ A\theta = \frac{z}{nn'n''ABC},\ I\iota = \frac{z}{nn'n''n'''ABCD};$$

5. Ces images sont alternativement renversées & debout, selon que le nombre des surfaces est impair ou pair. Soit Z le demi-diamètre de la dernière image qu'un œil regarde à la distance $= k$, & il le verra sous un angle $= \frac{Z}{k}$; mais si l'œil voyoit directement le même objet à la distance $= h$, il le verroit sous un angle $= \frac{z}{h}$, d'où l'on pourra juger du grossissement produit par les surfaces réfringentes.

Grossissement m.

6. Pour nous former une juste idée de ce jugement, je suppose que k soit la distance à laquelle l'œil voit le plus distinctement les objets; mais h est une distance arbitraire à laquelle on rapporte le grossissement que je nommerai la *distance d'estime*, qu'on prendra ensuite pour les télescopes égale à la distance même de l'objet $EA = a$, mais pour les microscopes égale à 8 pouces : ainsi le grossissement sera $= \frac{hZ}{kz}$.

Distance d'estime h.

7. J'indiquerai ce grossissement par le nombre m, qui marque combien de fois le diamètre de l'objet est vu plus

grand par les surfaces réfringentes, qu'à la vue simple étant vu à la distance $= h$. Je remarque de plus que ce nombre m étant positif, indique que l'objet est vu debout, mais s'il est négatif, renversé; ainsi en supposant la dernière image debout, nous aurons $m = \frac{hZ}{kz}$.

8. Pour mieux développer le demi-diamètre Z de la dernière image, je remarque que posant le produit $n\,n'n''n'''$, &c. $= N$, la raison $N : 1$ définit la réfraction des rayons moyens, qui passeroient du milieu où se trouve l'objet immédiatement dans celui où est placé l'œil; & partant ayant $Z = \frac{z}{NABCD, \&c.}$, nous aurons pour le grossissement $m = \pm \frac{h}{Nk.ABCD, \&c.}$, où le signe $+$ a lieu quand le nombre des surfaces est pair: quand il est impair, il faut prendre le signe $-$. Explication du nombre N.

9. Or pour apercevoir ce grossissement, il faut que l'œil soit placé derrière la dernière image à la distance $= k$, comme je viens de le supposer; cette distance k étant presque appropriée à la nature de l'œil. On juge aussi aisément que la distance de l'œil derrière la dernière surface doit nécessairement être positive. Distance juste de l'œil k.

10. Maintenant, je vais considérer la route d'un rayon moyen EP, venant du centre de l'objet E qui entre par l'extrémité de l'ouverture de la première surface, & après les réfractions traverse les autres surfaces en $\mathfrak{C}$, γ, δ, &c. & coupe l'axe aux points f, g, h, i, &c. Je pose le demi-diamètre de l'ouverture de la première surface $AP = \chi$, en supposant l'arc AP si petit qu'on le puisse confondre avec son sinus sans erreur sensible. I.re Considération. Fig. 2. Demi-diamètre de l'ouverture de la première surface $AP = \chi$.

11. Je remarque d'abord que les points sur l'axe f, g, h, i, &c. seront différens des lieux des images principales F, G, H, I, &c. mais que les intervalles Ff, Gg, Hh, &c. seront fort petits. De-là je tire les déterminations suivantes, assez exactes pour notre dessein. Première condition pour l'ouverture des autres surfaces.

$$B\beta = \frac{b}{\alpha}\,\chi,\ C\gamma = \frac{bc}{\alpha\beta}\,\chi,\ D\delta = \frac{bcd}{\alpha\beta\gamma}\,\chi,\ E\varepsilon = \frac{bcde}{\alpha\beta\gamma\delta}\,\chi,\ \&c.$$

$$\text{où } B\beta = Ab\,.\,\frac{\chi}{a},\ C\gamma = ABc\,.\,\frac{\chi}{a},\ D\delta = ABCd\,.\,\frac{\chi}{a},\ \&c.$$

Il eſt clair que les ouvertures des autres ſurfaces ne ſauroient être plus petites.

Inclinaiſon des rayons extrêmes.

12. En ſecond lieu, cette conſidération me fournit les angles que le rayon fait avec l'axe aux points f, g, h, i, &c. que je nomme l'inclinaiſon des rayons extrêmes,

$$AfP = \frac{\chi}{\alpha},\ Bg\beta = \frac{b\chi}{\alpha\beta},\ Ch\gamma = \frac{bc\chi}{\alpha\beta\gamma},\ Di\delta = \frac{bcd\chi}{\alpha\beta\gamma},\ \&c.$$

$$\text{ou } AfP = A.\frac{\chi}{a},\ Bg\beta = AB.\frac{\chi}{a},\ Ch\gamma = ABC.\frac{\chi}{a},\ Di\delta = ABCD.\frac{\chi}{\alpha},\ \&c.$$

13. Ces angles ſervent à connoître le cône lumineux, qui eſt tranſmis du point E de l'objet par les ſurfaces réfringentes, dont les ſommets ſe trouvent aux points f, g, h, &c. De-là on pourra déterminer à chaque lieu l'épaiſſeur de ce cône lumineux, ce qui eſt un élément eſſentiel pour déterminer le degré de clarté.

14. La dernière image étant l'objet immédiat de la viſion, cet angle du cône lumineux y ſera $= ABCD$, &c. $\frac{\chi}{a}$; donc poſant la diſtance de l'œil derrière cette image $= k$, le demi-diamètre de la largeur du cône à l'entrée dans l'œil ſera $= \frac{k\chi}{a}\,.ABCD$, &c. qui étant comparé avec l'ouverture de la prunelle, montrera le degré de clarté dont l'objet ſera vu.

15. Si cette largeur du cône lumineux égaloit ou ſurpaſſoit la prunelle, la clarté ſeroit complète ou la même dont l'objet ſeroit vu à la vue ſimple; mais dans les inſtrumens de Dioptrique cette largeur eſt ordinairement plus petite, ce qui fournit donc une juſte meſure du degré de clarté, que j'indiquerai par la lettre v.

Degré de clarté v.

16. Ayant donc $v = \frac{k\chi}{a} . ABCD$, &c. comparons cette formule avec celle qui a été trouvée pour le grossissement $m = \pm \frac{h}{Nk . ABCD, \&c.}$, & leur produit donne $mv = \frac{h\chi}{Na}$; d'où, si l'on considère le degré de clarté v comme donné, on en tire d'abord l'ouverture de la première surface, dont le demi-diamètre doit être $\chi = N . \frac{mav}{h}$. Beau rapport entre le degré de clarté, le grossissement & l'ouverture de la première surface.

17. Comme le demi-diamètre de la prunelle est estimé environ de $\frac{1}{12}$ pouce, pourvu que v ne soit plus petit que de $\frac{1}{12}$ pouce, on jouira d'une pleine clarté: or je remarque qu'en ne donnant à v que $\frac{1}{50}$ pouce, la clarté est encore très-suffisante, quoiqu'elle diminue en effet en raison du carré de la quantité v.

18. A présent, je vais considérer les petits écarts des points f, g, h, i, &c. des images principales F, G, H, I, &c. qui contiennent la source de la confusion attribuée à la figure sphérique des surfaces, mais qui dépend principalement de l'ouverture des surfaces; ces écarts Ff, Gg, Hh, Ii, &c. seront nommés les espaces de confusion de chaque image, & je poserai Recherches sur la confusion causée par l'ouverture des surfaces. Espaces de confusion y, y', y''.

$$Ff = y,\ Gg = y',\ Hh = y'',\ Ii = y''', \&c.$$

19. Or, par les principes de la Dioptrique, on trouve

$$Ff = y = \frac{(a+\alpha)^2 \chi\chi}{2(n-1)^2 aa}\left(\frac{n}{a} + \frac{1}{\alpha}\right) = \frac{(n+A)(A+1)^2}{2(n-1)^2 AA} . \frac{\chi\chi}{a},$$

& de-là, pour les autres réfractions, les suivans:

$$Gg = y' = \frac{y}{n' BB} + \frac{AA(n'+B)(B+1)^2}{2(n'-1)^2 BB} . \frac{b\chi\chi}{aa}$$

$$Hh = y'' = \frac{y'}{n'' CC} + \frac{AABB(n''+C)(C+1)^2}{2(n''-1)^2 CC} . \frac{c\chi\chi}{aa}$$

$$Ii = y''' = \frac{y''}{n''' DD} + \frac{AABBCC(n'''+D)(D+1)^2}{2(n'''-1)^2 DD} . \frac{d\chi\chi}{aa},$$

&c.

Espace de confusion de la dernière image.

20. Soit à présent Y l'espace de confusion de la dernière image; & posant, comme ci-dessus, $n n' n'' n'''$, &c. $= N$, on trouvera

$$4N.AABBCCDD, \&c.\, Y = \frac{n(n+A)(A+1)}{(n-1)^2} \cdot \frac{\chi\chi}{a} + \frac{nn'A^4(n'+B)(B+1)^2}{(n'-1)^2} + \frac{b\chi\chi}{aa}$$
$$+ \frac{nn'n''A^4B^4(n''+C)(C+1)^2}{(n''-1)^2} + \frac{c\chi\chi}{aa}$$
$$+ \frac{nn'n''n'''A^4B^4C^4(n'''+D)(D+1)^2}{(n'''-1)^2} + \frac{d\chi\chi}{aa},$$
&c.

Donc s'il étoit possible de réduire à zéro cette valeur de Y, la confusion causée par l'ouverture seroit entièrement détruite, au moins pour le milieu de l'objet qui est dans l'axe.

Confusion qui en résulte dans la vision.

21. On voit bien que cet espace de confusion est proportionnel au carré $\chi\chi$, mais la confusion qui en résulte dans la vision même, est en raison du cube χ^3; car soit Hv la dernière image principale, & $Hn = Y$ son espace de confusion, derrière laquelle l'œil se trouve dans sa juste distance $= k$, de sorte que l'image principale y soit distinctement dépeinte, & il s'agit d'examiner quel effet y produiront les rayons qui viennent de l'extrémité n.

Fig. 3.

22. Pour cet effet, considérons les rayons qui sortent du point n, lesquels étant inclinés à l'axe d'un angle $= ABCD$, &c. $\frac{\chi}{a}$; posons cet angle $Nno = ABCD$, &c. $\frac{\chi}{a} = O$; de sorte que $No = OY$, & l'œil verra le point n sur l'image principale Nv comme un cercle dont le rayon $= No$, ou bien le centre de l'objet E auquel répondent les points H & n dans l'image, sera vu comme une tache ronde, dont le demi-diamètre est $= No = OY$.

Confusion sentie ou l'angle θ.

23. Soit θ l'angle sous lequel le demi-diamètre de cette tache paroîtra à l'œil, & cet angle nous fournira la juste mesure de la confusion sentie, & nous aurons $\theta = \frac{OY}{k}$, puisque

puisque la distance de l'œil est supposée $= k$. Donc, puisque l'angle O est proportionnel au demi-diamètre de l'ouverture $AP = \chi$ & l'espace de confusion Y à son carré $\chi\chi$, la confusion sentie sera comme son cube χ^3.

24. Mais cette confusion est diminuée quand on place l'œil en sorte qu'une image mitoyenne $P\pi$ en soit éloignée de sa juste distance k; car puisque l'inclinaison des rayons en n est comme la racine carrée de l'espace Nn, & que cette raison a lieu pour tous les points entre n & N; on trouve que la confusion sentie sera la plus petite en prenant l'intervalle $nP = \frac{1}{4} Nn$; alors donc la confusion sentie sera $\theta = \frac{OY}{4k}$. Fig. 4.

25. Posons maintenant, pour abréger; Explication de la quantité ω.

$$= \frac{(n+A)(A+1)^2}{(n-1)^2} a + \frac{nn'A^4(n'+B)(B+1)^2}{(n'-1)^2} b + \frac{nn'n''A^4B^4(n''+C)(C+1)^2}{(n''-1)^2} c$$
$$+ \frac{nn'n''n'''(A^4B^4C^4(n'''+D)(D+1)^2}{(n'''-1)^2} d, \&c.$$

& puisque nous avons trouvé

$$Y = \frac{\omega}{2\,N.AABBCCDD, \&c.} \cdot \frac{\chi\chi}{aa}, \ \& \ O = ABCD, \&c. \frac{\chi}{a},$$

nous en tirerons $\theta = \frac{\omega}{8\,Nk.ABCD, \&c.} \cdot \frac{\chi^3}{a^3}$.

26. Introduisons-y le grossissement $m = \pm \frac{k}{Nk.ABCD, \&c.}$, & puisque le signe $+$ ou $-$ n'entre pas ici en considération, nous aurons pour la confusion sentie, cette expression assez simple $\theta = \frac{m\omega}{8k} \cdot \frac{\chi^3}{a^3} = \frac{1}{8} \cdot \frac{m\omega}{a} \cdot \frac{\chi^3}{aak}$. Juste mesure de la confusion sentie θ.

Où il faut remarquer, que pourvu que l'angle θ ne surpasse pas deux secondes, la confusion est encore très-supportable. Il faut donc faire en sorte que la quantité $\frac{1}{8} \cdot \frac{m\omega}{a} \cdot \frac{\chi}{aak}$ ne surpasse pas cette fraction $\frac{1}{100000}$.

III.e CONSIDÉRATION.

27. Ces déterminations du degré de clarté & de la confusion ſentie, ayant été tirées de la ſeconde conſidération, je paſſe à la troiſième conſidération où il s'agit de la route d'un

Fig. 5. rayon moyen qui venant de l'extrémité de l'objet ε, paſſe par le milieu A de la première ſurface, & en traverſant les autres ſurfaces en $b, c, d,$ &c. coupe l'axe aux points $q, r, s,$ &c. la première interſection devant être conçue au point même A.

Demi-diamètre du champ apparent $= \varphi$.

28. En conſidérant le point ε comme le dernier ou le plus éloigné de l'axe dont les rayons ſoient encore tranſmis par les ſurfaces réfringentes, l'angle $EA\varepsilon$ nous exprime ce qu'on nomme le demi-diamètre du champ apparent, & je poſerai cet angle $EA\varepsilon = \varphi$.

Seconde condition pour l'ouverture des ſurfaces.

29. Il faut donc bien que l'ouverture des ſurfaces ſuivantes s'étende au moins juſqu'aux points $b, c, d,$ &c. pour tranſmettre les rayons de l'extrémité ε qui paſſent par le milieu A de la première ſurface, mais puiſque ceux qui paſſent par toute l'ouverture PAP doivent auſſi être tranſmis en y ajoutant la condition du §. 2, nous aurons les demi-diamètres de l'ouverture entière de chaque face,

Juſte meſure de l'ouverture de chaque ſurface.

$$AP = \chi,\ BQ = Ab\frac{\chi}{a} + Bb \quad CR = ABc\frac{\chi}{a} + Cc,\ DS = ABCd\frac{\chi}{a} + Dd, \text{\&c.}$$

en prenant toutes ces parties poſitivement, quand même elles ſeroient négatives.

30. Sans m'embarraſſer encore comment ces élémens ſont déterminés par les précédens; puiſque les eſpaces $Bb, Cc, Dd,$&c. conſtituent ordinairement la plus grande partie de chaque ouverture, il eſt très-eſſentiel d'avertir que le demi-diamètre de chaque ouverture ne ſauroit ſurpaſſer la quatrième partie de ſon rayon de courbure afin que chaque ouverture n'embraſſe point un cercle au-delà de 30 degrés.

Explication des quantités π', π'', π''', &c.

31. Par cette raiſon, je rapporterai d'abord les eſpaces Bb, Cc, Dd, &c. chacun à ſon rayon de courbure, en introduiſant les nouveaux élémens ſuivans:

$$Bb = \pi' q,\ Cc = \pi'' r \quad Dd = \pi''' s,\ \text{\&c.}$$

Ces lettres π', π'', π''', &c. signifient donc des fractions plus petites que $\frac{1}{4}$ ou même $\frac{1}{5}$, qui peuvent être prises tant négatives que positives; on les pourroit nommer les exposans des ouvertures.

32. Ensuite par rapport aux intersections avec l'axe q, r, s, &c. puisque tous les rayons de l'objet entier y concourent, ce n'est que dans ces points qu'un œil placé peut découvrir le champ apparent tout entier; c'est donc une condition très-essentielle, qu'on doit placer l'œil dans celui de ces points qui répond à la dernière surface réfringente; & il est évident que ce point doit tomber derrière sa surface. Condition nécessaire pour le lieu de l'œil.

33. Il est aussi très-important de bien connoître les angles que le rayon εA fait après chaque réfraction avec l'axe, ce qui me fournit encore de nouveaux élémens pour introduire dans le calcul, sans le secours desquels nous tomberions en des calculs extrêmement embrouillés; je nommerai donc ces angles : Explication des angles ψ, ψ', ψ'', &c.

$$BAb = \psi, Bqb = Cqc = \psi', Crc = Drd = \psi'', Dsd = \iota s g = \psi''', \&c.$$

34. De-là nous tirons d'abord les déterminations suivantes.

$$\pi' q = AB.\psi = Bq.\psi', \pi'' r = Cq.\psi' = Cr.\psi'', \pi''' s = Dr.\psi'' = Ds.\psi''', \&c.$$

Or pour le premier de ces angles $BAb = \psi$, puisqu'il est celui de réfraction, l'angle d'incidence étant $EA\varepsilon = \phi$ pour la première surface, nous avons d'abord $\phi : \psi = n : 1$ & partant $\phi = n\psi$.

35. Pour les autres, j'observe qu'en concevant en A un point rayonnant, ses images, par les réfractions suivantes, tomberoient précisément dans les points q, r, s, &c. d'où la nature de la réfraction nous fournit ces équations.

$$\frac{n'-1}{q} = \frac{1}{BA} + \frac{n'}{Bq}, \quad \frac{n''-1}{r} = \frac{1}{qC} + \frac{n''}{Cr}, \quad \frac{n'''-1}{s} = \frac{1}{rD} + \frac{n'''}{Ds}, \&c.$$

& en y substituant les valeurs données ci-dessus, nous aurons: Relation entre les quantités π', π'', π''', &c. & ψ, ψ', ψ'', &c.

$$(n'-1)\pi' = \psi + n'\psi', (n''-1)\pi'' = \psi' + n''\psi'', (n'''-1)\pi''' = \psi'' + n'''\psi''', \&c.$$

36. Maintenant il faut chercher les rapports par lesquels ces

nouveaux élémens tiennent à ceux que les confidérations précédentes nous ont fourni, & d'abord le champ apparent nous donne $z = a\varphi$; enfuite confidérant que la route du rayon $A\varepsilon$ paffe les extrémités de toutes les images principales, on en conclut ces déterminations :

$$b = \frac{a\varphi\,(n'B + 1)}{nn'A\,(\psi' - B\psi)};$$

$$c = \frac{a\varphi\,(n''C + 1)}{nn'n''AB\,(\psi'' - C\psi')};$$

$$d = \frac{a\varphi\,(n'''D + 1)}{nn'n''n'''ABC\,(\psi''' - D\psi'')}, \text{ \&c.}$$

D'où l'on déduit enfuite auffi les diftances β, δ, γ, &c. avec les rayons q, r, s, &c.

Formules pour le lieu de l'œil.

37. Ayant vu que l'œil doit être placé au dernier des points q, r, s, &c. il faut fe fouvenir que l'œil doit fe trouver à la diftance $= k$ derrière la dernière image; d'où nous tirons pour chaque nombre de furfaces les équations fuivantes:

Nombre des furfaces.	*Diftance de l'œil.*	
1	$Ap = 0 = \alpha + k$	d'où il s'enfuit
2	$Bq = \frac{\pi' q}{\psi'} = \beta + k$	$B(n' - 1)\psi' k + (\psi' - B\psi)q = 0$
3	$Cr = \frac{\pi'' r}{\psi''} = \gamma + k$	$C(n'' - 1)\psi'' k + (\psi'' - C\psi')r = 0$
4	$Ds = \frac{\pi''' s}{\psi'''} = \delta + k$	$D(n''' - 1)\psi''' k + (\psi''' - D\psi'')s = 0$
	&c.	&c.

38. Ces mêmes relations doivent revenir en confidérant le dernier des angles ψ, ψ', ψ'', &c. qui étant celui même fous lequel le demi-diamètre de l'objet fera vu, doit produire le même groffiffement m rapporté à la diftance d'eftime h; d'où il eft clair que le dernier de ces angles doit être $= \pm \frac{ma\varphi}{h}$,

le signe $+$ ayant lieu pour les nombres impairs des surfaces, & le signe $-$ pour les pairs.

39. Développons donc ces angles par les exposans π', π'', &c. & à cause de $\psi = \frac{\varphi}{n}$, nous obtiendrons

$$\psi' = \frac{(n'-1)\pi'}{n'} - \frac{\varphi}{nn'} \text{ à égaler à } - \frac{ma\varphi}{h}$$

$$\psi'' = \frac{(n''-1)\pi''}{n''} - \frac{(n'-1)\pi'}{n'n''} + \frac{\varphi}{nn'n''} \text{ à } + \frac{ma\varphi}{h}$$

$$\psi''' = \frac{(n'''-1)\pi'''}{n'''} - \frac{(n''-1)\pi''}{n''n'''} + \frac{(n'-1)\pi'}{n'n''n'''} - \frac{\varphi}{nn'n''n'''} \text{ à } - \frac{ma\varphi}{h}$$

&c.

& partant le dernier nous fournit cette équation

$$(N . \frac{ma}{h} - 1)\varphi = -n(n'-1)\pi' + nn'(n''-1)\pi'' - nn'n''(n'''-1)\pi''' + \text{\&c.}$$ Formule pour déterminer le champ apparent.

40. Voilà une formule assez simple qui sert à déterminer le champ apparent par les seuls exposans d'ouverture π', π'', π''', &c. le grossissement m étant donné; d'où l'on déduit aisément les conditions sous lesquelles on peut amplifier le champ apparent. Je remarque seulement que la valeur de φ doit être positive; à quoi il est aisé de satisfaire, puisque les fractions π', π'', π''', &c. peuvent être prises tant négatives que positives: on voit aussi de-là que plus on veut amplifier le champ, & plus on doit employer de surfaces.

41. Les éclaircissemens que la troisième considération vient de nous fournir, sont sans doute de la plus grande importance, en nous ayant mis en état de mieux fixer le lieu de l'œil & d'assigner à chaque surface sa juste ouverture; mais principalement la dernière formule pour le champ apparent est un article très-essentiel pour perfectionner les instrumens de Dioptrique.

42. Jusqu'ici je n'ai considéré que les phénomènes qui sont produits par les rayons moyens; il ne reste donc plus

IV.e CONSIDÉRATION sur la différente réfraction des rayons.

que d'appliquer nos recherches aux rayons de toute autre espèce : comme les variations qui en résultent sont fort petites, on les pourra représenter par les différentielles des nombres n, n', n'', &c. qui expriment la réfraction des rayons moyens sans s'astreindre à aucune hypothèse sur la différente réfrangibilité des rayons.

Fig. 6.

Quantités variables & constantes par rapport à la différente nature des rayons.

43. Soient donc $f\zeta'$, $g\eta'$, $h\theta'$, $i\iota'$, &c. les images représentées par les rayons d'une autre espèce quelconque, & à cause de la variation des points F, G, H, I, &c. les distances $AF = \alpha, BF = b, BG = \beta, GC = c, CH = \gamma, HD = d$, &c. doivent être traitées comme variables pendant que les rayons de courbure p, q, r, &c. demeurent constans; mais puisque les intervalles entre les surfaces $AB = \alpha + b$, $BC = \beta + c$, $CD = \gamma + d$, &c. demeurent aussi invariables; nous aurons d'abord ces rapports différentiels

$$\partial b = -\partial\alpha,\ \partial c = -\partial\beta,\ \partial d = \partial\gamma,\ \partial e = \partial\delta,\ \&c.$$

Déterminations des espaces de diffusion Ff, Gg, Hh, &c.

44. Nous n'avons donc qu'à différentier, selon ces principes, les équations rapportées au §. 3, pour en tirer les déterminations suivantes :

$$Ff = \partial\alpha = \frac{\alpha\,\partial n}{n}\left(1 - \frac{\alpha}{p}\right) = -\partial b$$

$$Gg = \partial\beta = \frac{\beta\beta\,\partial\alpha}{n'bb} + \frac{\beta\,\partial n'}{n'}\left(1 - \frac{\beta}{q}\right) = -\partial c$$

$$Hh = \partial\gamma = \frac{\gamma\gamma\,\partial\beta}{n''cc} + \frac{\gamma\,\partial n''}{n''}\left(1 - \frac{\gamma}{r}\right) = -\partial d$$

$$Ii = \partial\delta = \frac{\delta\delta\,\partial\gamma}{n'''dd} + \frac{\delta\,\partial n'''}{n'''}\left(1 - \frac{\delta}{s}\right) = -\partial e$$

&c.

N. B. Les images formées par les rayons de différente nature étant répandus par les intervalles Ff, Gg, Hh, &c. je nommerai ces intervalles les espaces de diffusion.

45. Introduisons les relations rapportées au §. 4, & à cause de $1 - \frac{\alpha}{p} = -\frac{A-1}{(n-1)A}$, nous aurons

$$Ff = \partial \alpha = -\frac{a(A+1)\partial n}{n(n-1)AA} = -\partial b$$

$$Gg = \partial \beta = \frac{\partial \alpha}{n'BB} - \frac{b(B+1)\partial n'}{n'(n'-1)BB} = -\partial c$$

$$Hh = \partial \gamma = \frac{\partial \beta}{n''CC} - \frac{c(C+1)\partial n''}{n''(n''-1)CC} = -\partial d$$

&c.

46. Posant donc le dernier espace de diffusion $= \partial \omega$, en substituant les valeurs précédentes dans les suivantes, à cause de $N = n\,n'\,n''\,n'''$, &c. nous aurons — Dernier espace de diffusion $\partial \omega$.

$$N.AABBCCDD, \&c.\ \partial \omega = -\frac{a(A+1)\partial n}{n-1} - \frac{nAAb(B+1)\partial n'}{n'-1} - \frac{nn'AABBc(C+1)\partial n''}{n''-1} - \frac{nn'n''AABBCCd(D+1)\partial n'''}{n'''-1}$$

&c.

& partant, si on pouvoit réduire à zéro cette expression, la confusion qui en rejaillit sur la vision, seroit anéantie.

47. Mais il faut aussi avoir égard au changement qui en résulte dans la grandeur des images qui doit produire une confusion plus sensible, que je nommerai la confusion en latitude, car il seroit inutile d'anéantir l'espace de diffusion, si les images de différentes couleurs différoient en grandeur. — Confusion en latitude.

48. Il faut donc aussi différentier les formules qui ont été assignées ci-dessus, §. 4, pour les demi-diamètres des images $F\zeta$, $G\eta$, $H\theta$, &c. ce qui se fait plus commodément en différentiant leurs logarithmes d'où nous tirons à cause de $\frac{z}{a} = \varphi =$ constante,

$$\partial . lF\zeta = - \frac{\alpha \partial n}{np},$$

$$\partial . lG\eta = \partial . lF\zeta + \frac{(n'-1)\beta\partial\alpha}{n'bq} - \frac{\beta\partial n'}{n'q};$$

$$\partial . lH\theta = \partial . lG\eta + \frac{(n''-1)\gamma\partial\beta}{n''cr} - \frac{\gamma\partial n''}{n''r};$$

$$\partial . lI\iota = \partial . lH\theta + \frac{(n'''-1)\delta\partial\gamma}{n'''ds} - \frac{\delta\partial n'''}{n'''s}.$$

49. Pour rendre l'application de ces formules plus facile, introduifons-y les lettres $A, B, C, D,$ &c. pour avoir

$$\partial . lF\zeta = - \frac{(nA+1)\partial n}{n(n-1)A},$$

$$\partial . lG\eta = \partial . lF\zeta + \frac{(n'B+1)\partial\alpha}{n'Bb} - \frac{(n'B+1)\partial n'}{n'(n'-1)B};$$

$$\partial . lH\theta = \partial . lG\eta + \frac{(n''C+1)\partial\beta}{n''Cc} - \frac{(n''C+1)\partial n''}{n''(n''-1)C};$$

$$\partial . lI\iota = \partial . lH\theta + \frac{(n'''D+1)\partial\gamma}{n'''Dd} - \frac{(n'''D+1)\partial n'''}{n'''(n'''-1)D}.$$

dont le développement nous précipiteroit en des calculs fort embrouillés.

Nouvelle condition pour le lieu de l'œil.

50. Une réflexion de la dernière importance nous fervira à lever cette grande difficulté, fans qu'on ait befoin de réunir toutes les images formées par les rayons des différentes couleurs, il eft toujours poffible de rendre infenfible la confufion en latitude, il ne s'agit que de placer l'œil dans un certain endroit, pour que la confufion caufée par les différentes couleurs difparoiffe entièrement.

Fig. 7.

51. En effet, foit Nv la dernière image principale repréfentée par les furfaces réfringentes, Nn fon efpace de diffufion, & nv' l'image d'une autre couleur quelconque. Qu'on tire par les extrémités v' & v, la droite $v'vO$ coupant l'axe en O, il eft évident que plaçant l'œil en O, chaque point de l'objet fera dépeint fur le même point de la rétine par tous

tous les rayons différens, & partant la vision ne sera plus troublée par l'apparence des bords colorés.

52. On n'a donc qu'à chercher ce point O, & l'identifier avec le lieu de l'œil qui lui a déjà été assigné; or la distance NO étant $= \frac{N\pi}{\pi v' - Nv} Nv = \frac{N\pi . Nv}{d . Nv} = \frac{N\pi}{d . l Nv}$, Fig. 6.

cherchons ces semblables points pour chacune des images $F\zeta$, $G\eta$, $H\theta$, &c. dont nous venons de considérer les variations, & supposant ces points en p, q, r, s, &c. nous aurons les déterminations suivantes:

$$Fp = \frac{d\alpha}{d.lF\zeta}, \; Gq = \frac{d\beta}{d.lG\eta}, \; Hr = \frac{d\gamma}{d.lH\theta}, \; Is = \frac{d\gamma}{d.lI\iota}, \text{ \&c.}$$

53. Si nous voulions substituer ici les valeurs trouvées ci-dessus, nous tomberions en des formules plus compliquées, dont on ne sauroit espérer aucun secours; mais il arrive par un hasard aussi heureux qu'imprévu, qu'en identifiant ces points p, q, r, s, &c. avec ceux des mêmes dénominations de la *figure 5*, on parvient à des formules assez simples & même très-élégantes.

54. Ayant donc trouvé ci-dessus pour le cas de la *figure 5*

$$Ap = 0, \; Bq = \frac{\pi' q}{\psi'}, \; Cr = \frac{\pi'' r}{\psi''}, \; Ds = \frac{\pi''' s}{\psi'''}, \text{ \&c.}$$

mais en regardant successivement chaque image comme la dernière, la juste distance de l'œil $= k$ donne aussi ces valeurs, $Ap = \alpha + k, Bq = \beta + k, Cr = \gamma + k, Ds = \delta + k$, &c. ensuite en considérant les images mêmes de la *figure 5*, avec les angles ψ, ψ', ψ'', &c. nous aurons

$$Fp = \frac{F\zeta}{\psi}, \; Gq = \frac{G\eta}{\psi'}, \; Hr = \frac{H\theta}{\psi''}, \; I\iota = \frac{I\iota}{\psi'''}, \text{ \&c.}$$

& en substituant les valeurs du §. 4 à cause de $\zeta = a\varphi$,

$$Fp = \frac{a\varphi}{nA\psi}, \; Gq = \frac{a\varphi}{nn'AB\psi'}, \; Hv = \frac{a\varphi}{nn'n''ABC\psi''}, \text{ \&c.}$$ Autres formules pour les points p, q, r, s, &c. de la *fig. 5*.

55. Égalons ces dernières formules à celles qui ont été

trouvées au §. 52, pour chaque nombre de surfaces, & nous aurons à résoudre les équations suivantes :

Nombre des surfaces.	*Équations*
1	$\frac{a\varphi}{nA\psi} = \frac{\partial\alpha}{\partial . lF\zeta} = -k$,
2	$\frac{a\varphi}{nn'AB\psi'} = \frac{\partial\beta}{\partial . lG\eta} = -k$,
3	$\frac{a\varphi}{nn'n''ABC\psi''} = \frac{\partial\gamma}{\partial . lH\theta} = -k$;
	&c.

56. Mais afin que nous puissions passer successivement à la dernière, posons

$$a\varphi\partial . lF\zeta - nA\psi\partial\alpha \dots\dots = P$$
$$a\varphi\partial . lG\eta - nn'AB\psi'\partial\beta \dots\dots = Q$$
$$a\varphi\partial . lH\theta - nn'n''ABC\psi''\partial\gamma \dots\dots = R$$
$$a\varphi\partial . lI\iota - nn'n''n'''ABCD\psi'''\partial\delta \dots = S, \text{\&c.}$$

de sorte que pour une surface on aura $P = 0$, pour deux $Q = 0$ pour trois, $R = 0$, &c.

57. Pour la première formule, à cause de $dlF\zeta = -\frac{(nA+1)dn}{n(n-1)A}$ & $d\alpha = -\frac{a(A+1)dn}{n(n-1)AA}$; on a $P = -\frac{a\varphi dn}{n} = -a\psi dn$; pour les autres, cherchons leurs différences, & d'abord,

$$Q - P = \frac{a\varphi(n'B+1)d\alpha}{n'Bb} - \frac{a\varphi(n'B+1)dn'}{n'(n'-1)B} - nA(n'B\psi'd\beta - \psi d\alpha);$$

Or par le §. 36, nous aurons $a\varphi(n'B+1) = nn'Ab(\psi' - B\psi)$;

& par le §. 45 ... $n'B\psi'd\beta = \frac{\psi'd\alpha}{B} - \frac{b(B+1)\psi'dn'}{(n'-1)B}$;

d'où l'on parvient à cette expression $Q - P = \frac{nAb(\psi'+\psi)dn'}{n'-1}$;

laquelle à cauſe de $\frac{\psi' + \psi}{n' - 1} = \pi' - \psi'$ ſe réduit à celle-ci :

$Q - P = -nAb(\psi' - \pi')\,dn'$ ou $Q = P - nAb(\psi' - \pi')\,dn'$.

58. Par une ſemblable réduction, on trouve,

$$R = Q - nn'\;ABc\;(\psi'' - \pi'')\,dn'',$$
$$S = R - nn'n''\,ABCd\,(\psi''' - \pi''')\,dn''', \text{ \&c.}$$

de ſorte qu'à préſent toutes les difficultés qui nous menaçoient d'abord, ſont heureuſement ſurmontées.

59. Maintenant, nous n'avons qu'à égaler à zéro la dernière de ces formules, pour procurer à la viſion l'avantage, que les bords des objets ſoient vus bien terminés ſans couleurs, pour cet effet on n'a qu'à ſatisfaire à cette équation, Deſtruction des couleurs d'iris ſur les bords des objets vus.

$$o = a\psi dn + nAb(\psi' - \pi')\,dn' + nn'\;Abc\;(\psi'' - \pi'')\,dn'' + nn'n''\,ABCd(\psi''' - \pi''')\,dn''' \text{ \&c.}$$

60. On conviendra aiſément, que par ce moyen on délivrera déjà les inſtrumens de Dioptrique du plus grand inconvénient, de la part de la différente réfrangibilité des rayons, & ce moyen pourra toujours être mis en uſage, quand même il ne ſeroit pas poſſible de réunir toutes les images des différentes couleurs; ainſi en ne ſe ſervant que de lentilles d'une ſeule eſpèce de verre, ce moyen procurera toujours de très-grands avantages.

61. Cependant, à moins qu'on ne puiſſe réuſſir à faire évanouir auſſi le dernier eſpace de diffuſion, il reſtera encore une eſpèce de confuſion, mais d'une nature tout-à-fait différente, & qui n'eſt pas ſi nuiſible à la diſtinction de la viſion, mais on délivrera les inſtrumens auſſi de celle-ci, en ſatisfaiſant à cette équation. Deſtruction entière des inconvéniens de la différente réfrangibilité des rayons.

$$o = \frac{a(A+1)\,dn}{n-1} + \frac{nA^2b(B+1)\,dn'}{n'-1} + \frac{nn'A^2B^2c(C+1)\,dn''}{n''-1} + \frac{nn'n''A^2B^2C^2d(D+1)\,dn'''}{n'''-1}, \text{ \&c.}$$

Formule nommée $= \Omega$.

Appréciation du degré de confuſion de cette eſpèce.

62. Poſons cette formule $= \Omega$, & pour les cas où il eſt impoſſible de la faire évanouir, il convient d'en apprécier le degré de confuſion dont la viſion ſera troublée, ce qui ſe ſera d'une manière ſemblable à celle dont je me ſuis ſervi pour la confuſion de l'ouverture.

Fig. 4.

63. Pour ce cas, nous aurons donc l'eſpace de diffuſion des images $Nn = d\Omega = \frac{-\Omega}{N.A^2B^2C^2D^2, \&c.}$, & l'angle O dont les rayons ſont inclinés à l'axe, ſera ici pour tous les points $O = ABCD, \&c. \frac{\chi}{a}$. Or ici la confuſion ſentie deviendra la plus petite en plaçant le milieu de l'eſpace Nn à la juſte diſtance de l'œil k, & alors le demi-diamètre apparent de la confuſion ſentie, ou des taches dont les points de l'objet ſeront repréſentés, ſera $= \frac{Od\omega}{2k}$, que je nommerai $= \eta$.

Juſte meſure de la confuſion ſentie par l'angle η.

64. On aura donc pour la juſte meſure de cette confuſion,

$$\eta = \frac{\Omega\chi}{2Nak.ABCD, \&c.}.$$

Or par la condition du groſſiſſement ayant $Nk.ABCD, \&c. = \frac{h}{m}$, cette meſure ſera $\eta = \frac{m\Omega\chi}{2ah}$, ou bien

$$\eta = \frac{m\chi}{2ah}\left(\frac{a(A+1)\partial n}{n-1} + \frac{nA^2b(B+1)\partial n'}{n'-1} + \frac{nn'A^2B^2c(C+1)\partial n''}{n''-1} + \&c.\right)$$

Comparaiſon de l'une & de l'autre confuſion.

65. De-là on voit que cette confuſion eſt proportionnelle au diamètre même de l'ouverture de la première ſurface, pendant que la première confuſion étoit proportionnelle au cube de ce diamètre; on tire de-là auſſi une juſte comparaiſon entre ces deux eſpèces de confuſion, puiſqu'on n'aura qu'à comparer entre eux les deux angles θ & η; or on aura $\theta : \eta = \frac{\omega\chi\chi}{4aa} : \Omega$.

66. Afin donc que cette confuſion devienne impercep-

tible, il faudra faire en forte que l'angle η ne furpaffe point 2 fecondes, ou que la valeur de η fe trouve plus petite que $\frac{1}{100000}$. Il n'y a aucun doute que ce moyen ne puiffe être employé avec fuccès, même dans les cas où il n'eft pas poffible de réduire cette confufion à zéro.

Jufte mefure du lieu de l'œil.

Diftance de l'œil derrière la dernière furface $= O$.

67. Confidérons maintenant plus foigneufement le lieu de l'œil qui doit néceffairement fe trouver derrière la dernière furface, ou bien pofant fa diftance de là $= O$, il eft néceffaire que cette quantité O devienne pofitive, fans cette condition il feroit impoffible que l'œil découvrit le champ apparent tout entier.

68. En raffemblant tout ce qui vient d'être rapporté fur le lieu de l'œil, nous aurons pour chaque nombre de furfaces,

Nombre des furfaces.	*Lieu de l'œil.*
1	$O = 0 = \frac{a}{A} + k.$
2	$O = \frac{\pi' q}{\psi'} = \frac{-h\pi' q}{m a \varphi} = \frac{-h(n'-1)\pi'}{NmA(\psi' - B\psi)} = \frac{-B}{k} \cdot \frac{(n'-1)\pi'}{\psi' - B\psi} = \frac{b}{B} + k;$
3	$O = \frac{\pi'' r}{\psi''} = \frac{+h\pi'' r}{m a \varphi} = \frac{+h(n''-1)\pi''}{NmAB(\psi'' - C\psi')} = \frac{-C}{k} \cdot \frac{(n''-1)\pi''}{\psi'' - C\psi'} = \frac{c}{C} + k;$
4	$O = \frac{\pi''' s}{\psi'''} = \frac{-h\pi''' s}{m a \varphi} = \frac{-h(n'''-1)\pi'''}{NmABC(\psi''' - D\psi'')} = \frac{-D}{k} \cdot \frac{(n'''-1)\pi'''}{\psi''' - D\psi''} = \frac{d}{D} + k.$

&c.

où j'ai mis plufieurs formules équivalentes, afin qu'en chaque cas propofé on puiffe fe fervir de celle qu'on jugera la plus commode.

Conditions néceffaires à obferver.

69. Comme c'eft une condition abfolument néceffaire que la diftance O foit pofitive, il eft également néceffaire que les intervalles entre les furfaces AB, BC, CD, &c. deviennent pofitives; c'eft pourquoi dans la détermination des élémens pour un cas quelconque, il faut bien prendre garde qu'aucune de ces formules ne devienne négative.

$AB = \alpha + b$, $BC = b + c$, $CD = \gamma + d$, $D\varepsilon = \delta + e$, &c.

ou $AB = \frac{\pi' q}{\psi}$, $BC = \frac{\pi' q + \pi'' r}{\psi'}$, $CD = \frac{\pi'' r + \pi''' s}{\psi''}$, $D\varepsilon = \frac{\pi''' s + \pi'''' t}{\psi'''}$.

70. Il me ſemble que les articles que je viens de développer, renferment tout ce à quoi il faut avoir égard dans la Dioptrique ; les formules que j'ai données ici, ſont en effet ſuffiſantes pour procurer aux inſtrumens de Dioptrique toutes les bonnes qualités qu'on peut ſouhaiter, & même pour les porter au plus haut degré de perfection dont ils ſont ſuſceptibles.

71. Peut-être trouvera-t-on quelque difficulté pour appliquer ces formules à des cas particuliers, mais je puis aſſurer qu'après quelques eſſais on ſurmontera aiſément toutes les difficultés, de ſorte qu'on ne ſauroit plus rien deſirer dans cette ſcience.

Avertiſſement ſur l'application de ces formules.

72. Ordinairement dans la conſtruction des inſtrumens de Dioptrique, on ſe règle ſur les yeux, dont la juſte diſtance k eſt infinie, & alors nos formules deviennent non-ſeulement plus ſimples, mais leur application auſſi ſe fait beaucoup plus aiſément, cependant ſans s'aſtreindre à cette condition, où $k = \infty$, on réuſſira preſqu'auſſi bien en introduiſant dans le calcul d'abord la diſtance de l'œil derrière la dernière ſurface qui eſt égale à O, & alors il ſera bon de commencer les recherches par les formules ſuivantes.

Deux ſurfaces.

Pour le cas des deux ſurfaces, on a d'abord

$$B = \frac{b}{O - k} \quad \& \quad NmAbk = h(O - k),$$

d'où puiſque $ma\varphi = -\psi' h$, $O = \frac{\pi' q}{\psi'}$, & $q = \frac{(n' - 1)b}{n' B + 1}$, à cauſe de $(n' - 1)\pi' = n'\psi' + \psi$, on aura

$$b = \frac{h(O - k)}{NmAk} \quad \& \quad \frac{\psi}{\psi'} = \frac{n' hk + O \,.\, NmAk}{h(O - k)}.$$

Trois ſurfaces,

Pour le cas des trois ſurfaces, on a d'abord

$$C = \frac{c}{O - k}, \quad \& \quad NmABck = -h(O - k);$$

d'où puiſque $ma\varphi = \psi'' h$, $O = \frac{\pi'' r}{\psi''}$ & $r = \frac{(n''-1)c}{n''C+1}$, à cauſe de $(n''-1)\pi'' = n''\psi'' + \psi'$, on aura

$$c = \frac{-h(O-k)}{NmABk} \ \& \ \frac{\psi'}{\psi''} = \frac{n''hk - ONmABk}{h(O-k)};$$

Pour le cas de quatre ſurfaces, on a d'abord Quatre ſurfaces.

$$D = \frac{d}{O-k}, \ \& \ NmABCdk = h(O-k),$$

d'où puiſque $ma\varphi = -\psi''' h$, $O = \frac{\pi''' s}{\psi'''}$ & $s = \frac{(n'''-1)d}{n''D-1}$, à cauſe de $(n'''-1)\pi''' = n'''\psi''' + \psi''$, on aura

$$d = \frac{h(O-k)}{NmABCk} \ \& \ \frac{\psi''}{\psi'''} = \frac{n'''hk + O.NmABCk}{h(O-k)};$$

& ainſi de ſuite lorſqu'il eſt queſtion de pluſieurs ſurfaces.



OBSERVATIONS BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES,

Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1764.

Par M. DU HAMEL.

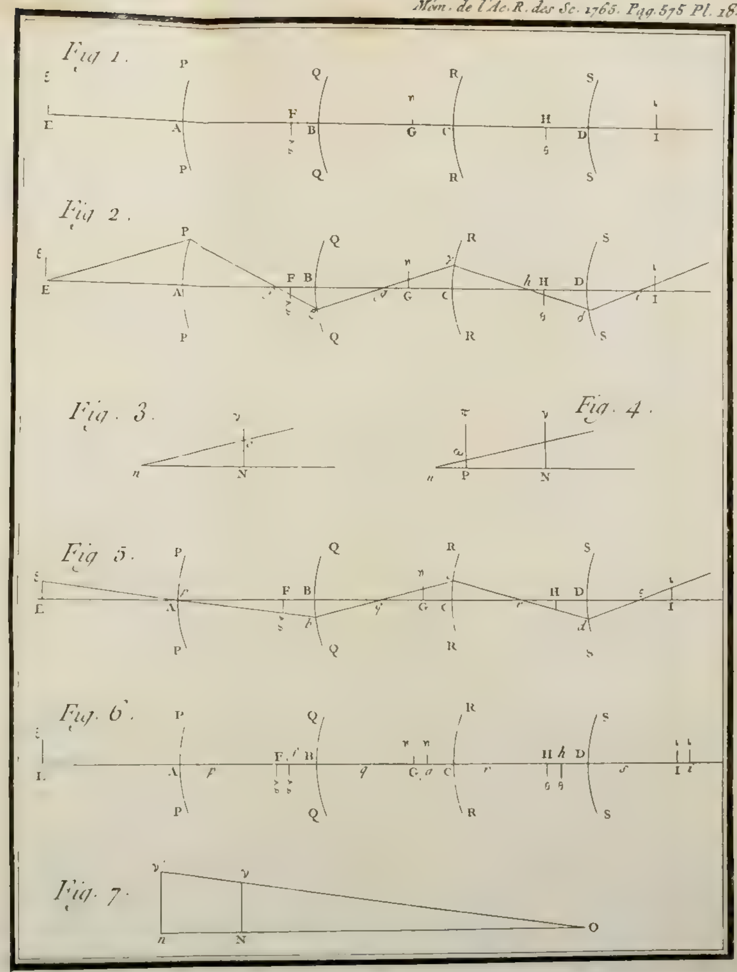
AVERTISSEMENT.

LES Obſervations météorologiques ſont diviſées en ſept colonnes, de même que les années précédentes. On s'eſt toujours ſervi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace: la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-deſſous de zéro; quand les degrés ſont au-deſſus, il n'y a point de barre; o déſigne que la température de l'air étoit préciſément au terme de la congélation.

Il eſt bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud pluſieurs jours de ſuite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-deſſus de zéro; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conſervé une certaine chaleur; c'eſt pourquoi on a mis dans la ſeptième colonne, *Gelée.*

Les Obſervations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du ſoir.

Pl. 18.


Fig. 1.
P
Q
R
S
F
H
E
A
B
G
C
D
I
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
N
P
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
O

JANVIER 1764.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	O.	5	6 ½	5	27.	7	couvert & pluvieux.
2	S. O.	4	9	8	27.	3	variable ſans pluie.
3	O.	4	3 ½	1	27.	10	variable & venteux.
4	N. O.	— 2	2 ½	½	27.	9	beau temps, gelée blanche.
5	S. E.	2	5	7	27.	6	variable ſans pluie.
6	S.	5	9	8	27.	6	*idem.*
7	S.	5	8	6 ½	27.	5 ½	variable avec bruine.
8	S.	5	8	6	27.	8	variable & couvert.
9	S. O.	5	7	7	27.	8	couvert avec bruine.
10	S. O.	8	7 ½	5	27.	6	grande pluie & grand vent.
11	N.	2	4	1	27.	11 ½	beau temps.
12	E.	— 2	2	— ½	27.	7 ½	beau temps, gelée blanche.
13	S.	1	4	4 ½	27.	5 ½	couvert & bruine.
14	S. O.	6 ½	8	6	27.	3	grand vent.
15	S.	4	6 ¼	4	27.	3	variable ſans pluie.
16	S. O.	2	4 ½	4	27.	3	variable avec bruine.
17	S.	4	4 ½	2	26.	11	grand vent & pluvieux.
18	S. O.	3	6	4	26.	10	variable & venteux.
19	S. O.	3	5	2	26.	9 ½	variable avec bruine & vent.
20	S. O.	2	5	1 ½	27. [a]	½	variable ſans pluie. [a] Matin, 26. 10
21	O.	2	4	1	27.	6 ½	variable & vent froid.
22	S.	— 1	4	2	27.	5 ½	beau avec nuages.
23	S. O.	4	5	5	27.	4 ½	variable & couvert ſans pluie.
24	S. O.	4	5	4	27.	9	couvert.
25	S. O.	2	6	4	27.	9	beau temps.
26	S. O.	3	4 ½	3	27.	7 ½	*idem.*
27	S.	4	7 ½	4	27.	7 ½	variable avec vent & bruine.
28	S. O.	8	7 ½	7	27. [b]	1	grande pluie & vent. [b] Soir, 26. 10
29	S. O.	3	4	2	27.	5	variable avec vent.
30	S. O.	1	5	3 ½	27.	4 ½	beau avec nuages.
31	S. O.	5	6	2	26.	10	pluie, vent & grêle.

Ce mois a été fort humide avec de grands vents; le baromètre a toujours été assez bas.

Le 2, la plupart des fleurs du cornouiller étoient épanouies.

Le 25, les ellébores à feuille de renoncule étoient en fleur.

Le même jour, les perdrix commençoient à s'appareiller, & on tuoit les mâles à la chanterelle.

Les blés étoient bien verts, mais il y avoit beaucoup de mauvaises herbes de levées; les blés les derniers faits étoient beaucoup plus épais que les premiers qui avoient plus poussé en herbe: il y avoit quantité de mares d'eau dans les pièces de terre.

On a peu vu passer de ces oies sauvages qui, les hivers, sont obligées de quitter le nord pour aller chercher un pays plus tempéré; on n'a aussi vu sur les rivières que très-peu de canards sauvages & d'autres oiseaux aquatiques. La maladie des chiens continuoit à en faire périr tous les jours dans la Beauce, où plusieurs Fermiers ont perdu tous les leurs.

FÉVRIER.

Jours du mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	S. O	4	5	2	27.	″	variable avec pluie.
2	S. O.	5	4	4	27.	2	variable avec pluie & vent.
3	S. O.	5	6	1½	27.	2	grande pluie.
4	O.	2½	6	7	27.	5	variable avec pluie & vent.
5	S. O.	5	8	7	27.	7	couvert & venteux.
6	S.	6	10	7	27.	5½	beau avec nuages.
7	S. O.	6	9	4	27.	6	variable avec pluie.
8	S.	½	6	1	27.	7	beau temps, petite gelée.
9	E.	0	5	3	27.	3	*idem.*
10	S.	4	9½	4	27.	6	beau temps.
11	S.	5	6½	3	27.	7	variable avec grand vent & pluie.
12	S. O.	½	8	6	27.	9	beau temps, petite gelée blanche.
13	S. O.	6	10	7	27.	10	couvert & grand vent.
14	S.	5	10	7	27.	8	beau avec nuages.
15	S.	5	8½	5	27.	10½	*idem.*
16	E.	5	9	4	27.	11	beau & couvert.
17	E.	— 1	9	3½	27.	10	beau temps, petite gelée blanche.
18	S.	— ½	10½	5½	27.	8	*idem.*
19	S.	3	9½	5½	27.	10	beau avec brouillard.
20	N. E.	4½	9	4½	28.	″	beau avec nuages.
21	N. E.	3	5	3½	27.	11½	variable avec bruine.
22	N. E.	— ½	9½	3½	27.	10½	brouillard & givre.
23	N. E.	2	3	2	27.	8½	variable avec bruine.
24	N. E.	2½	3½	½	27.	6½	variable avec pluie.
25	N. E.	— 1	½	— ½	27.	4	variable & nébuleux.
26	E.	— 2	½	— 1½	27.	3½	couvert.
27	O.	— 1	1½	— 2	27.	3½	variable avec neige & grêle.
28	N. O.	— 3	3½	— 2	27.	2½	beau temps.
29	N.	— 2½	2	— 1	27.	1½	beau avec nuages.

A quelques fraîcheurs près qui sont venues vers la fin du mois, il peut passer pour fort doux; il est tombé beaucoup d'eau pendant quelques jours, & comme il n'a point gelé, les ornières étoient si profondes & les chemins tellement rompus, qu'ils étoient impraticables.

Le 1.er les perce-neiges étoient en fleur; le 6, il y avoit des violettes fleuries dans les jardins; le 20, les amandiers étoient en pleine fleur; les abricotiers prêts à fleurir, & les boutons à fruit des poiriers étoient ouverts.

On a beaucoup avancé la taille de la vigne pendant ce mois: les blés étoient bien verts, mais il y avoit beaucoup d'herbes.

Il y a eu une grande mortalité sur les dindons; un seul Fermier en a perdu dix-huit douzaines en très-peu de temps; elle a aussi règné sur les poules & sur les chapons, & plusieurs basse-cours ont été dépeuplées en trois jours.

MARS.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	—1	— ½	— ½	27.	1	grande neige.
2	N. E.	—2	0	—3	27.	2	couvert.
3	N. E.	—3	—1	—2	27.	3	variable & nébuleux.
4	N. E.	—2½	—2	—1	27.	5	couvert.
5	N. O.	—2	1	—1	27.	6½	variable & nébuleux.
6	O.	0	3	1	27.	4	couvert & nébuleux.
7	O.	0	2½	0	27.	6	beau avec nuages.
8	N.	—1	1	0	27.	5	*idem.*
9	N.	—1	1	—1	27.	5	beau & froid avec nuages.
10	N. E.	—1	3	1	27.	5½	beau avec vent.
11	N. E.	½	4½	1½	27.	8	beau avec nuages.
12	N. E.	1½	6½	½	27.	10	*idem.*
13	S.	0	6½	5	27.	8½	variable avec gelée à glace & bruine.
14	N. O.	4	7	1	28.	//	beau & froid avec nuages.
15	N.	1	9½	3½	28.	//	beau temps, petite gelée blanche.
16	S. E.	½	10½	5	27.	9	beau temps & forte gelée.
17	S. O.	5	13	5	27.	8½	beau fixe.
18	N.	5	9	4	27.	10	beau avec nuages & rosée.
19	S. O.	4½	7	4½	27.	6½	couvert & pluvieux.
20	N. E.	5	6	3	27.	7	pluvieux.
21	N. E.	½	5	½	27.	8½	beau temps, gelée blanche.
22	N. E.	0	5	2	27.	9	beau avec nuages.
23	N.	2	4½	1	27.	10	nébuleux.
24	N.	0	7	3	27.	10	beau avec nuages & gelée.
25	S. O.	1½	8½	6½	27.	7½	*idem.*
26	N.	7	9½	5	27.	7	couvert & bruine.
27	N. O.	3	8½	3	27.	6	beau avec nuages.
28	S. O.	3	7½	4	27.	5½	couvert & brouillard.
29	S. O.	4	10	5	27.	7½	beau avec nuages.
30	S. O.	4	13	8	27.	7	beau avec nuages & gelée.
31	S.	7	14	10	27.	7½	variable avec pluie.

Ce mois peut paſſer pour ſec, le commencement a été un peu froid & le reſte aſſez doux. Le 6, il eſt tombé quelques flocons de neige dans les plaines; cependant dans les fonds, il s'en eſt accumulé une aſſez grande quantité, & dans certains endroits, il y en avoit juſqu'à deux pieds de hauteur.

Le 26, les narciſſes jaunes doubles & les jacinthes étoient en fleur: les abricotiers étoient en pleine fleur. Le 31, les cyprès étoient en fleur, & leurs étamines répandoient leur pouſſière.

On a fort avancé les ſemences des avoines pendant ce mois; à la fin du mois on deſiroit de la pluie pour faire lever les dernières ſemées.

On a auſſi taillé la vigne pendant le courant du mois, & il en reſtoit peu à tailler à la fin.

AVRIL.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	8	10	8 ½	27.	8	pluvieux.
2	S.	7	14	8 ½	27.	10	variable avec brouillard & nuages.
3	S.	9	13	8	27.	10	lourd & orageux ; il tonne à l'eſt.
4	S. E.	9	13 ½	9	27.	10	variable avec nuages.
5	N.	8	13	7 ½	27.	7 ½	variable ſans pluie.
6	N.	7	10	8	27.	5	couvert.
7	N.	7	7	6 ½	27.	5 ½	variable avec grande pluie.
8	S.	7	9 ½	6	27.	"	variable avec nuages.
9	S.	5	8	6	26.	8	grand vent & averſe de pluie.
10	S.	6	9 ½	6 ½	26.	9	grand vent & pluie.
11	S.	6	8	5	27.	1	variable avec pluie & vent.
12	S. O.	7	11	7	27.	4	variable avec vent.
13	S. O.	8	10	5	27.	1 ½	variable avec pluie & vent.
14	O.	5	7	3 ½	27.	6 ½	*idem.*
15	S. O.	2 ½	8	9 ½	27.	5	variable & petite gelée blanche.
16	N.	5	9	4 ½	27.	2	pluie continuelle.
17	O.	4	9	4	27.*	1	grande pluie & vent. * Soir, 27. 3
18	O.	3 ½	7 ½	"	27.	"	variable avec gelée blanche.
19	N.	3 ½	8	4	27.	9	variable avec grande pluie.
20	N.	4 ½	6 ½	3	27.	9 ½	variable avec nuages & pluie.
21	N.	3 ½	9 ½	4 ½	27.	8 ½	beau temps, gelée à glace.
22	N. E.	3 ½	15	5	27.	7	beau temps, gelée blanche.
23	E.	4	10	1	27.	"	*idem.*
24	E.	7 ½	4 ½	8	27.	7	beau temps.
25	N. O.	8	16	10	27.	5 ½	*idem.*
26	N. O.	7 ½	7	12 ½	27.	3	variable avec pluie & vent.
27	N. O.	2 ½	8	4	27.	3 ½	vent, pluie & gelée.
28	S. O.	6 ½	10 ½	8	27.	2 ½	variable avec pluie.
29	S. O.	10	12 ½	9	27.	3	variable avec bruine.
30	S.	10	14	8 ½	27.	2 ½	*idem.*

Ce mois a été variable, tantôt chaud, tantôt froid, & le vent a été très-inconſtant.

Le 1.er il a plu pendant la nuit par un vent du ſud; le matin, le temps couvert n'a pas permis de voir l'éclipſe. A 9 heures $\frac{3}{4}$, on a commencé à apercevoir le Soleil éclipſé au travers des nuages, par intervalles, juſqu'à $10^h\ 39'$. L'on n'a pu juger du moment où l'anneau a commencé à paroître; mais on a très-bien vu au travers des nuages qui étoient légers dans le moment du milieu de l'éclipſe, qu'elle étoit annulaire; les nuages ont empêché de juger de la fin de l'anneau, & le Soleil n'a plus été viſible juſqu'à la fin de l'éclipſe: il a commencé à pleuvoir à midi & demi.

Le 10, on a vu les premières hirondelles, mais on en avoit vu quinze jours auparavant dans d'autres endroits. Ordinairement à leur arrivée, elles viennent viſiter leur réſidence, & on ne les voit plus pendant pluſieurs jours, parce qu'elles vont chercher leur vie le long des vallées, juſqu'à ce que le beau temps ſoit revenu, & qu'elles ſoient aſſurées de trouver à vivre en plaine.

Le 10, les pruniers étoient en fleur. Le 18 à 8 heures du matin, on a entendu chanter le roſſignol.

Le 21, il a gelé à glace; les aſperges ont été gelées, & pluſieurs boutons du raiſin nommé *gros noir*, qui étoient en bourre, ont auſſi été gelés; cette eſpèce de raiſin eſt plus hâtif que les autres.

Le 24, on a entendu chanter le coucou, & le ſoir on voyoit voler les petits hannetons jaunes qui précèdent les autres. Le 25 au ſoir, les grenouilles ont coaſſé. Les vents froids qui ont régné à la fin du mois, ont beaucoup fait jaunir les blés.

MAI.

MAI.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	8	13	6	27.	7 ½	variable avec pluie & grêle.
2	S. O.	6	14	8 ½	27.	9 ½	beau avec gelée.
3	S. O.	10	16	8 ½	27.	8 ½	beau temps.
4	E.	10	18	13	27.	7	
5	S. O.	11	18 ½	14	27.	9 ½	
6	S. O.	12	20 ½	14 ½	27.	9	
7	S.	14	21 ½	15 ½	27.	8 ½	
8	S.	15	21	15	27.	8	
9	N. E.	11	18	13 ½	27.	7 ½	beau ; il tonne au loin dans le sud.
10	S.	12 ½	16	8 ½	27.	5 ½	beau avec nuages & vent frais.
11	S.	9	14	8 ½	27.	4 ½	beau avec nuages.
12	S. O.	10	11 ½	7 ½	27.	4	couvert & pluvieux.
13	S. O.	7	14	10	27.	6	beau temps.
14	S. O.	9 ½	11	8 ½	27.	4 ½	variable avec bruine & vent.
15	S.	10	14	8	27.	5	variable & bruine.
16	O.	9 ½	11	8	27.	6	variable & pluvieux.
17	N.	8 ½	13 ½	9	27.	6 ½	beau avec nuages.
18	N.	8	14	9 ½	27.	7	
19	N.	8	14	9	27.	7	
20	E.	9 ½	14 ½	10	27.	7 ½	beau temps.
21	N. E.	12	18	13	27.	8 ½	*idem.*
22	E.	12	19	14	27.	9	variable sans pluie.
23	N. E.	14 ½	22	15	27.	10	beau temps.
24	N. E.	14 ½	21 ½	14 ½	27.	10	beau avec nuages.
25	N. E.	14	21 ½	16	27.	10	beau temps.
26	N. E.	14 ½	21 ½	16	27.	9	beau avec bruine.
27	N. E.	14	21	14 ½	27.	8	beau avec nuages.
28	N.	11	15 ½	8	27.	9	beau temps.
29	N. E.	9	14	9	27.	8 ½	beau temps, petite gelée.
30	N.	8	15	10	27.	9	
31	N.	8	13	8 ½	27.	10	

Il y a eu pendant ce mois plusieurs jours de chaleur, & d'autres ont été très-froids; mais il peut passer pour fort sec: à la fin du mois on ne pouvoit plus labourer que dans les terres légères.

Le 1.er on a sorti les orangers. Le 2 au soir il a paru beaucoup de hannetons. Les vents & les pluies froides des derniers jours d'Avril ont broui tous les pêchers, ce qui a beaucoup diminué la quantité du fruit. Les brouillards de ce mois ont rouillé les blés, & à la fin du mois ils ne commençoient pas encore à épier.

Il paroissoit peu de raisin, les jeunes vignes pouvoient avoir environ demi-année, les vieilles beaucoup moins. Il est venu dans les dernières semaines de ce mois, de petites gelées qui n'ont rien gâté, parce que la terre étoit extrêmement sèche, & qu'il n'avoit point fait de rosée.

JUIN.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du ciel.
		Degrés.	Degrés	Degrés	pouc.	lign	
1	N. O.	9	16	11	27.	6 ½	beau & venteux.
2	N. O.	10	12 ½	8	27.	7	couvert.
3	N. O.	8	13	7	27.	6 ½	beau avec nuages.
4	N. O.	8	12	7 ½	27.	7	beau temps, petite gelée.
5	N.	8	12	9	27.	8 ½	variable, petite gelée.
6	N.	8	13	9 ½	27.	8 ½	beau temps, petite gelée.
7	N. E.	8 ½	15	8 ½	27.	8 ½	beau avec nuages.
8	S.	10	18	12	27.	6	variable avec pluie.
9	S.	10	16 ½	9 ½	27.	5 ½	couvert & pluvieux.
10	S. O.	13	14	13	27.	4	*idem.*
11	N. O.	13	17	11 ½	27.	7 ½	beau avec nuages.
12	N. O.	11	20	15 ½	27.	8 ½	
13	N. O.	15	22	16 ½	27.	9 ½	
14	N. E.	16	24	18 ½	27.	8 ½	beau temps.
15	N.	17	26	17	27.	8 ½	beau avec nuages.
16	N. E.	15	21 ½	16	27.	8 ½	beau temps.
17	N. E.	15	25 ½	17 ½	27.	7 ½	*idem*, le ſoir il éclaire à l'horizon.
18	N.	18	26 ½	20	27.	7	beau avec nuages.
19	N. E.	19	27	19	27.	8	beau & chaud avec de l'air.
20	N. E.	16	25	17 ½	27.	8	beau temps.
21	E.	17	26	19 ½	27.	8	*idem.*
22	S. O.	20	20	19	27.	7 ½	variable ſans pluie avec tonnerre.
23	S. O.	19	24 ½	19	27.	7	couvert avec nuages.
24	S. O.	15	17 ½	14 ½	27.	6 ½	pluie & tonne re.
25	S. O.	14 ½	19	14	27.	5 ½	variable avec pluie & vent.
26	S. O.	15	19 ½	15	27.	5 ½	variable avec petites ondées.
27	S. E.	15 ½	21	16	27.	3 ½	variable avec pluie & tonnerre.
28	S. O.	15	18 ½	14	27.	4 ½	variable avec tonnerre.
29	S. O.	13	17	12 ½	27.	6	couvert & venteux.
30	S. O.	12 ½	17	14	27.	7	beau avec nuages.

Ce mois peut paſſer pour chaud & ſec; la terre étoit ſi sèche qu'elle étoit ou en poudre ou fendue, ce qui a empêché de labourer pendant une partie du mois; les petites pluies qui ſont ſurvenues le 8, le 9 & le 10, ont reſſerré les gerſes de la terre, & quoique l'eau n'eût pas pénétré plus de deux pouces, on a recommencé à labourer.

Il a gelé le 4, le 5 & le 6 au matin, mais comme la terre étoit sèche, & qu'il n'y avoit pas de roſées, cette gelée n'a rien gâté; il n'y a eu que les vignes ſituées dans des endroits bas où quelques bourgeons ont été gelés.

Au commencement du mois, les roſſignols qui avoient des petits, ne chantoient plus, & le 20 on n'en entendoit plus aucun. On a ſervi des fraiſes & des petits pois dès les premiers jours du mois.

Le 19, la vigne étoit en pleine fleur ainſi que les blés, auxquels les petites pluies ont fait grand bien pour les faire épier: les orangers étoient auſſi en fleur.

Le 20, les avoines épioient à quatre doigts hors de terre, il n'y avoit qu'un tuyau avec trois ou quatre grains pour former la grappe; il y en avoit beaucoup, ſur-tout en Beauce, dont la racine avoit été mangée par les vers. Les chevrefeuilles étoient en pleine fleur: on ne voyoit point encore de cantharides.

Le 22, au lever du ſoleil, il y avoit au ciel une nuée qui avoit le pied au midi, le vent étoit alors à l'eſt; le thermomètre à 20 degrés au-deſſus de zéro; à 11 heures il s'éleva un nuage au ſud qui s'étendoit à l'oueſt; à midi ce même nuage étoit monté à la hauteur du ſoleil qui paroiſſoit par-deſſus & qui étoit brûlant; le thermomètre expoſé au nord, étoit alors à 30, il s'eſt élevé un tourbillon de vent, & le ſoleil s'eſt caché; à midi 5 minutes, le thermomètre étoit à 28, le grand tourbillon de vent n'a duré qu'un quart-d'heure; à midi 15 minutes le thermomètre étoit à 22; à midi 45 minutes il étoit tombé à 20 degrés: les ouvriers ſouffroient beaucoup de la grande ardeur du ſoleil: à 2 heures le thermomètre étoit à 18: il a tonné aſſez fort au ſud-oueſt & au ſud-eſt.

JUILLET.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés	pouc.	lign	
1	S. O.	14	17	15	27.	7	beau avec nuages.
2	N. E.	14½	21	16	27.	8	beau temps.
3	N.	14	20	16	27.	8½	beau avec nuages.
4	N.	15	18	15	27.	6½	beau temps.
5	N.	14½	18	14	27.	7	
6	N. E.	15	20	15	27.	7	beau avec nuages.
7	N.	15	16½	14½	27.	7½	couvert & tonnerre au loin.
8	N.	12½	17	14	27.	7½	variable avec brouillard.
9	N.	15	23	16½	27.	6½	
10	E.	15	19½	17½	27.	6	
11	O.	16	17½	13	27.	5	variable avec pluie.
12	O.	12½	15½	12	27.	6	variable avec pluie & tonnerre.
13	S.	13½	19	12½	27.	6	*idem.*
14	S.	13	15½	10	27.	4	variable avec pluie.
15	S. O.	12½	14	9	27.	6	tonnerre, pluie & grêle.
16	S. O.	12	15½	13	27.	8	beau avec nuages
17	S. O.	15	19	15	27.	4	beau temps.
18	S. E.	16½	24½	20	27.	7	beau avec nuages & tonnerre.
19	S. O.	14	17	12½	27.	9	grande grêle pendant la nuit.
20	S. O.	14	17	14½	27.	7	couvert.
21	S. O.	14	19	16	27.	8	beau temps.
22	S. O.	15½	23	16	27.	7½	couvert.
23	N. O.	14	20	13	27.	11	beau temps.
24	E.	13½	21	15	27.	9	
25	S. E.	15	23	18½	27.	5	beau avec nuages.
26	S. O.	16	19½	14	27.	7	variable avec vent.
27	S. O.	12½	19	14	27.	8½	beau avec nuages.
28	N. O.	14	19½	17	27.	8	*idem.*
29	S. O.	16	24	20	27.	8	beau temps.
30	S.	18½	26	19	27.	6½	tonnerre.
31	S. O.	16	18½	13½	27.	5	variable avec pluie & tonnerre.

Le commencement de ce mois a été humide & la fin fort sèche; depuis le 2 jusqu'au 9, le vent a toujours été au nord; les matins il faisoit du brouillard, & pendant le jour le ciel étoit comme enfumé.

On a commencé la moisson des seigles les 9, 10 & 11 de ce mois; les grandes pluies qui sont tombées & la grêle ont fait un dégât prodigieux dans une infinité de provinces; dans la seule élection de Pithiviers, qui est composée de quatre-vingt-dix paroisses, il y en a eu plus de quarante de plus ou moins grêlées; plus de la moitié du vignoble de la paroisse de Dadonville a été entièrement grêlé; les avoines, ainsi que les blés l'ont été, les uns à 8 mines de perte par arpent, les autres davantage. Le blé d'élite au dernier marché de ce mois, a valu 12 à 12 livres 10 sous; l'avoine 8 à 8 livres 5 sous le sac.

Le 30 à 5 heures $\frac{1}{2}$ du matin, par un beau soleil, il a passé un petit rocher isolé; de ce nuage il est sorti un éclair & un coup de tonnerre qui est tombé sur un orme, très-près du château; il a enlevé une lanière d'écorce de 20 pieds de hauteur jusqu'à la racine, sur 2, 3 & 4 pouces de largeur, & a fait sur le bois une rainure d'un travers de doigt de largeur & de profondeur, & dans le fond de cette rainure, on voyoit une ligne comme un fil noir, où le bois paroissoit être fendu; dans le moment on a senti dans une ferme voisine, une odeur de soufre qui a fort effrayé, & qui a engagé à visiter par-tout s'il n'y avoit point de feu; le thermomètre a monté à 2 heures à 26 degrés: il a tonné toute la journée au loin, dans la partie de l'est à l'ouest, mais il n'a point plu.

AOUST.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du Ciel.
		Degrés.	Degrés	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	15	18½	14	27.	4	variable avec pluie & vent.
2	S. O.	13	16	11½	27.	6	
3	S. O.	11½	15	10	27.	9	variable avec bruine & vent.
4	S. O.	11	18½	13½	27.	8½	beau avec nuages.
5	N. E.	12	21	16	27.	6	beau temps.
6	S. O.	15	20	15	27.	6	beau avec nuages; il tonne au loin.
7	S. O.	15	17	14	27.	4	couvert & pluvieux.
8	O.	14	14	11½	27.	2	pluie toute la journée.
9	S. O.	11	16½	13	27.	5	variable ſans pluie.
10	S. O.	13	15	14	27.	3½	variable avec nuages & brouillard.
11	N.	11	11	10	27.	6	pluvieux.
12	N. O.	11½	16	12½	27.	6	beau avec nuages.
13	S. O.	13	16	13	27.	6	variable avec tonnerre.
14	S. O.	13½	16½	13	27.	6	variable avec pluie & vent.
15	S. O.	13½	16½	13	27.	7	beau avec vent & nuages.
16	S. O.	13	14	10½	27.	8	variable avec pluie, vent & tonnerre.
17	O.	11	16	11½	27.	10	beau avec nuages.
18	O.	12	16½	12	27.	6	beau avec vent & nuages.
19	O.	10	11	18½	27.	5½	variable avec pluie & tonnerre.
20	S. O.	9	13½	10½	27.	7	variable ſans pluie.
21	S. O.	11	16½	12	27.	9	beau avec nuages.
22	N.	12	17	13½	27.	9	couvert.
23	N. E.	13	17	13	27.	9	variable avec bruine.
24	N. E.	12½	19	13	27.	8½	beau temps.
25	N. E.	12	20	14½	27.	7½	
26							
27	E.	12	24½	14	27.	8	brouillard & beau temps.
28	N. E.	14	24	17	27.	7	beau temps.
29	N.	15	24	18	27.	7½	beau avec nuages.
30	N.	14	21½	15	27.	9½	beau temps.
31	N.	13	20½	15½	27.	9½	*idem.*

Le commencement de ce mois a été fort orageux, il eſt encore tombé de la grêle en pluſieurs endroits, la fin a été fort sèche.

La moiſſon des blés a fini entre le 12 & le 15, ceux qui ont été ſerrés pendant le mois de Juillet étoient très-ſecs, au lieu que ceux qui ne l'ont été que dans le mois d'Août étoient mouillés: on a travaillé à force pendant ce mois, à avancer les labours qui étoient retardés par la ſécheresſe du commencement de l'été: le blé de ſemence a valu, au dernier marché de ce mois, 14 & 14 livres 10 ſous le ſac.

Les avoines ont été entièrement perdues par la grêle, & on en a ramaſſé une grande partie, plutôt pour le fourrage que pour le grain; en général, elles n'ont pas valu le fauchage; & dans la plupart il n'eſt pas même reſté la ſemence.

Les raiſins, dans les vignes qui n'avoient pas été grêlées, faiſoient très-bien; & ils ont commencé à tourner vers le 15 de ce mois.

On a commencé dans ce mois, à ſervir des pêches, elles étoient fort bonnes, mais il y en avoit très-peu: il n'y a point eu de prunes.

SEPTEMBRE.

SEPTEMBRE.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du Ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	14	18	13	27.	9½	beau temps.
2	N. E.	13	18	14	27.	8	
3	S. O.	14	21	16	27.	6	variable avec tonnerre & bruine.
4	N. O.	14	19	13	27.	7	variable avec petite pluie.
5	N.	11	16	19	27.	10	beau temps.
6	N.	18	15½	12	27.	11½	
7	N. E.	14	16	19	27.	10½	beau avec nuages.
8	N. E.	12	17½	12	27.	9	beau temps.
9	N. E.	11	20	15	27.	7	beau & couvert.
10	N.	12½	17	12	27.	9	beau temps.
11	E.	10	16½	12½	27.	7	
12	S.	12	19	19	27.	6	beau & lourd.
13	S. E.	14	17½	14½	27.	6	variable avec ondées.
14	O.	12½	14	8½	27.	6½	couvert, pluie & vent.
15	S. O.	17	14	9	27.	8	beau temps.
16	S. O.	9	15	11	27.	5½	pluvieux.
17	S. O.	7½	12½	7½	27.	9	beau avec vent froid.
18	S. O.	7	12	8	27.	10	beau temps.
19	N.	7	12	7	27.	1½	variable ſans pluie.
20	S. O.	5½	12½	9	27.	9	beau temps, gelée blanche.
21	O.	14	16	11½	27.	10	beau avec nuages.
22	S. O.	10	16	13	27.	8½	
23	S. O.	10	15	9	27.	8½	variable avec pluie.
24	N.	6	11	5	27.	11½	beau temps, gelée blanche.
25	N. E.	4	12	6	28.	1	
26	N. E.	4½	14	7	28.	"	
27	N.	4½	14	11	27.	8	beau temps.
28	N.	1½	8	4	27.	7	beau temps, gelée blanche.
29	N.	6½	9	3	27.	9	beau avec nuages.
30	S. O.	1½	9	7	27.	6½	couvert.

Le commencement de ce mois a été chaud, la fin très-froide avec du vent & des gelées blanches; en général, il peut passer pour sec.

Vers la fin du mois d'Août & au commencement de celui-ci, il s'est formé sur toutes les haies, sur les pommiers & les arbres fruitiers, une grande quantité de la chenille commune; les choux dont les feuilles se sont trouvées tendres, ont été fort endommagés par la chenille verte qui attaque ce légume.

On a commencé la vendange le 21, le fruit étoit beau & très-mûr dans les endroits qui n'avoient point été grêlés.

OCTOBRE.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du Ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	O.	9	7½	5	27.	7	variable avec pluie.
2	O.	4	9½	9½	27.	7	pluie & vent.
3	S. O.	10	13	11	27.	8	couvert & bruine.
4	S. O.	10	14	11	27.	8½	
5	N. E.	9½	13	8	27.	9	beau temps.
6	N. O.	17	13½	11	27.	8	beau avec nuages.
7	S. O.	12½	12½	9	27.	7½	variable avec bruine.
8	N. O.	9	14	8	27.	8	beau temps.
9	S. O.	10½	12½	8½	27.	6½	variable avec vent & bruine.
10	S. O.	9	12	9	27.	6½	couvert & bruine.
11	S. O.	8	12	9½	27.	7½	beau avec nuages.
12	S. O.	9	12	13½	27.	5½	variable.
13	S.	10	11	13	26.	11	grande pluie & grand vent.
14	N.	6	9	4½	27.	9	beau temps, gelée blanche.
15	N.	2	9	4½	27.	10	
16	N.	2½	9	6	27.	7½	
17	S. O.	½	10	6	27.	4½	
18	S. O.	6	10½	5½	27.	8½	variable avec grand brouillard.
19	S.	4	10	5	27.	8	grand brouillard.
20	N. E.	4	14	9½	27.	8	beau temps.
21	S. E.	4½	13	8½	27.	10	
22	S. O.	6	11	7	27.	7½	variable avec grand brouillard.
23	N.	4½	6½	13½	27.	8	variable avec vent froid.
24	N. E.	1½	7	2	27.	9	beau & venteux.
25	S. O.	2½	7	4	27.	6	variable ſans pluie.
26	S. O.	½	3½	3	27.	3½	variable avec pluie & grêle.
27	N.	0	5	2½	27.	5	variable avec gelée à glace & grêle.
28	N.	0	5	½	27.	7	beau temps, gelée à glace.
29	S. O.	— ½	5	5	27.	7	variable avec pluie.
30	S. O.	5½	7	7½	27.	5	pluvieux.
31	S. O.	6	5	½	27.	6	

Ce mois a été variable, il y a eu de beaux jours, d'autres fort pluvieux & d'autres froids; mais le temps a été favorable pour les ſemailles & pour la levée des blés, ainſi que pour la fleuraiſon du ſafran qu'on a commencé à cueillir dans les premiers jours du mois, & dont la récolte a été aſſez avantageuſe.

Le 1.er de ce mois, on a commencé à ſemer les fromens qui étoient tous ſemés le 29; les premiers faits ont bien levé.

Le 3 & le 4, on tira les cuves qui avoient été emplies le 21 du mois dernier, le vin pouſſoit une écume rouge qui n'a point duré; il avoit de la couleur, mais on ne pouvoit pas encore juger de ſa qualité: toutes les vendanges ont été achevées dans le courant de ce mois.

Le 25, on a commencé à voir les petits roitelets; la maladie ſur les chiens continuoit toujours; celle ſur les volailles a tellement dépeuplé les baſſe-cours, que pluſieurs Fermiers de Beauce ſont venus à la foire de Saint-Matthieu à Pithiviers, en acheter pour remonter leurs baſſe-cours.

NOVEMBRE.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	½	4½	½	27.	9½	beau & froid.
2	S. O.	0	5	5½	27.	8	beau temps, gelée blanche.
3	S. O.	6	9½	7½	27.	8	couvert & bruine.
4	N. O.	7	9	4	27.	8	
5	S. O.	4	8	6	27.	9	
6	S.	5	8	9	27.	2½	couvert & bruine avec grand vent.
7	S. O.	3	4	2½	27.	5	vent de tempête avec grêle.
8	O.	4	9	10	27.	3	pluie tout le jour.
9	S. O.	9	12	10	27.	6	pluvieux.
10	S. O.	9	12	11	27.	7	variable avec nuages & bruine.
11	S. O.	10	12	10	27.	8½	variable ſans pluie.
12	S. O.	10½	12	11	27.	5½	couvert & pluvieux.
13	N. O.	7½	4	½	27.	6½	variable avec pluie.
14	N. O.	— ½	3	1	27.	6	beau temps, gelée blanche.
15	N. E.	1	3	0	27.	7½	couvert & giboulée de grêle.
16	N. E.	1	4	1½	27.	5½	couvert & neige.
17	S.	0	2	½	27.	5½	beau avec nuages.
18	N. E.	1½	3	3	27.	4½	variable avec nuages.
19	S. E.	2½	4½	1½	27.	7	couvert.
20	N. O.	3	5	4	27.	4½	couvert & pluvieux.
21	N. E.	2	3	2½	27.	2½	couvert.
22	E.	2½	3	2½	27.	2½	couvert & grand brouillard.
23	N. E.	2½	4	2½	27.	2½	couvert.
24	N. E.	2½	3	½	27.	2½	*idem.*
25	N. E.	0	0	— ½	27.	3½	couvert & brouillard.
26	N. E.	0	3	1	27.	3½	brouillard & gelée blanche.
27	N. O.	1	3	½	27.	4	couvert & neige.
28	N. E.	½	4	1	27.	6	beau avec nuages.
29	N. E.	1	3½	1	27.	8	
30	S.	1	4	½	27.	6½	

Le temps a preſque toujours été couvert pendant tout ce mois ; il eſt tombé beaucoup de petites pluies, & il y a eu de fréquentes bruines, ce qui a conſidérablement gâté les chemins.

On a achevé de ſemer les blés tardifs, & on a commencé à labourer les champs pour faire de l'orge & des avoines à deux façons.

On a tiré les échalas & donné aux vignes la façon d'hiver, qu'on nomme *parer*.

Les ſources étoient toujours fort baſſes.

DÉCEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	0	3 ½	3 ½	27.	3 ½	beau avec nuages & bruine.
2	N. E.	2 ½	2	1	27.	6	beau & couvert.
3	N. E.	½	2	1 ½	27.	7 ½	*idem.*
4	N. E.	2	3 ½	1 ½	27.	9	couvert.
5	S.	1 ½	2 ½	4	27.	6	pluvieux.
6	S.	2 ½	5	6	26.	10	pluvieux avec ouragan.
7	O.	2 ½	4 ½	1	27.	〃	variable avec pluie, vent & grêle.
8	O.	1 ½	4 ½	2	27.	5 ½	variable avec petites ondées.
9	S.	6	8	5 ½	27.	4	couvert & bruine.
10	S. O.	6	6	2	27.	½	grande pluie continue & grand vent.
11	O.	1	3 ½	1 ½	27.	5	variable avec grande pluie & grêle.
12	S.	4	8 ½	8 ½	27.	3 ½	pluie & vent.
13	S. E.	8	8 ½	7 ½	27.	6	couvert & bruine.
14	S.	8	8 ½	7	27.	3	*idem.*
15	S.	6	8 ½	6	26.	11	beau avec grand vent.
16	N.	6	4 ½	2	26.	1 ½	couvert & bruine.
17	N.	1	1	½	26.	4 ½	couvert.
18	E.	— 1	2	0	26.	4	variable avec neige.
19	E.	0	1	½	26.	5	beau temps, gelée blanche.
20	E.	0	2	1	26.	4	beau avec nuages.
21	S. E.	1	6 ½	4	26.	4 ½	*idem.*
22	E.	0	4	1 ½	26.	2 ½	gelée blanche.
23	N. E.	1	4 ½	2 ½	26.	2	beau avec nuages.
24	N. E.	0	3 ½	— 1	26.	2 ½	beau temps.
25	N. E.	— 2	— ½	— 1 ½	26.	1 ½	couvert.
26	N. E.	— 1 ½	— ½	— 1	27.	〃	pluie & verglas.
27	N. E.	— 4 ½	— 2 ½	— 2 ½	27.	3	grand verglas & vent.
28	N. E.	— 2	— 1	— 2	27.	4	pluie & verglas.
29	E.	— 5	— 1	— ½	27.	2	couvert & verglas.
30	E.	0	— 1 ½	— 2	27.	2	grand brouillard puant.
31	N. E.	1	3	1 ½	27.	2	brouillard.

Ce mois peut paſſer pour fort humide, le commencement & la fin ayant été fort pluvieux; il a auſſi été très-froid, & le ciel a preſque toujours été couvert: le 26, le 27, le 28 & le 29 il eſt tombé une petite pluie qui a fait un verglas prodigieux, ce qui ne permettoit pas même aux hommes de pied d'aller un peu loin.

RÉCAPITULATION.

Il n'y a point eu de grands froids pendant l'hiver; mais comme l'été de l'année précédente n'avoit pas été chaud, le bois des arbres n'étant pas bien mûr, les gelées de l'automne de 1763 & celles du mois de Mars 1764, ont fait beaucoup de dommage aux arbres ſenſibles à la gelée, comme les figuiers & autres, &c. Les chaleurs de l'été n'ont pas non plus été conſidérables, parce qu'au moindre rayon de ſoleil, il ſurvenoit des nuages de grêle qui rafraîchiſſoit beaucoup le temps: la grêle a fait cette année des dommages infinis dans toute la France, & dans l'élection de Pithiviers qui eſt compoſée de quatre-vingt-dix paroiſſes, il y en a eu plus de quarante-deux de grêlées.

FROMENS.

Généralement parlant, les blés ont été rouillés cette année à Denainvilliers & en quantité d'autres endroits; mais quelques averſes d'eau qui ſont venues à propos, les ont fait épier, & la récolte auroit été paſſable ſans l'accident de la grêle: dans la Beauce où les blés n'ont point eu d'eau, ils ont épié à un demi-pied de terre, & la récolte y a été fort mauvaiſe: dans les pays où les blés n'ont été ni rouillés ni grêlés, ils ont été aſſez bons; cependant, même dans les meilleurs cantons, la récolte n'a pas excédé les deux tiers de l'année dernière.

Le plus beau blé d'élite, n'a pas paſſé au marché de Pithiviers 14 livres le ſac, peſant 240 livres: il y en a eu de fort bon à 9 livres & 9 livres 10 ſous le ſac.

A l'égard des blés qui ont été grêlés dans ce pays-ci, les moins grêlés qu'on a mis à part pour les ſemences, n'ont rendu qu'une

qu'une mine pour deux nombres & demi, ou deux douzaines & demie de gerbes, les autres beaucoup moins : on a battu deux nombres d'une pièce de vingt-cinq arpens, qui a rendu vingt nombres de gerbes à l'arpent, & ces deux nombres n'ont rendu qu'un minot & une meſure, ce qui revient à environ cinq mines l'arpent, au lieu de vingt mines que l'arpent avoit produit la récolte précédente; & ſans la grêle, elle auroit rendu cette année quinze mines, parce que la grenaiſon n'a pas été ſi abondante que l'année dernière: cependant ſur ces cinq mines, il en faut prélever deux mines & demie pour ſemer; ainſi il ne reſte au Fermier que deux mines & demie pour payer la Taille & pour vivre, lui & ſes domeſtiques, qui ſont privilégiées au Maître de la ferme pour ſes fermages.

AVOINES.

Les avoines n'ont pas bien réuſſi cette année, elles ont été fort claires, ont épié fort bas & ont été très-endommagées par les vers; elles auroient été meilleures dans nos environs que dans la Beauce, ſans la grêle qui les a battues totalement ſur pied la veille de la moiſſon: elles ont valu au marché, depuis cent dix ſous juſqu'à huit francs le ſac.

ORGES.

Les orges ayant été brûlées avant que d'épier, ont mal réuſſi; leur prix a ſuivi celui de l'avoine.

GROS LÉGUMES.

Les pois, les veſces, les lentilles qui n'ont pas été grêlés, ont aſſez bien réuſſi.

PLANTES POTAGÈRES.

Les potagers ont été aſſez beaux, l'oignon a été menu: les melons ont été hachés par la grêle, & dans les potagers qui ont été préſervés de la grêle il n'y a eu que les tardifs qui aient été bons.

FOINS ET SAINFOINS.

Les ſoins ont été bas, mais de bonne qualité; les ſainfoins de même, quoiqu'on ait eu bien de la peine à les ſaner.

CHANVRES.

Dans pluſieurs endroits où on cultive le chanvre, il a été fort endommagé par la grêle.

VINS.

Les vignes ont été grêlées à Denainvilliers, & n'ont pas rapporté une pièce par arpent; mais dans les endroits où la grêle n'a pas paſſé, la récolte a été aſſez abondante, & peut être évaluée à une bonne demi-année.

Les vins de cette année ſont aſſez bons, ſans être de la première qualité; ils ont de la couleur, mais ils n'ont pas beaucoup de force; néanmoins ils valent dans le pays, 50 à 55 livres le tonneau, & les vieux de 1761 & de 1762 valent 90 & 100 livres: dans l'Orléanois, tous les vins vieux de Rebrechien ont été vendus ſur le pied de 100 & de 130 livres: les nouveaux ont valu 55 livres, & ceux de l'année dernière qui ne valoient rien, 33 livres.

EAU-DE-VIE.

La quantité de vins gâtés, & de petits vins de l'année dernière qu'on a été obligé de convertir en eau-de-vie, l'ont fait beaucoup baiſſer; elle a valu 75 livres le poinçon payé comptant, & 80 livres à terme d'un an ou neuf mois.

FRUITS.

Il y a eu beaucoup de ceriſes qui ont été excellentes & qui ont duré long-temps; il n'y a point eu du tout de prunes, ni ici ni ailleurs, ni même en Provence.

Les figuiers ayant été gelés d'automne en 1763, parce que le bois n'étoit pas mûr, ils ont peu donné de figues.

Les pêchers ont été brouis par-tout, & il y a eu si peu de pêches, qu'elles se vendoient 5 sous la pièce; mais le peu qu'il y en avoit étoit excellent.

Les poires & les pommes ont été en petite quantité; mais les poires avoient un goût excellent.

SAFRANS.

Comme l'oignon de safran a été gelé il y a deux ans, il y a eu peu de terres plantées en safran, mais la récolte en a été assez bonne, ainsi que la qualité; il a valu depuis 27 jusqu'à 30 livres.

PLANTATIONS.

La reprise des arbres a été assez bonne.

GIBIER.

Il y a eu très-peu de perdrix, de cailles, de grives, d'alouettes, mais beaucoup de lièvres.

VOLAILLES.

La maladie sur les poules a continué cette année, au point que des basse-cours ont été entièrement dépeuplées, & que les Fermiers ont été obligé d'en acheter pour remonter leurs cours.

GROS BÉTAIL.

Il n'y a point eu de maladie sur les bêtes à laine ni sur les bêtes à cornes, non plus que sur les chevaux; cependant plusieurs sont morts au printemps de la fourbure chez les Fermiers qui, pour rétablir leurs chevaux des fatigues des mars, & attendu le bas prix du grain, leur avoient donné pour leur ordinaire, du petit froment au lieu d'avoine, qui, par proportion, a été toute l'année plus chère que le blé.

La maladie sur les chiens a continué à en faire mourir beaucoup.

INSECTES.

Il y a eu des hannetons au printemps, mais ils n'ont pas beaucoup endommagé la verdure; on n'a point vu de cantharides.

On a échenillé avec grand ſoin pendant l'hiver, par Ordonnance de Police, toutes les haies dans cette province; mais comme il n'a pas été poſſible d'écheniller les grands arbres, ils ſont cet hiver couverts, ainſi que les haies, d'une prodigieuſe quantité de fourreaux de la chenille commune.

MALADIES.

Il a régné dans pluſieurs villages une prodigieuſe quantité de maladies épidémiques, qui ont emporté beaucoup de monde. A Toury, ſur la route de Paris à Orléans, il y a eu une ſi grande quantité de fièvres malignes, que les voyageurs ont été obligés de ſe détourner pour prendre ailleurs leur gîte. A Yevre, à Puiſeaux & ailleurs, il a régné des diſſenteries très-fâcheuſes, dont beaucoup ſont morts; mais M. Mulcaille, médecin de Pithiviers, ayant employé pour guérir ces malades, du *Vitrum antimonii ceratum,* de quatre cents qui ont été traités avec, il n'en eſt mort que deux qui étoient déjà épuiſés par la maladie.

NIVEAU DES EAUX.

Les eaux ont été très-baſſes pendant toute l'année, parce qu'il n'eſt point tombé de neige pendant l'hiver; les ſources même les plus baſſes, n'ont preſque pas coulé.



MÉMOIRE
SUR LE
CHANGEMENT DE L'INCLINAISON
DU
TROISIÈME SATELLITE DE JUPITER.

Par M. DE LA LANDE.

LORSQUE j'ai démontré pour la première fois en 1762, que le nœud du troisième Satellite de Jupiter, devoit avoir un mouvement direct, par une suite de l'attraction des autres Satellites, j'ai énoncé formellement qu'il devoit en résulter une variation dans l'inclinaison, que j'espérois discuter dans une autre occasion, en parlant de celles des planètes qui éprouvent de semblables inégalités. *(Mémoires de l'Académie pour 1762, page 233.)* 8 Mai 1764.

Je remarquai aussi dans mon Astronomie *(page 1131)*, que le progrès inégal des demi-durées de ses éclipses & de son inclinaison, pourroit bien tenir au mouvement des nœuds.

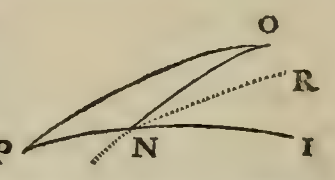
J'ai parlé même assez au long dans le même ouvrage *(pages 519 & 520)*, de ces changemens que j'avois découverts dans les inclinaisons des orbites planétaires; on y voit que l'inclinaison de l'orbite de Mars diminue de 31 secondes par siècle, à cause du mouvement de son nœud, & que les inclinaisons qui diminuent actuellement, doivent augmenter ensuite quand les nœuds changeront de situation; enfin on y trouve les formules par lesquelles, connoissant le mouvement du nœud, on calcule le changement d'inclinaison.

Le mouvement que j'avois démontré devoir être dans les nœuds du troisième Satellite, s'est trouvé justifié par les observations que M. Maraldi a discutées; il m'apprit le 1.er Avril 1764, qu'il croyoit devoir admettre un mouvement pro-

greſſif d'environ 3 minutes par année dans le nœud du troiſième Satellite ſur l'orbite de Jupiter, & cela d'après ſes obſervations comparées avec les anciennes. *(Voy. Aſtronomie, page 1135.)*

Ce mouvement direct du nœud du troiſième Satellite que la théorie & les obſervations concourent à démontrer, doit produire une augmentatation dans ſon inclinaiſon, effet que l'on obſerve réellement.

Soit *INP* l'orbite de Jupiter, *NO* l'orbite du ſecond Satellite, *OP* celle du troiſième; ſoit l'angle *ONI* égal à l'inclinaiſon moyenne du ſecond Satellite, qui eſt d'environ 2^d 56'; il eſt néceſſaire d'employer ici la figure elliptique de Jupiter & de ſon ombre, ſuivant la méthode que j'ai donnée le premier en 1763 *(voyez mon Aſtronomie, page 1125 & les Mém. de l'Acad. pour 1763, page 413)*. Sans cela, on trouveroit par les durées des éclipſes, une inclinaiſon trop grande de 15 à 16 minutes, & il en réſulteroit ſur le mouvement des nœuds des différences conſidérables.



Soit *P* l'angle d'inclinaiſon du troiſième Satellite, qui étoit de 2^d 48' dans le dernier ſiècle, & qui eſt actuellement de 3^d 12'; ſoit *O* l'inclinaiſon des deux orbites, dont la quantité eſt difficile à déterminer; on ne ſauroit la ſuppoſer de plus de 35 minutes qui eſt la moitié de la différence entre la plus grande & la plus petite inclinaiſon du ſecond Satellite, en ſuppoſant même que toute cette différence ſoit dûe à l'action du troiſième, mais cet angle *O* eſt peut-être beaucoup plus petit, ſuppoſons-le de 12 minutes, puiſque l'inclinaiſon du troiſième a augmenté de 24 minutes depuis la fin du dernier ſiècle.

Quand le nœud *P* du troiſième ſur l'orbe de Jupiter, concouroit avec le nœud *N* du ſecond, l'inclinaiſon du troiſième étoit la plus petite, en ſuppoſant au point *N* le nœud aſcendant du troiſième ſur le ſecond, & l'inclinaiſon du ſecond étoit la plus grande (on ne conſidère ici que l'attraction

mutuelle de ces deux Satellites); mais il paroît que vers la fin du dernier siècle, l'inclinaison du troisième fut observée assez long-temps à son *minimum* d'environ $2^d\ 48'$, & elle est aujourd'hui d'environ $3^d\ 12'$, ce seroit le *maximum*, du moins en tant que le second Satellite contribue à l'augmenter, si le nœud descendant du troisième sur le second étoit supposé parvenu actuellement en *N* au lieu du nœud ascendant qui y étoit il y a soixante ans.

Cette augmentation de l'inclinaison du troisième est une suite nécessaire de ce mouvement *NP* du nœud qui a été observé. Soit *RN* l'orbite du troisième à la fin du siècle, où son nœud ascendant sur l'orbite du second Satellite, concouroit avec le nœud descendant du second sur l'orbite de Jupiter, l'angle *RNI*, d'après l'observation, étant supposé de $2^d\ 48'$ tel qu'il étoit vers 1697, & l'angle *ONR* inclinaison mutuelle des deux orbites égal à $12'$, cela donne l'angle *ONI* de $3^d\ 0'$, inclinaison moyenne qu'il faut supposer commune à tous les deux Satellites. Supposons ensuite que le nœud du troisième sur le second ait rétrogradé de *N* en *O* sur l'orbite du second, & avancé de *N* en *P* sur l'orbite de Jupiter, c'est-à-dire que l'orbite du troisième Satellite ait pris la situation *OP*, l'arc *NO* étant de 90 degrés, c'est la distance des nœuds *N* & *P* après un quart de révolution du nœud *O*; on trouvera l'inclinaison *P* du troisième sur l'orbite de Jupiter, de 3 degrés, c'est-à-dire plus grande de 12 minutes qu'elle n'étoit en 1697, & l'arc *NP* de $3^d\ 49'$, c'est-à-dire que dans l'espace de soixante-six ans l'inclinaison a dû augmenter de 12 minutes, & le nœud avancer de 3 minutes $\frac{1}{2}$ chaque année.

Suivant les observations, il faut une augmentation plus grande sur l'inclinaison, & un mouvement plus petit dans le nœud; mais ce double effet peut être produit par l'action du premier Satellite, puisqu'il est un des plus gros de tous les Satellites suivant M. Whiston: si j'avois augmenté l'inclinaison mutuelle *O* des deux Satellites, j'aurois trouvé le mouvement

du nœud encore plus fort, ce qui paroît prouver que l'action du premier Satellite inflûe dans les quantités dont il s'agit.

Quoi qu'il en soit, il résulte des remarques précédentes, que le mouvement du nœud du troisième Satellite dont j'avois démontré la nécessité, & dont M. Maraldi a déterminé la valeur, produit nécessairement une augmentation considérable dans son inclinaison, ou que l'augmentation observée est une suite naturelle de l'attraction réciproque des Satellites, en tant qu'elle produit un mouvement dans leurs nœuds : c'est ce que j'avois annoncé en 1762.



OBSERVATIONS

OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE DE SOLEIL DU 16 AOÛT 1765.

Faite à l'Observatoire Royal.

Par M. CASSINI DE THURY.

LE Soleil s'étant découvert à $3^h\ 58'\ 0''$, l'Éclipſe n'étoit pas commencée, il diſparut enſuite; & ayant paru à $3^h\ 59'\ 55''$, l'Éclipſe étoit commencée, on ne le voyoit qu'au travers des nuages; à $4^h\ 17'$ j'ai meſuré aſſez exactement la grandeur de l'Éclipſe de $5'\ 10''$ qui répond àplus de deux doigts; à $4^h\ 19'$ j'ai trouvé la différence entre le bord du Soleil & la première corne, de 54 ſecondes, & la ſeconde corne de $1'\ 56''$ de temps, le bord inférieur du Soleil ſuivoit le fil horizontal de la Lunette, montée ſur une machine parallactique, le Soleil n'a plus reparu qu'à $5^h\ 35'$, que l'Éclipſe étoit entièrement finie.



OBSERVATIONS DE L'ÉCLIPSE DE SOLEIL DU 16 AOÛT 1765.

Par M. l'abbé CHAPPE D'AUTEROCHE.

LE Ciel ayant été couvert presque tout le temps de l'observation, je n'ai pu observer que les phases suivantes avec une lunette de 10 pieds, qui portoit un micromètre dont 5270 parties étoient égales au diamètre du Soleil que j'ai trouvé de 31′ 36″.

A 4^h 3′ 32″ temps vrai, partie éclairée du Soleil 5131, partie éclipsée 139 ou 50 secondes, dont le diamètre du Soleil est 31′ 36″: cette observation ayant été faite à travers des nuages épais, je la crois médiocre.

4. 14. 34. partie éclairée 4702, partie éclipsée 568 ou 3′ 24″.

4. 21. 21. partie éclairée 4467, partie éclipsée 803 ou 4′ 49″: ces deux dernières phases ont été observées au travers des nuages, mais ils étoient si légers que je les crois bonnes.

Il résulte de ces observations, qu'à 4^h 21′ 21″, le Soleil étoit éclipsé de deux doigts moins 27″, puisque deux doigts sont égaux à 5′ 16″, & que j'ai observé la partie éclipsée de 4′ 49″.



OCCULTATION DES DEUX ÉTOILES DE LA QUEUE DU CAPRICORNE PAR LA LUNE LE 1.er AOÛT 1765.

Par M. PINGRÉ.

CES occultations n'étoient point annoncées; m'étant aperçu qu'elles pourroient avoir lieu, je m'en ſuis aſſuré par une projection graphique du diſque de la Lune ſur celui de la Terre; l'opération n'a été faite que le 1.er jour d'Août, c'eſt ce qui m'a empêché d'en prévenir d'autres Aſtronomes que M. Meſſier, & celui-ci a eu l'occaſion de prévenir M. le Préſident de Saron, de l'occultation de la première Étoile. 3 Août 1765.

Le Ciel a été fort ſerein durant tout le jour du 1.er Août; la nuit n'a pas été auſſi belle, la Lune approchoit de γ du ♑, lorſque des nuages, d'abord aſſez légers & enſuite plus épais, ont couvert la Lune & l'Étoile; j'ai perdu l'étoile de vue à $9^h\ 40'\ 31''$ temps vrai; j'ai jugé qu'il n'y avoit point alors une ſeconde entière de temps de différence entre l'aſcenſion droite du bord de la Lune le plus voiſin, & l'Étoile; ainſi l'Étoile n'étoit diſtante du bord oriental de la Lune que de 10″ de degré au plus.

A $10^h\ 42'\ 06''$ temps vrai, j'ai revu l'Étoile à 15 ou 20″ de la ligne de ſéparation de la lumière & de l'ombre; je doutois ſi elle étoit ſortie plus tôt, j'étois attentif à chercher l'Étoile dans cette partie qui étoit alors aſſez ſereine; cependant M. Meſſier a vu très-diſtinctement l'émerſion à $10^h\ 42'\ 01''$, c'eſt-à-dire, en défalquant une ſeconde pour la différence des Méridiens, 4″ plus tôt que moi; l'émerſion m'a paru ſe faire vers le milieu de la mer des Criſes, plutôt au-deſſus qu'au-deſſous

de ce milieu ; l'Étoile a paſſé au nord du centre de la Lune.

Le temps s'étant enſuite fort éclairci, pour éviter le ſommeil, je me ſuis occupé à contempler diverſes parties de la Lune juſqu'à l'approche de l'éclipſe de δ du ♑, alors il eſt ſurvenu de nouveaux nuages; l'Étoile cependant a reparu, mais ſon éclat étoit très-tempéré par deux eſpèces de nuages; les uns répandus dans l'air, terniſſoient réellement la lumière de la Lune & de l'étoile; les autres n'étoient que dans mon œil, fatigué de trois heures d'obſervations inutiles, un nuage mobile paroiſſoit ſe promener devant lui & ſe fixer ſur l'Étoile toutes les fois que mon rayon viſuel ſe dirigeoit vers elle; c'eſt dans ces circonſtances que j'ai ceſſé de voir l'Étoile à $13^h\ 43'\ 08''$; M. Meſſier, après l'avoir vu durant $7''$ comme collée au diſque éclairé de la Lune, l'a vu diſparoître abſolument à $13^h\ 43'\ 29''$, c'eſt-à-dire $22''$ plus tard que moi.

La première éclipſe avoit duré plus que je ne l'avois conclu de mon opération graphique; de cette circonſtance & de la poſition reſpective des deux Étoiles à l'égard du centre, j'ai conjecturé que la ſeconde éclipſe dureroit beaucoup moins que je ne l'avois annoncé; en conſéquence ayant accordé à mon œil quelques minutes de repos, & le Ciel étant devenu très-ſerein autour de la Lune, je me ſuis remis au téleſcope, mais l'ayant quitté durant 8 ou $10''$, j'ai trouvé l'émerſion faite à $14^h\ 04'\ 45''$; M. Meſſier ſur mon annonce ne l'attendoit pas ſi-tôt, il a repris l'obſervation trop tard; l'émerſion s'eſt faite à 13 degrés environ, à gauche ou à l'eſt du nadir de la Lune.

J'ai fait ces obſervations avec un téleſcope grégorien de 6 pieds; avant l'émerſion de δ du ♑ j'étois tenté de croire que cette Étoile étoit double, je n'en ai point douté après l'émerſion; elle ſera encore éclipſée par la Lune le 25 du mois prochain, les phaſes de cette occultation ſont annoncées dans la *Connoiſſance des temps.*

REMARQUES
SUR LES
BLÉS APPELÉS BLÉS DE MIRACLE;
ET
DÉCOUVERTE D'UN ORGE DE MIRACLE.

Par M. ADANSON.

DEPUIS que l'on cultive le Blé, les obſervateurs n'ont encore aperçu cette ſingularité d'avoir les épis rameux & multipliés, pour ainſi dire, les uns dans les autres, que dans le froment de Smirne qui, pour cette raiſon, a été nommé *blé de miracle*. Nous ne ſavons pas trop bien la date de cette première découverte, & je ne vois qu'un endroit dans Pline où il en ſoit fait mention. Voici tout ce que cet Hiſtorien en dit au chapitre X du XVIII.[e] livre de ſon Hiſtoire naturelle, où il parle de la fertilité des blés : *fertiliſſima tritici genera, ramoſum, aut quod centigranum vocant.* 9 Août 1765.

Toutes les connoiſſances ſur les blés de miracle ſe ſont bornées juſqu'ici à cette ſeule eſpèce qui, par les épis ſimples qu'elle produit quelquefois, ſur-tout quand elle eſt ſemée tard & dans des terreins maigres, paroît très-ſenſiblement devoir ſon origine à l'eſpèce de blé de Barbarie qui ſe trouve auſſi dans diverſes provinces de la France, comme à Toulouſe où il ſe nomme *groſſâne* ou *kruſet*, à Lyon où il eſt appelé *groſſet* ou *gro-blé*; comme dans la Lorraine, la Flandre & l'Artois, où on le connoît ſous le nom de *blé-ſouri*, &c.

Mais en faiſant des obſervations journalières ſur les blés qui ſe cultivent à dix lieues à la ronde de Paris, le haſard m'a fait rencontrer dans l'orge mars commun, ſemé en Avril 1764 dans les plaines d'Ivri & du Port-à-l'anglois, qui avoient été inondées pendant le mois de Février précédent, la même

monſtruoſité qui a fait nommer le blé de miracle. L'Académie peut ſe rappeler que je lui montrai un épi cueilli le 10 Août de l'année dernière, de cette orge que je crus dès-lors devoir appeler *orge de miracle*.

Pour m'aſſurer ſi cette eſpèce de monſtruoſité inconnue juſqu'ici dans l'orge, devoit diſparoître dès la première génération, & par conſéquent ſi elle ne devoit être miſe qu'au rang des monſtruoſités pures & ſimples, & de ce qu'on appelle *variétés dans les plantes*, ou ſi au contraire elle ſe perpétuoit aſſez conſtamment comme le blé de Smirne ou blé de miracle; j'ai choiſi dans le rameau le plus long de cet épi deux grains que j'ai ſemés en Avril dernier, dans une terre de jardin très-épuiſée, où je fais mes expériences ſur vingt-cinq eſpèces de blés les plus différens de ceux qu'on cultive depuis la Zone torride juſqu'aux climats les plus ſeptentrionaux. Ces deux grains m'ont produit deux plantes, dont l'une approchant de ſa fleuraiſon & ayant alors onze tales, périt par les ravages des courtillères, des perce-oreilles, des cloportes & des fourmis; l'autre réuſſit parfaitement, & c'eſt celle que j'expoſe aujourd'hui aux yeux de l'Académie, avec l'épi que je trouvai il y a un an, dans les plaines d'Ivri. Cette plante a, comme l'on voit, ſeize tales ou ſeize tiges portant chacune un épi dont le plus grand nombre eſt parvenu à parfaite maturité, comme il lui ſeroit arrivé dans la campagne : elle eſt d'une taille médiocre, de deux pieds de hauteur, comme étoit ſa mère, ayant été ſemée un mois trop tard, & dans un terrein, comme je l'ai dit, très-épuiſé & dans le cas de ce que les Jardiniers appellent *de la cendre*, ſur-tout dans un été auſſi ſec que l'eſt celui-ci; auſſi ſes épis n'ont-ils que douze grains ſur chaque côté, ce qui fait vingt-quatre dans tout l'épi, au lieu de trente-quatre que me fourniſſent les épis de mes autres expériences ſur l'orge mars de la plus grande eſpèce, ſemé dans le même mois. De ces ſeize épis, trois ſeulement ſont devenus rameux ou miraculeux; il y en a un entr'autres dont les cinq rameaux ſur-ajoutés à l'épi ordinaire, portent chacun trois à quatre grains, de ſorte que tout l'épi au lieu de vingt-quatre grains

qu'ont les autres épis simples, en porte trente-deux, c'est-à-dire, un quart de plus. Les Commissaires que l'Académie me nomma l'année dernière, M.rs de Jussieu, de Montigni & Tillet, & plusieurs autres Académiciens, particulièrement M.rs d'Aubenton, le Monnier & Malouin ont vu ces plantes sur pied, & ont été témoins oculaires de leurs variations dans leurs différens âges.

Cet orge de miracle n'est pas la seule espèce de blé qui, dans mes expériences, m'ait fourni un exemple de transformation. L'espèce d'orge appelé sukrion ou orge nu, dont le caractère distinctif d'avec l'orge mars commun, est d'avoir la paille plus menue & plus foible, le calice plus long que la corole, & cette corole détachée de son ovaire, d'où lui est venu son nom d'orge menu, *gumnokriton* des Grecs, semée de même en Avril, m'a offert quatre monstruosités d'un autre genre, & qui sont d'autant plus remarquables qu'elles semblent nous montrer par leurs diverses gradations, comment certaines parties des plantes peuvent changer & devenir semblables à quelques parties d'autres plantes différentes. Ces monstruosités regardent l'épi de cette plante qui, comme l'on sait, porte deux rangs de grains opposés, aplatis par leur dos, enveloppés chacun d'un calice composé de deux soies & d'une corole à deux balles, dont l'extérieure porte à son extrémité une arête très-longue; de sorte qu'il n'y a qu'une seule fleur hermaphrodite fertile dans ce calice, qui est accompagnée de deux fleurs stériles collatérales, composées aussi d'un calice & d'une corole, mais sans arête. La première de ces monstruosités consiste en ce que l'arête de la balle extérieure de la corole de quelques fleurs commence à se fourcher en deux, pour ensuite diviser de même cette balle & en faire deux complettes au lieu d'une. La deuxième fait voir cette balle entièrement divisée, de sorte que la corole au lieu de deux balles en a trois, dont deux collatérales qui ont chacune une arête. La troisième variation ne diffère de la deuxième qu'en ce que la même corole dans d'autres fleurs a quatre balles, dont trois ont chacune une arête, savoir l'extérieure & les collatérales : la quatrième n'en a point. La quatrième monstruosité enfin, consiste en ce que chaque calice contient

deux fleurs, au lieu d'une, pourvues chacune de leur ovaire, qui ſont appliquées par leurs côtés contre l'épi, comme dans le ſcorjon ou orge à ſix quarts, & non pas par leur ventre comme dans les autres fleurs du ſukrion.

Voilà l'expoſé pur & ſimple des nouvelles découvertes que m'ont fourni juſqu'ici mes expériences ſur les diverſes eſpèces de blés dont la culture eſt la plus générale dans les pays à grains. Examinons actuellement ſi elles ne ſont que de ſimple curioſité, ou ſi au contraire elles ne pourroient pas être de quelque utilité dans la pratique.

Et pour commencer par l'orge de miracle, ne nous laiſſons pas éblouir d'abord par la quantité prodigieuſe de cinq cents grains fournis par ſeize épis provenus d'un ſeul grain; réduiſons cette fécondité apparente à celle qui eſt la plus ordinaire à la campagne, où chaque grain n'en produit réellement que quatre à cinq, quoique le calcul donne pour terme moyen trois à quatre épis chacun de dix grains, qui font trente à quarante pour un. En conſéquence, regardons notre orge de miracle comme l'orge commun, puiſqu'il lui doit ſon origine; il ne doit rendre que quatre à cinq pour un. Mais ſuppoſons enſuite, comme il eſt de fait par l'expérience rapportée ci-deſſus, que cet orge amélioré ou devenu orge de miracle, eſt d'un quart plus fertile que l'orge commun, il produira cinq ou ſix pour un. C'eſt donc un avantage que d'avoir découvert cette nouvelle eſpèce d'orge plus fertile que les autres orges mars. L'avantage réel qu'a cet orge de miracle ſur le blé de miracle, c'eſt que le miracle eſt tombé ſur un froment, dont le grain ne fait pas de bon pain, & n'eſt même guère employé qu'en bouillie dans le pays où on le recueille, & dont la paille outre cela, eſt pleine, extrêmement groſſe, & ſi dure que les beſtiaux ne peuvent la manger, ou qu'ils l'abandonnent pour toute autre paille; au lieu que le miracle de l'orge eſt arrivé heureuſement ſur l'eſpèce la plus eſtimée par-tout, tant pour la fineſſe & la bonté du grain que pour la délicateſſe de la paille.

Ce que je viens de dire à l'égard de l'orge de miracle, peut s'appliquer également au ſukrion. Les quatre gradations de variation

variation ou de métamorphoses que j'y ai observées ont, ce me semble, deux avantages réels; le premier est tout physique, & paroît, sinon démontrer pleinement, au moins indiquer, que cette variation qui n'est arrivée que dans quelques fleurs de divers épis, peut arriver également dans toutes, & par conséquent transformer le sukrion en une nouvelle race de plante qu'on pourroit appeler *sukrion quarré*, comme l'on appelle *orge quarré* l'orge d'hiver qui, s'il n'avoit pas le calice plus long que sa corole, ne paroîtroit différer que par ses six rangs de grains, du commun qui n'en a que deux, & dont il pourroit n'être qu'une amélioration dûe ainsi au hasard, & peut-être ensuite aidée par la culture. Je vais essayer, en semant les grains choisis de ces épis, d'occasionner cette transformation, me proposant d'informer l'Académie du succès bon ou mauvais de mes expériences. Si elles réussissent, la société pourra retirer un avantage réel de la fécondité de cet orge, dont il est d'autant plus étonnant que la culture ne soit pas plus répandue, qu'il est de cinq à six jours plus hâtif que l'orge mars commun, que sa paille est plus délicate, que son grain quitte sa balle au point qu'il suffit de battre très-légèrement ses épis pour l'en séparer, qu'il est plus facile à vanner; qu'enfin il est cultivé par préférence dans quelques provinces, sur-tout dans la Lorraine, pour faire la bière, comme il l'étoit en Grèce, en Italie, en Andalousie & en Afrique, du temps de Théophraste & de Pline*, qui assurent qu'on en faisoit la meilleure bière.

* *Plin. l.* XVIII, *chap.* 7.

Ce sont ces réflexions sur l'utilité qui pourroit résulter de la culture de ces deux nouvelles espèces de productions qui m'ont déterminé à ne pas différer davantage à les faire connoître, & je vais continuer mes expériences, non-seulement pour les conserver & les améliorer s'il est possible, mais encore pour les multiplier & les rendre assez communes pour en communiquer aux cultivateurs qui pourroient en tirer un plus grand avantage, sur-tout de l'orge de miracle, que de l'orge commun, dans les temps où ils ont coutume de semer celui-ci, & cela sans rien changer à la culture ordinaire, & sans faire aucuns frais de plus.

Après avoir parlé des blés devenus blés de miracle, je ne dois pas laiſſer ignorer d'autres expériences dont les réſultats m'ont donné préciſément le contraire. Ces expériences regardent une eſpèce de blé fin ou polar ſans barbe, dont l'épi étoit double ſur une même tige. Le grain tiré de cet épi double ne m'a point encore donné la même ſingularité, quoique je l'aie ſemé de mois en mois, depuis deux ans que je le trouvai dans un voyage en Normandie; ce qui déſigne aſſez que ce n'étoit qu'une monſtruoſité pure & ſimple d'un genre bien différent de celles qui tendent à ſe perpétuer & faire de nouvelles races comme il eſt arrivé dans les deux eſpèces d'orge rapportées ci-deſſus. Néanmoins, en reſemant les grains de ces épis devenus ſimples, peut-être s'en remontrera-t-il de doubles, & cela doit paroître tout auſſi naturel que de voir des enfans qui ne reſſemblant aucunement à leurs père & mère, portent l'empreinte de la figure de leurs aïeuls ou biſaïeuls. L'expérience m'apprendra encore ſi ma conjecture eſt bien fondée, & ſi l'analogie ſubſiſte en cette partie comme dans les autres entre les animaux & les plantes.

ADDITION.

1768. J'AI promis à l'Académie de ſuivre & varier mes expériences ſur l'*orge de miracle* que j'avois trouvé en Août 1764 dans les plaines d'Yvri, & ſur le *ſucrion* ou orge nu, dont la culture m'avoit procurée des épis carrés, pour m'aſſurer ſi ces deux plantes perpétueroient leurs monſtruoſités par excès, ou ſi elles en augmenteroient le nombre, ou au contraire, ſi elles les perdroient. Voici les réſultats fournis par mes obſervations, en ſemant ces plantes dans chaque mois de l'année.

L'orge commun ou baillarge de miracle, ſemé en planches, a repris ſon premier état, ne montrant guère qu'un épi rameux ſur cent.

Le ſucrion, au contraire, ſemé de même, a acquis deux monſtruoſités de plus, qu'il faut ajouter aux quatre que j'ai décrites dans le Mémoire ci-deſſus; la première de ces monſtruoſités qui fait la cinquième, conſiſte en ce que chaque

fleur contient ſouvent deux ovaires contigus, mais diſtincts; la ſixième conſiſte en ce que chaque fleur a de même deux ovaires, mais réunis en un ſeul qui a deux germes collatéraux pour une ſeule maſſe farineuſe qui doit les nourrir, je ne ſache pas que cette monſtruoſité ait encore été remarquée dans la famille des plantes graminées.

Au reſte il eſt évident, 1.° que ces deux eſpèces d'orge n'étant pas régulières dans leurs variations, ne peuvent prendre que le nom de monſtruoſités & non celui d'eſpèces; 2.° que ces monſtruoſités ne ſe perpétuant pas conſtamment, ne peuvent prendre que le nom de *variétés* & non celui de *races:* il n'eſt pas moins conſtant que ces deux monſtruoſités pèchent par excès dans le nombre des grains ſur chaque épi, & étant d'ailleurs auſſi bien conformées dans leurs autres parties que les plantes dont elles ont tiré leur origine, elles pourroient leur être préférées pour la culture, comme étant plus fertiles d'environ une quatrième partie.

J'ai remarqué que les ſemailles faites dans les mois les plus chauds, ou au moins dans les mois de Mai & Juin, étoient les plus favorables pour procurer ces monſtruoſités par excès dans le ſucrion, & le mois d'Avril dans l'orge commun.

Le froment polar à épi double, ne s'eſt point encore remontré.





MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Février 1706.

RECHERCHES SUR LA CAUSE DE LA PULSATION DES ARTÈRES.

Par M. DE LAMURE.

LE coup dont on ſent que le doigt eſt frappé lorſqu'on l'applique ſur quelque artère d'un animal vivant, s'appelle *pulſation* ou *battement* de cette artère.

On donne le nom de *pouls* à la ſuite de ces pulſations ou battemens qui ſe ſuccèdent en plus ou moins grand nombre dans un temps donné.

Ces notions, très-ſimples, de la pulſation & du pouls des artères, doivent être admiſes de tous les Phyſiologiſtes; elles ne dépendent d'aucune hypothèſe ſur la cauſe de ce phénomène;

elles ne sont point susceptibles d'équivoque & ne peuvent par conséquent devenir l'objet d'une contestation *(a)*.

Galien avoit très-bien senti & même démontré par plusieurs expériences, que le pouls des artères étoit un phénomène dont l'existence n'influoit point sur le principe de la vie des animaux, quoiqu'il connût la liaison de ce phénomène avec l'action du cœur, si nécessaire à la conservation du principe vital dans les mêmes animaux *(b)*. Cependant le pouls des artères paroît avoir de tout temps excité l'attention des plus célèbres Médecins *(c)*; Hypocrate ne l'a pas entièrement

(a) Galien appeloit pouls *(pulsus)* le mouvement alternatif de dilatation & de contraction de l'artère. *Quando arteriæ corpus est cavum, longum & teres, inquit, habetque perpetuum geminum motum ex contrariis constitutum partibus; aut enim in seipsum undique considet, aut in omnem partem distenditur: qui duplex motus* pulsus *appellatur. Galenus, de pulsuum differentiis, lib II, cap. 3* Cette idée du pouls donnée par Galien paroît avoir été adoptée de presque tous les Médecins tant anciens que modernes, de manière qu'ils se sont accoutumés à regarder comme synonymes les mots de pouls, pulsation, dilatation de l'artère; c'est vraisemblablement la raison pour laquelle on s'est avisé si tard de douter de la dilatation sensible des artères; cette dilatation n'étoit pourtant regardée par les anciens, & ne l'est même encore aujourd'hui par les modernes, que comme la cause du battement que sent le doigt appliqué sur l'artère; mais il est facile de concevoir comment en identifiant la cause avec le phénomène, on est demeuré persuadé que l'une étoit aussi certaine que l'autre est évident. Cependant Galien prétendoit que l'on pouvoit sentir & distinguer par le tact, le mouvement de contraction de l'artère; il a tâché de prouver ce paradoxe dans un chapitre exprès; mais après avoir employé beaucoup de circonlocutions, & essayé d'expliquer sa pensée par plusieurs comparaisons, il est obligé de conclure que l'on sent que l'artère se contracte parce qu'on ne la touche plus après l'avoir touchée; *id quod non sensus etiam animadvertit, sed mens ibi ex eo quod affectus abiit ipsius sensus, colligit quod tùm recederet, nunc recessisse.* Galen. de dignoscend. puls. lib. I, cap. 4.

(b) Respirationem si cui adimas, illicò mortem afferes, at pulsu si per multas particulas prives, non magnoperè lædes: quippè si vel arterias quæ per inguina descendunt ad crura, vel quæ per alas feruntur ad manus, laqueo complecti velis, universas quidem quæ in his artubus arteriæ habentur, pulsu privabis: non tamen artubus ipsis aut voluntarium motum adimes aut etiam sensum; quod si spatio temporis non torpent modò, frigentque ac pallida redduntur, sed etiam ali desinant, per continuitatem consensumque, magis hæc quam ex pulsuum impedimento fortasse contingant; at si nervos funiculo religes, immotas prorsùs, insensibilesque particulas extemplo reddas. Galen. de usu puls. cap. I.

(c) Ac princeps quidem viscus est cor, ex quo nascuntur, proceduntque

[a] *Galenus de dignoscend. pulsibus.*

négligé, & Galien cite [a] un très-grand nombre d'auteurs qui avoient composé des ouvrages entiers sur ce sujet. Galien semble avoir saisi dans presque toute son étendue, l'utilité que la Médecine-pratique pouvoit retirer de l'observation de ce phénomène ; il ne se contente pas d'en tirer des signes pronostics dans les différentes maladies, il s'en sert encore pour connoître les affections des différens viscères ; il s'attache à décrire fort au long les diverses modifications du pouls qui peuvent aider le Praticien à s'assurer du dérangement, & même de l'espèce de dérangement de ces parties intérieures que la Nature a mises hors de la portée de nos sens [b].

[b] *Galen. loc. mox citat.*

Les sectateurs de Galien n'ont pas manqué de le suivre en ce point important : tous les Médecins savent combien l'on s'est appliqué dans ces derniers temps à perfectionner les observations de ce grand maître, en leur donnant plus de justesse, de précision & de vérité. Les travaux & les succès des Solano, des Nihell, des Bordeu, &c. ne sont ou ne doivent être ignorés d'aucun de ceux qui, pleins d'un zèle éclairé & dépouillés de prévention, s'attachent à augmenter les progrès de l'art de guérir.

La cause d'un phénomène dont l'observation peut être d'une si grande utilité, est sans doute un objet digne des recherches de ceux qui s'occupent de la physique de l'économie animale. L'influence que l'on a donnée malheureusement jusqu'ici sur les indications, dans le traitement des maladies, aux causes prétendues de ce phénomène, impose à ceux qui sont chargés d'enseigner l'art, la nécessité de les examiner, d'en estimer les degrés de vraisemblance, de rechercher les fondemens sur lesquels se sont appuyés ceux qui nous les ont données ; en un mot, s'il est possible de découvrir les erreurs qui se sont glissées dans cette partie intéressante de la théorie rationelle *(d)*,

arteriæ, atque etiam eumdem cum illo motum custodiunt ; itaque incommoda motus eadem sentiunt, atque ità non exiguæ rei indices esse possunt : at verò monstratum est non idem esse rem magnam indicare & rem magnam posse. Galen. de usu pulf. cap. I.

(d) Le mot de théorie peut également s'employer pour signifier la contemplation des causes des phénomènes, & celle des phénomènes,

& de leur ſubſtituer des vérités que le témoignage des ſens puiſſe rendre inconteſtables.

C'eſt dans ces vues que j'ai entrepris de méditer ſur toutes les cauſes du pouls, qui ont été propoſées juſqu'à nos jours: l'examen que j'en ai fait m'en a découvert la fauſſeté ou le peu de vraiſemblance, & j'ai été engagé à rechercher la vraie ſolution d'un problème que j'avois cru donnée depuis long-temps; on ne s'aviſe que rarement de ſoupçonner de l'erreur dans les opinions dont le principe eſt admis ſans aucune contradiction.

Je ſuivrai dans ce Mémoire l'ordre même que j'ai ſuivi dans mes méditations. Je donnerai d'abord une idée préciſe, ſuccinte & auſſi juſte qu'il me ſera poſſible, des différentes opinions des Médecins ſur la cauſe du pouls; j'examinerai enſuite ces différentes opinions, & je tâcherai de montrer en quoi elles m'ont paru s'écarter du vrai ou même de la vraiſemblance; enfin je propoſerai ce qui me paroît être la véritable cauſe de la pulſation & du pouls, & je terminerai ce petit ouvrage par des corollaires qui pourront renfermer quelque utilité.

Opinions des différens Auteurs ſur le pouls.

Galien donnoit le nom de pouls au double mouvement des parois de l'artère *, par lequel elles s'écartent & ſe rapprochent alternativement les unes des autres; la pulſation ſe faiſant ſentir par le mouvement qui écarte les parois; il regardoit ce double mouvement comme l'effet d'une faculté particulière, qu'il appeloit *faculté phyſique.* Suivant ſon opinion, cette faculté phyſique n'étoit point inhérente au tiſſu des artères, mais elle ſe répandoit du cœur dans ce tiſſu; il prétendoit prouver cette

*Voy. Lower (a).

tant en eux-mêmes que conſidérés par rapport les uns aux autres; ce ſeroit donc ſans raiſon que l'on voudroit reſtreindre la ſignification de ce mot à la méditation, la recherche, la connoiſſance des cauſes des phénomènes; d'où il ſuit que l'on peut diſtinguer deux ſortes de théorie en médecine; celle qui s'occupe de la recherche des cauſes, & celle qui s'attache à obſerver les phénomènes, & à les confronter ſans s'embarraſſer d'en deviner ou d'en connoître même les cauſes; c'eſt la première eſpèce de théorie que j'appelle *théorie rationelle;* on peut donner à la ſeconde le nom de *théorie empirique.*

communication de la faculté pulsifique du cœur aux tuniques des artères par l'expérience même *(e)*. Il mettoit à nu une artère, & après l'avoir séparée des parties auxquelles elle est adhérente, il l'entouroit d'un fil; après quoi il y faisoit une incision & introduisoit par cette ouverture un tuyau qui remplissoit exactement la cavité. Tant que les choses restoient en cet état, il observoit le battement de l'artère dans toute son étendue, mais après avoir lié l'artère sur le tuyau, il n'observoit de battement que dans la partie supérieure à la ligature, & point du tout au-dessous, quoique la partie inférieure continuât de recevoir le sang & les esprits qui y étoient poussés au travers du tuyau introduit dans l'artère; d'où Galien concluoit que le battement de l'artère ne dépendoit point de l'abord du sang & des esprits dans ce vaisseau; que la cause de ce phénomène étoit communiquée par le cœur au système artériel; ce qu'il croyoit prouver, parce qu'en interceptant la continuité des tuniques par le moyen de la ligature qu'il faisoit sur le tuyau, l'artère n'avoit aucun mouvement au-dessous de cette ligature.

Tous les Médecins, jusqu'au temps d'Harvée, & plusieurs même après la publication des Ouvrages de ce grand homme, ont eu recours à cette faculté pulsifique; la plupart entièrement dans l'opinion de Galien; quelques-uns en y ajoutant quelque modification. Fernel croyoit que la dilatation des artères dépendoit principalement de la contraction du ventricule gauche, qui poussoit avec impétuosité dans leur cavité l'esprit vital & le sang réduit, pour ainsi dire, en vapeur; mais il croyoit ne pouvoir expliquer la simultanéité du battement de toutes les artères

(e) Arteriam unam è magnis & conspicuis quampiam, si voles, nudabis, primòque pelle remotâ, ipsam ab adjacenti, suppositoque corpore, tamdiù separare non graveris, quoad filum circum immittere valeas: deindè secundùm longitudinem arteriam incide, calamumque & concavum & pervium in foramen intrude, vel æneam aliquam fistulam, quo & vulnus obturetur, & sanguis exilire non possit; quoadusquè sic se arteriam habere conspicies, ipsam totam pulsare videbis; cum primùm verò obductum filum in laqueum contrahes, arteriæ tunicas calamo obstrinxeris, non ampliùs arteriam ultrà laqueum pulsare videbis, etiamsi spiritus & sanguis ad arteriam quæ est ultrà filum, sicuti priùs faciebat, per concavitatem calami feratur. Galen. lib. an sanguis in arteriis naturâ contineatur, cap. 8.

artères, qu'en admettant la faculté pulsifique, qu'il considère comme inhérente au tissu des artères, quoiqu'elle puisse venir primitivement de celle du cœur, ou qu'elle ait besoin de celle-ci pour sa conservation.

Bartholin & Mœbius pensoient, comme Fernel, par rapport à la principale cause de la dilatation des artères, mais ils croyoient ne pouvoir se dispenser de recourir à la faculté pulsifique, pour expliquer l'ordre & la régularité des pulsations ou battemens de ces vaisseaux.

Harvée, sans avoir égard à la faculté pulsifique, pensoit que l'on ne devoit attribuer la dilatation des artères, qu'à l'impétuosité du sang, lancé dans la cavité de ces tuyaux, par la contraction des ventricules du cœur: ce sang agissoit, selon lui, non-seulement par sa quantité réelle, mais encore par sa force expansive qu'il devoit au principe vital qui l'animoit; les expériences qui prouvent que les artères ne battent point au-dessous des ligatures qui leur ont été faites, & qu'elles recouvrent leur battement lorsque l'on a enlevé leurs ligatures, servoient de fondement à cette opinion, qui a été celle de tous les Phisiologistes jusqu'à nos jours : on a cru seulement y ajouter quelque degré de perfection en expliquant plus particulièrement & plus nettement la manière dont se fait cette dilatation, ou le battement de l'artère, qui en est une suite, par le moyen du sang lancé dans les canaux artériels.

Weitbrecht, célèbre Médecin de Péterſbourg, après avoir cru démontrer dans un Ouvrage qu'il a fait sur le même sujet que nous traitons, que la quantité de sang qui est poussée dans les artères, par la contraction du ventricule gauche du cœur, ne peut tout au plus dilater le système artériel que d'un cinquième de ligne, & que la pulsation observée par le tact dans les artères des poignets & des tempes, apprenoit que cette dilatation devroit être au moins d'une ligne, pour produire le battement, tel qu'il est observé, conclut que l'on ne peut point attribuer la pulsation des artères, à la dilatation de leur cavité, par la quantité de sang qui leur est surajoutée par la contraction des ventricules du cœur. Il conclut de ses

prétendues démonſtrations, que les artères ne battent pas toutes au même moment, mais ſucceſſivement; ou que le battement eſt produit par le choc de toute l'artère déplacée, & non pas ſeulement par l'écartement de ſes parois; ou bien enfin que ces deux dernières propoſitions ſont également vraies. Il vient enſuite à l'expoſition de ſon ſentiment ſur la cauſe de ce phénomène; il croit qu'il dépend du déplacement de tout le corps de l'artère qui réſulte néceſſairement du changement de leur figure, changement qui doit arriver dans des vaiſſeaux tortueux & repliés différemment, lorſqu'un fluide eſt lancé dans leur cavité; de manière que la pulſation que l'on éprouve, n'eſt pas produite immédiatement par la dilatation de l'artère, mais par le mouvement de toute l'artère, qu'occaſionne cette dilatation en changeant la figure de ce vaiſſeau. Il penſe auſſi que le battement des artères eſt ſucceſſif d'après ſes propres expériences; ainſi il démontre tout-à-la fois que l'opinion commune eſt fauſſe ſous ces deux points de vue, 1.° en ce qu'elle admet la ſimultanéité du battement de toutes les artères, 2.° en ce qu'elle attribue ce battement à la ſeule dilatation de leur cavité par le ſang qui y eſt ſurajouté dans le temps de la ſyſtole du cœur *(f)*.

Le ſentiment de Weichtbrecht n'a été ſoutenu par aucun Phyſiologiſte, dont les Ouvrages ſoient venus à notre connoiſſance, on a continué d'attribuer à la dilatation du canal artériel la pulſation des artères; il paroît ſeulement que quelques grands hommes ont fait attention à ce qu'il dit ſur l'impoſſibilité du battement ſimultané de toutes les artères, & ont cru devoir établir que ce battement ne ſe faiſoit point en même temps à la rigueur, quoique les différences des temps deviníſent inſenſibles à l'Obſervateur, par leur extrême petiteſſe.

Suivant les Phyſiologiſtes modernes, la pulſation de l'artère eſt l'effet de l'écartement prompt & ſubit de leurs parois, comme on l'avoit penſé de tout temps; cet écartement prompt & ſubit des parois de l'artère eſt l'effet de la preſſion latérale du ſang ſur les parois de l'artère, lorſqu'il eſt lancé dans leur cavité par la contraction du cœur; cette preſſion latérale eſt une

(f) Commentarii Academ. ſcient. Imperial. Petropolitanæ, tom. VII.

ſuite naturelle de la loi univerſellement reconnue que ſuivent les fluides, lorſqu'ils ſont pouſſés dans des canaux où ils trouvent des obſtacles plus ou moins grands à leur écoulement : ils démontrent par des expériences que la preſſion latérale ſur les parois de l'artère n'eſt pas toujours la même, qu'elle eſt plus grande lorſque le cœur ſe contracte, moindre lorſque les artères ſe contractent preſque à l'inſtant où le cœur ceſſe d'agir; la différence des jets du ſang dans ces deux circonſtances prouve cette vérité, qui eſt démontrée par l'aſcenſion du ſang dans des tuyaux introduits dans les artères d'un animal vivant. L'expérience fait voir que le ſang monte plus haut dans ces tubes lorſque le cœur ſe contracte, & qu'il ſe ſoutient à une moindre hauteur lorſque les ſeules artères agiſſent; cette différence des hauteurs à laquelle le ſang ſe ſoutient, eſt regardée comme la meſure des différences de l'intenſité de la preſſion latérale ſur les parois de l'artère; de même que la plus grande hauteur à laquelle le ſang ſe ſoutient dans le tube, eſt conſidérée comme la meſure de la plus forte preſſion latérale que ſouffrent les parois : d'après ces expériences, ils concluent, avec la dernière évidence, que la preſſion latérale eſt plus forte ſur les parois de l'artère, que par conſéquent ces parois doivent plus s'écarter les unes des autres & s'étendre au-delà de la circonſérence ordinaire, préciſément lorſque l'on ſent le battement de l'artère, c'eſt-à-dire pendant que le cœur ſe contracte; d'où il ſuit que le doigt eſt frappé par les parois qui s'écartent de l'axe de l'artère dilatée, par le ſang qu'elle reçoit des ventricules du cœur. La plénitude du ſyſtème artériel univerſellement avouée, de même que la continuité non interrompue des rameaux artériels avec leur tronc, leur donnent une explication facile de la ſimultanéité, ou preſque ſimultanéité du battement de toutes les artères du corps de l'animal; la diminution de la preſſion latérale, à meſure que le fluide pouſſé dans les canaux y rencontre moins d'obſtacles, & la continuité du ſyſtème artériel avec le veineux, ſervent de baſe à l'explication qu'ils donnent, de la diminution de la force des pulſations dans les artères, dont le diamètre décroît

en s'éloignant du cœur, & du défaut de pulſation du ſyſtème veineux. Ils ont tâché d'évaluer, d'après les expériences, l'excès de la preſſion latérale dans le temps de la contraction du cœur, ſur celle qu'éprouvent les parois des artères dans le temps de leur reſſerrement; l'excès de la plus grande ſur la plus petite eſt à peine ſenſible & ne va pas au-delà d'un quatre-vingtième *(g)*.

Telles ſont les principales explications qui ont été données juſqu'ici de la pulſation & du pouls des artères; j'ai tâché de les rendre avec le plus de préciſion, de netteté & de fidélité qu'il m'a été poſſible. Je vais entrer dans l'examen de ces opinions, avec toute l'impartialité néceſſaire lorſque l'on examine les ſentimens d'autrui, dans l'unique vue de rechercher la vérité.

EXAMEN des opinions ſur la cauſe de la pulſation des artères.

La faculté pulſifique, imaginée par Galien, n'a plus de défenſeurs depuis long-temps: Véſale & après lui le célèbre Vieuſſens, ont démontré la fauſſeté de l'expérience qu'avoit faite Galien, & qu'il citoit comme une preuve de la néceſſité d'une vertu pulſifique qui ſe répandît du cœur dans le tiſſu des artères, & qui les agitât d'un mouvement alternatif de dilatation & de contraction. Nous avons détaillé cette expérience en rapportant le ſentiment de Galien; il aſſuroit qu'après la ligature faite à une artère ſur le tuyau introduit précédemment dans ſa cavité, la portion d'artère ſituée au-deſſous de la ligature, n'avoit plus aucun battement; quoique cependant elle reçût le ſang & les eſprits qui y étoient portés avec facilité au travers du tuyau introduit dans l'artère. Vieuſſens répéta la même expérience avec beaucoup d'exactitude dans l'amphithéâtre de l'Univerſité de Montpellier; le ſuccès n'en fut pas tel qu'il devoit être ſuivant l'opinion de Galien: l'artère battoit

(g) *Differentia altitudinum (ad quas aſcendit ſanguis tempore dilatationis & contractionis arteriæ) tantùm eſt ſenſibilis, & major non unâ octuageſimâ parte minorem excedit.* Sauvages, pulſûs & circulationis theoria, pag. 18.

presque également au-dessous & au-dessus de la ligature faite sur le tuyau introduit selon la méthode proposée par Galien. Vieussens ajouta de nouvelles circonstances à l'expérience, qui paroissent démontrer avec la dernière évidence que le battement est l'effet de l'action du sang poussé dans l'artère; il bouchoit le tuyau introduit dans l'artère sans y faire aucune ligature; le canal bouché ne pouvant transmettre de fluide à la portion d'artère qui lui étoit continue, le battement cessoit constamment dans cette portion qui ne pouvoit plus recevoir du sang, quoique d'ailleurs ses parois fussent absolument libres; & tant que le tuyau introduit dans l'artère étoit ouvert & pouvoit par conséquent transmettre le sang à la partie de l'artère la plus éloignée du cœur, cette partie battoit d'une manière sensible.

L'on ne peut imaginer rien de plus convaincant contre l'opinion de Galien, ni de plus propre à faire penser que le battement des artères étoit l'effet de la quantité de sang qui étoit sur-ajoutée par l'action du cœur *(h)*; aussi personne aujourd'hui n'admet l'opinion de Galien, & tous les Physiologistes paroissent s'être réunis à penser comme Harvée & Vieussens.

Le seul Weitbrecht a trouvé dans cette opinion des difficultés assez grandes pour l'obliger à s'en écarter, au moins par

(h) On peut conjecturer que dans l'expérience que faisoit Galien, il interceptoit le cours des fluides au travers du tuyau qu'il avoit introduit dans l'artère; cette conjecture est fondée sur ce qu'il recommande des tuyaux fort minces, *(præparetur itaque calamus* prætenuis *ex eorum numero quibus, scribimus, aut æneum aliquod ejusmodi de industriâ factum; deindè lino tenui arteriam simul cum calamo orbiculatim comprehende. De administrationibus anatom. lib. VII, cap. 16)* & que probablement il faisoit des ligatures très-serrées pour être plus sûr d'empêcher la communication des tuniques d'une partie de l'artère avec celles de l'autre; il est moins injurieux à ce grand homme de supposer qu'il a été capable de quelque inexactitude que de croire qu'il a rapporté de mauvaise foi le succès de ses entreprises; il paroît d'ailleurs les avoir faites avec le plus grand soin; il en fait le détail avec toute la netteté & la précision possibles, & certainement on sent en lisant les descriptions de ses manœuvres, qu'elles partent d'un homme fort exercé dans ces sortes d'opérations; il est étonnant que Harvée ait pu avancer que Galien n'avoit fait qu'indiquer, sans avoir jamais fait l'expérience que nous avons rapportée & qui fait le sujet de cette note.

rapport à la manière dont la dilatation de l'artère produit sa pulsation ou son battement : nous supposerons ici, pour éviter les répétitions, tout ce que nous avons déjà dit sur l'opinion de ce savant auteur; nous examinerons seulement les preuves qu'il en donne.

L'illustre Schreiber fait plusieurs objections contre la nouvelle opinion de Weitbrecht; il rejette son calcul comme absolument fondé sur des hypothèses arbitraires, & comme renfermant plusieurs erreurs; il soutient que le déplacement de toute l'artère que Weitbrecht dit être sensible à la vue, ne l'est cependant que dans les petites artères, & que les plus considérables, telles que l'aorte, sont fixées dans leur place, au moyen des tissus cellulaires, de façon qu'elles ne peuvent en changer.

Enfin le même auteur remarque fort vaguement que l'hypothèse de Weitbrecht ne résout point le doute qu'il propose lui-même au sujet de l'impossibilité prétendue de la dilatation des artères *(i)* par la quantité de sang qui leur est sur-ajoutée par la contraction du cœur, puisqu'il est obligé d'accorder que cette dilatation a lieu, pour expliquer le déplacement de l'artère suivant son opinion. Le savant Haller ajoute à ces objections de Schreiber une nouvelle difficulté; il observe que plusieurs artères, telles que les carotides, &c. battent très-sensiblement, quoiqu'elles s'étendent vers les parties sans former aucun pli ni repli. Presque toutes ces objections paroissent fondées; il est sûr, comme le dit Schreiber, que tout est arbitraire dans les fondemens du calcul de Weitbrecht; il transforme tout le système artériel en un seul canal, dont il fixe la longueur suivant son imagination; il est certain encore que tout ressent la supposition gratuite dans ce que dit Weitbrecht au sujet de la mesure de la quantité de la dilatation, ou de l'espace que devroient parcourir les parois des artères du carpe & des tempes dans leur battement expliqué suivant l'opinion commune;

(i) Atque si concedatur pulsum perfici ab arteriâ sanguine impulso de sed suâ deturbatâ, ideò nondum solvitur dubium quod protulit de impossibilitate dilatationis interim concessæ arterium sanguinearum ab intrusis unciis duabus, unciâ unâ, vel dimidiâ sanguinis. Screiber, almagestum medicum, pars I, lib. IV, cap. 2.

il ſuppoſe que cet eſpace doit être d'une ligne au moins; il aſſure que l'obſervation le fait voir, mais il ne dit pas la manière dont il a fait cette obſervation; & quand on réfléchit ſur l'extrême promptitude avec laquelle l'artère frappe le doigt & s'en écarte, il paroît extrêmement difficile, pour ne pas dire impoſſible, de prendre aucune meſure, même par approximation, de la quantité de l'eſpace que l'artère doit avoir parcouru dans ſon battement.

On ne peut nier que l'explication de Weitbrecht ne ſuppoſe la flectuoſité ou courbure des artères, & que par conſéquent elle ne peut être appliquée aux artères, qui battent ſans avoir cependant ni flectuoſité ni courbure; enfin il eſt clair qu'en accordant à Weitbrecht toutes ſes ſuppoſitions, l'on ne peut s'empêcher de convenir que ſon opinion ne peut ſubſiſter qu'avec la dilatation ſenſible des artères par le ſang qui y eſt pouſſé, dilatation qu'il prétend démontrer être inſenſible; car le changement de figure de l'artère auquel il attribue ſon déplacement, eſt, ſuivant lui, l'effet du gonflement de l'artère *(k)*, ce changement ne peut donc être ſenſible, qu'autant que cette artère ſera dilatée ſenſiblement; ainſi il retombe, ſans paroître s'en apercevoir, dans toutes les difficultés qu'il oppoſe au ſentiment de ceux qui expliquent la pulſation par la dilatation du canal artériel, & l'on peut ſe ſervir de ſes démonſtrations contre ſon hypothèſe.

Toutes ces objections ſuffiſent pour renverſer les idées de Weitbrecht ſur la cauſe du pouls des artères: il ſeroit inutile de dire en ſa faveur qu'il penſe que les artères ne battent pas toutes enſemble, & que partant, il doit arriver que la quantité de ſang qui aborde ſucceſſivement dans les différentes parties d'une artère, eſt ſuffiſante pour dilater ſenſiblement chacune de ces parties; car il eſt évident que cette réponſe ſeroit également favorable aux partiſans de l'opinion commune qu'il rejette, & que le réſultat de ſes calculs ne ſeroit pas plus contre eux que contre lui-même; ſeulement les partiſans de

(k) Quandò igitur ſanguis in arteriam intruditur, canalis turgeſcit & figuram aliam induit. Weitbrecht, loc. ſuprà citat.

cette opinion commune ne pourroient admettre la ſimultanéité du battement des artères que Weitbrecht prétend avoir démontré fauſſe; mais en admettant la ſucceſſion de ces battemens, ils n'auroient nul beſoin de recourir au changement de figure ou au déplacement de l'artère, & c'eſt le parti que paroît avoir ſuivi le célèbre Haller, qui admet cette ſucceſſion des battemens des artères, quoiqu'il convienne que les intervalles de cette ſucceſſion ſont ſi petits que nos ſens ne peuvent l'apercevoir *(l)*.

Les raiſons que nous venons de rapporter, ont ſans doute déterminé les Phyſiologiſtes qui ont écrit après Weitbrecht, à ne faire nulle attention aux idées qu'il a propoſées; ils s'en ſont donc tenus à l'ancienne opinion qui attribue la pulſation des artères à la dilatation de leur cavité, qui dépend ſuivant eux de l'augmentation de la preſſion latérale du ſang ſur leurs parois, dans le temps de la contraction du cœur.

Il me paroît que les partiſans de cette dernière opinion n'ont fait aucune attention aux circonſtances du phénomène qu'ils entreprennent d'expliquer; elles méritent cependant d'être conſidérées, puiſque toute hypothèſe qui ne rend pas raiſon de toutes les circonſtances qui accompagnent conſtamment un phénomène, doit être cenſée inſuffiſante pour expliquer ce phénomène. Il eſt certain, d'après l'obſervation avouée de tous les Phyſiologiſtes, que l'œil aperçoit le mouvement de l'artère qui frappe le doigt qui lui eſt appliqué: c'eſt par une ſuite de cette vérité reconnue que les Auteurs emploient aſſez indifféremment, quoiqu'avec peu d'exactitude, les termes de voir & de ſentir *(m)* le battement des artères; l'explication du

(l) Des différences que l'on avoue ne pouvoir être aperçues par les ſens, à cauſe de leur extrême petiteſſe, doivent-elles être conſidérées par des Phyſiciens & ſur-tout par des Médecins qui ſont appelés communément *ſenſuales artifices.*

(m) Il eſt certain que l'on peut voir le gonflement d'un vaiſſeau & même le ſentir par le tact, ſans pour cela qu'il frappe le doigt ou qu'il batte; dans l'expiration la veine-cave du bas-ventre & les jugulaires ſe gonflent d'une manière bien évidente à la vue & au tact, & n'ont cependant aucun battement; ce fait ſuffit pour prouver que l'on s'exprime avec peu d'exactitude en diſant indifféremment

du battement des artères doit donc être propre en même temps à rendre raiſon du mouvement ſenſible à l'œil, des artères qui battent. Il ne ſuffit donc pas d'avoir établi vaguement que le canal artériel doit être tantôt plus, & tantôt moins dilaté, pour expliquer le battement de l'artère tel qu'il eſt obſervé; il faut encore établir & prouver que cet excès de dilatation eſt tel qu'il puiſſe être aperçu à la vue: il eſt donc évident que ceux qui ſoutiennent, que le battement des artères dépend de l'excès de la preſſion latérale, ſont néceſſairement engagés à prouver que cet excès peut donner aux parois de l'artère un mouvement que l'œil puiſſe diſtinguer. Cependant aucun des partiſans de ce ſentiment ne paroît avoir rempli cet engagement, ne paroît pas même y avoir penſé; ce qui eſt d'autant plus étonnant que ceux qui ont écrit après Weitbrecht, avoient été avertis de cette difficulté, par ce ſavant Auteur, qui en avoit fait la baſe de ſes nouvelles idées ſur la cauſe du pouls. D'où il ſuit que ſi l'on peut prouver que l'excès de la preſſion latérale, eſtimé même d'après les expériences de ſes plus fameux partiſans, ne peut produire un mouvement ſenſible à l'œil dans toutes les artères qui battent avec la dernière évidence & dont le mouvement eſt ſenſible à l'œil; il ſera prouvé en même temps qu'il faut chercher une autre cauſe, que l'excès de la preſſion latérale, pour expliquer la pulſation des artères; or il me paroît aiſé de fournir cette preuve.

Les partiſans de la preſſion latérale eſtiment, d'après leurs expériences, que la plus forte preſſion latérale n'excède pas la moindre, de plus d'un quatre-vingtième *; d'où il ſuit, les effets étant proportionnels aux cauſes, que le diamètre intérieur de l'artère ne s'augmente tout au plus que d'un quatre-vingtième. Suppoſons donc que le diamètre de l'aorte ſoit de 10 lignes, ſon augmentation, dans le temps de la plus forte preſſion latérale qu'éprouvent ſes parois, ne ſera que d'un huitième de ligne; donnons aux artérioles du premier ordre qui rampent

* Voy. la note (g).

indifféremment voir & toucher les battemens des vaiſſeaux; nous remarquerons encore que les ventricules du cœur ne battent point dans leur dilatation, quoiqu'elle ſe faſſe auſſi promptement que celle des artères.

ſur les inteſtins, un diamètre intérieur d'un dixième de ligne *(n)*, l'augmentation du diamètre de ces artères dans le temps de la plus forte preſſion latérale, ne ſera tout au plus que de la quatre-vingtième partie d'un dixième de ligne, c'eſt-à-dire, un huit-centième de ligne *(o)*; ce huitième de ligne dans l'aorte, ce huit-centième de ligne dans l'artériole de l'inteſtin, eſt parcouru dans le temps d'une demi-ſeconde, en donnant à la dilatation des artères autant de temps qu'à leur contraction *(p)*: or cette

(n) Ces meſures ont été priſes par M. de Sauvages. *Morborum claſſes, tom. I, claſſ. 3, pag. 310.*

(o) Ces augmentations de diamètre, telles que nous les avons ſuppoſées dans le texte, ſont encore beaucoup au-deſſous de ce qu'elles doivent être eſtimées réellement; car nous les avons admiſes proportionnelles aux forces qui preſſent les parois des artères dans le temps de contraction & de dilatation de ces vaiſſeaux; cependant elles ne ſont proportionnelles qu'aux racines carrées de ces forces. En partant de ce principe, j'ai prié M. de Ratte, Secrétaire perpétuel de la Société royale des Sciences, de vouloir bien calculer les augmentations des diamètres de l'artère aorte, de la radiale & d'une des artérioles inteſtinales, en ſuppoſant que dans le temps de la contraction de ces artères, leur diamètre ſoit de 10 lignes pour l'aorte, de 3 lignes pour l'artère radiale, & de $\frac{1}{10}$ de ligne pour l'artériole inteſtinale, & en ſuppoſant que les forces qui preſſent les parois de ces artères dans le temps de leur contraction & de leur dilatation, ſont entre elles dans le rapport de 80 à 81; voici le réſultat de ſes calculs:

L'augmentation du diamètre de l'aorte eſt de $\frac{7}{100}$ de ligne.

Celle du diamètre de la radiale eſt de $\frac{2}{100}$ de ligne.

Celle de l'artériale inteſtinale eſt de $\frac{7}{10000}$ de ligne.

J'ai donc eu raiſon de dire que cette augmentation étoit tout-au-plus de $\frac{1}{8}$ de ligne dans l'aorte, & de $\frac{1}{800}$ de ligne dans l'artériole des inteſtins.

Je donne encore un autre avantage aux partiſans de la preſſion latérale, car je ſuppoſe la différence de ces preſſions toujours la même, tandis qu'ils ſont obligés d'admettre qu'elle diminue dans les rameaux & les ramifications, & qu'elle ſe réduit enfin à zéro dans les capillaires artériels & veineux, pour expliquer dans leur hypothèſe la diminution de la force du battement dans les petites artères, & le défaut de battement dans les veines; cependant on voit que quelque favorables que ſoient les ſuppoſitions que j'ai faites dans le texte à l'hypothèſe que je combats, elles ſuffiſent néanmoins pour en démontrer la fauſſeté.

(p) On pourroit me reprocher d'avoir ſuppoſé, pour favoriſer mon opinion, le temps que les artères emploient à ſe dilater plus long qu'il ne l'eſt effectivement, car j'ai négligé le temps intermédiaire entre la dilatation & la contraction, connu ſous le nom de *péry-ſyſtole*, & j'ai donné une ſeconde pour le temps de la dilatation & de la contraction, ce qui ne donneroit que ſoixante battemens par minute, & par conſéquent un nombre de pulſations moindre que n'eſt celui que l'on obſerve ordinairement dans les adultes: je ne dois point laiſſer ce ſcrupule au lecteur, c'eſt pourquoi je ſuppoſerai

vîtesse peut-elle être sensible à l'œil, c'est ce que l'analogie seule peut décider. L'aiguille des minutes d'une montre ordinaire, parcourt un quatre-vingtième de ligne dans le temps d'une seconde, son mouvement n'est point aperçu par les mêmes yeux qui distinguent très-bien le mouvement d'une artériole de l'intestin; la vîtesse des parois de cette artère qui s'écartent lorsqu'elle bat, est cinq fois moindre que la vîtesse de l'aiguille des minutes, & la grosseur de cette artère n'est pas plus considérable que celle de cette aiguille; l'œil qui n'aperçoit pas le mouvement de l'aiguille, ne devroit donc pas apercevoir le mouvement de l'artériole, ce qui est contraire à l'expérience; je dis plus, les parois de l'artériole ne devroient exciter aucune pulsation, car le doigt appliqué à l'aiguille des minutes suivant la direction opposée à celle de son mouvement, ne sent aucune pulsation, quoique l'aiguille soit un corps plus dur que cette artériole; dira-t-on que l'excès de vîtesse de l'aiguille peut être une raison qui empêche d'en distinguer le mouvement? mais on distingue aisément le mouvement de l'aiguille des secondes, qui cependant est mûe avec soixante fois plus de vîtesse que l'aiguille des minutes; ce n'est donc pas l'excès de la vîtesse qui empêche d'apercevoir le mouvement de l'aiguille des minutes, c'est plutôt sa lenteur; & par conséquent un corps mû plus lentement que cette aiguille, & tout au plus de même grosseur qu'elle, ne peut avoir un mouvement sensible à l'œil, ni même frapper le doigt d'une manière sensible, comme nous avons observé que l'aiguille des minutes ne le faisoit pas; il paroît donc clair que

avec Schreiber (*de motu cordis, cap. 2*), d'après la remarque de M. de Sauvages sur l'expérience 8 de l'Hæmostatique de Hales, je supposerai, dis-je, que les trois parties dans lesquelles on peut diviser le temps qui se rencontre entre deux contractions de l'artère qui se suivent immédiatement, sont égales entre elles, & je détermine à $\frac{1}{4}$ de seconde chacune de ces parties, ce qui donnera quatre-vingts pulsations par minute, & par conséquent un pouls plus fréquent qu'il ne l'est ordinairement dans l'adulte. Dans ces suppositions on peut démontrer que la vîtesse des parois de l'artériole intestinale dans sa dilatation, est encore deux fois moindre que celle de l'aiguille des minutes des montres, admettant l'espace qu'elles ont à parcourir égal à $\frac{1}{800}$ de ligne; cette moindre vîtesse donne la même conséquence que nous avons tirée.

l'hypothèſe de la preſſion latérale eſt inſuffiſante pour expliquer la pulſation de toutes les artères qui battent avec la dernière évidence; & pour prouver cette inſuffiſance, nous n'avons eu beſoin que des principes avoués même par les défenſeurs de cette opinion, & qui lui ſervent de baſe.

On peut encore objecter aux partiſans de la preſſion latérale, qu'ils ont avancé ſans preuves que les parois de l'artère devoient s'écarter par l'effort plus grand de cette preſſion qu'elles éprouvent pendant la contraction du cœur; car ne ſeroit-il pas poſſible que cette preſſion fût augmentée, comme elle l'eſt effectivement, & que la réſiſtance des parois pût encore équilibrer cet excès de preſſion *(q)*! Il falloit démontrer que ce qui eſt poſſible n'a pas lieu effectivement, & c'eſt ce que n'ont pas fait ceux dont nous examinons l'opinion; diront-ils que ce mouvement de l'artère aperçu à l'œil eſt la dilatation de ce canal? nous avons déjà démontré, d'après leurs principes, que cela ne peut avoir lieu dans les petites artères

(q) J'ai adapté une aorte tirée d'un cadavre humain, au bas d'un tuyau de quatre pieds ſix pouces de hauteur, que l'on entretenoit toujours plein; j'ai meſuré ſucceſſivement la circonférence de cette aorte, lorſque l'eau couloit librement par les deux iliaques qui lui étoient continues, ou par une ſeule de ces iliaques, ou enfin les deux iliaques étant bouchées. Voici les différences qu'il y a eu à la circonférence de l'aorte, dans ces différens cas.

Circonférence de l'aorte preſſée par une colonne d'eau de quatre pieds ſix pouces.

Les deux iliaques ouvertes......	25 lig.	$\frac{1}{2}$
Une iliaque bouchée.........	26	$\frac{1}{3}$
Le deux iliaques bouchées....	31	

Ce qui donne pour les diamètres :

Dans le premier cas.........	8 lig.	$\frac{1}{10}$
Dans le ſecond..............	8	$\frac{4}{10}$
Dans le dernier..............	9	$\frac{9}{10}$

Dans ces expériences, on voit que l'augmentation de près du double de la preſſion latérale dans le ſecond cas, n'a produit que $\frac{3}{10}$ de ligne d'augmentation dans le diamètre, & que le diamètre d'une aorte beaucoup plus molaſſe & plus flaſque qu'elle ne l'eſt certainement dans le corps vivant, n'a pas été augmenté de deux lignes par la preſſion d'une colonne d'eau de quatre pieds; ne peut-on pas conclure de ces faits, que l'augmentation du diamètre d'une aorte auſſi ferme qu'elle l'eſt dans le corps vivant, doit être inſenſible lorſque l'excès de la preſſion latérale ſur ſes parois n'eſt que de $\frac{1}{80}$.

Nous n'avons pas beſoin d'avertir que nous avions eu l'attention de lier exactement les artères que donne l'aorte au-deſſus des iliaques.

qui battent, & dont on aperçoit le mouvement avec la dernière évidence; je doute même qu'aucun Obſervateur dépouillé de prévention puiſſe aſſurer qu'il ait vu la dilatation même des plus groſſes artères, telles que l'aorte *(r)*; ainſi loin que l'on ait prouvé que l'excès de la preſſion latérale ſuffit pour expliquer le battement des artères avec ces circonſtances, on n'a pas ſeulement prouvé que cet excès de preſſion produisît néceſſairement une augmentation quelconque du diamètre des artères.

Si l'on adapte une ſeringue à un canal flexible, à une portion, par exemple, d'aorte de quelqu'animal tué récemment, que l'on pouſſe de l'eau dans ce canal en frappant le piſton de la ſeringue, le doigt appliqué ſur les parois du canal ſentira bien évidemment une pulſation toutes les fois que le piſton ſera frappé; cette expérience ne peut-elle pas ſervir à prouver que le ſang pouſſé dans les artères par l'action du cœur, doit écarter leurs parois d'une manière à produire une pulſation ſur le doigt qui leur eſt appliqué? c'eſt ce qui mérite d'être examiné.

L'expérience réuſſit de la manière dont elle vient d'être propoſée, je l'ai faite moi-même avec beaucoup d'attention; mais j'ai obſervé que lorſque l'on pouſſoit la liqueur dans le canal en preſſant ſimplement le piſton, le doigt appliqué ſur les parois du canal ſentoit l'écartement de ces parois ſans ſentir aucun battement; la queſtion ſe réduiroit donc à ſavoir ſi le ſang eſt pouſſé du cœur dans les artères par une force analogue à celle de la percuſſion, ou bien par une force analogue à

(r) L'expérience d'Harvée, que l'on cite ordinairement comme ayant vu la dilatation des artères, ne fait rien contre notre aſſertion; il coupoit une artère miſe à nu, en preſſoit l'extrémité avec les doigts, & la rétréciſſoit par une ſuite néceſſaire dans une certaine étendue; il dit qu'alors l'on ſent l'impétuoſité du ſang qui aborde à cette extrémité d'artère, & qu'on en voit dilater les parois à chaque pulſation; nous n'avons point nié que le ſang ne fût pouſſé dans les artères pendant la contraction du cœur, & que l'on ne pût voir les parois affaiſſées d'un canal artériel s'écarter par l'abord du ſang, auquel on oppoſe un obſtacle invincible; il n'eſt queſtion dans l'endroit qui donne lieu à cette note que de la dilatation des artères qui conſervent leur diamètre naturel. *Voy. Harvée, exercitatio anatom. 3.*

celle de la pression. Il ne paroît pas, pour peu que l'on réfléchisse sur l'action du cœur, telle qu'elle est décrite & avouée par tous les Physiologistes modernes sans exception, qu'on puisse long-temps demeurer en suspens sur la manière dont on doit résoudre cette question; la percussion produit son effet en un instant, les parois du cœur se contractent dans un temps donné, que les Physiologistes modernes estiment être le tiers de tout le temps que le cœur emploie à se dilater & à se contracter *, son action ne peut donc être comparée à la percussion; de plus la percussion ne peut avoir lieu entre deux corps qui sont contigus; il faut nécessairement un intervalle quelconque qui sépare le corps frappant de celui qui doit être frappé: or les parois du cœur sont contiguës aux molécules de sang qui remplissent ses cavités, donc ces parois ne peuvent frapper les molécules du sang; nouvelle raison qui exclut toute idée de percussion, de l'action par laquelle le cœur chasse le sang hors de ses cavités. La même raison de contiguité, au moins médiate, du sang contenu dans le cœur avec celui qui est contenu dans le système artériel, empêche que l'on ne puisse croire que le sang chassé par la contraction du cœur, agisse en frappant celui qui est contenu dans le système artériel; cette contiguité médiate est avouée de tout le monde. Le cœur avant de se contracter, est plein, par conséquent le sang qu'il renferme, touche tous les points de sa surface intérieure, & par conséquent la surface des valvules sémi-lunaires, qui répond aux cavités du cœur; dans ce même instant où l'on suppose le cœur plein, les artères sont contractées & pleines, par conséquent les molécules du sang sont contiguës entre elles, aux parois des artères & à la surface des valvules artérielles qui est tournée vers le canal artériel; donc on ne peut s'empêcher de reconnoître une contiguité réelle immédiate entre le sang contenu dans le cœur, & celui que renferme la cavité des artères; on ne peut donc établir aucune comparaison entre les phénomènes qui suivent la percussion, & ceux qui doivent suivre l'action du cœur sur le sang qu'il contient, & celle même du sang chassé du cœur, sur la portion de ce fluide

* Voy. la note (p).

qui est renfermé dans les artères; ainsi quoique l'expérience soit vraie, on n'en doit rien conclure en faveur de ceux qui soutiennent que la dilatation des artères, produite par le sang qu'elles reçoivent du cœur, est la cause de leur battement.

Jusqu'ici nous n'avons combattu les partisans de la pression latérale que par des raisonnemens appuyés sur des principes d'expérience qu'ils admettent eux-mêmes, & sur des vérités avouées de tous les Physiciens; il paroît que ces raisonnemens ont une force qui approche de bien près de celle de la démonstration, mais enfin ce sont des raisonnemens, & l'on sait combien il est aisé de se tromper en raisonnant, avec quelqu'attention & quelque sévérité qu'on veuille le faire; souvent la plus légère circonstance négligée nous induit dans des erreurs que l'expérience seule peut corriger, parce qu'elle seule nous fait apercevoir de cette négligence; c'est pourquoi malgré toute l'évidence que me paroissent avoir les raisons que j'ai proposées, je n'ai pas cru devoir regarder comme fausse l'opinion de ceux qui attribuent la pulsation des artères au sang poussé dans leur cavité par l'action du cœur, jusqu'à ce qu'elle fût démontrée telle par l'expérience faite sur les artères qui battent dans l'animal vivant. J'ai supposé une certaine étendue d'artère comprise entre deux ligatures, & conservée pleine de sang autant qu'il est possible, & par conséquent avec son diamètre ordinaire; j'ai supposé la ligature supérieure assez exactement faite pour intercepter entièrement le cours du sang dans la portion comprise entre les ligatures; dans les circonstances de cette supposition, il est clair que si le battement de l'artère est causé immédiatement par le sang qui y aborde, la portion comprise entre les ligatures ne doit avoir aucun battement, & si elle en a, il paroît évidemment démontré qu'il ne peut être attribué à cet abord du sang: j'ai réalisé cet supposition. Le 10 Novembre 1764, je priai M. Lasosse, Docteur en Médecine, de vouloir bien faire l'expérience telle que je l'avois imaginée, & d'en observer le succès; il la fit le même jour sur un grand chien très-vigoureux; il mit à nu l'artère crurale, y fit deux ligatures distantes d'un grand pouce

l'une de l'autre; il obſerva d'abord que le diamètre de l'artère étoit parfaitement le même entre les ligatures & par-deſſus les ligatures; il ſe convainquit & par la vue & par le tact que l'artère compriſe entre les ligatures battoit auſſi fortement que par-deſſus les ligatures; après s'en être convaincu, lui & deux Docteurs en Médecine préſens, il coupa l'artère entre les ligatures, & fit voir par cette ſection que la ligature ſupérieure avoit été aſſez ſerrée pour ne donner aucun paſſage au ſang dans la partie de l'artère renfermée entre les ligatures; cette expérience eſt atteſtée par M.[rs] Laſoſſe, Portal & Dupeſſeau, Docteurs en Médecine.

Le 28 Septembre de cette année 1765, la même expérience a été répétée ſur un chien d'une taille moyenne, mais vigoureux, le battement de l'artère compriſe entre les ligatures étoit très-ſenſible, quoique cependant un peu moins fort que dans la portion du canal placé au-deſſus de la ligature ſupérieure; on avoit eu ſoin en préparant l'artère pour l'expérience, de lier quelques artérioles collatérales qui avoient été coupées; ces deux expériences me paroiſſent déciſives; trois ou quatre autres que nous avons tentées n'ont pas eu le même ſuccès; ce n'étoit que par intervalles que le battement ſe faiſoit ſentir dans la portion compriſe entre les ligatures, & même dans une de ces expériences, il fut impoſſible de diſtinguer de battement marqué, mais ſeulement une eſpèce de frémiſſement, nous remarquerons que toutes les fois que l'expérience n'a pas bien réuſſi, le diamètre de l'artère compriſe entre les ligatures étoit évidemment moindre que celui de la même artère au-deſſus des ligatures, & que cette portion d'artère étoit ſenſiblement plus flaſque au jugement du tact que la ſupérieure *(ſ)*. L'expérience m'ayant donc convaincu que

(ſ) En répétant ces expériences, il faut mettre à nu l'artère crurale, & diſſéquer patiemment les artérioles collatérales qui partent en plus ou moins grand nombre dans la longueur d'un pouce de l'artère que l'on comprend entre les ligatures; il faut lier les artères crurales, après quoi on liera l'artère au-deſſous & au-deſſus de ces artérioles, aſſez fortement pour que les ligatures interceptent le cours des fluides; il

que le sang poussé dans le système artériel par l'action du cœur, n'étoit point la cause des battemens ou pulsations de l'artère, je crus devoir m'occuper de la recherche de la véritable cause de ce phénomène.

Quelle est la véritable cause du battement des artères!

J'ai déjà remarqué que l'on ne s'avise que rarement de soupçonner de l'erreur dans les opinions, dont le principe est reçu sans aucune contradiction; sans les doutes que Weitbrecht a répandus sur la cause du battement des artères, admise par tous les Physiologistes de nos jours, je n'aurois vraisemblablement jamais pensé qu'elle pût n'être qu'une hypothèse dont la fausseté pourroit être aisément démontrée. Je l'avoue avec franchise & avec reconnoissance pour ce savant Auteur, ses réflexions contiennent l'énoncé de la vérité qu'il cherche, & qu'il n'aperçoit cependant pas au travers des nuages dont un reste de préjugé l'enveloppe à ses yeux. « C'est toute l'artère qui bat, dit-il, ou seulement une de ses parties; dans l'une & « l'autre supposition le phénomène peut être le même, mais la « dernière ne peut avoir lieu puisqu'il est démontré que l'écar- « tement des parois de l'artère, tel du moins qu'il se fait, ne « sauroit produire une augmentation sensible de son diamètre *(t)*, « donc ce qui frappe le doigt est toute l'artère déplacée & mûe « vers le doigt qui lui est appliqué ». Si Weitbrecht eut terminé sa dissertation par cette conséquence, il n'auroit laissé à ceux qui devoient écrire après lui, que le soin d'appuyer & de démontrer son explication par des expériences, qu'on auroit pu même supposer ne lui avoir pas été inconnues; mais nous avons vu combien peu il s'étoit attaché à cette conséquence, dans sa nouvelle hypothèse que nous avons examinée dans

il sera bon de faire la ligature inférieure un peu plus tôt que la supérieure; les chiens vigoureux paroissent plus propres à la réussite de l'expérience, sur-tout lorsqu'on les a fait manger quelques heures avant de leur faire subir cette opération.

(t) Non igitur solum latus arteriæ esse potest cujus impetum digitur tangens sustinet, sed in ipsâ arteriâ totâ quæri effectûs & phenomeni ratio debet; id igitur quod pulsare sentimus non est nisi arteria tota loco suo mota & digito *exploranti propiùs applicita.* Weitbrecht loc. citat.

la première partie de ce Mémoire : il a dit le vrai ſans le ſentir & ſans le ſavoir. Il eſt ſûr que la véritable cauſe de la pulſation des artères eſt leur déplacement, au moyen duquel elles ſont portées avec plus ou moins de force vers le doigt qui leur eſt appliqué ; l'analogie qui ſe trouve entre la pulſation du cœur & celle des artères eut pu faire ſoupçonner l'analogie des cauſes de ces phénomènes ; l'on eſt convaincu aujourd'hui que la dilatation des ventricules du cœur ne produit point la pulſation de cet organe contre les parois de la poitrine, & qu'il les frappe dans le temps de ſa contraction ou ſyſtole. Harvée fut aſſez heureux pour obſerver le mouvement du cœur, même dans l'homme vivant. Un jeune homme qui avoit eu un abſcès très-conſidérable à la partie gauche de la poitrine, à la ſuite d'une fracture des côtes du même côté, lui fournit cette occaſion unique ; il décrit lui-même tout ce qu'il obſerva & fit obſerver au roi d'Angleterre ; le cœur dans ſa diaſtole ſe déroboit au tact en rentrant au dedans de la poitrine, dans ſa ſyſtole il étoit pouſſé en avant & ſortoit de la cavité de la poitrine, & c'eſt par ce mouvement qu'il eut frappé les côtes. L'illuſtre M. Ferrein a le premier développé & démontré le mécaniſme de ce déplacement du cœur dans ſa ſyſtole ; il a fait voir que cet organe étoit alors porté vers les côtes, par un mouvement qu'il appelle de converſion, au moyen duquel ſa pointe décrit un arc de cercle de gauche à droite ; les idées de ce célèbre Anatomiſte ſont adoptées aujourd'hui par tous les Phyſiologiſtes, & comme nous l'avons déjà remarqué, tout le monde reconnoît que le cœur frappe la poitrine dans le temps de ſa ſyſtole par le mouvement qui le déplace, & qui le porte vers les parois de cette cavité.

Si le battement du cœur n'eſt produit que par ſon déplacement, n'étoit-il pas vraiſemblable de ſoupçonner au moins que le battement des artères pouvoit bien dépendre auſſi du déplacement de ces vaiſſeaux ? ſoupçon qui auroit dû naturellement nous conduire à des expériences, qui auroient enſeigné cette vérité depuis long-temps. J'ai fait pluſieurs fois, avec l'attention la plus ſcrupuleuſe, ces expériences, qui devoient me convaincre

du déplacement réel de toutes les artères, sensible dans le temps de leur battement. On avoit reproché à Weitbrecht que les seules petites artères paroissoient se mouvoir dans le temps de leur battement, mais que les grosses artères, l'aorte, par exemple, ne pouvoient pas avoir le même mouvement, parce qu'elles étoient retenues & fixées dans leur place au moyen des tissus cellulaires; l'expérience que je fis le 4 de Septembre 1764, m'apprit combien cette objection étoit peu fondée. Je fis ouvrir par une incision cruciale le bas-ventre d'un chien d'une taille médiocre; on renversa simplement les intestins du côté droit, & l'on mit à découvert l'aorte & la veine-cave à l'origine des iliaques, ayant attention de ne rien déranger dans la position de ces parties; nous vimes l'aorte se soulever par secousses & par intervalles le long de la colonne vertébrale, & ces secousses étoient synchrones avec les battemens de cette artère; nous vimes les iliaques se soulever dans le même moment que l'aorte & par une suite du mouvement de cette artère. Le 9 Septembre 1765, ayant ouvert le bas-ventre d'un chien maigre & assez petit, nous avons vu l'aorte & les iliaques se soulever très-sensiblement, comme dans la précédente expérience; ayant étendu le mésentère, nous avons joui d'un spectacle fort satisfaisant; l'animal vivoit encore, & toutes les différentes artères qui se répandent sur la surface du mésentère battoient très-sensiblement & paroissoient se soulever toutes à la fois dans toute l'étendue de cette duplicature du péritoine; nous avons vu aussi quelques artérioles se soulever sur les intestins même, l'aorte se soulevoit encore sensiblement à sa sortie du diaphragme; ayant ensuite ouvert la poitrine de ce même chien, nous avons aperçu le soulèvement de l'aorte & des intercostales, & tous ces mouvemens étoient simultanés avec la contraction du cœur.

Ces expériences & plusieurs autres semblables, que nous ne rapportons pas en détail, pour éviter les longueurs, démontrent invinciblement que toutes les artères du corps de l'animal se soulèvent au même instant qu'elles frappent le doigt qui leur est appliqué; les yeux les moins attentifs & les moins perçans

voient ce mouvement de tout le corps des artères, & leur témoignage réclame contre l'aſſertion de ceux qui prétendent prouver, en raiſonnant, que les grandes artères, l'aorte au ſortir du diapragme ſur-tout, ſont fixées dans leur place de manière à ne pouvoir s'en écarter. Nous ne pouvons les réfuter plus ſolidement qu'en leur diſant, mais ſans doute avec plus de fondement, ce que le célèbre Ruiſch diſoit toujours à ceux qui frondoient les conſéquences qu'il tiroit de ſes préparations anatomiques, *venez & voyez.*

Ayant une fois établi, par des expériences inconteſtables & très-faciles à répéter, que toutes les artères qui battent, ſe ſoulèvent à l'inſtant même de leur battement, il eſt clair que l'on a mis ſous les yeux la cauſe de ce battement; car il eſt évident que l'artère, en ſe ſoulevant, doit frapper le doigt appliqué ſuivant la direction contraire à ce mouvement. Il eſt donc vrai, comme le dit Weitbrecht, que c'eſt toute l'artère déplacée qui frappe le doigt qui lui eſt appliqué; & quand même l'on imagineroit encore, après tout ce que nous avons dit, que l'écartement des parois auroit quelque part à la pulſation des artères, le témoignage des ſens nous forceroit à reconnoître que le déplacement de toute l'artère en eſt la principale cauſe. Mais, dira-t-on, le doigt appliqué ſur les parties latérales de l'artère ſent le battement, de même que celui qui eſt appliqué ſur la partie ſupérieure de cette artère; cela pourroit-il arriver ſi le battement de l'artère n'étoit dû qu'à ſon déplacement? J'avoue que je n'ai jamais ſenti la force de cette objection. Si toute l'artère ſe ſoulève, tous les points doivent être conçus s'élever au même inſtant, & par conſéquent être portés vers le doigt en quelqu'endroit palpable de la circonférence qu'il puiſſe être placé: il n'y a qu'un cas où la pulſation ne devroit point avoir lieu, ce ſeroit en ſuppoſant que l'on plaçât le doigt immédiatement au-deſſous de l'artère; alors on conçoit qu'elle ne devroit point frapper le doigt placé inférieurement au même inſtant qu'elle frapperoit le doigt placé à la partie ſupérieure. Je ne ſache pas que perſonne ait fait cette expérience, je la crois très-delicate & très-difficile

à faire, à cause de la prestesse de l'élévation & de l'abaissement de l'artère, qui donneroit à peine un intervalle sensible entre le temps du battement que sentiroit le doigt placé à la partie supérieure au moment de l'élévation de l'artère, & celui que devroit sentir le doigt placé à la partie inférieure au moment de son abaissement; pour peu que l'esprit fût prévenu, il est presqu'impossible que les sens ne lui fissent illusion dans des mesures si délicates.

J'ai tenté tout récemment cette expérience, dont je viens d'exposer les difficultés telles que je les avois conçues; j'ai été étonné de les voir toutes disparoître dans l'essai que j'ai fait. J'ai ouvert le bas-ventre d'un chien fort gras; ayant renversé les intestins du côté droit, j'ai passé le doigt index sous l'aorte, que je touchois supérieurement avec le pouce; le battement, très-sensible à la partie supérieure, ne s'est point du tout fait sentir au doigt placé inférieurement; M.[rs] Brun & Lafosse, Docteurs en Médecine, ont réitéré plusieurs fois ces tentatives, & constamment avec le même succès; M. Martin, Étudiant en Médecine, a éprouvé absolument la même chose; la crainte que j'avois eue que les intervalles de temps entre les battemens que l'on sentiroit à la partie supérieure, & ceux que l'on devoit sentir à la partie inférieure, ne pussent être distingués aisément, étoit sans fondement, puisque l'on ne sent aucun battement au doigt placé directement au-dessous de l'aorte *(u)*.

Il nous paroît donc démontré que la cause immédiate du

(u) J'avoue que j'ai été surpris de ne point sentir de battement au doigt placé directement sous l'aorte; c'est un fait pourtant dont je me suis très-assuré par plusieurs tentatives que j'ai réitérées, aussi-bien que ceux qui assistoient à l'expérience; il est également sûr que l'artère bat à sa partie supérieure & ne bat point à sa partie inférieure; ne pourroit-on pas croire que lorsque l'artère est déplacée par le mouvement du cœur, elle se tend & se roidit davantage! qu'elle se relâche & devient plus flasque en reprenant sa situation! ceci n'est qu'une conjecture pour expliquer un nouveau phénomène, qui ne dérange point l'explication que nous avons donnée du battement des artères, puisqu'il demeure toujours certain que l'artère en s'éloignant du doigt placé inférieurement, frappe d'une manière très-sensible, le doigt appliqué à sa partie supérieure; mais ce phénomène avec lequel notre explication subsiste, détruit absolument celle qui suppose que l'artère bat par sa dilatation; s'il est vrai, comme je l'ai conjecturé, que le défaut du battement de l'ar-

battement d'une artère quelconque est le déplacement, la *locomotion* de toute cette artère : mais quelle est la cause de ce déplacement de l'artère ? question que la curiosité fait naître & qu'il n'est pas aisé de résoudre d'une manière aussi sensible & aussi démonstrative que la précédente. Les difficultés qu'elle présente, & qui se développeront d'elles-mêmes dans la suite de ce Mémoire, nous empêchent de croire que nous puissions répondre définitivement à la question proposée; ce que nous avancerons à ce sujet ne nous paroît devoir être encore regardé que comme l'opinion la plus probable, quelque appuyée qu'elle soit sur toutes les expériences connues jusqu'ici, & non pas comme une vérité absolument démontrée.

Pour peu que l'on médite sur la cause du déplacement des artères qui produit leur pulsation, on sent d'abord combien il est important dans cette recherche, de s'assurer, 1.° si toutes les artères battent ensemble invariablement ou non; 2.° si leur pulsation simultanée correspond exactement à la systole du cœur; la simultanéité de toutes les pulsations constamment observée suppose qu'elles dépendent d'une cause qui est commune à toutes, & leur correspondance exacte à la systole du cœur peut du moins faire soupçonner que la systole de cet organe est la cause commune qui agite toutes les artères: il est donc à propos d'examiner préliminairement ces deux questions.

Le battement de toutes les artères est-il simultané! correspond-il exactement à la systole du cœur!

L'expérience est le seul guide que l'on doive suivre dans l'examen de ces questions; mais les temps que l'on doit distinguer

tère à sa partie inférieure, dans l'expérience que j'ai tentée, dépend de ce qu'elle devient plus flasque ou moins tendue en reprenant sa première situation, on conçoit qu'il est possible dans d'autres essais que l'artère batte supérieurement & inférieurement, parce qu'elle peut conserver plus ou moins longtemps le même degré de tension ou de rigidité; dans ce cas toutes les difficultés que j'ai proposées dans le texte, se trouveroient encore, & ne pourroient se résoudre que par l'attention la plus délicate & la plus impartiale.

les uns des autres sont si petits & si rapprochés, la faculté d'apprécier des mesures aussi delicates, à l'aide de nos sens, est si bornée, l'esprit est si prompt à falsifier le rapport des sens pour le rendre favorable à ses préjugés, que les expériences même, sans lesquelles on ne peut rien décider, deviennent extrêmement difficiles & presque impraticables; ces difficultés rendent incertaines les assertions des Observateurs, & sur-tout à l'égard de ceux à l'opinion desquels elles seroient contraires: rien de plus aisé dans ce cas que de rendre suspectes la bonne foi, l'attention, la sagacité de celui dont l'observation renverse les idées que nous nous sommes accoutumés depuis long-temps à regarder comme incontestables.

Weitbrecht a très-bien senti & très-bien expliqué tous ces inconvéniens, aussi ne décide-t-il point affirmativement, & le sentiment qu'il propose d'après les épreuves qu'il a faites sur lui-même, n'est pas une verité qu'il assure, mais une opinion pour laquelle il a le plus de penchant. Ces réflexions mettent en évidence toute la difficulté qui doit se trouver dans la question que nous examinons; elles doivent même nous convaincre de l'impossibilité de la résoudre démonstrativement, c'est-à-dire, par la voie de l'expérience. Tous les Médecins, jusqu'à Weitbrecht, ont regardé comme un fait certain la simultanéité du battement des artères; nous avons vu que Fernel n'admettoit la faculté pulsifique de Galien, que forcé par la néceffité d'expliquer ce phenomène, & que Bartholin & Mœbius ont admis cette faculte à peu près par la même raison. Depuis Weitbrecht, quelques auteurs ont pensé différemment, mais ils sont en très petit nombre. Si dans les matières de Physique on ne devoit consulter que le nombre & le poids des autorités, il seroit absolument decidé que toutes les artères battent au même moment, mais on ne doit consulter que l'expérience dans la recherche de ces sortes de vérités, & si elle ne peut les décider, nous ne pouvons plus espérer que d'atteindre à des probabilités plus ou moins grandes. Nous avons déjà remarqué que dans la question dont il s'agit, le témoignage de l'observation la plus exacte & la plus fidèle, seroit toujours

ſuſceptible de quelques contradictions; toutes ces difficultés ne nous ont pas rebutés, nous avons obſervé ſouvent & avec la plus ſcrupuleuſe attention; & nous pouvons aſſurer que toutes les artères que nous avons miſes à nu dans les animaux vivans, dans pluſieurs tentatives que nous avons faites, nous ont toujours paru, & à ceux qui y aſſiſtoient, ſe ſoulever & battre dans le même temps. Dans l'homme vivant, non-ſeulement les artères congénères, telles que les artères des carpes & les artères temporales, mais encore celles qui ne le ſont pas, l'artère du carpe & celle des tempes, l'artère du carpe & la poplitée, m'ont toujours ſemblé avoir des mouvemens ſimultanés. J'ai fait tenter ces expériences par de jeunes gens qui ne ſavoient point quelle étoit ma façon de penſer, ni même s'il y avoit des conteſtations ſur le fait que je leur diſois d'obſerver; tous m'ont aſſuré qu'ils ſentoient battre au même moment toutes les artères qu'ils touchoient en même temps; j'ai fait répéter avec la même précaution l'expérience par laquelle on s'aſſure ordinairement de la correſpondance du mouvement de l'artère poplitée avec celui de l'artère du carpe; ces mouvemens ont toujours été trouvés ſimultanés: M. de Sauvages, dont l'exactitude en fait d'expériences eſt ſi connue, prétend avoir reconnu la même vérité par lui-même *(x)*. Ces obſervations paroiſſent donc toutes favorables à l'opinion qui ſoutient la ſimultanéité du battement des artères; mais on ne peut point toucher à la fois toutes les artères du corps, on ne peut pas non plus les mettre toutes à nu dans un animal vivant, encore moins embraſſer d'un coup d'œil aſſez ſûr, toutes ces différentes artères pour s'aſſurer du temps de leur mouvement; il eſt donc impoſſible de conclure pour la ſimultanéité, autrement que par analogie; j'avouerai même que l'autorité des expériences de Galien ſeroit ſeule capable, dans le cas dont il s'agit, de ſuſpendre toute aſſertion poſitive ſur ce ſujet. Ce

(x) *Tibias decuſſabam, poplite dextro ſupra genu ſiniſtrum poſito, undè pulſante arteriâ popliteâ, pes ſuperpoſitus totiès aſſurgebat & dein deprimebatur, eodem prorſùs rythmo quo arteria: intereà verò pulſum meum in arteria carpi explorabam, & ambos motus ſynchronos omninò obſervabam.* Sauvages, pulſ. & circulat. theoria.

grand

grand homme ayant mis à nu les artères d'un animal vivant, assure qu'on les voyoit tantôt s'élever & s'abaisser ensemble, tantôt dans des temps différens *(y)*. L'observation de Zimmerman faite sur l'homme *(z)*, nous apprend que si les battemens de toutes les artères ont un principe commun, l'une peut cependant n'avoir aucun mouvement, tandis que l'autre en a un bien sensible, ce qui fait une espèce d'*hétérochronéité*, qui doit fixer l'attention de ceux qui recherchent la cause du soulèvement des artères; l'observation de M. Fouquet est analogue à celle de Zimmerman; il observe sur le même sujet le battement régulier de l'artère des tempes & le battement très-irrégulier de l'artère du carpe *(a)*.

Il n'est pas plus aisé de décider par la seule expérience la sinchronéité des battemens du cœur & de ceux des artères; quelques-uns en portant en même temps la main sur l'endroit de la poitrine que frappe le cœur, & sur l'artère du carpe, sentent le mouvement de l'artère & celui du cœur au même instant; d'autres remarquent quelque différence de temps entre ces battemens; quoi qu'il en soit de cette diversité de temps entre le battement du cœur & celui des artères, il paroît décidé, par des observations faites sur des animaux vivans, & sur

(y) *Cæterùm ex abundanti evidentiùs adhuc quam anteà videbis arterias aut vicissim, aut eodem tempore & numero per totum animal elevari, submittique.* Galen. de administr. anatom. lib. VII, cap. 15.

(z) Extrait du livre de M. J. G. Zimmerman, *de l'expérience en Médecine*, tome I.er, pages 356 & 357 : enfin j'ai observé très-souvent l'inégalité du pouls, eu égard à sa vîtesse & à sa force dans différentes parties du corps : une veuve âgée de trente-neuf ans, assez vive d'ailleurs, & sensible à l'ennui du célibat, souffroit depuis nombre d'années de fortes douleurs de rhumatisme & éprouvoit particulièrement depuis le haut de la cuisse droite jusqu'au pied un sentiment de froid que les eaux chaudes de Bade n'avoient pu dissiper, & que je guéris ensuite par le moyen des vésicatoires; chez cette malade je comptai durant plusieurs semaines à l'artère du poignet du côté droit, communément cinquante-cinq pulsations par minute, & à l'artère correspondante du bras gauche, quatre-vingt-dix à quatre-vingt-douze pulsations dans le même temps; le pouls étoit singulièrement foible du côté droit, & toujours fort du côté gauche; quand la malade avoit chaud, la chaleur étoit toujours beaucoup moindre du côté droit que de l'autre, elle ne suoit aussi que du côté gauche.

(a) Observation communiquée par M. Fouquet, extraite de son essai sur les pouls.

l'homme même, que le mouvement des artères est synchrone avec celui de la contraction ou systole du cœur. Dans toutes les expériences que j'ai faites à ce sujet, j'ai toujours vu que l'artère aorte & toutes ses ramifications, dont l'ensemble pouvoit être saisi par la vue, se soulevoient au même moment que le cœur en se contractant, se portoit en devant & en haut vers les parois de la poitrine. Nous avons déjà cité l'observation fameuse d'Harvée, c'étoit au moment qu'il sentoit le cœur se durcir, se dresser, se porter en dehors, qu'il sentoit le battement de l'artère du carpe dans le même sujet dont il touchoit le cœur; je ne connois d'ailleurs aucun auteur ni aucune expérience qui contredise ce fait; ainsi on peut regarder comme vrai & même comme démontré par les expériences, que le battement des artères & la systole du cœur se font dans le même temps, quoique d'ailleurs il puisse arriver, comme l'ont observé quelques-uns *(b)*, qu'on ne sente pas au même instant la pulsation de l'artère & celle du cœur contre les côtes, quoiqu'il arrive quelquefois, suivant l'observation de Zimmerman & l'expérience de Galien, que toutes les artères ne battent pas à chaque contraction du cœur.

L'on voit aisément, par tout ce que nous venons de dire, que des deux questions que l'on peut proposer sur la simultanéité du battement des artères comparés entre eux, & sur la simultanéité de ces battemens comparés avec la systole du cœur, l'une peut être regardée comme indécise, ou du moins comme ne pouvant être décidée démonstrativement & sans replique, par l'expérience, & l'autre peut être regardée comme décidée par l'observation. Il n'est pas démontré rigoureusement que toutes les artères battent ensemble, mais il est démontré que les artères ne battent qu'au moment que le cœur se contracte & qu'il se déplace en se portant avec vîtesse en devant & en enhaut vers les côtes, de gauche à droite, par le mouvement que l'illustre M. Ferrein appelle *mouvement de conversion*, & dont il a développé les causes mécaniques.

(b) Certum est quidem momentum illud temporis, quo apex cordis latera pectoris ferit, non coincidere cum apulsu arteriæ carpi aut carotidis. Weitbrecht, loc. citat.

Quelle est la cause la plus probable du déplacement ou locomotion *des artères ?*

En admettant la ſimultanéité du battement des artères avec la contraction du cœur, conſormément à toutes les expériences connues juſqu'ici, on peut établir que le mouvement qui déplace le cœur dans ſa ſyſtole eſt la cauſe qui ſoulève tout le ſyſtème artériel : ce mécaniſme ſe préſente aux yeux de l'obſervateur, & l'anatomiſte qui connoît la continuité de tout le ſyſtème artériel avec les deux troncs qui le fourniſſent, & la continuité de ceux-ci avec le cœur lui-même, en doit ſentir la néceſſité. Dans preſque toutes les expériences que j'ai faites au ſujet de ce Mémoire, j'ai fait ouvrir la poitrine, mettre à nu l'artère aorte & ſes principales ramifications & j'ai toujours vu, de même que ceux qui étoient témoins de ces tentatives, que toutes les fois que le cœur ſe contractoit & ſe déplaçoit, l'aorte étoit redreſſée & ſoulevée de même que ſes ramifications dans toute l'étendue qu'on pouvoit ſaiſir d'un coup d'œil. On ne peut propoſer qu'une difficulté contre la conſéquence que nous tirons de ces obſervations, c'eſt qu'elles ne prouvent pas plus que le mouvement du cœur eſt la cauſe du redreſſement & du ſoulèvement de l'aorte & de ſes branches, qu'elles ne prouvent que le déplacement du cœur eſt l'effet du ſoulèvement & du redreſſement des artères. Cette difficulté ne porte point à faux, puiſque l'obſervation ne démontre autre choſe que la ſimultanéité de deux phénomènes, c'eſt-à-dire du déplacement du cœur & de celui des artères, & que de cette ſimultanéité des deux phénomènes, on ne peut en conclure immédiatement que l'un ſoit la cauſe de l'autre; pour conſtater l'aſſertion que nous avons faite, il nous faut donc d'autres expériences & d'autres raiſonnemens.

Si chacun des deux phénomènes que l'on obſerve enſemble, exiſte quelquefois ſéparément, il eſt clair qu'aucun des deux ne peut être regardé comme la cauſe de l'autre ; mais ſi de ces deux phénomènes coexiſtens, un ſeul peut exiſter ou exiſte quel-

quefois indépendamment de l'autre, celui-là doit être regardé comme la cause du phénomène dont l'existence suppose constamment la sienne.

Appliquons ces principes au cas dont il s'agit; l'on n'a point encore vu d'artère se soulever & battre lorsque le cœur avoit cessé son action ou lorsqu'elle en étoit séparée, & l'on voit tous les jours des cœurs isolés, séparés de leurs artères, se soulever, se déplacer & frapper les corps que l'on présente dans une direction opposée à celle de leur mouvement; donc le déplacement du cœur est la cause & non l'effet *(c)* du déplacement & du soulèvement des artères. On peut donc faire revivre en quelque façon l'opinion de Galien, puisque c'est de la faculté pulsifique du cœur que dépend le battement des artères, suivant ce que nous venons d'énoncer, je dis la faculté pulsifique occulte du cœur; parce qu'elle dépend sans doute de l'arrangement merveilleux des fibres qui entrent dans la composition de cet organe, & de la manière dont agit la cause de ce mouvement, & que cet arrangement, cette manière dont agit la cause de ce mouvement, nous sont absolument cachés, & par conséquent ne doivent être regardés par rapport à nous qui les ignorons, que comme des facultés ou puissances occultes; il est vrai que l'effet de ces facultés est sensible & peut s'expliquer

(c) Dans la carpe, l'artère qui sort du cœur se dilate de telle manière qu'elle en couvre toute la base, ensuite se rétrécissant peu à peu elle forme une espèce de cône; cette artère montant par l'intervalle que les ouïes laissent entr'elles, jette vis-à-vis de chaque paire de côtes, de chaque côté, une grosse branche qui est couchée dans la gouttière creusée sur la surface extérieure de chaque côté; & qui s'étend sur cette gouttière d'une extrémité à l'autre du feuillet; voilà tout le cours de l'aorte dans ce genre d'animaux . . . .
Cette branche fournit autant de rameaux qu'il y a de lames sur l'un & sur l'autre bord de la côte, la grosse branche se termine à l'extrémité de la côte, ainsi qu'il a été dit, & les rameaux finissent à l'extrémité des lames auxquelles chacun d'eux se distribue. . . . .
Là, chaque rameau de l'extrémité de l'artère trouve l'embouchure d'une veine, & ces deux embouchures appliquées l'une à l'autre immédiatement, ne faisant qu'un même canal, malgré la différente consistance de ces vaisseaux; la veine s'abat sur le tranchant extérieur de chaque lame, & parvenue au bas de la lame, elle verse son sang dans un gros vaisseau veineux. . . . .
Ces troncs de veine pleins de sang

par les principes mécaniques, mais jamais Galien n'a prétendu dire que les effets fussent occultes, mais seulement les causes. Les effets sensibles d'une faculté occulte, peuvent devenir eux-mêmes des causes très-évidentes & très-mécaniques de plusieurs phénomènes ; la Physique fournit mille exemples de cette vérité, mais pour ne point sortir du sujet que nous traitons, le déplacement du cœur, qui est l'effet sensible d'une faculté occulte, devient la cause très-évidente & très-mécanique du déplacement des artères.

Pour peu que l'on fasse attention à l'observation de Zimmerman & à l'expérience de Galien, dont nous avons parlé ci-dessus, on s'apercevra aisément que le cœur ne déplace pas toujours toutes les artères au même moment, & puisqu'on ne peut supposer que cette variété dépende de l'action du cœur, qui paroît constamment la même, il faut en chercher nécessairement le principe dans les dispositions de l'artère qui peuvent varier. Il est évident que les artères ne peuvent se soulever ni par conséquent battre, qu'autant, 1.° qu'elles sont continues à leur tronc; 2.° qu'elles ont un degré de roideur qui résiste assez à l'action du cœur qui les soulève pour en recevoir elles-mêmes l'impression & le mouvement ; d'où il suit que des rameaux flasques & mollasses ne pourront être

artériel, sortent de chaque côté par l'extrémité qui regarde la base du crâne, prennent la consistance & l'épaisseur d'artère, & viennent se réunir deux à deux de chaque côté. Celle de la première côte fournit avant sa réunion, des branches qui distribuent le sang aux organes des sens, au cerveau & aux parties voisines, & fait par ce moyen les fonctions qui appartiennent à l'aorte ascendante, dans les animaux à quatre pieds ; ensuite elle se rejoint à celle de la seconde côte, & les deux ensemble ne font plus qu'un tronc; après cela ce tronc dont toutes les racines étoient veines dans le poumon, devenant artère par sa tunique & par son office, continue son cours le long des vertèbres, & distribuant le sang artériel à toutes les autres parties, fait la fonction d'aorte descendante . . . . Il ne faut pas oublier que l'artère qui sort du cœur a un battement, au lieu que les vaisseaux qui font la fonction d'aorte n'en ont point, au moins qui soit sensible. *Duverney l'aîné, Mémoires de l'Académie, année 1701, pages 229, 232, 238, 239.*

Cette observation de M. Duverney paroît bien propre à confirmer par l'analogie ce que nous avons avancé sur la cause du déplacement des artères ; nous en tirerons encore d'autres conséquences dans la suite de ce Mémoire.

déplacés & battre dans toute leur étendue, quoique le tronc dont ils partent soit sensiblement déplacé; on doit donc regarder comme des conditions absolument requises pour le battement des artères, la continuité avec leur tronc & un certain degré de rigidité, de manière que les restes étant égaux, la branche artérielle battra d'autant plus fortement qu'elle sera plus tendue & plus ferme; la plénitude de l'artère, la pression latérale, peuvent sans doute contribuer & contribuent effectivement beaucoup à cette tension ou rigidité de l'artère, mais la force du ton propre aux parties de l'animal vivant qui constitue leur vie est la cause la plus essentielle de cette rigidité; sans cette force tonique, admise par tous les Physiologistes, les parties sont flasques & mollasses, quoique d'ailleurs pleines de sang & d'humeur *(d)*; ce sont les différens degrés de ce ton qui constituent les différens degrés de la vie des animaux & de leurs parties. Il est reconnu que ce ton dépend de l'action des nerfs & qu'il peut subsister encore plus ou moins long-temps, plus ou moins évidemment dans les parties qui n'ont plus de continuité avec les nerfs *(e)*; le ton augmenté jusqu'à un certain point dans le tissu d'un muscle, est la cause de tous les phénomènes de l'action musculaire; la diminution du ton dans ces mêmes fibres est la cause de cette espèce de flaccidité qui distingue les membres d'un homme qui dort d'avec ceux de celui qui veille; l'augmentation de ce ton qui constitue la veille & la distingue du sommeil, mais qui n'est pas encore au point de procurer les phénomènes de l'action musculaire, est reconnue par M. Ferrein sous le nom de *mouvement submusculaire*; quoique l'on ignore le principe & la cause immédiate de ce ton, il se fait reconnoître par-tout par la fermeté, la tension, la rigidité plus ou moins grande des parties qu'il anime, comparées avec les mêmes qualités dans les parties

(d) Les vaisseaux d'une partie enflammée qui tourne à la gangrène, ne sont pas désemplis pour cela; cependant on aperçoit sensiblement que la partie s'affaisse, devient molle, & que les artères de son tissu ne battent plus.

(e) Les mouvemens du cœur, des intestins, qui subsistent, ces parties étant mêmes séparées du corps, sont des preuves de cette vérité.

qui en ſont totalement deſtituées, telles que ſont les parties entièrement paralyſées & celles d'un cadavre. D'après ces notions des propriétés du ton, il eſt évident que celui des artères leur eſt abſolument néceſſaire pour qu'elles puiſſent battre; les autres cauſes ne peuvent y ſuppléer qu'imparfaitement; elles ſont même inſuffiſantes ſans le ton, & le ton peut ſuffire ſans elles: ce principe eſt conforme à l'expérience. Nous avons fait remarquer que lorſque l'artère ne battoit point entre les ligatures, elle étoit conſtamment plus flaſque & plus molle que dans la partie ſupérieure aux ligatures; il n'eſt donc pas étonnant que les artères vides de ſang, affaiſſées, mollaſſes au-deſſous des ligatures, ne donnent aucun battement; il n'eſt pas étonnant non plus que l'expérience du battement entre deux ligatures ne réuſſiſſe pas toujours; il eſt poſſible que certaines branches artérielles n'aient pas conſtamment le ton néceſſaire pour ſe ſoulever à chaque battement du cœur; elles peuvent reprendre & perdre ce ton alternativement, & l'on conçoit que cela peut ſur-tout arriver dans les parties dont le ton eſt évidemment affoibli; il pourra donc arriver qu'une artère ſaine & vigoureuſe batte deux ou trois fois & même plus dans le même temps où l'on n'obſervera qu'un battement d'une artère dans laquelle la force du ton eſt plus ou moins diminuée; c'eſt le cas de l'obſervation de Zimmerman; ce peut être celui de l'expérience de Galien, dont nous avons parlé, dans laquelle il voyoit quelques rameaux artériels ſe ſoulever dans des temps différens; la variété ſucceſſive du ton dans une artère peut donc auſſi produire une grande irrégularité dans ſes pulſations, quant à leur fréquence, leur dureté, leur molleſſe, leur inégalité, leur force, &c. tandis qu'une artère qui aura conſtamment le même ton battra régulièrement dans le même ſujet; & c'eſt le cas de l'obſervation de M. Fouquet: il paroît donc que la ſimultanéité ou la non-ſimultanéité du battement des artères peut également ſubſiſter avec le principe de leur mouvement que nous venons d'établir.

Mais cette force tonique néceſſaire dans le tiſſu des artères pour qu'elles puiſſent être ſoulevées par le déplacement du

cœur, ne pourroit-elle pas ſoulever l'artère par elle-même, indépendamment de toute action du cœur *(f)*! nous ne voulons, ni ne pouvons décider cette queſtion; nous laiſſons aux métaphyſiciens oiſifs, ces diſputes ſans fin ſur les poſſibles & les impoſſibles, nous nous bornons à rechercher ſi cette force tonique fait ou ne fait pas le ſoulèvement de l'artère; nous avons déjà dit que toutes les expériences & les obſervations que nous connoiſſons juſqu'ici, prouvent & démontrent qu'elle ne le fait pas. Si des Obſervateurs plus heureux, plus attentifs, plus ſouvent occupés de ces recherches, découvrent jamais un ſeul cas où le battement s'obſerve dans une artère ſéparée du cœur ou de ſon tronc; ſi même on obſerve que les rameaux d'un tronc quelconque, ſe ſoulèvent & battent dans le temps que leur tronc eſt immobile, alors on ſera obligé de reconnoître dans le tiſſu des artères même, le principe de leur mouvement, en un mot, une faculté pulſifique analogue à celle qui eſt démontrée dans le cœur, & qui dans l'état ordinaire pourra également aider le déplacement du cœur & en être aidée dans ſes effets; mais juſqu'à ce que nous ayons de pareilles obſervations, la cauſe du déplacement des artères que nous venons d'établir, eſt la ſeule que l'on peut admettre en raiſonnant d'après l'expérience qui doit décider notre façon de penſer dans ces ſortes de matières.

On a trouvé pluſieurs fois des portions d'artère oſſifiées; Fallope cité par Riolan, rapporte que Coiter trouva dans un cadavre qu'il diſſéqua à Padoue, toute l'artère oſſeuſe; Mœbius cite l'obſervation que fit Solenander dans le cadavre de l'évêque de Wetta; ce Prélat quelques années avant ſa mort, ne pouvoit ſe tenir droit, & il étoit obligé de ſe courber en s'appuyant ſur quelque corps ſolide; on trouva dans ſon cadavre, l'aorte oſſifiée de la longueur de quatre travers de doigts au-deſſus & au-deſſous des reins; Santorini a obſervé

(f) Les artères qui ſont fonction d'aorte deſcendante & aſcendante dans la carpe, ne battent point, quoiqu'elles aient un tiſſu ſemblable à celui des artères; ne pourroit-on pas conclure par analogie, que le battement des artères ne dépend point d'une cauſe qui ſoit inhérente à leur tiſſu.

l'aorte

l'aorte oſſifiée depuis ſa ſortie du cœur juſqu'à la naiſſance des artères émulgentes; Harvée conſervoit une portion d'aorte avec les artères crurales oſſifiées dans la longueur d'environ douze pouces. Tous ces Obſervateurs, excepté Harvée, ne font aucune mention de l'état du pouls dans ceux dont ils avoient examiné les cadavres: Harvée dit que les artères placées au-deſſous de l'oſſification dont il parle, battoient, mais il ne le dit que comme un fait dont il ſe reſſouvenoit *(g)*; ni lui, ni aucun des autres Anatomiſtes que nous avons cités, n'a fait attention à la mobilité ou à l'immobilité de ces parties oſſifiées qu'ils obſervoient; ces omiſſions nous empêchent de tirer aucune conſéquence ſûre de toutes ces obſervations. Si l'on eût obſervé la pulſation au-deſſous de l'artère oſſifiée, & que l'on eût démontré expreſſément par la diſſection, que ces portions oſſeuſes, ſoudées, pour ainſi dire, dans leur poſition, n'étoient ſuſceptibles d'aucune locomotion; alors on concluroit avec certitude que le battement des artères obſervé dans ces cas, dépendoit d'un principe inhérent au tiſſu de ces artères: il eſt aiſé de s'apercevoir qu'une ſeule de ces précautions négligée, ne permet plus que des conjectures. Harvée compare l'état où ſe trouvoit l'aorte dans le cas de ſon obſervation, à celui où ſe trouveroit une artère ſaine dans laquelle on auroit introduit un tuyau, ſuivant la méthode de Galien; ſi la comparaiſon eſt juſte, l'aorte obſervée par Harvée a dû ſe ſoulever & battre, puiſque dans les expériences de Galien & dans celles que Vieuſſens a faites avec l'attention la plus ſcrupuleuſe, la portion crurale, celle de l'aorte, dans laquelle étoit renfermé le tuyau, ſe ſoulevoit & battoit ſenſiblement. Concluons donc que toutes ces obſervations d'oſſifications d'artères, qui, ſi elles euſſent été faites avec toutes les attentions marquées ci-deſſus, auroient pu jeter un grand jour ſur la matière que nous traitons, nous laiſſent, faute de ces attentions, dans le même degré d'obſcurité que ſi elles ne l'avoient pas été; d'où il ſuit, comme

(g) *Nihilominùs inferioris arteriæ pulſum agitari in cruribus optimè memini, dum vivebat, me ſæpiſſimè obſervaſſe,* Harvée; exercit. anatom. III, pag. 218.

nous l'avons déjà dit, que le déplacement du cœur est jusqu'à présent la cause la plus probable du déplacement des artères, & par conséquent de leur pulsation. Les artères battent parce qu'elles se déplacent; la vérité de cette proposition est démontrée rigoureusement par l'expérience; les artères se déplacent par le mouvement du cœur dans le temps de sa contraction; toutes les expériences connues concourent à établir la vérité de cette proposition, aucune observation ne la contredit; si elle est douteuse, ce n'est qu'autant que l'analogie qui se rencontre entre les battemens du cœur & ceux des artères, laisse entrevoir l'analogie possible entre leur cause. Or il est certain que la cause du mouvement du cœur est inhérente à son tissu animé par l'action des nerfs *(h)*, puisque, comme nous l'avons

(h) Cette observation sur les cœurs qui se meuvent lorsqu'ils sont séparés du corps de l'animal, étoit une des raisons qu'apportoient les Anciens pour soutenir que le cœur n'étoit pas un muscle semblable aux autres, puisque ceux-ci avoient besoin de nerfs pour continuer leur action, tandis que le cœur n'en avoit pas besoin; ils ignoroient ou ne faisoient pas attention que tous les autres muscles ont le même privilége que le cœur à cet égard; le mouvement péristaltique des intestins, les mouvemens très-marqués de contraction dans les parties séparées de leur tronc, prouvent cette vérité, qui n'est d'ailleurs contestée aujourd'hui par personne; il est sûr que les nerfs sont nécessaires à l'action des muscles, mais il n'est pas moins sûr que les muscles, les uns d'une manière plus marquée que les autres, peuvent agir quelque temps sans être continus aux nerfs; de ces deux vérités également reconnues par les modernes & démontrées par les expériences, il me paroît suivre évidemment que les nerfs sont nécessaires pour porter dans les muscles le principe de leur action, mais que ce principe peut y subsister plus ou moins long-temps indépendamment des nerfs, qu'il s'affoiblit bientôt & se dissipe entièrement, lorsqu'il n'est pas, pour ainsi dire, réparé continuellement; les expériences qui nous font voir que certains muscles de l'animal, tels que le cœur, les fibres motrices des intestins, retiennent plus long-temps que les autres leur irritation & leur contractibilité, nous font voir en même temps que le tissu de tous les muscles n'est pas également propre à retenir le principe de leur mouvemenr; ce corollaire rappelle au même principe, des phénomènes qui paroissent en exiger de distincts; la Physique nous fournit un exemple qui peut porter dans notre esprit quelque lumière sur la façon dont nous venons de concevoir que les nerfs influoient sur l'action des muscles; l'aimant communique par le frottement à une aiguille de fer, toutes ses propriétés; ces propriétés une fois communiquées par l'aimant, subsistent dans l'aiguille plus ou moins long-temps indépendamment de l'aimant, duquel cependant découle cette force magnétique de l'aiguille aimantée.

déjà dit, cet organe séparé de tous ses vaisseaux & du corps même de l'animal, continue de se mouvoir plus ou moins long-temps suivant les circonstances.

Il nous reste à expliquer pourquoi les veines ne battent point; cette explication paroît d'abord beaucoup plus difficile dans l'hypothèse que nous avons embrassée sur la cause du déplacement des artères, que dans l'hypothèse communément adoptée sur la cause du battement de ces vaisseaux; car les troncs veineux ne sont pas moins continus au cœur que les artériels; par conséquent ils devroient donc être déplacés & soulevés, ainsi que leurs rameaux, aussi-bien & par la même raison que les troncs artériels & leurs rameaux le sont: mais cette difficulté est plus facile à résoudre qu'elle ne le paroît au premier coup d'œil. Il ne faut pour cela que se rappeler un fait avoué de tous les Anatomistes & de tous les Physiologistes *(i)*, c'est que le tissu des vaisseaux veineux est beaucoup plus mince & plus lâche que celui des vaisseaux artériels; de-là il s'ensuit nécessairement qu'il doit céder & prêter au mouvement du cœur dans sa contraction, tandis que le tissu des artères plus épais & plus ferme, résiste davantage à ce mouvement & en reçoit presque tout l'effort. L'effet du mouvement du cœur sur les artères & sur les veines, ne peut donc être le même; les troncs veineux en cédant, bornent les effets de l'action du cœur, les arrêtent, pour ainsi dire, dans leur principe, ce qui n'arrive pas de même aux troncs artériels qui résistent beaucoup plus; que s'il arrive que le déplacement du cœur soit beaucoup plus prompt & plus violent, qu'il ne l'est ordinairement, alors les veines résistant plus qu'à l'ordinaire, éprouveront à peu près le même soulèvement que les artères & battront de même; c'est le cas du battement des veines observé par M. Homberg *. Les accès d'asthme auxquels étoit sujette la Dame, sur laquelle il fit cette observation, étoient toujours accompagnés de palpitations violentes qui duroient une ou deux heures; dans le temps de la plus grande violence de ces palpitations, on sentoit aux veines des bras & du cou, un

* *Voy. Mém. de l'Acad. 1704.*

(i) Sauvages, *pulsûs & circulat. theoria.*

battement très-ſenſible, dont la fréquence étoit un peu différente de celle des artères, mais qui ſuivoit exactement les violentes ſecouſſes que l'on ſentoit que le cœur ſe donnoit, & quand cet accès étoit fini, on ne s'apercevoit plus du battement à ces veines. M. Homberg explique ce phénomène, parce que le ſang ne pouvant ſortir librement des ventricules du cœur par les troncs artériels qui ſe trouvoient bouchés, pour me ſervir de ſon expreſſion, par des polypes que l'on trouva adhérens à leur cavité, après la mort de la malade, le cœur forçoit dans ſes plus grands efforts les valvules veineuſes & refluoit bruſquement & par ſecouſſes, dans la veine-cave & ſes principaux rameaux. La plus légère attention ſuffit pour s'apercevoir que ce phénomène s'explique tout naturellement d'après les principes que nous venons de poſer; la fréquence du battement des veines n'a pas dû être la même que celle des artères, parce que les artères battoient à chaque contraction du cœur, & que les veines ne battoient que dans le temps des plus violentes ſecouſſes de la palpitation. L'hypothèſe que nous avons propoſée ſur la cauſe du déplacement des artères, quadre donc parfaitement avec tous les phénomènes obſervés juſqu'ici dans l'économie animale; elle rend auſſi-bien raiſon du défaut de battement dans les veines, que du battement des artères; d'ailleurs elle eſt fondée, comme nous l'avons déjà remarqué, ſur tous les faits d'expérience connus juſqu'à préſent, & aucune obſervation ne la contredit.

Tel eſt le réſultat des recherches que nous avons faites ſur la cauſe de la pulſation des artères; il ne nous reſte plus pour remplir en entier l'objet que nous nous ſommes propoſés, que de préſenter au Lecteur quelques corollaires qui ſe tirent aiſément de tout ce que nous avons dit dans le cours de ce Mémoire, ſoit en combattant ce que nous avons cru faux, ſoit en établiſſant ce qui nous a ſemblé être la vérité ou la plus grande probabilité.

COROLLAIRES PHYSIOLOGIQUES.

1.° Si l'on fait attention à tout ce que nous avons dit dans

la première partie de ce Mémoire, pour prouver que toutes les artères ne pouvoient être dilatées sensiblement par l'excès de la pression latérale, tel qu'il a été observé par les partisans de cette opinion; on verra clairement que l'on peut douter des mouvemens de diastole & de systole du système artériel, ou du moins que s'ils existent, ils sont pour ainsi dire des infinimens petits physiques, sur-tout dans les artères dont le diamètre est le moins considérable, quoiqu'encore très-sensible, telles que celles des intestins.

2.° Si l'on peut douter de la diastole & de la systole des artères, si ces mouvemens ne sont point sensibles & ne peuvent l'être à cause de leur extrême petitesse, toutes les hypothèses qui ont pour base cette dilatation & cette contraction des artères, deviennent des hypothèses insoutenables; telles sont celles qui regardent la contraction alternative des artères, comme un des agens les plus propres à broyer, pour ainsi dire, les humeurs ensemble, à les atténuer, à rapprocher leurs molécules, à les combiner en cent façons différentes, en un mot à changer le chyle en sang; telle est celle qui admet ces mouvemens alternatifs de diastole & de systole comme pouvant suppléer à l'action du cœur, en chassant de leur cavité vers les veines, la portion du sang qu'ils supposoient avoir été employée pour dilater les artères.

3.° Toutes les idées qu'ont proposé les anciens sur l'usage de la diastole & de la systole des artères, sont également renversées, si ces mouvemens n'existent point; l'inutilité de ces mouvemens pour toutes ces fins, est d'ailleurs prouvée par les observations que nous avons rapportées de ces grandes portions d'aorte, de toute l'aorte même, qui ont été trouvées parfaitement ossifiées *(k)*.

Corollaires Pathologiques.

1.° On explique facilement d'après les principes que nous avons établis, un phénomène souvent observé dans la pratique

(k) Les vaisseaux qui portent le sang aux parties supérieures & inférieures dans la carpe, qui sont par conséquent l'office d'artère & en

de la Médécine, & qui eſt inexplicable par la théorie du pouls généralement reçue : ce phénomène eſt l'augmentation très-ſenſible de la pulſation des artères, répandue dans le tiſſu d'une partie enflammée, tandis que le cœur & les autres artères, n'ont que des battemens conformes à ceux de l'état de ſanté. Pour que ce phénomène ait lieu, ſans rien changer dans le mouvement du cœur, il ſuffit que le ton, la tenſion ſoient augmentés dans les artérioles du tiſſu de la partie enflammée; or on conçoit facilement que le ton & la tenſion, peuvent être augmentés dans une partie, ſans l'être néceſſairement dans une autre, & ſans aucun changement dans le mouvement du cœur : c'eſt un fait obſervé tous les jours; le ton vital ne dépend point de cet organe, mais des nerfs qui portent l'activité dans les différentes parties du corps.

2.° Le mécaniſme de la ſuppuration, dont preſque tous les modernes ont établi pour principe, la dilatation & la contraction des petites artères, eſt démontré faux d'après les corollaires phyſiologiques que nous avons donnés.

3.° Le battement des artères ne doit point être regardé, dans ſes différens degrés de force ou de foibleſſe, comme un ſigne univoque des différens degrés de force ou de foibleſſe de l'action du cœur. Le ton varié des artères peut ſuffire pour établir les différences que l'on obſerve dans leurs battemens; effectivement on obſerve ſouvent, comme nous l'avons déjà dit, que certaines artères battent très-fortement, quoique l'action du cœur ſubſiſte dans ſon état naturel, & réciproquement on obſerve que le mouvement du cœur eſt très-augmenté, tandis qne celui des artères eſt plus petit, plus languiſſant qu'à l'ordinaire.

4.° L'on ne peut point eſtimer ou meſurer en quelque ſorte, la quantité du ſang lancé dans les artères par la contraction du cœur, par la grandeur ou la petiteſſe du pouls, puiſque ces deux qualités ne dépendent point primitivement

ont le tiſſu, ne battent point ſenſiblement; nouvelle preuve de l'inutilité du battement des artères, & de leur dilatation & contraction alternatives. *Voyez la note (c).*

de cette quantité de ſang ſurajoutée par la contraction du cœur. On ne peut pas même eſtimer, par ce moyen, ſi le ſang eſt en plus ou moins grande quantité dans une artère, parce que le ton vital des parties ſuffit, étant augmenté, pour leur donner plus de volume, comme on peut le prouver par une foule d'obſervations, dont nous avons rapporté quelques-unes dans le cours de ce Mémoire.

5.° Il eſt poſſible de ſentir par le tact, le mouvement du fluide qui coule dans les vaiſſeaux, ſur les parois deſquels on applique le doigt : ce ſentiment eſt très-diſtinct de celui du mouvement qui fait le battement. Ce que nous diſons doit arriver ſur-tout, lorſque le tiſſu des artères devient moins ſerré & plus mollaſſe : ne pourroit-on pas croire que le pouls ondulant *(undoſus)*, que l'on a regardé, & que l'on regarde encore comme un ſigne de la ſueur, & qui ſe trouve toujours joint avec la molleſſe de la pulſation, n'eſt aperçu que parce que l'on ſent alors le mouvement du ſang au travers des parois de l'artère. Quoi qu'il en ſoit de cette conjecture, il eſt certain, par l'expérience, que le doigt appliqué ſur les parois d'un vaiſſeau dans lequel un fluide eſt pouſſé, peut ſentir très-diſtinctement le battement, le gonflement de ce vaiſſeau, qui ſont des choſes très-diſtinctes, & encore le mouvement du fluide qui coule dans ſa cavité : ces ſenſations combinées différemment, peuvent donner lieu à une très-grande variété de pouls, ſuivant les différentes circonſtances ; ce n'eſt qu'aux Obſervateurs exacts qu'il appartient de décider à quel point cette variété de combinaiſons eſt effectivement portée dans les différens états de l'économie animale.

6.° La diminution ou la perte totale ſucceſſive du ton, dans le ſyſtème artériel, explique très-aiſément un phénomène très-communément obſervé dans les mourans, & que le vulgaire exprime en diſant que le pouls ſe retire vers les parties ſupérieures ; le retour ſucceſſif du ton dans les différentes parties des mêmes artères, mais dans une direction contraire à la première, paroît être la véritable cauſe qui fait reparoître quelquefois le pouls, dans le même ordre qu'il avoit diſparu.

COROLLAIRE THÉRAPEUTIQUE.

Tous les corollaires pratiques que fournit la théorie rationnelle du pouls que nous avons donnée, ſont ſi multipliés, que l'on en pourroit compoſer un ouvrage aſſez long, qui s'écarteroit de l'objet principal de notre Mémoire : nous nous arrêterons donc à une ſeule réflexion. Le principe de la théorie rationnelle du pouls reçu juſqu'à nos jours, étant démontré faux, ou pour le moins douteux, toutes les indications dans le traitement des maladies, priſes en conſéquence de cette théorie, ſont évidemment fauſſes ou douteuſes. Si malgré la fauſſeté de cette théorie, dont tous les Praticiens de nos jours ont été imbus dans leur jeuneſſe, ils ne font point de fautes eſſentielles dans la pratique, c'eſt qu'une expérience quelquefois fâcheuſe, leur a appris à s'en écarter à propos, ou, pour parler plus vrai, c'eſt qu'en pratiquant aſſidument la Médecine; on s'accoutume inſenſiblement à ne ſuivre d'autres règles que celles qui ſont dictées par l'obſervation; c'eſt que l'on oublie, ſans s'en apercevoir, toutes les théories rationnelles ; & que ſi l'on s'en ſouvient, ce n'eſt que pour demeurer perſuadé par ſa propre expérience, de l'inutilité, & même du danger de la plus grande partie de ces théories. Le langage de tous les Praticiens conſommés dans l'exercice de leur art, l'indifférence ou le mépris qu'ils témoignent pour toutes ces théories rationnelles dont ils ont fait autrefois leurs délices & l'objet preſque unique de leur étude, prouvent bien la vérité de ce que nous avons avancé. La fauſſeté ou l'incertitude de la théorie rationnelle du pouls, que nous venons de démontrer, eſt bien propre à exciter la défiance pour de ſemblables théories, quel que ſoit leur objet. Aucune hypothèſe n'a été plus univerſellement reçue, n'a paru plus appuyée par l'expérience, n'a été ſoutenue plus conſtamment ; & malgré toutes ces raiſons, qui concouroient à en établir la ſûreté, je crois avoir prouvé combien elle eſt fauſſe ou incertaine. On pourroit ſans doute trouver, à plus forte raiſon, la même incertitude dans les autres opinions les plus accréditées. Je ne veux point cependant blâmer ceux qui

s'occupent

s'occupent de cette sorte de théorie, ils sont plutôt dignes de louange que de blâme; ils peuvent rencontrer dans leurs recherches, des vérités propres à satisfaire la curiosité; ils peuvent détruire des erreurs dangereuses; leurs hypothèses peuvent donner lieu quelquefois à des vues pratiques justifiées par le succès, qui n'en démontre cependant pas la vérité *(l)*; enfin, ils peuvent devenir utiles, même en nous apprenant l'inutilité de leurs tentatives. Mais je crois que ces recherches ne doivent occuper que des Physiciens qui s'y appliquent uniquement; je crois qu'à la vérité elles doivent être connues historiquement de ceux qui se destinent à l'exercice de la Médecine, que c'est la Physique de leur art; cependant que leur art ne commence véritablement, qu'où finit cette Physique: la théorie empyrique devant en être l'unique base. La vraie manière de philosopher en Médecine, consiste dans l'observation seule, éclairée par l'esprit de méthode, aidée quelquefois par des conjectures fondées sur des analogies entrevues avec sagacité, mais sévèrement dégagée de toute hypothèse arbitraire.

Galien sentoit très-bien qu'il étoit plus raisonnable de confier le soin de sa santé à ceux qui exerçoient l'art de la Médecine suivant les règles du pur empyrisme, & sans aucun raisonnement, qu'à ceux qui prétendent devoir l'exercer, à l'aide du raisonnement dont ils abusent; « car il est très-vrai, ajoute Galien, que les premiers connoissent beaucoup mieux ce qui « convient aux sains & aux malades, que les derniers qui ne se «

(l) Le célèbre Lancisi, d'après la théorie rationnelle qu'il s'étoit formée sur l'usage des ganglions des nerfs, conjectura que l'engorgement du ganglion placé près de l'utérus, qui unit l'intercostal avec les nerfs cruraux, étoit la cause d'une paralysie de l'extrémité inférieure droite qui survint à une jeune Dame à la suite de la petite vérole; cette conjecture lui fit rejeter tous les remèdes internes céphaliques que l'on proposoit, & il leur substitua des douches d'eaux minérales sulfureuses, faites sur la région illiaque droite, dans la vue de rétablir le ton naturel du ganglion qu'il supposoit affecté; son avis fut suivi & la malade fut entièrement guérie. *(Lancisi, de gangliis nervorum)* Il est évident que la vérité de cette théorie qui suggéra cette indication justifiée par le succès, n'est pas démontrée par ce même succès, & Lancisi ne le croit pas; les douches peuvent avoir été utiles par bien d'autres raisons que par celle qui avoit donné lieu à les employer.

» repaissent ordinairement que de sophismes; entr'autres maux
» que nous font ces Sophistes, ils nous obligent à passer notre
» vie à lire les ouvrages des Chefs de leur secte, & ceux qu'ils
» composent eux-mêmes pour l'appuyer, & enfin à perdre un
» temps précieux à les réfuter *(m)* ». L'incertitude & la vanité de l'esprit humain peuvent seules se complaire dans les opinions qu'il enfante, & les préférer à des vérités, dans les découvertes desquelles il n'auroit d'autre part que l'attention requise pour les saisir, espèce de mérite que l'amour propre dédaigne, parce qu'il s'imagine faussement qu'il n'est rien de si facile que de l'acquérir. S'il est absolument nécessaire de nourrir cette vanité en lui présentant des opinions qui la fixent, nous sommes à plaindre, & nous risquons de rouler toujours dans des hypothèses qui se succéderont les unes aux autres; car il est à craindre que le même principe qui a fait chérir l'opinion, & qui l'a rendue nécessaire, n'empêche les effets de cette raison qui doit lui faire quitter ce jouet: il est bien difficile de renoncer à une erreur que l'on s'est accoutumé depuis long-temps, à regarder comme la vérité. Les yeux, par l'habitude qu'ils ont contractée de se tourner seulement d'un côté, ne peuvent, le plus souvent, reprendre la liberté de leurs mouvemens. Pourquoi ne pas présenter d'abord à l'esprit la route qu'il doit suivre pour atteindre au vrai? Pourquoi ne pas espérer d'un esprit dont la lumière n'est encore obscurcie par les nuages d'aucun préjugé, ce que l'on croit devoir en attendre lorsque ses facultés seront comme embarrassées dans les entraves de l'opinion?

(m) Tum nonne rectè bona pars hominum sese iis credit qui artem administrant magis usu ratione carente, quam rationali perversione! nam quod nonnulli eorum dicere solent verissimum est, multò meliùs se & sanorum & ægrotantium victûs rationes nosse, quam qui sophysticè deblatterant, qui, ut alia missa fiant, vitam prætereà nostram terunt, dum ea primùm legimus quæ sectæ suæ proceres præscripserunt: tum audimus quæ opitulantes illis dicant, tum demùm eorum sophysmata solvere cogimur. Galen. lib. de atrabile.



MÉMOIRE

Sur la manière de conserver en tout temps les cristaux de l'alkali fixe du tartre, pour servir de suite au Mémoire de M. MONTET, sur la cristallisation de cet alkali, inséré dans le volume précédent.

Par M. MONTET.

POUR conserver en tout temps les cristaux du sel alkali de tartre sous une forme régulière, on peut s'y prendre de plusieurs manières, toutes fort aisées & qui réussissent très-bien, en employant les précautions que je vais indiquer.

Premièrement, quand on retire les cristaux de dessus les vaisseaux, il faut les rouler sur plusieurs feuilles de papier à filtrer, le tout *prestement* & par un temps sec; &, par cette manœuvre, le papier s'imbibe de toute la partie aqueuse dont ils étoient enduits en les retirant; on les met ensuite dans une bouteille bien sèche & dont le diamètre ne soit pas trop large; on la bouche exactement avec un bouchon de liége en recouvrant ce bouchon avec une peau ou un parchemin bien lié; & on la place ensuite en été à la cave, & en hiver au rez-de-chaussée ou au premier étage ou au second, mais toujours dans un endroit sec & à l'abri de la chaleur. Une bouteille de 2 ou 3 pouces de diamètre sur 10 de hauteur & dont le gouleau est assez large pour donner entrée aux gros cristaux, contiendra jusqu'à une livre de ce sel; cependant si on remplit cette bouteille sans avoir même pris la précaution de rouler ces cristaux sur le papier à filtrer, pour en emporter l'humidité surabondante, il n'y en aura jamais de fondus au bas de la bouteille que de la hauteur d'un pouce; & à l'égard de ceux qui sont au-dessus de la liqueur, on pourra toujours les retirer de la bouteille pour

les présenter à ceux qui voudront connoître la forme de leur cristallisation : j'en ai depuis quatre ans qui sont dans le même état. Quand on prend les précautions marquées ci-dessus, c'est-à-dire qu'on roule soigneusement les cristaux sur du papier gris pour les bien dessécher, on les conserve parfaitement secs tout le temps que l'on veut, sans presqu'aucune marque de fonte au fond de la bouteille, à moins qu'ils ne soient exposés à une chaleur supérieure à celle du 20.ᵉ degré du thermomètre de M. de Reaumur.

Un autre moyen bien sûr de conserver les cristaux d'alkali fixe, c'est de les couvrir de bon éther vitriolique dans un flacon bien bouché; j'en ai à ma cave depuis six mois, dans cet éther, qui n'ont éprouvé aucun changement.

L'esprit-de-vin le mieux rectifié par les moyens connus des Chimistes, est propre aussi à conserver ces cristaux; celui dont je me suis servi avoit passé sur de l'alkali fixe très-desséché par une légère calcination & ensuite avoit été distillé au bain-marie dans un matras d'environ 4 pieds de hauteur. L'esprit-de-vin plus foible, pourvu qu'il mette le feu à la poudre, a de même la propriété de conserver les mêmes cristaux lorsqu'ils n'ont exactement que l'eau de leur cristallisation ; je veux dire lorsqu'ils sont dépouillés, au moment qu'on les tire du vaisseau, de celle qui leur est surabondante, en les roulant sur le papier à filtrer.

Toutes les huiles essentielles qu'on retire de plusieurs parties des plantes & des écorces des fruits de nos provinces méridionales, comme celles de lavande, de thym, de fenouil, de bergamote, de citron, &c. sont très-propres à conserver dans leur forme régulière les cristaux de l'alkali fixe du tartre.

L'huile d'olives qui a déposé une partie de son mucilage & qui a un ou deux ans d'ancienneté, est encore très-propre à les conserver : j'en ai de couverts d'huile, qui sont depuis six mois dans une bouteille que j'ai soin de tenir à la cave pendant l'été, & qui sont toujours dans le même état. Presque toutes les huiles, par expression, liquides & non grasses, font le même effet, de même que la plupart des huiles animales

rectifiées; ces huiles conservent parfaitement les cristaux de sel de tartre, à moins, comme je l'ai déjà dit, qu'une chaleur de 20 à 30 degrés du thermomètre de M. de Reaumur ne les fasse fondre.

Si j'ai parlé de ces moyens de conserver les cristaux de sel de tartre dans les huiles essentielles & par expression, c'est uniquement pour montrer tous les différens procédés qui peuvent conduire au même but: on n'a pas besoin, en effet, d'employer ces derniers; les autres sont plus que suffisans & sans embarras. Quand on a couvert ces cristaux de tartre avec les différentes huiles que j'ai indiquées, pour les *débarbouiller* de ces huiles, on ne fait que les rouler sur du papier gris ou de la mousseline, le tout promptement & par un temps sec; on les a dans la même forme qu'on les y avoit mis, le papier ou la mousseline se chargeant de toute l'huile qui les barbouilloit.

Je finirai par quelques observations sur le procédé que j'ai publié, & qui manquent à la première partie de ce Mémoire. J'ai remarqué que pour bien réussir à cristalliser l'alkali fixe du tartre, il faut que le vaisseau entre presque tout dans le fourneau & qu'il n'y en ait uniquement que les rebords qui sortent; il convient aussi que le fourneau ait 2 ou 3 pouces d'épaisseur pour pouvoir conserver pendant 7 à 8 heures une légère chaleur après le point de l'évaporation où je rapproche ma liqueur saline *, sans quoi il ne se formeroit point de cristallisation.

* *Voy. Mém. de l'Acad. 1764, p. 578.*

On observera encore que quand la forte pellicule est formée, il faut prendre garde que rien n'ébranle le fourneau ni le vaisseau, parce que le moindre mouvement feroit rompre cette pellicule & surnager la liqueur, & alors on n'auroit qu'une cristallisation imparfaite, sans aucune forme régulière.

Quand on fait cette cristallisation par un temps humide ou lorsque le vent du sud-est règne, il faut dès que l'évaporation de la liqueur saline est parvenue au point marqué, couvrir le vaisseau d'un papier très-fort, tel que celui dont on enveloppe les pains de sucre; on fait au papier deux petites

ouvertures pour laisser échapper le peu d'eau qui peut s'évaporer pendant 7 à 8 heures que doit durer ce refroidissement lent, d'où dépend tout le succès de l'opération.

Le papier qui couvre le vaisseau en défend l'entrée à l'humidité de l'air, qui est attirée puissamment par ce sel.

Cette opération peut assez bien réussir au bain de sable, en faisant évaporer la liqueur saline dans des vaisseaux de verre bien évasés, mais souvent aussi on la manque par cette méthode; ce qui n'arrive pas en opérant à feu nu & avec les précautions indiquées. La raison en est que, lorsque l'évaporation de la liqueur saline est rapprochée au point marqué, si le sable se trouve très-chaud, elle conserve long-temps une forte chaleur qu'on ne peut pas diminuer; d'où naît une trop grande évaporation qui empêche la cristallisation ou la rend très-imparfaite. Si le bain de sable n'est pas assez échauffé, on tombe dans le même inconvénient; ainsi cette méthode demande un Artiste bien exercé, au lieu qu'en suivant l'autre, on peut diminuer ou régler la chaleur à volonté.

La cristallisation faite à feu nu doit donc avoir la préférence, d'autant plus qu'on n'obtient au bain de sable que des cristaux bien plus petits qu'au feu nu.

Nota. Dans le Volume de 1764, on lit, *page 579, ligne 1.re* l'alkali fixe du tartre se cristallise, &c. *Lisez*, l'alkali fixe du tartre se cristallise en prismes à six faces, terminées en pointes & assemblées en faisceaux, qui forment les gros cristaux; d'autres cristaux sont en colonnes hexagones ou prennent la forme d'autres solides réguliers.

FIN.

FAUTES À CORRIGER

Dans l'Histoire de 1765.

Page.	*Ligne.*	*Faute.*	*Lisez*
10,	34,	o absolu de froid	o absolu de chaud
18,	12,	importante matière	intéressante matière
31,	1,	cesseroit	cesseroient
42,	28,	celle	celles
59,	1,	à la Trigonométrie	dans la Trigonométrie
Ibid.	27,	& travailler	& de travailler
71,	8,	nombres	nombre
125,	4,	les unes les autres	les unes derrière les autres
134,	10,	ressorts à boudins	ressorts à boudin

Dans les Mémoires de la même année.

Page.	*Ligne.*	*Faute.*	*Lisez.*
35,	5,	branchues	branches
88,	23,	qu'on cherche à avoir	qu'on cherche, avoir recours
100,	9,	$\frac{m''}{\delta''}$	$+ \frac{m''}{\delta''}$
146,	6, 7,	*Graduation*	*Gradation*
153,	1,	*(d).*	*(d),*
155,	20,	terrain	terrein
158,	7,	corrigée & d'autres	corrigée, & d'autres
160,	9,	cinq à six	cinq ou six
166,	34,	Or quelques petites	Or quelque petites
169,	19,	convenable	convenables
171,	27,	D^2.8.0243428.	D^2.8.0143428.
173,	16,	*R.*	R^2
182,	15, 16,	relavement	relativement
203,	4,	la fin de cette Table, *Ajoutez en note,* * corrigées depuis, d'après quelques petites erreurs, sur les trente premières années, avant le thermomètre de M. de *Reaumur.*	
209,	28,	degré	degré,
224,	14,	verrons, que pour	verrons, pour

Page.	Ligne.	Faute.	Lisez.
249,	2,	ternes	termes
ibid.	9,	le fini de la 9me & de la 7me, &c.	le fini.
ibid.	22,	put	pût

Ajoutez à la note de la page 253, La doctrine de *Newton* sur les densités de la Terre, &, en général, des Planètes, relativement à leurs distances du Soleil & à la chaleur qu'elles en reçoivent, revient ici au même, quant aux effets, que la théorie de *Leibnitz. Voy. Princ. math. L. III, Prop. 8, Corol. 4,* &c.

Pour les Tables.

Page.	Colonne.	Ligne.	Faute.	Lisez.
193,	4,	23,	6435.	5435.
ibid.	ibid.	24,	6790.	5790.
202,	5,	penult.	57457.96.	57456.03 +
ibid.	6,	ibid.	55665.51.	55664.03 −
245,	5,	18,	203 :	212 :

Page.	Ligne.	Faute.	Lisez.
424,	22,	mierometre	micromètre
425,	22,	traîné	terminé
468,	21,	plus grande	plus petite
513,	3,	la rendre	devenir
519,	18,	lettre	cinquième lettre
521,	ibid.	On ajoute qu'il fait	vient, ajoute-t-on, de faire
527,	5,	inoculateurs	inoculations
ibid.	6,	devint	devient
ibid.	15,	& M. *Manetti* à *Florence*	M. *Manetti* à *Florence* &
529,	6,	Ce prince	Il
ibid.	8,	où	dans laquelle
ibid.	ibid.	dans	en
ibid.	15,	aient	ont
530,	1.re note,	(n)	(o)
ibid.	2.e note,	(o)	(q)
ibid.	3.e note,	(p)	(n)
ibid.	4.e note,	(q)	(p)

